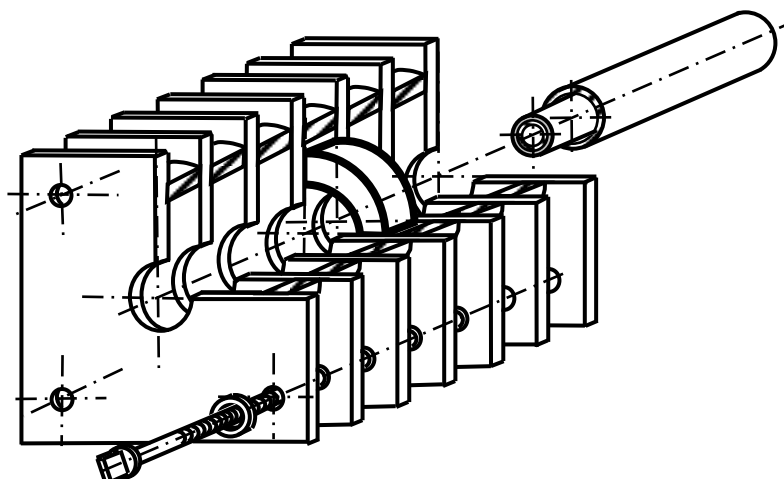




UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR

**Unidade Científica e Pedagógica
de Ciências de Engenharia**

Departamento de Engenharia Electromecânica



ACTUADOR LINEAR DE INDUÇÃO TUBULAR

MODELIZAÇÃO, DIMENSIONAMENTO E ENSAIO

JOSÉ MANUEL GUERREIRO GONÇALVES

**Dissertação apresentada para obtenção do grau de Doutor em
Engenharia Electrotécnica pela Universidade da Beira Interior**

Orientador Científico: Professor Doutor Carlos Manuel Pereira Cabrita

Covilhã, Dezembro de 2000

À minha família,

Dissertação realizada sob a supervisão do

PROFESSOR DOUTOR CARLOS MANUEL PEREIRA CABRITA

*(PROFESSOR ASSOCIADO DE NOMEAÇÃO DEFINITIVA
DO QUADRO DA UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR)*

MEMBROS DO JÚRI

**Presidente do Júri: Magnífico Reitor da Universidade da Beira Interior -
Professor Doutor Manuel Santos Silva (UBI - Covilhã)**

**Vogais: Professor Doutor Carlos Pereira Cabrita (UBI - Covilhã)
Professor Doutor Eduardo Sousa Saraiva (UC - Coimbra)
Professor Doutor Francisco Almeida Cardoso (UC - Coimbra)
Professor Doutor João Esteves Santana (IST/UTL - Lisboa)
Professor Doutor Jan Dobrovoksi (UBI - Covilhã)
Professor Doutor Jorge Martins Barata (UBI - Covilhã)
Professor Doutor José Felipe de Souza (UBI - Covilhã)
Professor Doutor Vladimir Vojina Gligic (UBI - Covilhã)**

Covilhã e UBI, Dezembro de 2000

AGRADECIMENTOS

Com toda a humildade, José Manuel Guerreiro Gonçalves agradece a todas as pessoas e entidades que contribuíram para a realização deste trabalho:

- Ao meu Orientador Científico, Professor Doutor Carlos Manuel Pereira Cabrita, do Departamento de Engenharia Electromecânica (DEM) da Universidade da Beira Interior (UBI), pela amizade, moralização, encorajamento e ajuda no trabalho ora apresentado, e, muito particularmente, nos momentos mais difíceis da minha actividade como aluno de doutoramento.
- Ao Presidente do DEM da UBI, Professor Doutor José Fellipe de Souza, e ao Presidente da CCD do DEM, Professor Doutor Tessaleno Campos Devezas, pela pronta disponibilização de todos os equipamentos laboratoriais, assim como por todo o apoio moral e pelas suas extremas amabilidades, em todas as horas passadas na UBI.
- Aos Professores Doutores, Alexandre Miranda, Anna Guerman, António Mendes, Carrilho Gonçalves, Jan Dobrogowski, Paulo de Oliveira, Tadeusz Rogozinski e Vladimir Gligic, do DEM da UBI, pelos apoios morais transmitidos.
- À Eng^a Maria do Rosário Calado, do DEM da UBI, pela amizade e pelas ajudas e aconselhamentos para a realização deste trabalho.
- Ao Eng^o Peixoto Duarte, do DEM da UBI, pela amizade, pelo apoio moral, e pelos esclarecimentos de dúvidas relativas aos ensaios realizados.
- Ao Eng^o Rui Barroca Prior, ex-técnico do DEM da UBI, pela amizade e colaboração nos ensaios relativos a este trabalho.
- Ao Eng^o João Rosas, ex-docente do DEM da UBI, pela amizade e ajuda relativa aos meios informáticos.
- Ao Eng^o Aurélio Reis, do DEM da UBI, pela amizade e incentivo durante os períodos de permanência na Covilhã.
- Aos meus colegas e amigos, Eng^{os} Davide Fonseca, Fernando Velez, Mesquita Nunes, Páscoa Marques e Sílvia Mariano, do DEM da UBI, pelos incentivos sempre evidenciados.
- A todos os restantes docentes do DEM da UBI, do mesmo modo, exprimo o meu muito obrigado pela amizade e lealdade demonstradas.
- A título póstumo, ao Técnico Sr. Figueira Forte, do DEM da UBI, pela amizade e pela disponibilidade sempre prontas nos momentos mais difíceis.
- Aos Técnicos Srs. António Morgado e Paulo Guerra, do DEM da UBI, pela disponibilidade, sempre pronta, de facultarem o empréstimo de aparelhos necessários aos ensaios efectuados.

- À Dona Maria José, do DEM da UBI, e à Dona Maria do Carmo (ex-funcionária do DEM da UBI), o meu muito obrigado pela resolução de diversos assuntos burocráticos.
- Ao Magnífico Reitor da Universidade da Beira Interior (UBI), Professor Doutor Santos Silva, o meu sincero agradecimento, pelo facto de ter autorizado a utilização das instalações do DEM da UBI, para a consecução laboratorial deste trabalho.
- Ao Magnífico Reitor da Universidade do Algarve (UAlg), Professor Doutor Adriano Pimpão, o meu sincero agradecimento, pelo facto de ter permitido a dispensa do serviço docente por mais um ano e três meses, além dos três anos previstos pelo Prodep - Medida 2, muito embora não tenha usufruído dessa dispensa por razões de carreira profissional na Escola Superior de Tecnologia da Universidade do Algarve (EST/UAlg).
- Aos meus amigos, Eng^{os} António Mestre e Paulo Santos (ex-aluno da UBI), e Professores Adjuntos Carvalho Martins, José Manuel do Livramento e Vicente Sena, docentes da EST/UAlg, pelos incentivos sempre evidenciados.
- Aos meus colegas, Professores Adjuntos Aleluia Martins, Ana Beatriz Azevedo, António Silva, Augusto Miranda, Fernando Emídio, João Rodrigues, Mário Silva e Paulo Silva, e Eng^{os} António Sousa, João Gomes, Joaquim Rosado, Jorge Semião, José Barão, Luís Oliveira, Luís Sousa, Rui Marcelino, William Santos, docentes da EST/UAlg, pelo apoio moral sempre transmitidos.
- Ao Professor Adjunto Mário Saraiva, docente da EST/UAlg, pela amizade e pelas acesas discussões em torno de algumas teorias relacionadas com o presente trabalho.
- Ao Director da Área Departamental de Engenharia Electrotécnica da EST/UAlg, Professor Adjunto Carlos Marinho, por ter sempre autorizado, sem quaisquer reservas, deslocações à UBI - Covilhã.
- Ao Professor Doutor José Moita, docente da EST/UAlg, pelo incentivo demonstrado.
- À Dra Fátima de Almeida, da EST/UAlg, pela motivação e pelos esclarecimentos sempre prestados.
- Aos Eng^{os} Emanuel Baptista, Luís Rodrigues e Vítor Martins, da EST/UAlg, pela amizade e pela colaboração prestadas na implementação dos diversos transdutores usados nos ensaios deste protótipo.
- Ao Eng^o Ângelo Espanhol, ex-técnico da EST/UAlg, pela amizade e pelo incentivo sempre evidenciados.
- Aos Técnicos da EST/UAlg, António Costa e Nuno Portela, pela amizade e pelo incentivo sempre demonstrados.
- A título póstumo, ao Professor Coordenador José António Silvestre (EST/UAlg), meu ex-colega de escola, pela grande amizade e pelo incentivo anteriormente demonstrados.
- Ao Centro de Recursos de Ensino e Aprendizagem da UBI - Covilhã, por ter permitido a tiragem e a digitalização de fotografias relacionadas com o protótipo.

- À Secção de Máquinas Eléctricas e Electrónica de Potência do IST/UTL - Lisboa, por ter permitido o empréstimo de uma célula de carga e o do respectivo sistema de aquisição de dados, para a realização de ensaios laboratoriais na UBI - Covilhã.
- À SMIL - Covilhã, na pessoa do Engº José Manuel Brás, pelo excelente trabalho na execução mecânica do actuador modular, e do respectivo banco de ensaios.
- À BOBITÉCNICA - Covilhã, na pessoa do Sr. Paulo Gonçalves Teixeira, pela excelente execução da bobinagem relativa aos enrolamentos do primário do actuador.
- Ao Sr. José Patrocínio - Parragil, Loulé, pelo excelente trabalho de carpintaria relacionado com aletas e tacos de madeira, bem como a maior parte das buchas que foram necessárias à ligação mecânica entre o actuador e os diversos acessórios.
- À Alina, pelo deficiente acompanhamento familiar e escolar que lhe dediquei nestes últimos anos.
- À Albertina, pela compreensão demonstrada e pela ajuda na revisão do texto final.
- Este trabalho foi financiado pelo programa "PRODEP II/Medida 5/Acção 5.2 - Doutoramentos" (de Novembro de 1996 a Novembro de 1999).

ACTUADOR LINEAR DE INDUÇÃO TUBULAR. MODELIZAÇÃO, DIMENSIONAMENTO E ENSAIO.

RESUMO

Os actuadores lineares de indução, quer sejam planos ou tubulares, apresentam valores do factor de potência e do rendimento normalmente inferiores aos que se verificam nos seus homólogos rotativos, que geralmente são denominados motores assíncronos. No entanto, esta aparente inferioridade é compensada por outras características superiores às dos motores rotativos, como por exemplo a sua robustez e a facilidade de instalação. Uma indicação da competitividade do actuador linear de indução consiste no número de unidades comercializadas por um único fabricante do Reino Unido, desde os anos sessenta - mais de meio milhão. A simplicidade do controlo destes motores representa uma grande vantagem a ter em conta, na medida em que, devido à forma da característica mecânica, uma alimentação a frequência constante associada a vulgares contactores de potência é suficiente. A utilização da variação de tensão recorrendo a tiristores é um meio de controlo também bastante utilizado. Neste trabalho desenvolvem-se os seguintes aspectos respeitantes à teoria, ao projecto e ao ensaio de actuadores lineares de indução, na tipologia plana e, em maior pormenor, na tipologia tubular (de que resulta mais objectivamente este estudo), em que para aplicações de baixa velocidade, pode-se considerar os seguintes pontos de referência:

- Campo girante;
- Campo viajante;
- Campos de indução magnética no entreferro, no primário e no secundário;
- Parâmetros equivalentes;
- Potência absorvida, potência útil, rendimento;
- Força em regime estacionário (de arranque) e em regime dinâmico;
- Características tensão-corrente, frequência, factor de potência;
- Comparação e análise entre valores teóricos e experimentais.

Palavras chave: Actuador Linear de Indução, Actuador Linear de Indução Plano, Actuador Linear de Indução Tubular, Campo Magnético, Densidade de Linear Corrente, Força Magnetomotriz, Força Longitudinal.

TUBULAR LINEAR INDUCTION ACTUATOR - MODELLING, DESIGN AND TESTING

ABSTRACT

The linear induction motors rarely achieve the performance, in terms of power factor or efficiency, expected from their rotary equivalents, but in several applications this reduction in performance is more than compensated by their convenience and robustness. As well as this, there are many characteristics of linear induction motors that cannot be achieved by rotary equivalents. An indication of linear motor competitiveness is that several manufactures have managed to remain in a profitable condition for many years. In the United Kingdom, for example, one manufacturer has built more than half a million linear motors since the late sixties. An advantage of linear induction motors is that for many industrial drives a very simple control circuit is possible. Due to their inherent high-resistance speed-thrust characteristic, a constant frequency main supply is often sufficient with a simple reversing contactor. Voltage control with a simple thyristor phase-control supplying variable voltage to the primary winding achieves also good results. This work presents and develops the following aspects concerning theory, design and test of linear induction motors for low speed and standstill applications, in their topologies-plane and tubular:

- Rotating field;
- Travelling field;
- Magnetic flux density in air gap as well as in iron core;
- Equivalent parameters;
- Standstill force (or thrust);
- Voltage-current characteristics;
- Comparison between theoretical and experimental results.

Keywords: Linear Induction Actuator, Face Plate Linear Induction Actuator, Tubular Linear Induction Actuator, Magnetic Field, Linear Current Density, Magneto Motive Force, Thrust.

SIMBOLOGIA

A Simbologia divide-se em três partes: Grandezas Alfanuméricas (com as respectivas unidades no S.I.), Abreviaturas e Sinais Convencionais.

- Grandezas Alfanuméricas

<u>Grandezas</u>		<u>Unidades (SI)</u>		
Símbolo	Nome	Símbolo (S.I.)	Designação	Observações
A_h	área do ciclo de histerese	J/m³	joule por metro cúbico	$A_h = \int_{-B_{Fmáx}}^{B_{Fmáx}} H dB$
a	raio de uma espira circular	m	metro	
a	aceleração	m/s²	metro por segundo quadrado	$a = \frac{dv}{dt}$
a_g	aceleração angular do campo girante	rad/s²	radiano por segundo quadrado	$a_g = \frac{d\omega_g}{dt}$
a_{gr}	aceleração da gravidade	m/s²	metro por segundo quadrado	$a_{gr} = 9,8 \text{ m/s}^2$
a_l	aceleração longitudinal do campo magnético viajante, em grandezas métricas	m/s²	metro por segundo quadrado	$a_l = \frac{2\tau}{\pi} a_g$
a₁	raio interior de uma espira circular	m	metro	
a₂	raio exterior de uma espira circular	m	metro	
B	indução magnética (símbolo geral - valor eficaz)	T	tesla	$\vec{B} = \mu \vec{H}$
Bbc_O	indução magnética no centro de uma bobina circular plana	T	tesla	$Bbc_O = \frac{\mu N_c I}{2h} \ln \frac{a_2}{a_1}$
Be_O	indução magnética no centro de uma espira circular	T	tesla	$Be_O = \frac{\mu I}{2a}$
B_{Fmáx}	indução magnética máxima num determinado material ferromagnético (ALIT)	T	tesla	$[T] \equiv [Wb/m^2]$
B_M	grandeza máxima da indução referente a uma fase	T	tesla	$1 \text{ T} \equiv 10^4 \text{ Gauss}$
B_{Ma}	grandeza máxima da indução através de uma aleta (ALIT)	T	tesla	$B_{Ma} = \frac{\Phi_M}{\pi(m_1 - 1)qD_{id}d}$
B_M	grandeza máxima da indução no entreferro, correspondente a um passo polar (τ), ou B_{máx}	T	tesla	$B_M = \frac{\Phi_M}{2\tau D_{me}}$

B_{MF}	grandeza máxima da indução através da secção recta do tubo de Fe do secundário (ALIT)	T	tesla	$B_{MF} = \frac{2\Phi_M}{\pi(D_{eF}^2 - D_{iF}^2)}$
B_{MN}	grandeza máxima da indução através da secção recta do núcleo de Fe (ALIT), ou B_{máxN}	T	tesla	$B_{MN} \leq \frac{2\Phi_M}{\pi(D_{eN}^2 - D_{iN}^2)}$
B_{máx}	grandeza máxima da indução referente a um conjunto de fases (no entreferro)	T	tesla	
B_x	indução magnética segundo um eixo longitudinal	T	tesla	
B_ρ	indução magnética segundo um eixo radial	T	tesla	
B₂₁	indução magnética no circuito 2 devida à corrente no circuito 1	T	tesla	$B_{21(z)} = \frac{\mu I a^2}{2(a^2 + m^2)^{3/2}}$
b	grandeza instantânea da indução magnética total (geralmente no entreferro)	T	tesla	
b_a	Largura do anel condutor planificado do secundário de um ALIP em gaiola	m	metro	
\bar{b}_N	indução magnética instantânea, em grandezas complexas, e em função de x e de t . (através do núcleo do primário)	T	tesla	$\bar{b}(x, t) = \bar{b}1(x, t) + \bar{b}2(x, t)$
$\bar{b}(x, t)$	indução magnética instantânea, em grandezas complexas, e em função de x e de t . (indução magnética no entreferro)	T	tesla	$\bar{b}(x, t) = \bar{b}1(x, t) + \bar{b}2(x, t)$
$\bar{b}_x^{(n)}$	valor instantâneo da componente da indução, segundo x , relativo ao feixe de condutores helicoidais de índice n	T	tesla	$n = 0, 1, \dots, n_h - 1$
$\bar{b}_y^{(n)}$	valor instantâneo da componente da indução, segundo y , relativo ao feixe de condutores helicoidais de índice n	T	tesla	
$\bar{b}_z^{(n)}$	valor instantâneo da componente da indução, segundo z , relativo ao feixe de condutores helicoidais de índice n	T	tesla	
$\bar{b}_\gamma^{(n)}$	valor instantâneo da componente da indução, segundo γ , relativo ao feixe de condutores helicoidais de índice n	T	tesla	
$\bar{b}_\rho^{(n)}$	valor instantâneo da componente da	T	tesla	

	indução, segundo ρ , relativo ao feixe de condutores helicoidais de índice n			
$\bar{b}_1(x, t)$	indução magnética instantânea, originada pelo primário, em grandezas complexas, e em função de x e de t [ou $\bar{b}_1(x, t) \equiv \bar{b}_1$] também tem o significado de uma das componentes de $\bar{b}(x, t)$	T	tesla	$\bar{b}_1(x, t) = \sum_k \bar{b}_{1k}(x, t)$
$\bar{b}_{1\rho}(x, t)$	componente da indução magnética instantânea segundo o eixo ρ , originada pelo primário, em grandezas complexas, e em função de x e de t [ou $\bar{b}_{1\rho}(x, t) \equiv \bar{b}_{1\rho}$]	T	tesla	
$\bar{b}_2(x, t)$	indução magnética instantânea, originada pelo secundário, em grandezas complexas, e em função de x e de t , [ou $\bar{b}_2(x, t) \equiv \bar{b}_2$], também tem o significado de uma das componentes de $\bar{b}(x, t)$	T	tesla	$\bar{b}_2(x, t) = \sum_k \bar{b}_{2k}(x, t)$
b_θ	valor instantâneo de uma indução magnética em função de θ , isto é, de t	T	tesla	$\theta = \omega t$
c	calor específico, a pressão constante, de um determinado material	J/(kg°C)	joule por quilogr. por grau centígrado	$1 \text{ cal} \equiv 4,18 \text{ J}$ (cal - caloria)
c	largura de cada cava do primário (ALIT)	m	metro	$c = 13 \text{ mm}$
c_{equiv}	calor específico equivalente, a pressão constante, de todos os materiais do ALIT	J/(kg°C)	joule por quilogr. por grau centígrado	
$\cos\varphi$	factor de potência do ALI	-	-	$\cos\varphi = \frac{P_{\text{abs}}}{S_{\text{abs}}}$
$\cos\varphi_0$	factor de potência, em vazio, do troço de circuito constituído pela associação de R_m com X_m	-	-	$\cos\varphi_0 = \frac{R_{ms}}{\sqrt{R_{ms}^2 + X_{ms}^2}}$
D	deslocamento eléctrico	C/m²	coulomb por metro quadrado	$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$
D_{eB}	diâmetro exterior de cada bobina do primário (ALIT)	m	metro	$D_{eB} \cong 68,2 \text{ mm}$
D_{eC}	diâmetro exterior do tubo condutor do secundário (Al ou Cu - ALIT)	m	metro	$D_{eC} = 20,7 \text{ mm}$
D_{eF}	diâmetro exterior do material ferromagnético de retorno -	m	metro	$D_{eF} = 19,5 \text{ mm}$

	secundário (ALIT)			
D_{eInóx}	diâmetro exterior do tubo de aço inoxidável (ALIT)	m	metro	$D_{eInóx} = 25,5 \text{ mm}$
D_{eN}	diâmetro exterior de cada peça do núcleo do primário (ALIT)	m	metro	$D_{eN} = 102 \text{ mm}$
D_{eNy}	diâmetro exterior de cada tabela de nylon do primário (ALIT)	m	metro	$D_{eNy} = 90 \text{ mm}$
D_f	diâmetro útil do fio de cobre das bobinas cilíndricas do primário do ALIT, isto é, sem se considerar a espessura da camada isolante	m	metro	$D_f = 1 \text{ mm}$
D_{fi}	diâmetro fio de cobre das bobinas cilíndricas do primário do ALIT, com isolamento	m	metro	$D_{fi} = 1,2 \text{ mm}$
D_{iB}	diâmetro interior de cada bobina do primário (ALIT)	m	metro	$D_{iB} \cong 32,2 \text{ mm}$
D_{iC}	diâmetro interior do tubo condutor do secundário (Al ou Cu - ALIT)	m	metro	$D_{iC} \cong D_{eF} = 19,5 \text{ mm}$
D_{id}	diâmetro interior de cada dente do primário (aleta do ALIT)	m	metro	$D_{id} = 26 \text{ mm}$
D_{iF}	diâmetro interior do material ferromagnético de retorno - secundário (ALIT)	m	metro	$D_{iF} = 16,5 \text{ mm}$
D_{iInóx}	diâmetro interior do tubo de aço inoxidável (ALIT)	m	metro	$D_{iInóx} = 21,5 \text{ mm}$
D_{iN}	diâmetro interior de cada peça do núcleo do primário (ALIT)	m	metro	$D_{iN} = 92 \text{ mm}$
D_{iNy}	diâmetro interior de cada tabela de nylon do primário (ALIT)	m	metro	$D_{iNy} = 27 \text{ mm}$
D_{itmNy}	diâmetro intermédio de cada tabela de nylon do primário (ALIT)	m	metro	$D_{itmNy} = 31 \text{ mm}$
D_{mB}	diâmetro da circunferência média de cada bobina do primário (ALIT)	m	metro	$D_{mB} = 50,2 \text{ mm}$
D_{mC}	diâmetro da circunferência média do tubo condutor do secundário (ALIT)	m	metro	$D_{mC} = \frac{D_{eC} + D_{iC}}{2}$ $D_{mC} = 20,1 \text{ mm}$
D_{me}	diâmetro da circunferência média geométrica do entreferro (ALIT),	m	metro	$D_{me} = 24,28 \text{ mm}$
D'_{me}	diâmetro da circunferência média do entreferro (ALIT)	m	metro	$D'_{me} = 24,87 \text{ mm}$
D_{mf}	diâmetro médio relativo às fugas no primário (ALIT) $D_{mf} =$ $= \frac{6D_{id}h_2 + 6h_2^2 + 3D_{id}h + 3hh_2 + 2h^2}{3(h + 2h_2)}$	m	metro	$D_{mf} = 28,5 \text{ mm}$
D_{mN}	diâmetro médio do núcleo ferromagnético do primário (ALIP)	m	metro	$D_{mN} = \frac{D_{eN} + D_{iN}}{2}$ $D_{mN} = 97 \text{ mm}$
D_R	diâmetro da roldana utilizada nos	m	metro	$D_R = 29 \text{ mm}$

	ensaios em regime estático e em regime dinâmico			
d	largura de cada dente do primário (aleta do ALIT)	m	metro	$d = 1,5 \text{ mm}$
E	intensidade do campo eléctrico	V/m	volt por metro	
E	grandeza eficaz da força electromotriz (f.e.m.)	V	volt	
\bar{e}_γ	intensidade do campo eléctrico, em grandezas complexas, segundo γ (ou \bar{E}_γ em grandezas eficazes, mas relacionadas com o plano complexo de Argand)	V/m	volt por metro	
e_{Al}	espessura do tubo (ALIT) ou da chapa condutora (ALIP) do secundário (Alumínio)	m	metro	$e_{Al} = 0,6 \text{ mm}$
e_B	espessura da bobina cilíndrica (ALIT)	m	metro	$e_B = \frac{D_{eB} - D_{iB}}{2}$ $e_B \cong 18 \text{ mm}$
e_C	espessura do tubo (ALIT) ou da chapa condutora (ALIP) do secundário (ou e_{C0})	m	metro	$e_C = \frac{D_{eC} - D_{iC}}{2}$ $e_C = 0,6 \text{ mm}$
e_{Cu}	espessura do tubo (ALIT) ou da chapa condutora (ALIP) do secundário (Cobre)	m	metro	$e_{Cu} = 0,6 \text{ mm}$
e_{C1}	lâmina condutora de espessura infinitesimal (primário)	m	metro	$e_{C1} \cong 0$
e_F	espessura de um determinado material ferromagnético (ALIT)	m	metro	
e_{Fe}	espessura do tubo ferromagnético de retorno - secundário - ALIT (ou do bloco ferromagnético - ALIP)	m	metro	$e_{Fe} = \frac{D_{eF} - D_{iF}}{2}$ $e_{Fe} = 1,5 \text{ mm}$
e_{F1}	espessura do tubo ferromagnético do primário (valor teórico - ALIT)	m	metro	$e_{F1} \cong 35,88 \text{ mm}$
e_{Inóx}	espessura do tubo de aço inoxidável (ALIT)	m	metro	$e_{Inóx} = 2 \text{ mm}$
e_N	espessura do núcleo ferromagnético do primário (ALIT)	m	metro	$e_N = \frac{D_{eN} - D_{iN}}{2}$ $e_N = 5 \text{ mm}$
e_{Ny}	espessura útil das tabelas de nylon (ALIT)	m	metro	$e_{Ny} = \frac{D_{eNy} - D_{itmNy}}{2}$ $e_{Ny} = 29,5 \text{ mm}$
e_S	espessura do secundário (ALIT)	m	metro	$e_S = e_C + e_{Fe}$ $e_S = 2,1 \text{ mm}$
F	f.m.m.	A	ampère	
F	força electromagnética	N	newton	
F_a	força de atrito	N	newton	

F_{aC}	força de atrito cinético	N	newton	
F_{aE}	força de atrito estático	N	newton	
F_{arr}	força de arranque (s = 1)	N	newton	
F_e	força específica (por exemplo, por unidade de potência absorvida - F_P)	N/W	newton por watt	$F_e \equiv F_P = \frac{F}{P_{abs}}$
F_S	força longitudinal, em que se desprezam os efeitos de extremidade	N	newton	
F_l	densidade linear de força	N/m	newton por metro	$F_l = \frac{F}{2p\tau}$
F_u	força útil	N	newton	$F_u = F - F_a$
F_{V2}	força por unidade de volume da chapa ou do tubo secundário condutor, por passo polar	N/m³	newton por metro cúbico	$\vec{F}_{V2} = \frac{d\vec{F}}{dV_2} = \vec{J}_2 \times \vec{B}_1$
F_t	força resultante	N	newton	$F_t \cong F_1 + F_{-1}$
F₁	força electromagnética aplicada ao primário	N	newton	
F₂	força electromagnética aplicada ao secundário	N	newton	$F = F_1 = F_2$
F_{1kmáx}	f.m.m máxima originada pelo primário	A	ampère	$F_{1k\ máx} = \frac{\pi}{2} F_{1k\ méd}$
F_{1kméd}	f.m.m média originada pelo primário	A	ampère	
f	frequência	Hz	hertz	$f = pN_s$
$\bar{f}(x,t)$	f.m.m. total em grandezas instantâneas, e em função de x e de t .	A	ampère	
$\bar{f}_1(x,t)$	f.m.m. instantânea total, originada pelo primário, em grandezas complexas, e em função de x e de t .	A	ampère	
$\bar{f}_{1k}(x,t)$	f.m.m. instantânea da harmónica de índice k , originada pelo primário, em grandezas complexas, e em função de x e de t .	A	ampère	$\bar{f}_1(x,t) = \sum_k \bar{f}_{1k}(x,t)$
G	condutância	Ω⁻¹	inverso do ohm	
g	entreferro (medido entre os extremos inferior do primário e superior do secundário - ALIT)	m	metro	$g = \frac{D_{id} - D_{eC}}{2}$ $g = 2,65 \text{ mm}$
g_{eq}	entreferro equivalente	m	metro	$g_{eq} = K_c g$ $g_{eq} \cong 4,77 \text{ mm}$ ou $g_{eq} \cong 3,88 \text{ mm}$
g'_{eq}	entreferro equivalente total	m	metro	$g'_{eq} = g_{eq} + e_C$ $g'_{eq} \cong 5,37 \text{ mm}$ ou $g'_{eq} \cong 4,48 \text{ mm}$
\vec{H}_1	vector intensidade do campo magnético originado pelo primário	A/m	ampère por metro	
h	altura útil das bobinas	m	metro	$h = 22 \text{ mm}$

h_a	altura do anel condutor planificado do secundário de um ALIP em gaiola	m	metro	
h_B	altura de cada bobina do primário (ALIT)	m	metro	$h_B = \frac{D_{eB} - D_{iB}}{2}$ $h_B = 18 \text{ mm}$
h_t	altura compreendida entre o diâmetro interior de cada aleta e o diâmetro interior de cada núcleo (ALIT) - altura total de cada dente	m	metro	$h_t = h + h_2 + h_3$ $h_t = 33 \text{ mm}$
h_2	distância entre as bobinas e a periferia interior dos dentes (aletas)	m	metro	$h_2 = 2,5 \text{ mm}$
h_3	distância entre as bobinas e a periferia interior do núcleo (ALIT)	m	metro	$h_3 = 8,5 \text{ mm}$
h_p	intensidade instantânea do campo magnético no entreferro, originada pelo primário, em coordenadas cilíndricas segundo p - $h_p \equiv h_p(x, t)$	A/m	ampère por metro	
$\bar{h}_1(x, t)$	intensidade instantânea do campo magnético, originada pelo primário, em grandezas complexas, e em função de x e de t [ou $\bar{h}_1(x, t) \equiv \bar{h}_1$]	A/m	ampère por metro	
I	momento de inércia	kg·m²	quilogr. metro quadr.	
I	grandeza eficaz da intensidade de corrente no primário (ou I_1)	A	ampère	valor mais provável (v.m.p.)
I_c	corrente de condução limitada por uma linha fechada I	A	ampère	
I_i	grandeza eficaz da intensidade de corrente, correspondente à fase de índice i (primário)	A	ampère	$i = 1, 2, \dots, m_1$
I_M	intensidade de corrente máxima no primário	A	ampère	$I_M = \sqrt{2} I$
I_m	intensidade de corrente eficaz de magnetização	A	ampère	
I_{mv}	intensidades de corrente, de índices m (segundo uma determinada polaridade de ligação das fases) e v (harmónicas oriundas da rede)	A	ampère	
I_1	valor eficaz da corrente, por fase, no enrolamento primário	A	ampère	
I_2	corrente eficaz no secundário (k = 1)	A	ampère	
I'_2	corrente eficaz no secundário reduzida ao enrolamento do primário (k = 1)	A	ampère	
i_i	intensidade de corrente instantânea respeitante à fase de índice i - primário	A	ampère	$i = 1, 2, \dots, m_1$

i_2	intensidade de corrente instantânea no secundário (ou i_2)	A	ampère	
J_c	densidade superficial de corrente de condução	A/m²	ampère por m ²	$\vec{J}_c = \sigma \vec{E}$
J_d	densidade superficial de corrente de deslocamento	A/m²	ampère por m ²	$\vec{J}_d = \partial \vec{D} / \partial t = \epsilon \partial \vec{E} / \partial t$
J_I	densidade superficial de corrente no enrolamento do primário (valor eficaz)	A/m²	ampère por m ²	$J_I = \frac{I_1}{S_1}$
J_2	densidade superficial de corrente no secundário (valor eficaz)	A/m²	ampère por m ²	
J_{1M}	densidade máxima de corrente linear no primário (k = 1)	A/m	ampère por metro	
J_{2M}	densidade máxima de corrente linear no secundário (k = 1)	A/m	ampère por metro	
j	imaginário puro de módulo igual a 1	-	-	$j = \sqrt{-1}$
$\vec{j}_1(x, t)$	densidade linear de corrente no primário, em grandezas complexas, e em função de x e de t [ou $\vec{j}_1(x, t) \equiv \vec{j}_1 \equiv \vec{j}_1$]	A/m	ampère por metro	$\vec{j}_1(x, t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \vec{j}_{1k}(x, t)$
$\vec{j}_{1k}(x, t)$	harmónica, de índice k , da densidade linear de corrente no primário, em grandezas complexas, e em função de x e de t	A/m	ampère por metro	
$\vec{j}_2(x, t)$	densidade linear de corrente no secundário, em grandezas complexas, e em função de x e de t [ou $\vec{j}_2(x, t) \equiv \vec{j}_2 \equiv \vec{j}_2$]	A/m	ampère por metro	$\vec{j}_2(x, t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \vec{j}_{2k}(x, t)$
$\vec{j}_{2k}(x, t)$	harmónica, de índice k , da densidade linear de corrente no secundário, em grandezas complexas, e em função de x e de t	A/m	ampère por metro	
K	coeficiente de emissividade térmica de uma superfície	W/m².°C	watt grau centígr. por metro quadr.	
K_{Al}	factor de correcção da resistência com o secundário em Al, dividido à presença do tubo condutor de Fe	-	-	$K_{Al} = 0,833$
K_{Bk}	factor de distribuição do campo magnético relativo à harmónica de índice k	-	-	$K_{Bk} \cong 1$
K_{Co}	factor de correcção da resistência de material condutor do secundário, dividido à presença do tubo condutor de Fe	-	-	$K_{Co} \equiv K_{Al}$ ou $K_{Co} \equiv K_{Cu}$
K_{Cu}	factor de correcção da resistência com o secundário em Cu, dividido à presença do tubo condutor de Fe	-	-	$K_{Cu} = 0,892$

K_c	factor de Carter ou de entreferro (K_g)	-	-	$K_c \cong 1,8$
K_{cfc}	factor de correcção de fugas devido a correntes de fases diferentes na mesma cava (ALIP)	-	-	
K_{dk}	factor de distribuição do enrolamento (primário)	-	-	$-1 \leq K_{dk} \leq 1$
K_{E1}	factor de enrolamento do primário (karmónica de índice $k = 1$)	-	-	$K_{E1} = K_{d1} K_{\beta 1}$
K_{Ek}	factor de enrolamento do primário (karmónica de índice k)	-	-	$K_{Ek} = K_{dk} K_{\beta k}$
K_{E2}	factor de enrolamento (secundário - considera-se que $k = 1$)	-	-	$K_{E2} \cong 1$
K_e	factor de empilhamento das laminações do primário	-	-	$K_e \cong 1$
K_{enc}	factor de enchimento real das cavas do primário (ALIT)	-	-	$K_{enc} = 0,183$
K_{eni}	factor de enchimento ideal das cavas do primário (ALIT)	-	-	$K_{eni} = 0,545$
K_{envk}	factor de enviesamento relativo à harmónica de índice k (primário - não se justifica enviesarem cavas)	-	-	$K_{envk} = 1$
K_{ex}	factor devido ao efeito de extremidade (ALIT)	-	-	$K_{ex} \cong 0,033$ ($m_1 = 3, q = 1,$ $Q_t = 24$)
K_f	factor de correcção devido ao isolamento dos condutores das bobinas do primário (ALIT)	-	-	$K_f = \frac{D_{fi}}{D_f} = 1,2$
K_{iBc}	factor de indução respeitante a uma bobina circular plana (para a espira circular plana - $K_{iBc} = 1$)	-	-	$K_{iBc} = \frac{\phi_z}{N_c \Phi_{z_{máx}}}$ $0 < K_{iBc} \leq 1$
K_{Rk}	factor de redução (primário)	-	-	$K_{Rk} = K_{rk} K_{Ek}$
K_{rk}	factor de relação entre cava e dente	-	-	
K_{rfk}	factor de relação entre dente e cava, relativo a fugas	-	-	
K_{sd}	coeficiente de saturação dos dentes (aletas - ALIT)	-	-	$0 < K_{sd} \leq 1$
K_{sn}	coeficiente de saturação do núcleo ferromagnético (ALIT)	-	-	$0 < K_{sn} \leq 1$
$K_{\beta k}$	factor de encurtamento do passo referente à harmónica de índice k (primário)	-	-	$-1 \leq K_{\beta k} \leq 1$
$K_{\beta 1}$	factor de encurtamento do passo referente à primeira harmónica ($k = 1$ - primário), ou K_{β}	-	-	$0 \leq K_{\beta 1} \leq 1$
K_{ϵ}	factor de permeância obtido por tabelas (perdas por histerese)	-	-	
K_{μ}	factor de ferro (igual à relação entre a f.m.m. total do circuito e a f.m.m.	-	-	$K_{\mu} \geq 1$

	no entreferro)			
$K_{\mu 2}$	factor de ferro no circuito magnético correspondente às fugas das l.f.c.m. do secundário (ALIT)	-	-	$K_{\mu 2} \cong 1$
K_{σ}	factor de condutância obtido por tabelas (perdas por correntes de Foucault)	-	-	
K_2	factor de proporcionalidade para sistemas bifásicos de tensões iguais e correntes também iguais, mas com desfasamentos de $2\pi/3$.	-	-	$K_2 = \sqrt{\frac{3}{2}} = 1,225$
k	condutividade térmica de um determinado material	W/(m°C)	watt por metro por grau centígrado	
k	coeficiente de acoplamento entre duas bobinas	-	-	$k = \frac{M^2}{L_1 L_2} \leq 1$
k	factor proporcional ao valor eficaz da f.e.m.	-	-	
k_e	constante elástica da mola (sensor da derivada da aceleração)	N/m	newton por metro	
k_h	grandeza que depende das características e dimensões do material ferromagnético, e da indução (perdas por histerese)	J	joule	$k_h = \frac{P_{jh}}{f}$
k_F	grandeza que depende das características e dimensões do material ferromagnético, e da indução (perdas por correntes de Foucault)	Js	joule segundo	$k_F = \frac{P_{jF}}{f^2}$
k_x	nº de passos helicoidais	-	-	
L_a	largura de cada aleta do ALIT	m	metro	$L_a = 150 \text{ mm}$
L_B	coeficiente de indução de cada bobina do primário sem ferro	H	henry	$L_B \cong 7,642 \text{ mH}$
L_c	coeficiente de indução de um conjunto de espiras	H	henry	
L_m	indutância de magnetização por fase	H	henry	
L_P	coeficiente de indução do primário (sem secundário no seu interior - transdutor de velocidade)	H	henry	$L_P = 99,0 \text{ mH}$
L_S	comprimento do secundário (transdutor)	m	metro	
L_{σ}	coeficiente de indução de fugas do primário (ALIP)	H	henry	
$L_{\sigma c}$	coeficiente de indução de fugas corrigido do primário (ALIP)	H	henry	
$L_{\sigma q}$	coeficiente de fugas nas q cavas (ALIP ou ALIT)	H	henry	
$L_{\sigma q Tc}$	coeficiente de fugas corrigido nas q cavas (ALIT)	H	henry	

$L_{\sigma r}$	coeficiente de indução de fugas por cava ou ranhura	H	henry	
$L_{\sigma ri}$	coeficiente de indução de fugas por cava ou ranhura (camada inferior - ALIP)	H	henry	
$L_{\sigma rs}$	coeficiente de indução de fugas por cava ou ranhura (camada superior - ALIP)	H	henry	
$L_{\sigma T}$	coeficiente de indução de fugas do primário (ALIT - ou apenas L_1)	H	henry	
$L_{\sigma Tc}$	coeficiente de indução de fugas corrigido do primário (ALIT)	H	henry	
$L'_{\sigma 2T}$	coeficiente de indução de fugas do secundário, reduzido ao primário, (ALIT - ou apenas L'_2)	H	henry	
L_1	indutância de fugas do enrolamento primário ($L_1 \equiv L_{\sigma T}$ - ALIT)	H	henry	
L_2	indutância de fugas do enrolamento secundário	H	henry	
L'_2	indutância de fugas do enrolamento secundário reduzida ao primário	H	henry	
$l_{Inóx}$	comprimento do tubo de aço inoxidável (ALIT)	m	metro	$l_{Inóx} = 480 \text{ mm}$
l_B	largura, ou comprimento segundo o eixo x , de cada bobina (ALIT)	m	metro	$l_B \cong 9 \text{ mm}$
l_C	comprimento do tubo (ALIT) ou da chapa condutora (ALIP) do secundário	m	metro	$l_C = 600 \text{ mm}$ (Al ou Cu) e 1000 mm (Cu)
l_c	comprimento das cabeças das bobinas do primário (ALIP)	m	metro	
l_{Fe}	comprimento do tubo de ferro do secundário (ALIT)	m	metro	$l_{Fe} = 600 \text{ mm}$ e 1000 mm
l_f	comprimento total do fio de cobre de cada bobina do primário (ALIT)	m	metro	$l_f \cong 19,35 \text{ m}$
$l_{Inóx}$	comprimento do tubo inoxidável (ALIT)	m	metro	$l_{Inóx} = 480 \text{ mm}$
l_m	comprimento do circuito magnético entre o primário e o secundário	m	metro	
l_N	comprimento de cada núcleo do primário de um ALIT	m	metro	$l_N = 13 \text{ mm}$
l_P	comprimento do primário (transdutor)	m	metro	
l_p	comprimento útil do primário de um ALI	m	metro	348 mm, 24 cavas 261 mm, 18 cavas 174 mm, 12 cavas
l_{Ny}	largura das paredes laterais de cada tabela de nylon	m	metro	$l_{Ny} = 1,5 \text{ mm}$
l_r	largura da ranhura do núcleo para ligação dos condutores de cada bobina, ou da ranhura da aleta	m	metro	$l_r \cong 11 \text{ mm}$

	(ALIT)			
l_{TNy}	largura total de cada tabela de nylon que é bobinada, comprimento segundo o eixo x (ALIT)	m	metro	$l_{\text{TNy}} = 12 \text{ mm}$
l_{uNy}	largura útil de cada tabela de nylon que é bobinada, comprimento segundo o eixo x (ALIT)	m	metro	$l_{\text{uNy}} = 9 \text{ mm}$
l_1	comprimento do circuito eléctrico do primário (generalizado)	m	metro	
l_2	comprimento do circuito eléctrico do secundário (generalizado)	m	metro	
M_k	amplitudes das harmónicas da densidade linear de corrente, do primário, face à onda fundamental	%	percentagem	$M_k (\%) = \frac{ \bar{j}l_k(x, t) }{ \bar{j}l_{1*}(x, t) } 100$
M_{gr}	coeficiente de indução mútua entre ambas as camadas da mesma cava ou ranhura (ALIP)	H	henry	
m	massa de um corpo	kg	quilograma	
m_{Al}	massa do tubo de cobre do secundário ($l_c = 0,6 \text{ m}$)	kg	quilograma	$m_{\text{Cu}} = 61 \text{ g}$
m_a	massa de cada aleta do secundário (dente do ALIT)	kg	quilograma	$m_a = 247 \text{ g}$
m_{Cu}	massa do tubo de cobre do secundário ($l_c = 0,6 \text{ m}$)	kg	quilograma	$m_{\text{Cu}} = 210 \text{ g}$
m_{Cu1}	massa do tubo de cobre do secundário ($l_c = 1 \text{ m}$)	kg	quilograma	$m_{\text{Cu}} = 340 \text{ g}$
m_c	massa do conjunto (secundário + acessórios de medida)	kg	quilograma	
m_F	massa de um determinado material ferromagnético	kg	quilograma	
m_{Fe}	massa do tubo de ferro do secundário ($l_{\text{Fe}} = 0,6 \text{ m}$)	kg	quilograma	$m_{\text{Fe}} = 400 \text{ g}$
m_{Fer}	massa do tubo de ferro rasgado do secundário ($l_{\text{Fe}} = 0,6 \text{ m}$)	kg	quilograma	$m_{\text{Fer}} = 396 \text{ g}$
m_g	massa de gravitação utilizada nos ensaios para determinação dos coeficientes de atrito estático e cinético	kg	quilograma	
$m_{\text{Inóx}}$	massa do tubo de aço inoxidável (ALIT)	kg	quilograma	$m_{\text{Inóx}} = 560 \text{ g}$
m_N	massa de cada anel de Fe do primário (ALIT)	kg	quilograma	$m_N = 149 \text{ g}$
m_R	massa da roldana utilizada nos ensaios em regime estático e em regime dinâmico	kg	quilograma	$m_R = 33 \text{ g}$
m_{τ_d}	massa correspondente a um passo de cava do ALIT	kg	quilograma	$m_{\tau_d} \cong 406 \text{ g}$
m_1	n.º de fases do primário	-	-	
m_{2p}	número de fases do secundário	-	-	$m_{2p} = 2P = 4p$

	(ALIP)			
m_{2T}	número de fases do secundário (ALIT)	-	-	$m_{2T} = P = 2p$
N	n.º de pontos de cálculo relativo a um passo de dentadura ou de cava (τ_d)	-	-	
N_B	n.º total de bobinas do primário	-	-	$N_B = Q_t$ (ALIT)
N_{B1}	número total de espiras de cada bobina do primário	-	-	$N_{B1} = n_c$ (ALIT) $N_{B1} = n_c/2$ (ALIP)
N_c	n.º de camadas de um enrolamento	-	-	$N_c = 1$ ou 2
N_{c1}	n.º de camadas do primário (bobina do ALIT)	-	-	$N_{c1} \cong 14$ ou 15
N_{e1}	n.º de espiras por camada (bobina do ALIT)	-	-	$N_{e1} \cong 7$
N_f	n.º de condutores por fase no primário	-	-	$N_f = N_{1T} = 2 \cdot N_{1P}$
N_P	n.º de espiras do primário (transdutores)	-	-	
N_S	n.º de espiras do secundário (transdutores)	-	-	
N_s	n.º de rotações por segundo	r.p.s.	rotações por segundo	ou rotações por minuto (r.p.m.)
N₁	n.º de espiras por fase no primário (ALIP)	-	-	$N_1 \equiv N_{1P}$
N_{1P}	n.º de espiras por fase no primário (ALIP)	-	-	$N_{1P} = p q n_c$
N_{1T}	n.º de espiras por fase no primário (ALIT)	-	-	$N_{1T} = 2 p q n_c$
N_{2P}	n.º de espiras por fase no secundário (ALIP)	-	-	$N_{2P} = \frac{1}{2}$
N_{2T}	n.º de espiras por fase no secundário (ALIT)	-	-	$N_{2T} = 1$
n_B	n.º de bobinas por fase	-	-	
n_c	n.º de condutores por cava do primário (ALIT)	-	-	$n_c \cong 100$
n_{c2}	n.º de condutores por cava, ou por fase, do secundário (ALIP ou ALIT)	-	-	$n_{c2} = 1$
n_h	n.º de feixes de condutores enrolados em hélice (ALIT helicoidal)	-	-	
n_v	n.º de condutores por camada do primário (ALIP)	-	-	$n_v = n_c/2$
P	permeância magnética	H	henry	
P	n.º de pólos do primário	-	-	
P_{abs}	potência activa total absorvida (esquema equivalente)	W	watt	$P_{abs} =$ $= m_1 \cdot U_{1s} \cdot I_1 \cdot \cos \varphi$
P_{dissip}	potência dissipada por efeito calorífico	W	watt	
Pe_{méd}	perímetro da espira média de cada bobina do ALIT	m	metro	$Pe_{méd} = 157,7 \text{ mm}$
P_{Fe}	potência de perdas no ferro (por	W	watt	$P_{Fe} = P_{jh} + P_{jF}$

	histerese e por correntes de Foucault)			
P_g	peso do grave correspondente à massa m_g	N	newton	$P_g = m_g a_{gr}$ (1 kgf = 9,8 N)
P_{jh}	potência de perdas por histerese	W	watt	$P_{jh} = k_h f$
P_{jF}	potência de perdas por correntes de Foucault	W	watt	$P_{jF} = k_F f^2$
P_{jRms/f}	perdas por efeito de Joule, por fase, na resistência de magnetização R_{ms} (esquema equivalente)	W	watt	$P_{jRms/f} =$ $= P_{abs} / 3 - P_{jl/f}$
P_{jl/f}	perdas por efeito de Joule, por fase, na resistência R_l (esquema equivalente)	W	watt	
P_u	potência útil (valor médio)	W	watt	$P_u = F_u \cdot v$
P_t	potência activa total (absorvida pelo ALIT)	W	watt	
P₂	potência posta em jogo no troço da chapa ou tubo condutor do secundário (ALIP ou ALIT)	W	watt	
p	nº de pares de pólos do primário	-	-	$p = P/2$
m_{Fe}	massa do material ferromagnético (ALIT)	kg	quilograma	
Q	factor de qualidade referente à 1ª harmónica (k = 1 - Q ≡ Q₁)	-	-	$Q_k = \frac{X_m}{R'_2}$
Q_{abs}	potência reactiva absorvida	VA_r	volt ampère reactivo	$Q_{abs} =$ $= \sqrt{S_{abs}^2 - P_{abs}^2}$
Q_k	factor de qualidade referente à harmónica de índice k	-	-	$Q_k = \frac{X_{m_k}}{R'_{2k}}$
Q_p	número de cavas bobinadas por cada duplo passo polar ou em cada par de pólos (2τ)	-	-	$Q_p = 2m_1 q$
Q_t	potência reactiva total (absorvida pelo ALIT)	VA_r	volt ampère reactivo	
Q_t	n.º total de cavas do primário	-	-	$Q_t = 2m_1 p q$
q	n.º de cavas bobinadas por pólo e por fase	-	-	$q = 1, 2, 3, \dots$
R	relutância magnética	H⁻¹	inverso do Henry	
R_B	resistência de cada bobina do primário (cálculos - ALIT)	Ω	ohm	$R_B \cong 0,425 \Omega$
R_{Ba}	resistência de cada bobina do primário (medição em ac - ALIT)	Ω	ohm	$R_{Ba} \cong 0,445 \Omega$
R_{Bc}	resistência de cada bobina do primário (medição em dc - ALIT)	Ω	ohm	$R_{Bc} \cong 0,425 \Omega$
R_{entr}	relutância no entreferro (ALIP ou ALIT)	H⁻¹	inverso do Henry	
R_m	resistência de magnetização (ALIT)	Ω	ohm	

R_{mp}	resistência de magnetização, em paralelo com X_{mp}	Ω	ohm	
R_{ms}	resistência de magnetização, em série com X_{ms}	Ω	ohm	
R_p	resistência do primário (transdutores)	Ω	ohm	
R_{σq}	relutância devida à dispersão no primário (ALIP ou ALIT)	H⁻¹	inverso do Henry	
R₁	resistência do enrolamento primário por fase (ALIT)	Ω	ohm	$R_1 = 2pqR_B$
R_{1k}	relutância de um troço do circuito magnético no primário	H⁻¹	inverso do Henry	
R₂	resistência equivalente do secundário por fase	Ω	ohm	
R'₂	resistência do secundário referida ao enrolamento primário	Ω	ohm	
R_{2k}	relutância de um troço do circuito magnético do secundário	H⁻¹	inverso do Henry	
R_{2T}	resistência de cada fase do secundário (ALIT)	Ω	ohm	
R'_{2T}	resistência de cada fase do secundário reduzida ao primário (ALIT)	Ω	ohm	
r_t	relação de transformação	-	-	$r_t = I_2 / I'_2$
S_{abs}	potência aparente absorvida	VA	volt ampère	$S_{abs} = \sqrt{P_{abs}^2 + Q_{abs}^2}$
S_c	secção de cada cava (primário do ALIT)	m²	metro quadrado	$S_c = 429 \text{ mm}^2$
S_e	potência electromagnética aparente	VA	volt ampère	$S_e = m_1 E_1 I_1$
S_f	secção recta dos fios condutores das bobinas cilíndricas do ALIT (sem isolamento)	m²	metro quadrado	$S_f = 0,785 \text{ mm}^2$
S_{fi}	secção recta dos fios condutores das bobinas cilíndricas do ALIT (com isolamento)	m²	metro quadrado	$S_{fi} = 1,131 \text{ mm}^2$
S_k	secção transversal do entreferro correspondente ao passo polar τ/k	m²	metro quadrado	$S_k = w\tau/k - \text{ALIP}$ $S_k = \pi D_{me} \tau / k - \text{ALIT}$
S_L	superfície de contacto com o exterior (ALIT)	m²	metro quadrado	
S_{IB}	secção longitudinal de cada bobina do primário (ALIT)	m²	metro quadrado	$S_{IB} = 162 \text{ mm}^2$
S_m	secção transversal do circuito magnético entre o primário e o secundário (generalizado)	m²	metro quadrado	
S₁	secção transversal do circuito eléctrico do primário (generalizado)	m²	metro quadrado	
S₂	secção transversal do circuito	m²	metro	

	eléctrico do secundário (generalizado)		quadrado	
S	variável complexa correspondente à transformada de Laplace	-	-	$S = \sigma + j\omega$
s	escorregamento correspondente à 1ª harmónica	-	-	$s \equiv s_{11} \equiv s_1$
s_k	escorregamento correspondente apenas às harmónicas de índice k	-	-	
s_{máx}	escorregamento que corresponde à força máxima	-	-	
s_v	escorregamento correspondente apenas às harmónicas de índice v	-	-	
s_{vk}	escorregamento correspondente às harmónicas de índice v e de índice k	-	-	
T	período	s	segundo	$T = 1/f$
TB	tempo de base de um osciloscópio (corresponde ao tempo de 1 divisão medido na horizontal)	s	segundo	
t	tempo	s	segundo	
U_c	valor eficaz da tensão composta	V	volt	
U_{1s}	valor eficaz da tensão aos terminais do enrolamento primário, usualmente ligado em estrela (tensão simples), ou U₁ ou U_s	V	volt	
V	volume de um determinado material	m³	metro cúbico	
V_F	volume de um determinado material ferromagnético	m³	metro cúbico	$1 \text{ dm}^3 \equiv 10^{-3} \text{ m}^3$
v	velocidade do secundário relativa ao primário	m/s	metro por segundo	$v = (1-s)v_s$
v_e	velocidade das ondas correspondentes aos efeitos de extremidade	m/s	metro por segundo	$v_e = v_s \frac{\tau_e}{\tau}$
v_s	velocidade de sincronismo do campo girante	m/s	metro por segundo	$v_s = 2\pi f$
W_c	energia cinética, $W_c = m_c v^2 / 2$, ou trabalho útil correspondente ao fim do percurso do secundário	J	joule	$W_u = \int F_u dx$
W_{mag}	energia magnética no entreferro	J	joule	
w	largura útil do primário (ALIP)	m	metro	
w_s	largura útil do Fe do secundário (ALIP)	m	metro	
X_{LB}	reactância de cada bobina do primário sem ferro (ALIT)	Ω	ohm	$X_{LB} \cong 2,40 \Omega$ (50 Hz)
X_i	eixo do enrolamento de índice i	rad	radiano	
X_m	reactância de magnetização por fase	Ω	ohm	
X_{mc}	reactância de magnetização, por fase, corrigida devido ao efeito de extremidade	Ω	ohm	$X_{mc} = X_m (1 - K_{ex})$

\mathbf{X}_{mp}	reactância de magnetização, em paralelo com \mathbf{R}_{mp}	Ω	ohm	
\mathbf{X}_{ms}	reactância de magnetização, em série com \mathbf{R}_{ms}	Ω	ohm	
\mathbf{X}_{σ}	reactância de fugas do primário, ou \mathbf{X}_1 , (ALIP ou ALIT), $\mathbf{X}_{\sigma T}$ (ALIT)	Ω	ohm	
$\mathbf{X}'_{\sigma 2}$	reactância de fugas do secundário reduzida ao enrolamento primário, ou \mathbf{X}'_2 (ALIP ou ALIT)	Ω	ohm	
$\mathbf{X}_{\sigma 2T}$	reactância de fugas do secundário reduzida ao enrolamento primário (ALIT)	Ω	ohm	$X'_{\sigma 2T} = 2\pi f L'_{\sigma 2T}$
\mathbf{Y}_k	passo de colector em nº de cavas (máquinas de corrente contínua - dc)	-	-	$Y_k = Y_1 - Y_2$
\mathbf{Y}_1	passo do enrolamento em nº de cavas (máquinas dc)	-	-	
\mathbf{Y}_2	passo de ligação em nº de cavas (máquinas dc)	-	-	
\mathbf{Z}_B	impedância de cada bobina do primário sem ferro (ALIT)	Ω	ohm	$Z_B \cong 2,442 \Omega$
\mathbf{Z}_{mp}	impedância do ramo de magnetização (ALIT), circuito em paralelo	Ω	ohm	$\bar{Z}_{mp} = \frac{R_{mp} j \bar{X}_{mp}}{R_{mp} + \bar{X}_{mp}}$
\mathbf{Z}_{ms}	impedância do ramo de magnetização (ALIT), circuito em série	Ω	ohm	$Z_m = \sqrt{R_{ms}^2 + X_{ms}^2}$
α_e	ângulo eléctrico entre dois eixos de enrolamentos consecutivos	rad	radiano	
α_i	ângulo eléctrico entre o eixo do enrolamento de índice i e o eixo real	rad	radiano	
α_{i-j}	ângulo entre os eixos do enrolamento de índice i (\mathbf{X}_i) e o enrolamento de índice j (\mathbf{X}_j)	rad	radiano	
$\alpha_{\theta Cu}$	coeficiente de temperatura do cobre	$^{\circ}\text{C}^{-1}$	inverso do grau centígrado	$\alpha_{\theta Cu} = 0,0043 \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$
β	n.º de onda	rad/m	radiano por metro	$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{\tau}$
β_e	passo do enrolamento encurtado	-	-	$K_{\beta k} = \sin \frac{k \beta_e \pi}{2}$
β_i	ângulo de inclinação	rad	radiano	
χ_{iv}	factor de amplitude correspondente à corrente da fase de índice i e à harmónica de índice v	-	-	$\chi_{iv} = \frac{I_{ivM}}{I_{IM}}$
Δl	alongamento (transdutor)	m	metro	
Δt	variação de tempo	s	segundo	

$\Delta\theta$	variação de temperatura no condutor (diferença entre uma dada temperatura e a temperatura inicial ou ambiente)	$^{\circ}\text{C}$	grau centígrado	$\Delta\theta = \theta - \theta_{\text{amb}}$
δ_{Al}	densidade volúmica do alumínio	kg/m^3	quilograma por metro cúbico	$\delta_{\text{Al}} = 2,7 \text{ kg/dm}^3$
δ_{Cu}	densidade volúmica do cobre	kg/m^3	quilograma por metro cúbico	$\delta_{\text{Cu}} = 8,9 \text{ kg/dm}^3$
δ_{Fe}	densidade volúmica do ferro	kg/m^3	quilograma por metro cúbico	$\delta_{\text{Fe}} = 7,8 \text{ kg/dm}^3$
$\delta_{\text{Inóx}}$	densidade volúmica do aço inoxidável	kg/m^3	quilograma por metro cúbico	$\delta_{\text{Inóx}} = 7,9 \text{ kg/dm}^3$
δ_{Ny}	densidade volúmica das tabelas de nylon	kg/m^3	quilograma por metro cúbico	$\delta_{\text{Ny}} = 2,21 \text{ kg/dm}^3$
ϵ	permeabilidade dieléctrica de um determinado meio	F/m	farad por metro	
ϵ_r	permeabilidade dieléctrica relativa de um meio em relação ao ar	-	-	$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$
ϵ_0	permeabilidade dieléctrica do vácuo ou, aproximadamente, do ar (constante universal)	F/m	farad por metro	$\epsilon_0 = 8,842 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$
ϕ_e	fluxo através do interior de uma espira	Wb	weber	
Φ_{ef}	fluxo eficaz resultante no entreferro, ou Φ (soma das contribuições do primário e do secundário, por pólo)	Wb	weber	
Φ_M	fluxo máximo resultante no entreferro (soma das contribuições do primário e do secundário, por pólo), ou $\Phi_{\text{máx}}$	Wb	weber	
Φ_{Ma}	fluxo máximo através da cada aleta (ALIT)	Wb	weber	$\Phi_{\text{Ma}} = \frac{\Phi_M}{(m_l - 1)q}$
Φ_{MF}	fluxo máximo no entreferro do secundário	Wb	weber	
Φ_t	fluxo total originado pelo primário, valor eficaz	Wb	weber	
$\Phi_{1\text{kmáx}}$	fluxo magnético máximo no entreferro originado pelo primário	Wb	weber	$\Phi_{1\text{kmáx}} = \frac{\pi}{2} \Phi_{1\text{kméd}}$
$\Phi_{1\text{kméd}}$	fluxo magnético médio no entreferro originado pelo primário	Wb	weber	
$\Phi_{\sigma 1}$	fluxo de dispersão no primário, valor eficaz	Wb	weber	
$\bar{\phi}$	fluxo magnético resultante no entreferro (grandeza complexa), ou	Wb	weber	

	$\bar{\phi}(x, t)$			
$\phi(x, t)$	fluxo magnético resultante no entreferro (grandeza instantânea)	Wb	weber	
ϕ_{lp}	fluxo magnético resultante no entreferro, correspondente ao comprimento útil do primário	Wb	weber	
$\phi_N(x, t)$	fluxo magnético instantâneo no núcleo do primário (ALIP ou ALIT)	Wb	weber	
$\bar{\phi}_{1k}(x, t)$	fluxo magnético instantâneo no entreferro originado pelo primário (harmónica de índice k - grandeza complexa)	Wb	weber	
γ_e	nº de cavas encurtadas (primário)	-	-	
γ_g	derivada da aceleração angular do campo magnético girante, em rad	rad/s³	radiano por seg. cúbico	$\gamma_g = \frac{da_g}{dt}$
γ_l	derivada da aceleração longitudinal do campo magnético viajante, em grandezas métricas	m/ s³	metro por segundo cúbico	$\gamma_l = \frac{2\tau}{\pi} \gamma_g$
γ_1	ângulo medido a partir do eixo p ou do eixo y (ALIT).	rad	radiano	
γ_2	ângulo entre dois feixes de condutores consecutivos e igualmente espaçados (ALIT helicoidal)	rad	radiano	
η	rendimento; $\eta_{m\acute{a}x}$ (rendimento máximo); $\eta_{m\acute{e}d}$ (rendimento médio)	-	-	$\eta = \frac{P_u}{P_{abs}} = \frac{F_u v}{P_{abs}}$
φ	ângulo de defasagem entre a tensão e a corrente da mesma fase	rad	radiano	$\varphi = \varphi_1$ ($k = 1$)
φ_B	ângulo de defasagem entre a impedância e a resistência de cada bobina do primário (ALIT)	rad	radiano	$\varphi_B = \arccos \frac{R_{Ba}}{Z_B}$
φ_k	ângulo de fase, para uma posição x no instante t , e para a harmónica de índice k = $\pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots$	rad	radiano	$\varphi_k = \arcsin \frac{\text{Im}\{\bar{j}l_k(x, t)\}}{ \bar{j}l_k(x, t) }$
φ_{mv}	ângulo de defasagem das correntes I_{mv} , na origem dos tempos, segundo uma determinada polaridade das fases	rad	radiano	
φ_{seq}	o ângulo de defasagem entre duas correntes de fases diferentes (ALIP), em cada uma das 2 camadas da mesma cava	rad	radiano	
λ	comprimento de onda	m	metro	$\lambda = 2\tau$
λ_c	permeância específica de fugas nas cavas do primário (ALIP e ALIT)		-	$\lambda_c \cong \frac{h}{12c} (3\beta_e + 1)$
λ_d	permeância específica de fugas diferencial (ALIP)	-	-	

λ_e	comprimento de onda relativo ao efeito de extremidade	m	metro	$\lambda_e = \frac{v_e}{f}$
λ_f	permeância específica de fugas nas cabeças das bobinas do primário (ALIP)	-	-	$\lambda_f l_c \cong 0,3(3\beta_e - 1)\tau$
λ_δ	permitividade do entreferro e da chapa (ALIP) ou do tubo (ALIT) do secundário	H/m²	henry por metro quadrado	$\lambda_\delta = \frac{\mu_0}{g'_{eq} + e_C}$
μ	permeabilidade magnética de um determinado meio	H/m	henry por metro	
μ_C	coeficiente de atrito cinético	-	-	
μ_E	coeficiente de atrito estático	-	-	
μ_{Fe}	permeabilidade magnética do material ferromagnético	H/m	henry por metro	
μ_r	permeabilidade magnética relativa de um meio em relação ao ar	-	-	$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$
μ_{ra}	permeabilidade magnética relativa do ar	-	-	$\mu_{ra} \cong 1$
μ_{rF}	permeabilidade magnética relativa do ferro	-	-	$\mu_{rF} \cong 150 \text{ a } 350$
μ_0	permeabilidade magnética do vácuo ou, aproximadamente, do ar (constante universal)	H/m	henry por metro	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$
Θ	temperatura	°C	grau centígrado	
\ominus	posição angular de um determinado referencial	rad	radiano	
Θ_F	temperatura de fusão	°C	grau centígrado	
θ	posição angular, em grandezas eléctricas	rad	radiano	
θ_{aM}	posição angular que corresponde à máxima aceleração angular	rad	radiano	
θ_{am}	posição angular que corresponde à mínima aceleração angular (em valores relativos)	rad	radiano	
θ_g	posição angular do campo magnético girante, em grandezas eléctricas	rad	radiano	
θ_l	posição longitudinal do campo magnético viajante, em grandezas métricas	m	metro	$\theta_l = \frac{2\tau}{\pi} \theta_g$
θ_m	posição angular, em grandezas mecânicas	rad	radiano	$\theta_m = \frac{\theta}{p}$
$\theta_{\omega M}$	posição angular que corresponde à máxima velocidade angular	rad	radiano	
$\theta_{\omega m}$	posição angular que corresponde à mínima velocidade angular	rad	radiano	
ρ_{Al}	resistividade volúmica do alumínio	Ωm	ohm-metro	$\rho_{Al} \cong 0,0286$

	(geralmente à temperatura de 0 °C)			$\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$
ρ_C	resistividade volúmica do condutor	Ωm	ohm-metro	
ρ_{Cu}	resistividade volúmica do cobre (geralmente à temperatura de 0 °C)	Ωm	ohm-metro	$\rho_{Cu} \cong 0,01724 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$
ρ'_{Cu}	resistividade volúmica do cobre (corrigida devido à variação de temperatura)	Ωm	ohm-metro	$\rho'_{Cu} = \rho_{Cu} \cdot (1 + \alpha_{\theta Cu}) \Delta \theta$
ρ_{Fe}	resistividade volúmica do ferro (geralmente à temperatura de 0 °C)	Ωm	ohm-metro	$\rho_{Fe} \cong 0,125 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$
ρ_S	resistividade superficial do condutor	Ω	ohm	$\rho_S = \frac{\rho_C}{e_C}$
ρ_1	raio medido a partir do eixo x	m	metro	
σ	parte real da variável complexa correspondente à transformada de Laplace	-	-	
σ	condutividade eléctrica de um material	$\Omega^{-1} \text{m}^{-1}$	siemens por metro	
σ_{ar}	condutividade eléctrica do ar	$\Omega^{-1} \text{m}^{-1}$	siemens por metro	$\sigma_{ar} = 0$
σ_{Cu}	condutividade eléctrica do cobre	$\Omega^{-1} \text{m}^{-1}$	siemens por metro	$\sigma_{Cu} = 5,8 \cdot 10^7 (\Omega^{-1} \text{m}^{-1})$
σ_d	coeficiente de dispersão, em módulo	-	-	$\sigma_d = \frac{\Phi_t}{\Phi_M}$
σ_{Fe}	condutividade eléctrica do ferro macio (sem carbono)	$\Omega^{-1} \text{m}^{-1}$	siemens por metro	$\sigma_{Fe} = 8,0 \cdot 10^6 (\Omega^{-1} \text{m}^{-1})$
σ_2	condutividade eléctrica da chapa condutora secundária - ALIP (ou do tubo condutor secundário . ALIT)	$\Omega^{-1} \text{m}^{-1}$	siemens por metro	
τ	passo polar	m	metro	$\tau = m_l q \tau_d$
τ_c	passo polar em nº de cavas	-	-	$\tau_c = \frac{Q_t}{2p}$
τ_d	passo de dentadura ou de cava	m	metro	$\tau_d = c + d$ $\tau_d = 14,5 \text{ mm}$
τ_E	passo do enrolamento em ângulos eléctricos	rad	radiano	
τ_e	comprimento de meia onda resultante do efeito de extremidade	m	metro	
τ_e	passo do enrolamento em nº de cavas	-	-	$\tau_e = \tau_c - \gamma_e$
τ_h	passo helicoidal	m	metro	
τ_i	passo de inclinação	m	metro	$\tau_i \cong D_{mB} \text{tg}(\beta_i)$
τ_t	constante de tempo	s	segundo	$\tau_t = L/R$
τ_θ	constante térmica do ALIT	s	segundo	
ϖ	ângulo compreendido entre o eixo horizontal do secundário em disco e o eixo longitudinal do primário (ALIP)	rad	radiano	

ω	pulsção ou velocidade síncrona em grandezas eléctricas	rad/s	radiano por segundo	
ω_g	velocidade angular do campo girante, em grandezas eléctricas	rad/s	radiano por segundo	$\omega_g = \frac{d\theta_g}{dt}$
ω_{gM}	velocidade angular máxima	rad/s	radiano por segundo	$\omega_{gM} = \frac{\omega}{\chi_{21}}$
ω_{gm}	velocidade angular mínima	rad/s	radiano por segundo	$\omega_{gm} = \chi_{21}\omega$
ω_l	velocidade longitudinal do campo magnético viajante, em grandezas métricas	m/s	metro por segundo	$\omega_l = \frac{2\tau}{\pi} \omega_g$
ω_m	pulsção ou velocidade síncrona em grandezas mecânicas	rad/s	radiano por segundo	$\omega_m = \frac{\omega}{p}$
ξ	relação cava dente (ALIT)	-	-	$\xi = c/d$ $\xi = 8,667$

- Abreviaturas

AEL	actuador eléctrico linear (ac ou dc)
ALCC	actuador linear de corrente contínua
ALHPP	actuador linear de híbrido de passo a passo (relutância + ímãs permanentes)
ALHPPP	actuador linear híbrido de passo a passo plano
ALHPPT	actuador linear híbrido de passo a passo tubular
ALI	actuador linear de indução
ALIC	actuador linear de indução circular
ALIHP	actuador linear de indução homopolar plano
ALIP	actuador linear de indução plano
ALIT	actuador linear de indução tubular
ALR	actuador linear de relutância
ALRC	actuador linear de relutância comutado
ALRCP	actuador linear de relutância comutado e plano
ALRCT	actuador linear de relutância comutado e tubular
ALRT	actuador linear de relutância tubular
ALSMP	actuador linear síncrono de ímãs permanentes
ALSMPT	actuador linear síncrono de ímãs permanentes tubular
Al	alumínio
a	enrolamento auxiliar
ac	corrente alternada (ou a.c.)
Co	material condutor (cobre ou alumínio)
Cu	cobre
DALIP	actuador linear de indução plano com duplo primário
D.P.E.	duplo primário eléctrico
D.P.M.	duplo primário magnético
dc	corrente contínua (ou d.c.)
EE	encravamento eléctrico

EM	encravamento mecânico
E/R	célula fotoeléctrica com emissor e receptor
FC	interruptor fim de curso (NA e/ou NF)
Fe	ferro ou outros materiais ferromagnéticos equivalentes
f.e.m.	força electromotriz
f.m.m.	força magnetomotriz
GEL	gerador eléctrico linear (ac ou dc)
GLI	gerador linear de indução
GLIC	gerador linear de indução circular
GLIP	gerador linear de indução plano
GLIT	gerador linear de indução tubular
IF	interruptor fusível para os circuitos de potência e de comando
I e II	botões de pressão de ligar (normalmente abertos - NA)
Im	eixo imaginário
i	camada inferior do enrolamento de um ALIP, ou parte inferior do enrolamento de um ALIT
KA	contactor auxiliar (ex: KA1 - contactor auxiliar nº 1)
KA*	contactor auxiliar com relé temporizado à desoperação (ex: KA1*)
KA**	contactor auxiliar com relé temporizado à operação (ex: KA1**)
KM	contactor de potência (ex: KM1 - contactor de potência nº 1)
KM*	contactor de potência com relé temporizado à desoperação (ex: KM1*)
KM**	contactor de potência com relé temporizado à operação (ex: KM1**)
kA	contacto pertencente ao contactor auxiliar KA
kM	contacto pertencente ao contactor de potência KM
L	ligação bifásica com neutro
LVDT	transdutor de posição
L₁, L₂, L₃	fases de um sistema trifásico
l.f.c.m.	linhas de força do campo magnético
MLI	motor linear de indução
MLIP	motor linear de indução plano
MLIT	motor linear de indução tubular
MRI	motor rotativo de indução (motor assíncrono)
N	condutor de neutro
N	pólo norte
N', N''	pólos norte correspondentes a uma menor densidade de fluxo relativamente às do pólo pleno N
NA	contacto normalmente aberto, isto é, aberto em repouso
NF	contacto normalmente fechado, isto é, fechado em repouso
O	botão de pressão de desligar (normalmente fechado - NF)
OFF	circuito eléctrico desligado
ON	circuito eléctrico ligado
osc.	osciloscópio
P	primário (transdutor de posição e transdutor de velocidade)
PE	ligação à terra de protecção
PVC	policloreto de vinilo
p	enrolamento principal
p.u.	grandezas por unidade

RL	circuito eléctrico constituído por uma resistência e uma bobina, em série ou em paralelo
R, S, T	fases de um sistema trifásico
Re	eixo real
r.m.s.	valor eficaz de uma grandeza eléctrica
S	secundário (transdutor de velocidade)
S	pólo sul
S', S''	pólos sul correspondentes a uma menor densidade de fluxo relativamente às do pólo pleno S
S.I.	sistema internacional de unidades
S.P.E.	simples primário eléctrico
S.P.M.	simples primário magnético
S₁	secundário nº 1 (transdutor de posição)
S₂	secundário nº 2 (transdutor de posição)
s	camada superior do enrolamento de um ALIP, ou parte superior do enrolamento de um ALIT
s.p.	sensor de posição
s.v.	sensor de velocidade
s₂	referencial do secundário
T.I.	transformador ideal
U, V, W	terminais de ligação às fases R (L₁), S (L₂), e T (L₃), respectivamente
U₁, V₁, W₁	terminais de ligação às fases R (L₁), S (L₂), e T (L₃), respectivamente
U₂, V₂, W₂	terminais de ligação entre si, em Y ou sequencialmente, em Δ , às fases R (L₁), S (L₂), e T (L₃)
u/d	unidades por divisão
V/d	volt por divisão
Vs/d	volt-segundo por divisão
v.m.p.	valor mais provável de uma grandeza
X_a	enrolamento auxiliar
X, Y, Z	terminais de ligação entre si, em Y ou sequencialmente, em Δ , às fases R (L₁), S (L₂), e T (L₃)
Y	enrolamentos ligados em estrela
Yy	transformador com os enrolamentos do primário e do secundário ligados em estrela
Δ	enrolamentos ligados em triângulo
2 ~	ligação bifásica com neutro
3 ~	ligação trifásica (com ou sem neutro)
3P + N	três fases e um neutro

- Sinais Convencionais

\hat{e}_x	versor, de módulo unitário, segundo o eixo x (coordenadas rectangulares)
\hat{e}_y	versor, de módulo unitário, segundo o eixo y (coordenadas rectangulares)
\hat{e}_z	versor, de módulo unitário, segundo o eixo z (coordenadas rectangulares)
\hat{e}_γ	versor, de módulo unitário, segundo o eixo γ (coordenadas cilíndricas)
\hat{e}_ρ	versor, de módulo unitário, segundo o eixo ρ (coordenadas cilíndricas)
K	constante de proporcionalidade

$\bar{\mathbf{K}}$	grandeza complexa
$\vec{\mathbf{K}}$	grandeza vectorial
$\overline{\vec{\mathbf{K}}}$	grandeza complexa e vectorial
\mathbf{v}	índice de harmónica
+ e -	ligação em dc
\sim	ligação em ac
\equiv	valor idêntico a ...
\approx	valor aproximadamente igual a ...
\propto	valor proporcional a ...
\sphericalangle ou \angle	ângulo entre duas posições angulares
$\angle(\bar{\mathbf{I}}_1, \bar{\mathbf{I}}_2)$	ângulo entre as correntes fasoriais \mathbf{I}_1 e \mathbf{I}_2

ACTUADOR LINEAR DE INDUÇÃO TUBULAR

MODELIZAÇÃO, DIMENSIONAMENTO E ENSAIO

ÍNDICE (pág.)

CAPÍTULO 1	1
1 INTRODUÇÃO	2
1.1 DESCRIÇÃO DOS ACTUADORES LINEARES DE INDUÇÃO	5
1.2 DESCRIÇÃO DOS ACTUADORES LINEARES DE INDUÇÃO TUBULARES	7
1.3 ENQUADRAMENTO DO TRABALHO	8
1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	8
1.5 OBSERVAÇÕES	10

CAPÍTULO 2	11
2 GENERALIDADES SOBRE OS ACTUADORES LINEARES DE INDUÇÃO	12
2.1 ACTUADOR LINEAR DE INDUÇÃO PLANO	24
2.1.1 Enrolamentos dos Actuadores Lineares de Indução Planos	33
2.2 ACTUADOR LINEAR DE INDUÇÃO TUBULAR	49
2.2.1 Enrolamentos dos Actuadores Lineares de Indução Tubulares	55
2.2.2 Aplicações Industriais dos Actuadores Lineares de Indução Tubulares	70
 CAPÍTULO 3	 75
3 CAMPOS DE INDUÇÃO MAGNÉTICA	76
3.1 CAMPO MAGNÉTICO GIRANTE	76
3.1.1 Máquina de Indução Monofásica	99
3.1.2 Máquina de Indução Bifásica com as Intensidades de Corrente e os Enrolamentos em Oposição	100
3.1.3 Máquina de Indução Bifásica com as Intensidades de Corrente e os Enrolamentos em Quadratura	101
3.1.4 Máquina de Indução Bifásica com as Intensidades de Corrente Desfasadas de Dois Terços de Período e os Enrolamentos em Quadratura	111
3.1.5 Máquina de Indução Trifásica com Falta de uma Fase	120
3.1.6 Máquina de Indução Trifásica com os Enrolamentos Dispostos Simetricamente	128
3.2 CAMPO MAGNÉTICO VIAJANTE	135
3.2.1 Campo Magnético Viajante em Actuadores com Número Inteiro de Pólos	143
3.2.2 Campo de Indução Viajante no Núcleo Ferromagnético do Primário	154
3.2.3 Campo Magnético Viajante com Escorregamento	156

CAPÍTULO 4	161
4 GRANDEZAS ELECTROMAGNÉTICAS	162
4.1 DENSIDADE LINEAR DE CORRENTE NO PRIMÁRIO DOS ACTUADORES LINEARES DE INDUÇÃO	162
4.1.1 Densidade Linear de Corrente para Tipologias de ALIs com Diversas Fases	185
4.2 FORÇA MAGNETOMOTRIZ (f.m.m.)	203
4.3 FORÇA MAGNETOMOTRIZ DE FUGAS NO PRIMÁRIO	213
 CAPÍTULO 5	 221
5 DIMENSIONAMENTO	222
5.1 FACTORES DE CORRECÇÃO	222
5.1.1 Factor de Encurtamento do Passo ($K_{\beta k}$)	222
5.1.2 Factor de Distribuição (K_{dk})	223
5.1.3 Factor de Enrolamento (K_{Ek})	226
5.1.4 Factor de Relação entre Cava e Dente (K_{rk})	227
5.1.5 Factor de Redução Total (K_{Rk})	231
5.1.6 Factor de Relação entre Dente e Cava Relativo às Fugas no Primário (K_{rfk})	232
5.1.7 Factor de Carter (K_c)	234
5.1.8 Factor de Qualidade (Q)	236
5.2 PARÂMETROS DE DIMENSIONAMENTO	236
5.2.1 Resistência Eléctrica do Primário (R_1)	236
5.2.2 Resistência do Tubo Condutor do Secundário (R'_2)	237
5.2.3 Reactância de Fugas no Primário ($X_{\sigma 1}$)	245
5.2.4 Reactância de Fugas no Secundário ($X_{\sigma 2}$)	274
5.2.5 Reactância de Magnetização (X_m)	279
5.2.6 Resistência de Magnetização (R_m)	279

5.2.7	Esquema Equivalente	286
5.2.8	Factor de Potência ($\cos\phi$)	289
5.2.9	Rendimento (η)	289
5.2.10	Força Electromotriz (E)	291
5.2.11	Densidade de Fluxo (B)	292
5.2.12	Potência Electromagnética Aparente (S_e)	292
5.2.13	Densidade Linear de Força (F_l)	293
5.2.14	Força Específica (F_e)	293
5.3	DIMENSIONAMENTO DO PROTÓTIPO	293
 CAPÍTULO 6		315
6	FORÇA LONGITUDINAL	316
6.1	MODELO UNIDIMENSIONAL	316
6.2	MODELO BIDIMENSIONAL	346
6.3	MODELO DO ESQUEMA EQUIVALENTE	367
 CAPÍTULO 7		377
7	TRANSDUTORES DE MEDIDA	378
7.1	TRANSDUTOR DE FORÇA	378
7.2	TRANSDUTOR ELECTROMAGNÉTICO DE POSIÇÃO LINEAR (LVDT)	380
7.3	TRANSDUTOR ELECTROMAGNÉTICO DE VELOCIDADE	391
7.4	TRANSDUTOR ELECTROMAGNÉTICO DA DERIVADA DA ACELERAÇÃO	400
 CAPÍTULO 8		407
8	ENSAIOS	408

8.1 ENSAIOS PRELIMINARES	408
8.1.1 Coeficientes de Indução Relativos às Bobinas do Primário	408
8.1.2 Ciclo de Histerese e de Correntes de Foucault	416
8.1.3 Ensaios de Determinação dos Coeficientes de Atrito Estático	426
8.1.4 Ensaios de Determinação dos Coeficientes de Atrito Cinético	429
8.2 ENSAIOS DE AQUECIMENTO E DE ARREFECIMENTO	432
8.2.1 Determinação da Corrente Máxima Admissível num ALIT	432
8.2.2 Resultados Experimentais	444
8.3 ENSAIOS EM REGIME ESTÁTICO	454
8.3.1 Ensaios em Vazio	455
8.3.2 Ensaios em Carga	462
8.4 ENSAIOS EM REGIME DINÂMICO	474
 CAPÍTULO 9	495
9 OBSERVAÇÕES E CONCLUSÕES	496
 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	499
 ANEXOS	505
A COMPONENTES DA INDUÇÃO MAGNÉTICA EM ESPIRAS HELICOIDAIS	506
B COMPONENTES DIRECTAS, INVERSAS E HOMOPOLARES PARA O ESTUDO DE CAMPOS MAGNÉTICOS TRIFÁSICOS	530
C FACTOR DE QUALIDADE	539
D INDUÇÃO MAGNÉTICA ORIGINADA POR ESPIRAS CIRCULARES	547

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Resumo

Este capítulo descreve, em linhas gerais, os objectivos desta dissertação, em que serão desenvolvidos alguns tópicos sobre o electromagnetismo e as máquinas eléctricas lineares, e ainda outros aspectos gerais sobre a estrutura deste trabalho.

1 INTRODUÇÃO

Como é do conhecimento geral, verifica-se que nos anos actuais, não obstante os problemas ambientais, o desenvolvimento científico e tecnológico tem-se pautado por um crescimento exponencial relativamente a algumas décadas atrás.

Embora o desenvolvimento tecnológico tenha contribuído para um melhor nível de vida da nossa sociedade, esta realidade tem sido conseguida; muitas vezes, à custa de uma menor qualidade ambiental.

Apesar de ser manuseada com apertadas regras de segurança, a energia eléctrica constitui uma fonte que facilmente se transforma noutras formas de energia e que tem a vantagem de ser de fácil aquisição e de não ser poluente nos locais de utilização, embora já alguns especialistas tenham afirmado de que as ondas electromagnéticas, de determinadas frequências, possam provocar alterações irreversíveis nalguns tecidos do corpo humano.

Na verdade, dada a limitação dos recursos hídricos, eólicos, geotérmicos e foto-voltáicos na produção de energia eléctrica, os técnicos têm colmatado este problema com o recurso às fontes de energia naturais, como particularmente o carvão mineral, que, no futuro, as respectivas centrais termoeléctricas devem ser projectadas de molde a minimizarem o excesso gases compostos de carbono e, particularmente, de enxofre e de chumbo; e isto para já não falar dos aspectos altamente negativos que as centrais nucleares têm demonstrado. É verdade que dada a facilidade do transporte de energia eléctrica através de linhas de alta tensão, pode-se construir essas centrais bem longe dos grandes centros urbanos, no entanto o problema persiste nos locais de produção que, mais tarde ou mais cedo, também acaba por afectar a todos. Numa frase muito simples, pode-se afirmar "pescadinha de rabo na boca".

Apesar de tudo, a energia eléctrica é indesmentivelmente uma fonte que se pode obter e transformar facilmente. Por isso já no século XIX começaram por se implementarem os primeiros geradores de corrente contínua (dc) e, depois, as máquinas síncronas. Com estes geradores de corrente alternada (ac) havia a vantagem de se poderem variar as amplitudes das tensões eléctricas por intermédio de transformadores de potência que, desde logo, se consideraram úteis para transporte de energia eléctrica em corrente alternada. Paralelamente, para aplicação nas indústrias, implementou-se o motor assíncrono com as características de uma máquina rotativa robusta e de funcionamento autónomo.

Dada a reversibilidade das máquinas eléctricas clássicas, de corrente alternada (ac) e de corrente contínua (dc), isto é, de poderem funcionar como motores ou como geradores, também os actuadores eléctricos lineares (AELs - máquinas electromagnéticas que transformam energia eléctrica em energia mecânica) são reversíveis, ou seja, podem assim funcionar como geradores eléctricos lineares (GELs - máquinas electromagnéticas que transformam energia mecânica em energia eléctrica, geralmente por movimentos oscilatórios de pequeno curso). Portanto, tal como, por exemplo, a máquina síncrona rotativa, as máquinas lineares são também reversíveis, isto é, podem funcionar como geradores ou como actuadores (motores), ou seja, deste ponto de vista, os actuadores e os geradores lineares são similares com as respectivas máquinas eléctricas rotativas. Em geral, como sempre, os AELs têm sido associados a movimentos lineares, tais como o transporte de passageiros e outras aplicações de força sobre objectos [07].

Os GELs, que produzem pequenos movimentos unidireccionais e/ou bidireccionais oscilatórios, com cursos de alguns centímetros, são conversores electromecânicos que convertem a energia mecânica do movimento alternativo do primário (ou do secundário) em energia eléctrica, geralmente em corrente alternada monofásica, no secundário. É importante notar que, para pequenas potências, geralmente não se usam GELs em sistemas trifásicos devido a problemas de sequência de fases quando se dá a inversão do movimento do primário (ou do secundário). Tal como alguns tipos de motores eléctricos, os AELs são comumentemente utilizados para movimentos alternativos ou bidireccionais.

Dum modo geral, os AELs e os GELs podem ser utilizados para movimentos alternativos com cursos situados entre 20 e 30 mm. Para maiores cursos, acima de alguns metros, contrariamente ao que foi dito anteriormente, os GELs podem também ser trifásicos, particularmente quando controlados por dispositivos de electrónica de potência, tendo em contrapartida algumas vantagens, como por exemplo, do controle robusto de posição, da velocidade, e da força [07].

Assim os AELs e os GELs desenvolvem directamente forças magnéticas entre o primário e o secundário, sendo o movimento geralmente efectuado pelo secundário no caso dos AELs, ou pelo primário no caso dos GELs, não havendo qualquer ligação mecânica entre ambos (primário e secundário). Dado que se considera que os movimentos, entre o primário e o secundário, são relativos. Como é lógico, verifica-se que no movimento relativo entre o primário e o secundário, o que se desloca é precisamente aquele que não está fixo.

Por descrição de alguns autores [07; 12], os AELs têm sido aplicados para movimentar máquinas ferramentas (ou outros dispositivos, como por exemplo, aparelhos de instrumentação), de um modo geral, para percursos compreendidos entre 2 e 3 m, para valores de força até 1 kN e para velocidades não superiores a 2 m/s, com perdas no cobre da ordem de 0,8 W/N, têm sido aconselhados com gaiola secundária e caracterizados por muito pequenos entreferros mecânicos (cerca de 1 mm).

Atendendo a que as máquinas eléctricas lineares (AELs e GELs) têm existido desde algumas décadas atrás, a partir dos anos sessenta houve um grande interesse pelas suas possíveis aplicações, especialmente em transportes. Sobre este assunto, vários livros e numerosos artigos têm sido publicados muito recentemente. No entanto, a literatura sobre AELs e GELs tem sido relativamente escassa. Claramente, as potenciais aplicações destas máquinas são bastante numerosas para poderem ser exaustivamente mencionadas neste trabalho. A julgar pela presente orientação, será suficiente afirmar-se que o campo de aplicação dos AELs e dos GELs devem conduzir a uma indústria de máquinas lineares com controlo, e com uma grande abertura no mercado mundial.

Alguna literatura existente, no campo dos AELs e dos GELs, tem sido fundamental para o cálculo, projecto e execução, embora ainda não haja muita publicação quanto a detalhes de controlo e de dimensionamento deste tipo de máquinas eléctricas.

Com o mesmo objectivo, partindo dos generalizados GELs, ou dos seus reversíveis AELs, também têm sido projectados actuadores lineares síncronos de magnetes permanentes (ALSMPs), isto é, para uma configuração de ALSMPs com duplo primário. Estes tipos de actuadores são similares aos AELs, mas com duplo primário neste caso. Tais ALSMPs têm sido construídos com entreferros de cerca de 1 mm, para forças acima 20 kN, com perdas, para relações potência força, inferiores a 0,8 W/N.

Neste caso, o ALSMP é directamente ligado à máquina de trabalho e, portanto, nenhum procedimento especial é requerido. O controlo vectorial da corrente, obtido de estudos relacionados com a electrónica de potência, para ondas sinusoidais ou para ondas rectangulares, é utilizado para controlar, por exemplo, a força, a velocidade ou a posição. Notar que apenas uma pequena parte dos ALSMPs é activa em qualquer instante.

Outros casos como, por exemplo, os actuadores lineares de relutância variável comutado (ALRC), planos ou tubulares, os actuadores lineares de passo a passo de relutância variável (ALPPR), ou os actuadores lineares híbridos (com enrolamentos de excitação e com magnetes permanentes), são considerados máquinas polifásicas, sendo geralmente

as fases excitadas uma por uma, com o objectivo de se obterem forças de tracção elevadas.

Nesta dissertação procurou-se desenvolver alguns temas específicos, relacionados, muito particularmente, com os actuadores lineares de indução tubulares (ALITs). Em princípio, este estudo terá um carácter científico de investigação, na tentativa de se efectuarem saltos qualitativos, em termos de análise, modelização e ensaio, relativamente aos trabalhos apresentados em [11, 39, 70], tendo também em conta que um trabalho desta natureza pode, posteriormente, e segundo alguns aspectos pedagógicos, ser aplicado ao ensino. Daí que se tenha procurado um exaustivo cuidado, quer do texto quer do tratamento matemático e físico, na apresentação e nas abordagens teórico-práticas aos longo de todos os capítulos.

1.1 DESCRIÇÃO DOS ACTUADORES LINEARES DE INDUÇÃO

Dado que anteriormente foram abordadas considerações generalizadas sobre os AELs e os GELs, procura-se neste subcapítulo uma maior especificidade sobre os actuadores lineares de indução (ALIs).

Tendo sempre presente a reversibilidade das máquinas eléctricas, sendo a máquina assíncrona considerada um motor de indução rotativo, cedo se começaram a implementar máquinas que, para determinadas aplicações industriais, tivessem movimentos lineares. Assim surgiram os primeiros estudos sobre os chamados motores ou actuadores lineares de indução - MLIs ou ALIs [11, 14, 39] (que, por analogias de funcionamento, se podem subdividir em actuadores lineares de indução planos - ALIPs, actuadores lineares de indução tubulares - ALITs, e actuadores lineares de indução rotativos - ALIRs), em que a primeira patente de uma sua aplicação data de 1851, tendo Zehden, em 1905, registado uma patente de um motor linear de indução plano (MLIP) para tracção eléctrica a altas velocidades. Uma das mais importantes aplicações, durante a Segunda Guerra Mundial, foi desenvolvida pela Westinghouse para catapultar aviões. Devido à sua rápida evolução surgem na década de 1960 os primeiros fabricantes de motores lineares comerciais [07, 11, 64], tendo o maior fabricante a nível mundial, especializado em motores para aplicações em regime estático e para baixas velocidades, produzido e comercializado, desde da década de 60, cerca de meio milhão de unidades. Sobre este assunto, diversos livros e numerosos artigos têm sido publicados muito recentemente.

È de reconhecimento internacional que os ALIs tiveram uma significativa evolução, nos últimos quarenta anos, devido fundamentalmente aos trabalhos do Professor E. R. Laithwaite e de outros investigadores nacionais, Professores Carlos Cabrita e Leão Rodrigues, e internacionais. A grande maioria dos trabalhos de investigação sobre os MLIPs referem-se a máquinas para altas velocidades, havendo ainda mais alguns campos de estudo e de ensaio relativamente a motores de lineares para baixas velocidades [72]. Com efeito, devido ao entreferro do ALI ser comparativamente maior do que o do motor de indução rotativo, a densidade de fluxo no circuito magnético é também menor, o que se traduz por perdas no ferro desprezáveis.

Como se sabe, a qualidade de uma máquina eléctrica convencional é medida pelo seu rendimento. Embora de construção mais simples, os ALIs apresentam uma eficiência inferior aos clássicos motores assíncronos, mas têm a vantagem de não necessitarem de sistemas mecânicos de conversão no caso de se pretender directamente movimentos rectilíneos. Contrariamente ao que sucede com os motores lineares para tracção eléctrica, o rendimento e o factor de potência são parâmetros com menor importância no que respeita aos ALIs, não só pelo facto das potências em jogo serem bastante reduzidas, como também pelo conjunto de vantagens apresentadas, que tornam, por vezes, os accionamentos com ALIs imbatíveis face aos accionamentos rotativos homólogos [12, 26].

Os ALIs são máquinas electromagnéticas que, sem recorrer a complexos sistemas de transformação, podem ser capazes de produzir movimentos unidireccionais e/ou oscilatórios de pequeno curso. Este movimento ocorre por causa da força electromagnética desenvolvida no próprio actuador (força de Lorenz ou, simplesmente, força de Laplace); por outras palavras, são máquinas que transformam energia eléctrica em energia mecânica.

Assim os ALIs, como máquinas de movimentos lineares simples, são caracterizados pela obtenção de forças, em que a mais importante é geralmente a que se obtém segundo o eixo longitudinal. De um modo geral, as forças são avaliadas para um dado intervalo de tempo, ou para um simples pico de corrente de curta duração, quer em regime estático quer em regime dinâmico.

Poucos são os ALIs que trabalham continuamente. São típicos os que funcionam durante pequenos intervalos em cada ciclo de funcionamento. Por outro lado, o sistema de arrefecimento do primário deve ser especificado para se determinar, com alguma exactidão, o valor máximo da densidade de corrente nos enrolamentos dos ALIs.

Os ALIs para aplicações de baixas velocidades têm sofrido um incremento significativo nos últimos anos, como prova a qualidade e alguma quantidade de artigos técnicos e científicos apresentados na Bibliografia (Referências Bibliográficas). Esse domínio tem-se verificado não só na área da investigação teórica e experimental, essencialmente universitária, como também na indústria.

Os ALIs, quando utilizados como variáveis de tensão e de frequência, são geralmente implementados com conversores estáticos de potência ou com fontes inversoras de tensão, com o objectivo de se obterem boas conversões de energia e, para além disso, um controlo da força e do posicionamento. A fonte de corrente alternada (ac), geralmente trifásica com conversores estáticos de potência, é especificada em termos de tensão e de frequência.

O rendimento de um sistema de controlo de um ALI deve também ser especificado, devido ao balanço de todas as potências em jogo na transferência dos diversos tipos de energia (mecânica e eléctrica).

Finalmente, o primário de um ALI deve usar apoios ou chumaceiras lineares, ou, por vezes, ser ligado directamente à máquina de trabalho ou, ainda, usar um sistema de levitação para produzir movimentos sem contactos mecânicos. Para movimentos oscilatórios do primário, acima de 2 a 3 m, neste caso com enrolamentos trifásicos, o indutor geralmente é considerado a parte em movimento. Por vezes, é necessário um cabo eléctrico flexível, que alimenta da fonte ao primário. Se o comprimento do curso do ALI é considerado grande, acima de 20 m, as secções dos enrolamentos do primário são colocadas ao longo de um trilho, enquanto que o secundário, de enrolamentos, por exemplo, em gaiola, actua como peça móvel. Por outro lado, as configurações tubulares, de que é particularmente o objectivo do estudo deste trabalho, são aconselhadas para cursos não superiores a 0,5 m.

1.2 DESCRIÇÃO DOS ACTUADORES LINEARES DE INDUÇÃO TUBULARES

Os motores lineares de indução tubulares (MLITs), também chamados ALITs, são máquinas assíncronas que têm vindo a despertar cada vez mais interesse na indústria devido à sua relativa simplicidade construtiva e à sua robustez. O princípio de funcionamento de um ALIT é análogo ao do seu homólogo linear plano (ALIP).

Os ALITs podem ser aplicados em cadeias de enchimento de vasilhame (unidades de transferência), abertura de portas de garagens, robótica, e no accionamento de sistemas de comando na indústria aeronáutica e naval; pois substituem com vantagem os clássicos êmbolos pneumáticos, hidráulicos ou óleo-hidráulicos, uma vez que não carecem de condutas, válvulas, e compressores que têm de estar intermitentemente ligados devido às perdas de carga nas canalizações. Estes actuadores tubulares, que são simples êmbolos eléctricos de movimentos alternativos ou bidireccionais, são máquinas que apresentam uma muito boa relação força peso a baixo custo, e são praticamente isentos de manutenção, o que os torna bastante fiáveis [16].

1.3 ENQUADRAMENTO DO TRABALHO

Este trabalho enquadra-se no estudo, teórico e experimental, do electromagnetismo e das máquinas eléctricas. Particularmente serão estudados assuntos relacionados com os ALIs, com um objectivo final relativo aos ALITs.

1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

A presente dissertação encontra-se estruturada em nove capítulos, uma Bibliografia (Referências Bibliográficas), e quatro anexos.

Incluindo o presente texto, no início dos capítulos, numerados de 1. a 8., são apresentados pequenos resumos e, por vezes, observações. Cada capítulo apresenta um pequeno texto introdutório e, geralmente, é subdividido em subcapítulos, como, por exemplo, 4.2. que significa subcapítulo dois do capítulo quatro. Por vezes os subcapítulos serão divididos em subcapítulos parciais, como, por exemplo, subcapítulo 2.2.1.

As legendas das Figuras são numeradas por ordem crescente, e constituídas por dois números separados por um ponto, em que o primeiro indica o número do capítulo e o segundo a ordem nesse capítulo, não se fazendo quaisquer referências aos respectivos subcapítulos, como por exemplo:

Figura 2.1 - *Classificação dos actuadores lineares de indução.*

que se refere à primeira legenda de uma Figura do Capítulo 2, independentemente do subcapítulo a que pertence.

Do mesmo modo em relação às legendas das Tabelas de cada capítulo, também numeradas por ordem crescente, são constituídas por dois números separados por um ponto, em que o primeiro indica o número do capítulo e o segundo, em numeração romana, a ordem nesse capítulo, como por exemplo:

Tabela 4.I - *Relação entre \bar{i}_m e \bar{i}_i para diversos valores de m_1 .*

que se refere à primeira legenda de uma Tabela do Capítulo 4, todavia sem ser feita qualquer referência ao subcapítulo em que está inserida.

As Referências Bibliográficas encontram-se ordenadas numericamente por ordem alfabética relativa ao apelido de cada primeiro autor.

Os trabalhos referenciados nas Referências Bibliográficas dividem-se em livros apresentados em letra do tipo "*itálico*", de forma "Times New Roman" e de tamanho "12", como por exemplo:

[01] Areny, R.P., *Transdutores y Acondicionadores de Señal*, Marcombo - Boixareu Editores, Barcelona - México, 1989.

em que Areny é, neste caso, o apelido do primeiro e único autor, e em artigos apresentados em letra do tipo normal, colocados entre aspas, também de forma "Times New Roman" e de tamanho "12", como por exemplo:

[02] Bagegni, A.H.; Adams, G.E.; Hoft, R.G., "Tubular linear induction motor for hydraulic capsule pipeline - Part I: Finite element analysis", IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 8, No. 2, June 1993, pp. 251-256.

em que Bagegni é o apelido do primeiro, Adams o do segundo, e Hoft o do terceiro autor.

As referências ao longo do texto são assinalados por entre parêntesis rectos, como, por exemplo, [01] que significa referência ao livro do autor Areny, R.P.

No início de alguns parágrafos, os símbolos "●" ou "-" significam, de um modo geral, que houve mudanças de conteúdos.

Capítulo 1

Todo o texto é escrito em letra "Times New Roman" de tamanho "12", excepto nas legendas das Figuras e das Tabelas, que também são do tipo "Times New Roman" de tamanho "12", mas em *itálico*.

No cabeçalho, de cada página par, será inscrito, em *itálico* do tipo "Times New Roman" de tamanho "11", o número do respectivo Capítulo por ordem crescente, ou do Anexo por ordem alfabética, como por exemplo, "*Capítulo 1*". No cabeçalho, de cada página ímpar, será também inscrito, em *itálico* do tipo "Times New Roman" de tamanho "11", o título do respectivo Capítulo ou Anexo a que dizem respeito, como por exemplo, "*Introdução*". Em cada cabeçalho das páginas referentes às Referências Bibliográficas será também inscrita, em *itálico* do tipo "Times New Roman" de tamanho "11", a frase "*Referências Bibliográficas*".

1.5 OBSERVAÇÕES

Dada a analogia entre ALIPs e ALITs, nos capítulos seguintes serão feitas análises conjuntas relativamente a ambas as topologias, embora nos capítulos finais sejam abordados, com mais pormenor, os estudos relacionados com os ALITs.

CAPÍTULO 2

GENERALIDADES SOBRE OS ACTUADORES LINEARES DE INDUÇÃO

Resumo

Neste capítulo estudam-se os diversos tipos de máquinas lineares de indução e algumas das suas aplicações industriais, que têm por objectivo o estudo generalizado sobre os actuadores lineares de indução (ALIs), embora sem qualquer aprofundamento analítico em particular.

2 GENERALIDADES SOBRE OS ACTUADORES LINEARES DE INDUÇÃO

A topologia dos actuadores lineares de indução (ALIs) pode ser baseada a partir da configuração da máquina rotativa de indução clássica, ou seja, da máquina assíncrona.

Dadas as suas semelhanças, em termos de parâmetros de dimensionamento, este capítulo limita-se, no essencial, ao estudo dos actuadores lineares de indução trifásicos planos e tubulares. Na Figura 2.1 apresenta-se uma classificação dos ALIs, nas suas diferentes topologias [39].

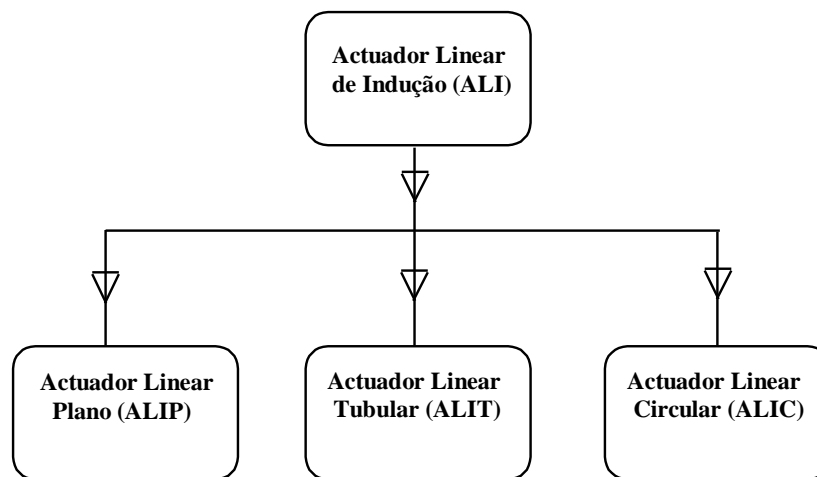


Figura 2.1 - Classificação dos actuadores lineares de indução.

Como se pode constatar, os actuadores apresentam três estruturas electromagnéticas bem definidas, ou seja, nas formas plana, tubular e circular, apesar do princípio de funcionamento ser rigorosamente o mesmo.

Dadas as características da maioria das redes de distribuição de energia eléctrica e em especial as de força motriz, opta-se por um estudo mais pormenorizado de actuadores trifásicos.

Como na maior parte dos casos, este tipo de actuadores possui entreferro e, em particular, uma sequência de dentes e de cavas, o que origina distorções nas linhas de força do campo de indução. Também, neste caso, desprezam-se as variações da indução provocadas pelo facto de nos extremos do primário (caso dos actuadores lineares planos e tubulares), deixar de haver homogeneidade nos circuitos magnéticos [11, 64, 70].

Quanto a outro tipo de máquinas, consideradas reversíveis face às apresentadas na Figura 2.1, na Figura 2.2 apresenta-se uma classificação dos geradores lineares de indução (GLIs), nas suas diferentes topologias [07, 64].

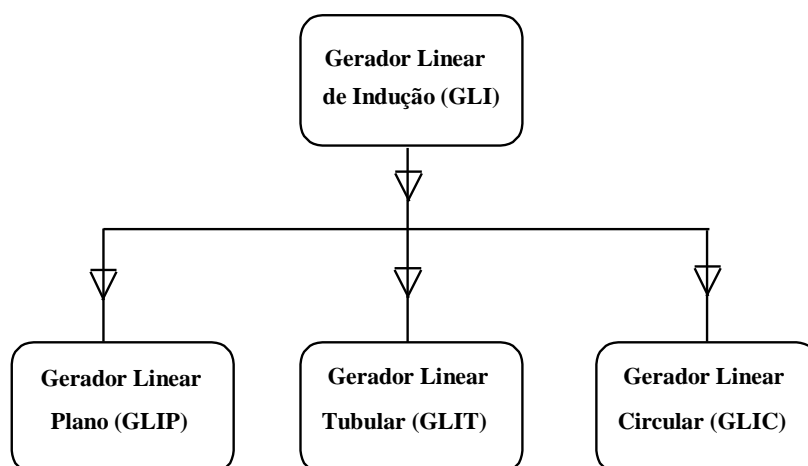


Figura 2.2 - *Classificação dos geradores lineares de indução.*

Dado que se julga desnecessário, neste trabalho, não serão estudados, com pormenor, os actuadores lineares de indução circulares (ALICs) [19, 39] nem os GLIs, que englobam os geradores lineares de indução planos (GLIPs), os geradores lineares de indução tubulares (GLITs) e os geradores lineares de indução circulares (GLICs).

No entanto serão apresentadas figuras ilustrativas sobre alguns tipos de actuadores eléctricos lineares (AELs), ou dos seus reversíveis geradores eléctricos lineares (GELs).

A Figura 2.3 ilustra a linearização de um actuador linear de indução homopolar plano (ALIHP), com pormenores relativos à bobina indutora [11].

A Figura 2.4 ilustra a linearização de um actuador linear de corrente contínua (ALCC), com pormenores relativos ao enrolamento imbricado de dupla camada [11].

Como se pode observar na Figura 2.5, a estrutura do ALIC é obtida por curvatura do ALIP [19, 39].

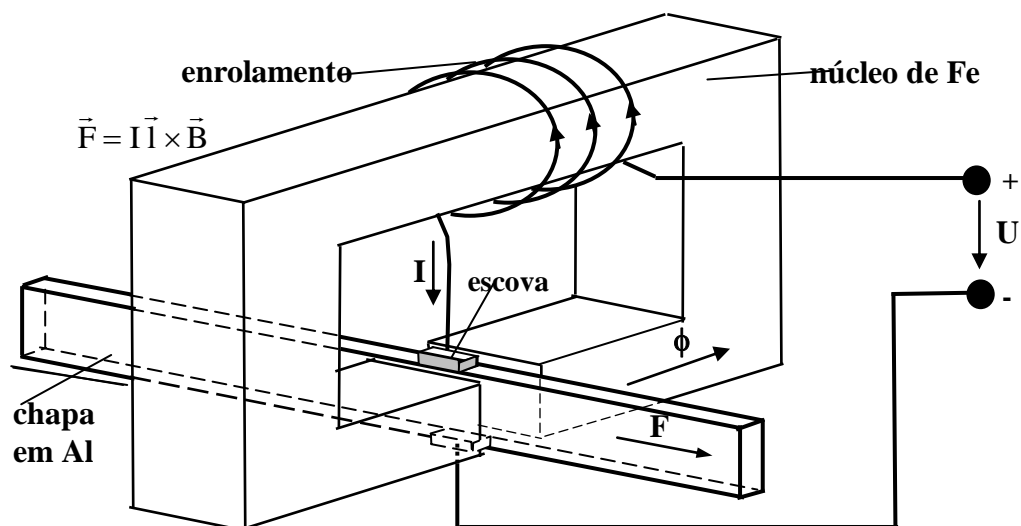


Figura 2.3 - Princípio de funcionamento de um actuador linear de indução homopolar plano (ALIHP).

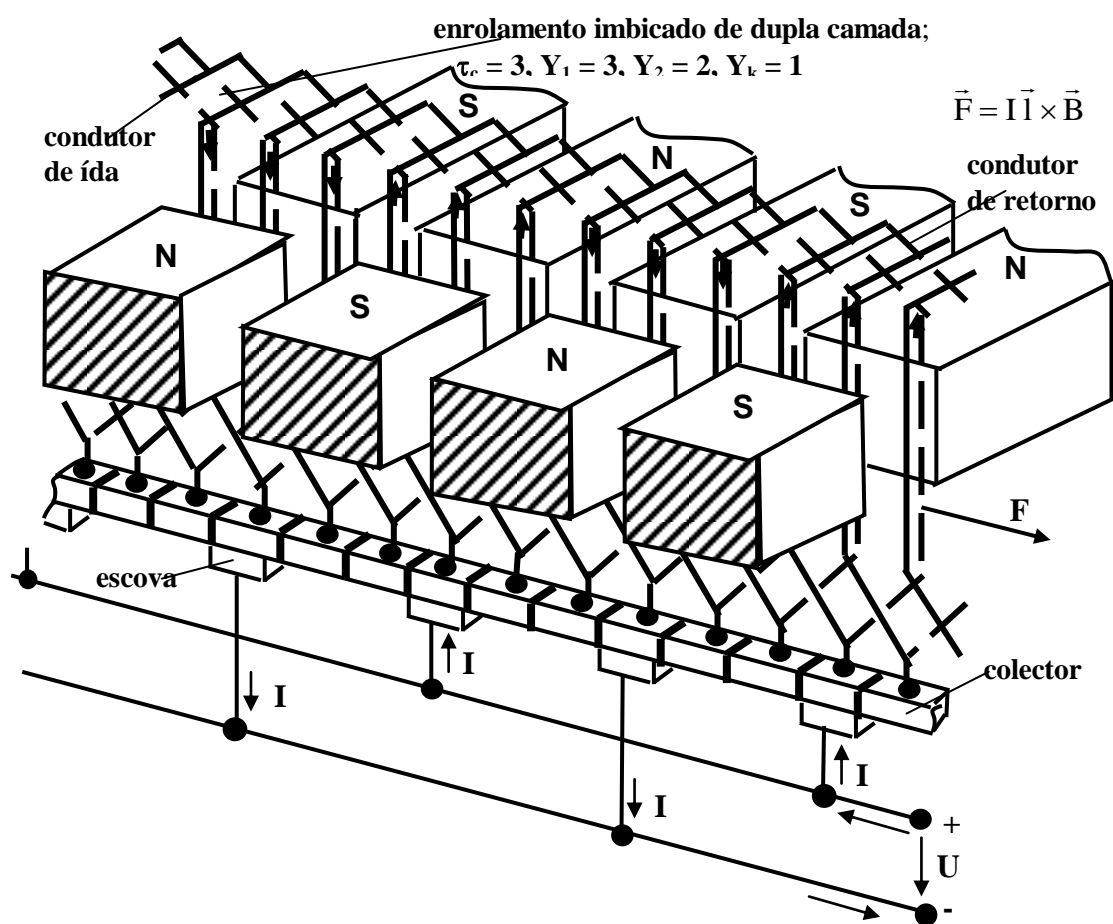


Figura 2.4 - Princípio de funcionamento de um actuador linear de corrente contínua (ALCC).

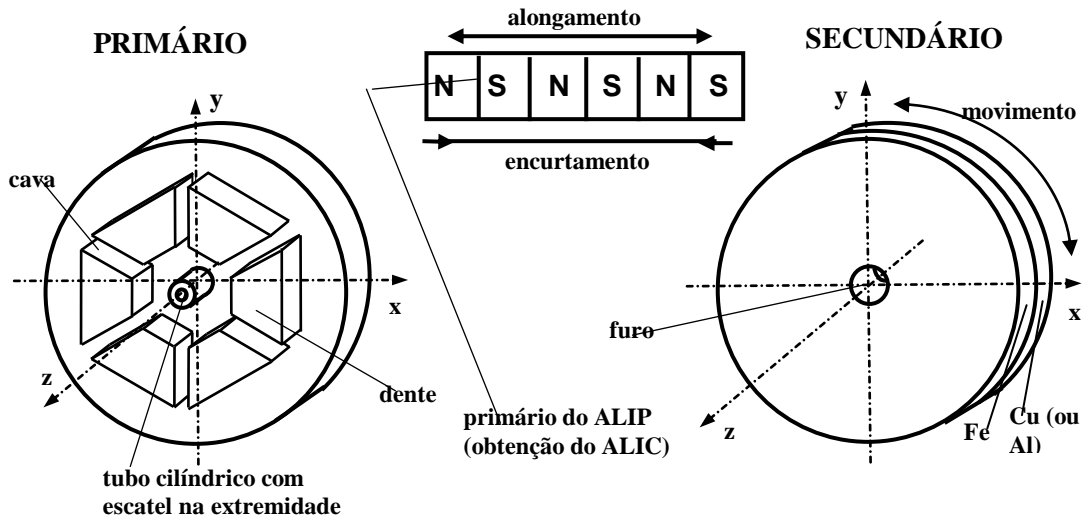
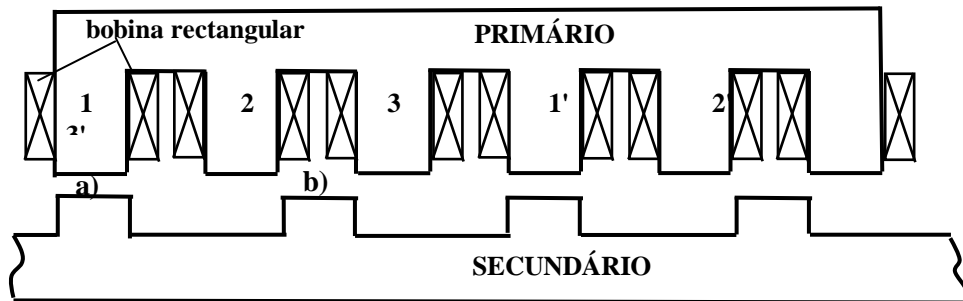


Figura 2.5 - Princípio de obtenção de um ALIC com um primário de seis cavas e um secundário em disco.

A Figura 2.6 ilustra o aspecto construtivo de um actuador linear de relutância comutado e plano (ALRCP), com pormenores de implementação das bobinas no primário [25].



1, 2 e 3 - excitações num determinado sentido; 1', 2' e 3' - excitações em sentidos inversos aos de 1, 2 e 3, respectivamente.

- a) - alinhamento total para uma relutância mínima;
- b) - desalinhamento total para uma relutância máxima.

Figura 2.6 - Aspecto construtivo de obtenção de um ALRCP.

A Figura 2.7 ilustra o aspecto construtivo de um actuador linear de relutância comutado (ALRC tubular), com pormenores de implementação das bobinas no primário [25].

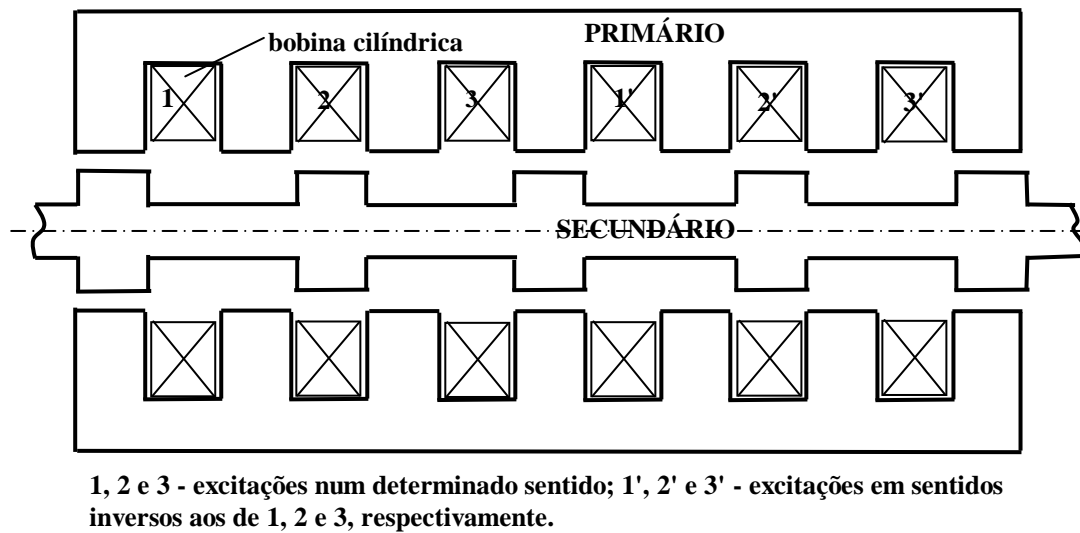


Figura 2.7 - Aspecto construtivo de obtenção de um ALRCT.

A Figura 2.8 ilustra o aspecto construtivo de um actuador linear híbrido de passo a passo (ALHPPP), com pormenores de implementação das bobinas no primário [07, 38].

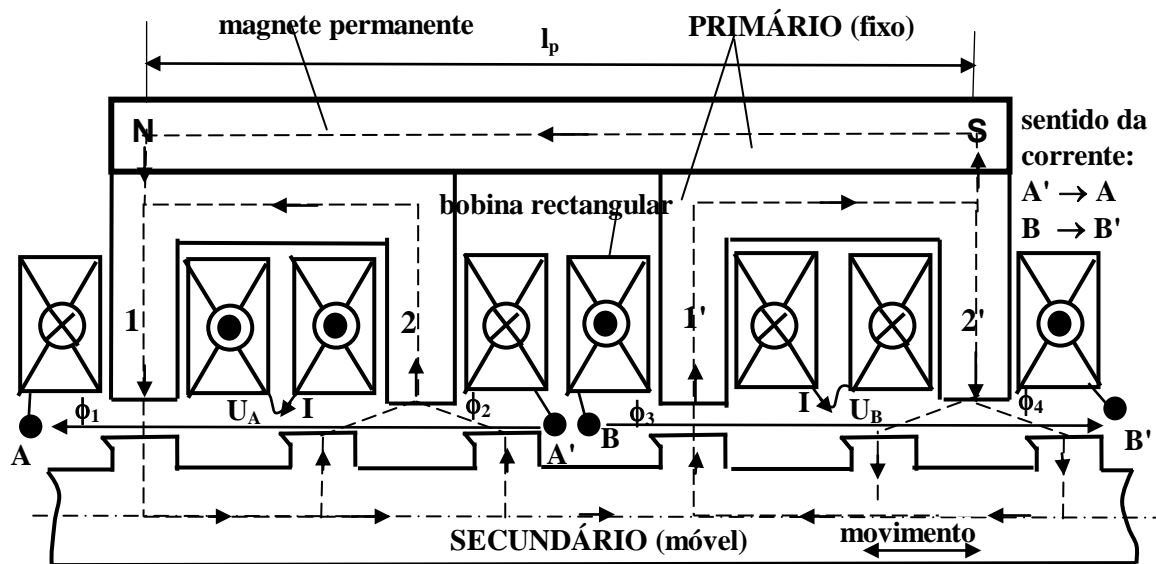


Figura 2.8 - Aspecto construtivo de um ALHPPP. Esboço de uma distribuição aproximada das l.f.c.m.

Da Figura 2.8, as assimetrias nos dentes do secundário, ou também, por vezes, no primário, é vantajoso para facilitar o movimento relativo no momento do estabelecimento da corrente eléctrica.

Os actuadores de passo a passo lineares planos e compostos (ou híbridos), resultam da combinação dos actuadores de magnetes permanentes com os de relutância variável. Por isso estes actuadores podem reunir algumas características mais comuns a ambas topologias. O movimento do primário, relativamente ao secundário, é efectuado por excitação das bobinas segundo uma determinada sequência, incluindo a inversão de polaridades [07, 38].

A Figura 2.9 ilustra o aspecto construtivo de um actuador linear híbrido de passo a passo tubular (ALHPPT), com pormenores de implementação das bobinas no primário [07].

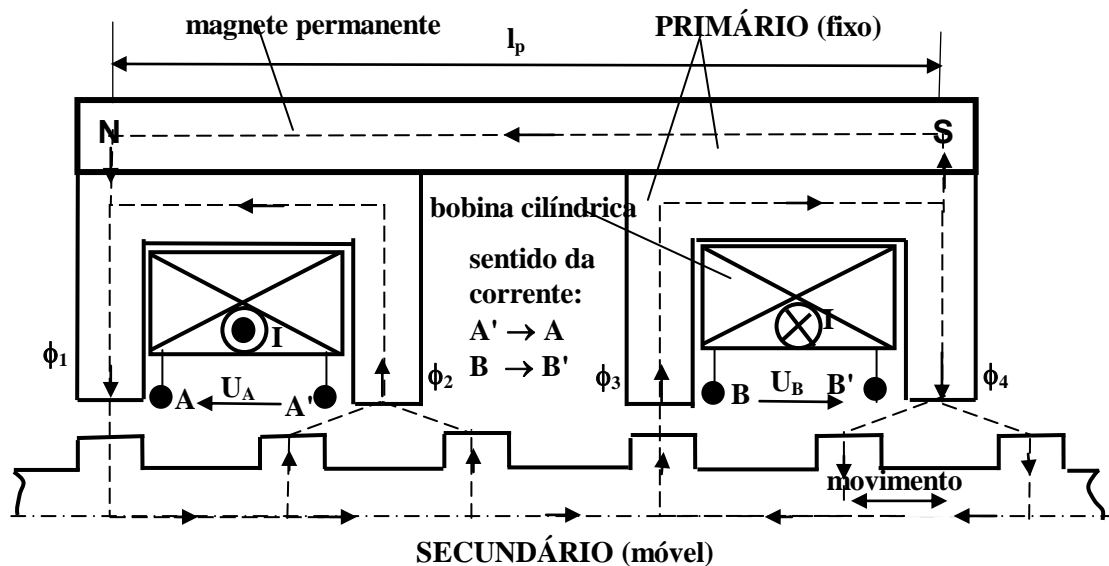


Figura 2.9 - Aspecto construtivo de um ALHPPT. Esboço de uma distribuição aproximada das l.f.c.m.

A Figura 2.10 apresenta o aspecto construtivo de um actuador linear síncrono de magnetes permanentes tubular (ALSMPT), funcionando de um modo reversível, isto é, como gerador linear síncrono de magnetes permanentes tubular (GLSMPT), em que estes magnetes, de estrutura tubular cilíndrica, são implementados de uma forma saliente, isto é, na vizinhança do secundário, permitindo um maior entreferro equivalente (g_{eq}); o que irá corresponder a um menor rendimento do processo [07, 38].

Da Figura 2.10, o ALHPPT, com os magnetes permanentes implantados de uma forma saliente, será considerado um actuador (ou, pela reversibilidade, um gerador monofásico, desde que exteriormente seja imposto o movimento do secundário, constituído por um determinado número de bobinas todas em série - para o caso de geradores com m_1 fases, os pormenores de construção serão mais exaustivos).

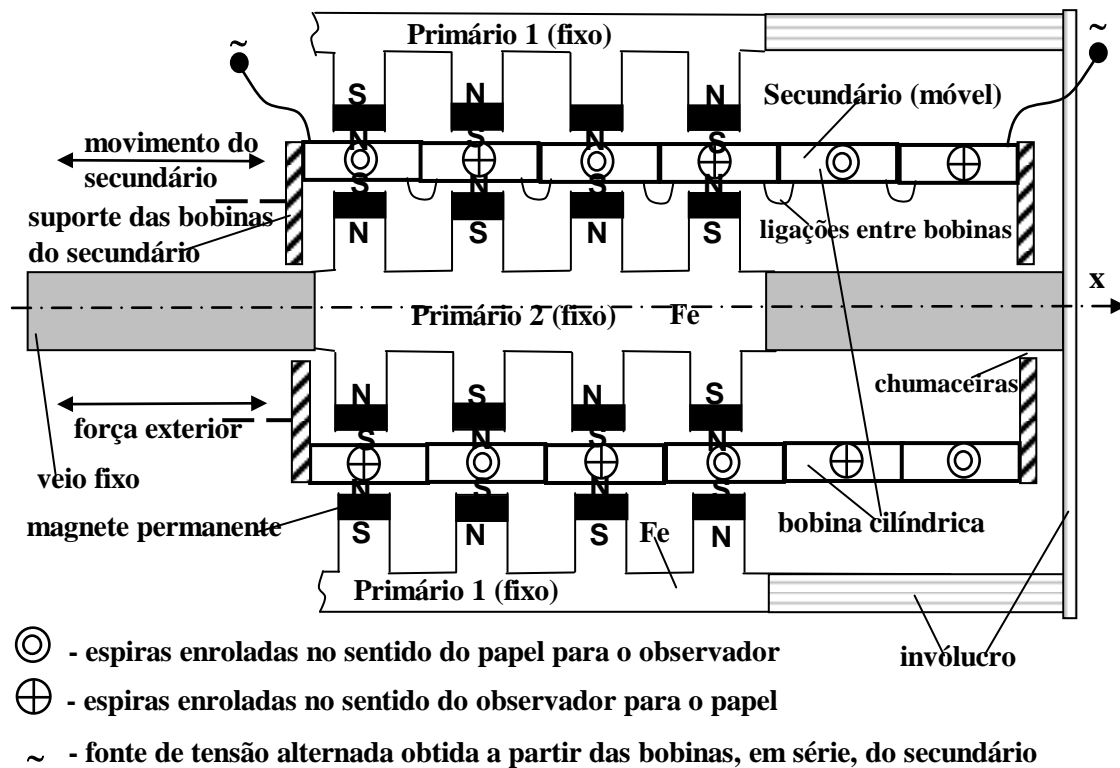


Figura 2.10 - Aspecto construtivo de um ALHPPT com os magnetes permanentes implantados de uma forma saliente.

No caso de se pretender uma distribuição mais uniforme das l.f.c.m, o invólucro ou carcaça, representado na Figura 2.10, deve ser constituído de material ferromagnético de maior permeabilidade magnética, devido à existência de um maior percurso das linhas de fluxo naquela zona.

Assim o ALHPPT, representado na Figura 2.10, será considerado um actuador (ou gerador) de duplo primário magnético (D.P.M.) com 2 entreferros, para movimentos oscilatórios de pequeno curso.

Ainda quanto à topologia do GLSMPT, a partir de observações indicadas na Figura 2.10, uma outra solução mais simples, e provavelmente mais rentável, será apresentada na Figura 2.11 [07, 38], em que os magnetes permanentes, de forma tubular cilíndrica, serão cravados ou segmentados na parte interior do cilindro tubular de material ferromagnético respeitante ao primário exterior (primário 1), e na parte exterior do cilindro, também de material ferromagnético, respeitante ao primário interior (primário 2).

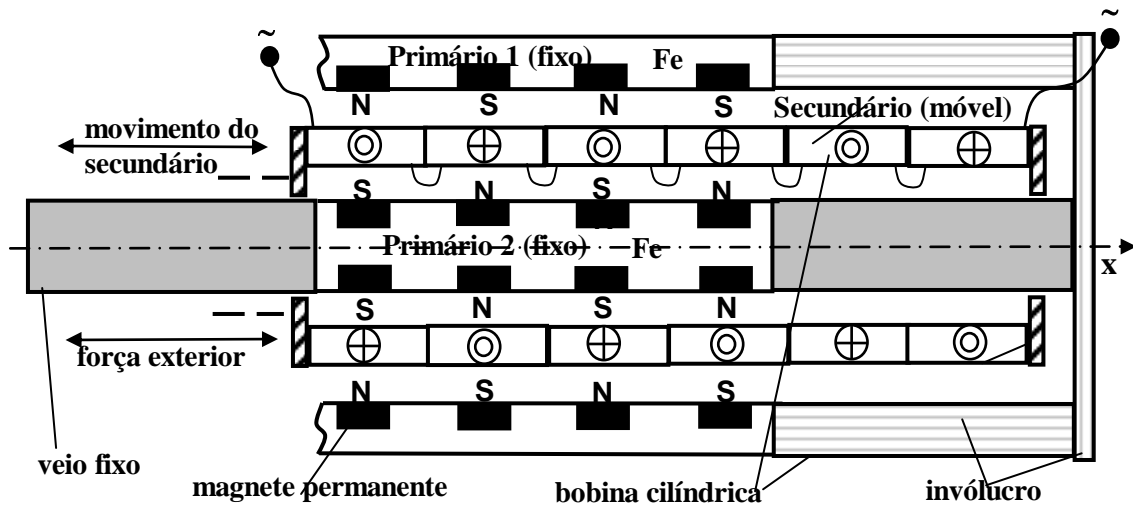


Figura 2.11 - Um outro aspecto construtivo de um ALHPPT com os ímãs permanentes segmentados no próprio material ferromagnético.

A Figura 2.12 apresenta um aspecto construtivo de actuador linear de relutância tubular (ALRT), constituído por um secundário apenas com ferro, envolvido por um tubo de material resistente e não ferromagnético de comprimento igual ou superior aos dois primários fixos, e colocados um após o outro.

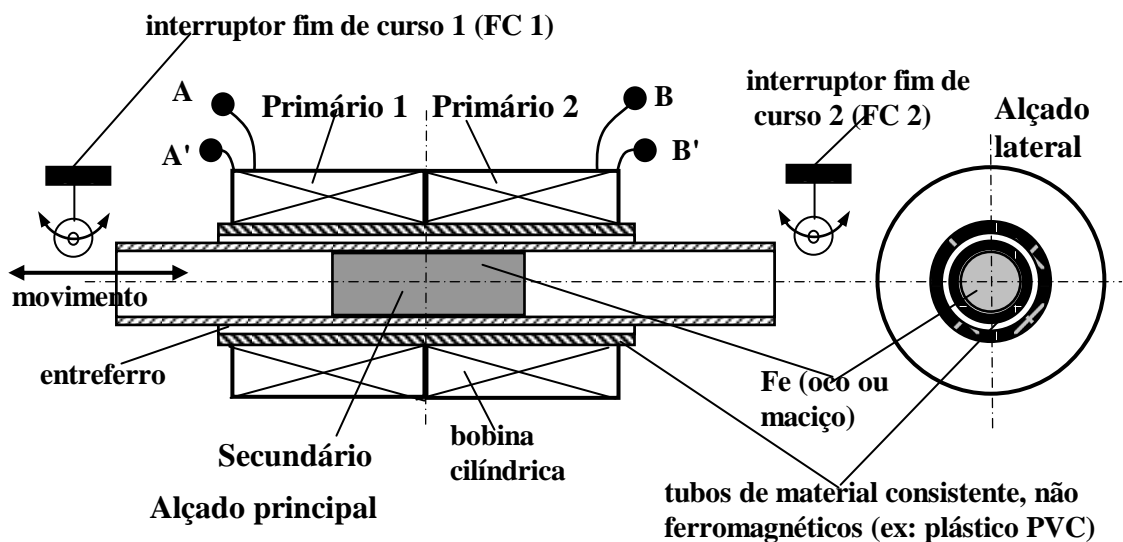


Figura 2.12 - Aspecto construtivo de um ALRT com os interruptores fins-de-curso nas extremidades.

A Figura 2.13 apresenta os esquemas de potência e de comando para ligação a um ALRT, com os interruptores fins-de-curso nas extremidades, funcionando como electrobomba (movimento alternativo - vai e vem), e como dispositivo de mudança de direcção de objectos que circulam em tapetes rolantes.

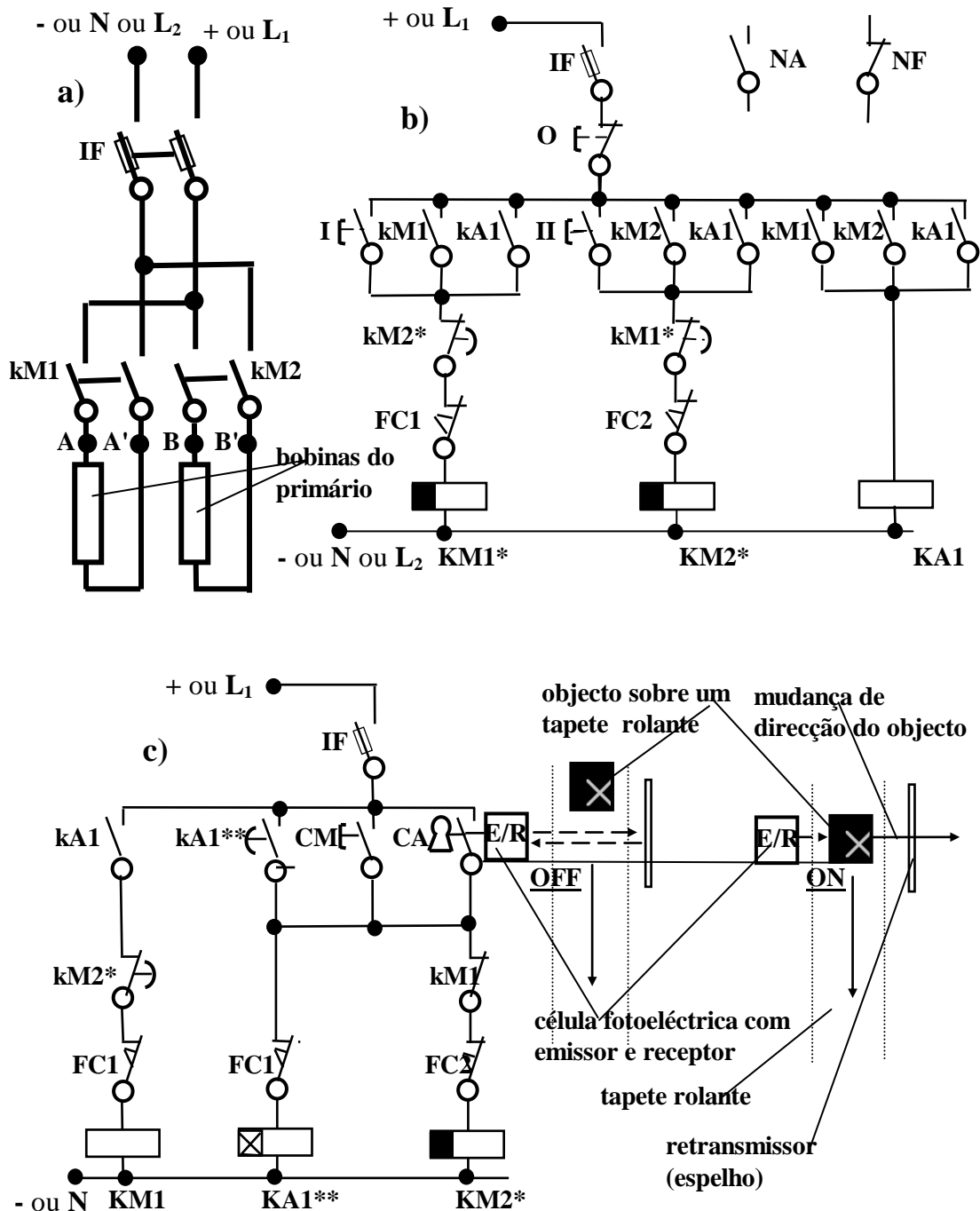


Figura 2.13 - Esquemas de exemplos simples de aplicação de um ALRT.
a) Esquema de potência (comum aos dois tipos de funcionamento);
b) Esquema de comando funcionando como electrobomba (movimento alternativo - vai e vem);
c) Esquema de comando funcionando como dispositivo de mudança de direcção de objectos a circularem em tapetes rolantes.

A Tabela 2.I indica os significados das abreviaturas indicadas nos esquemas relativos à Figura 2.13.

CA	comando automático com chave para ligação
CM	comando manual (botão de pressão NA)
FC1 e FC2	interruptores fins de curso NF (FC1 - esquerda, FC2 - direita)
IF	interruptor fusível para os circuito de potência e de comando
KA1	contactador auxiliar (do tipo normal)
KA1**	contactador auxiliar com relé temporizado à operação
KM1	contactador de potência, tipo normal, do circuito do primário (bobina A - A')
KM1*	contactador de potência, com relé temporizado à desoperação, do circuito do primário (bobina A - A')
KM2*	contactador de potência, com relé temporizado à desoperação, do circuito do primário (bobina B - B')
kA1	contacto auxiliar (do tipo normal - NA)
kA1**	contacto auxiliar (do tipo especial com relé temporizado à operação - NA)
kM1	contactos auxiliares e de potência, do tipo normal - NA ou NF, pertencentes a KM1 ou a KM1*
kM1*	contacto auxiliar com temporização ao repouso - NF, pertencente a KM1*
kM2	contactos auxiliares e de potência, do tipo normal, pertencentes a KM2*
kM2*	contacto auxiliar com temporização ao repouso
L₁ e L₂	condutores de fase do sistema de alimentação
N	condutor de neutro
NA	contacto normalmente aberto (em repouso)
NF	contacto normalmente fechado (em repouso)
O	botão de pressão de desligar (NF)
OFF	circuito desligado
ON	circuito ligado
I e II	botões de pressão de ligar (bobinas A - A' e B - B' , respectivamente - NA)
+ e -	ligação em dc

Tabela 2.I - Significado das abreviaturas representadas na Figura 2.13.

A Figura 2.14 apresenta um atuador linear de relutância (ALR), de muito pequeno curso, vulgarmente chamado contactor e que tem a função de estabelecer ou de interromper pequenas correntes (contactador auxiliar) ou grandes correntes (contactador de

potência). Este dispositivo é constituído por um electroímã (com bobina percorrida por uma corrente auxiliar, núcleo, armadura e entreferro), uma mola (que impõe a armadura e o núcleo afastados), um intervalo de ar (de espessura e , para evitar os fenómenos devidos ao magnetismo resmanescente, isto é, à colagem das peças móveis com as peças fixas, e de superfícies S - nas extremidades a superfície é de $S/2$), e os contactos eléctricos que fecham ou abrem outros circuitos [38].

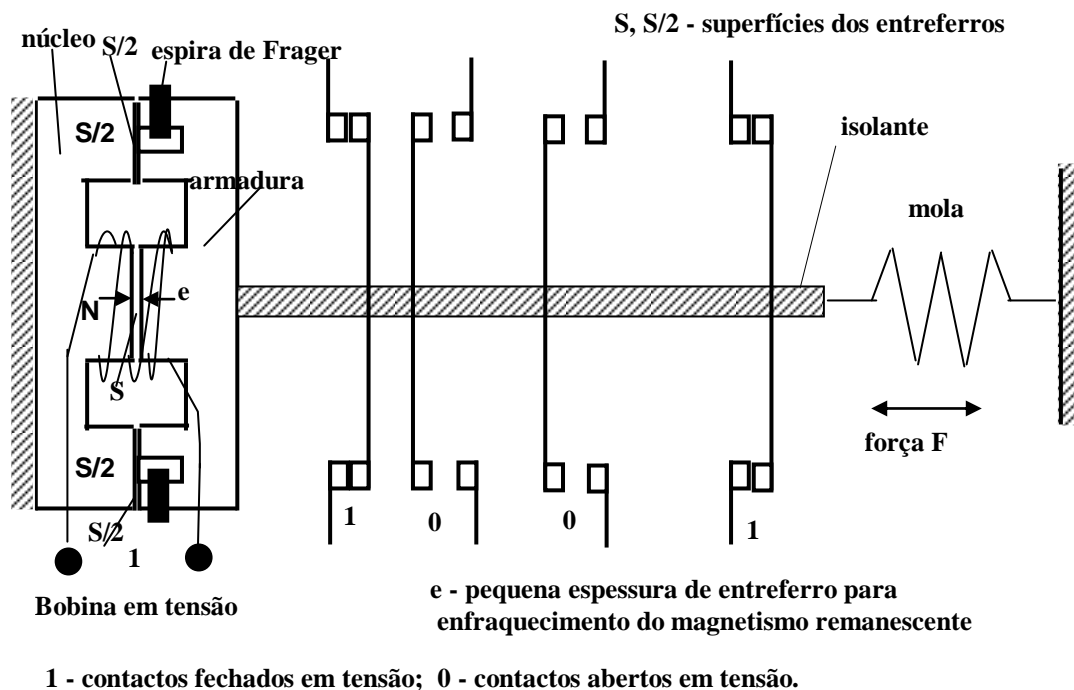


Figura 2.14 - *Aspecto construtivo e princípio de funcionamento de um ALR - contactor.*

Da Figura 2.14, para a bobina sob tensão alternada, a espira de Frager, ou espira em curto-circuito, tem a função de criar um fluxo suplementar que tem o valor máximo precisamente quando a corrente indutora se anula, e daí originar uma força de atracção suplementar que evita vibrações devidas à força de reposição da mola.

A Figura 2.15 apresenta um gráfico da variação da corrente da bobina e das forças em jogo no contactor, em valores **p.u.**, representado na Figura 2.14.

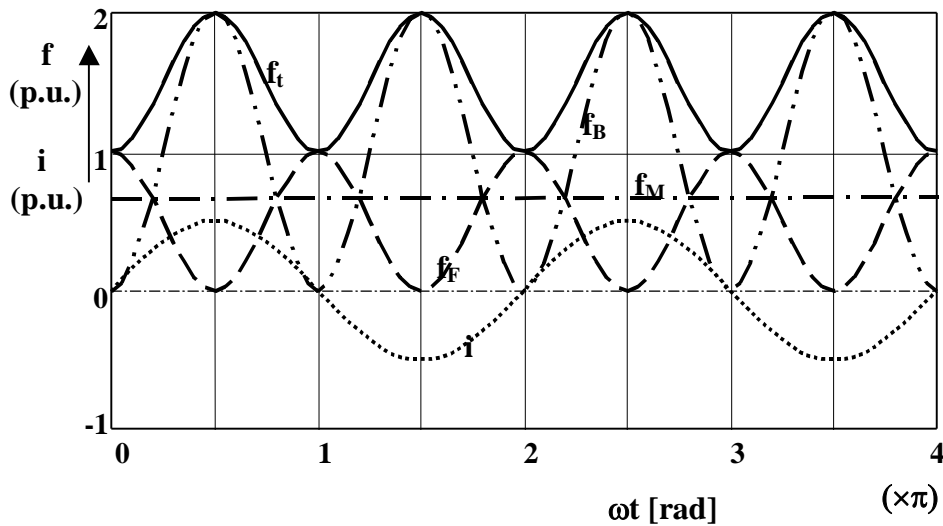


Figura 2.15 - Digrama vectorial da corrente na bobina e das forças electromagnéticas em jogo no contactor.

em que:

i - valor instantâneo da corrente na bobina ($i \equiv \text{Im}\{\hat{i}\} = \sqrt{2}I \sin \omega t$);

f_B - valor instantâneo da força devida à bobina percorrida por corrente ($f_B \cong \frac{b_B^2 S}{\mu_0}$, em

que S é a superfície do entreferro central, $S/2$ a superfície dos entreferros das extremidades, e $b_B \approx i$ a indução originada pela corrente na bobina);

f_F - valor instantâneo da força devida à espira de curto-circuito ($f_F \approx b_F^2$), sendo $b_F \approx i'$ e $i' \approx \sqrt{2}I \sin(\omega t - \pi/2)$;

f_t - valor instantâneo da força total ($f_t = f_B + f_F$);

f_M - força reacção da mola (se f_M for sempre inferior a f_t , o contactor funciona em regime normal, se, por vezes, f_M for superior a f_t , o contactor vibra).

Com base na Figura 2.12, a Figura 2.16 apresenta um aspecto construtivo de actuador linear de relutância tubular (ALRT), funcionando como amortecedor electromagnético, com aplicações, por exemplo, em veículos automóveis, em que é constituído por um secundário de material ferromagnético, do tipo mergulhante, em que a extremidade inferior é acoplada a uma mola, cuja outra extremidade é unida à roda do veículo. Assim, uma vez o veículo em movimento, excitando a bobina cilíndrica do amortecedor, em **dc** - terminais AA', o núcleo de Fe baixa de posição, permitindo assim o funcionamento do sistema como amortecedor.

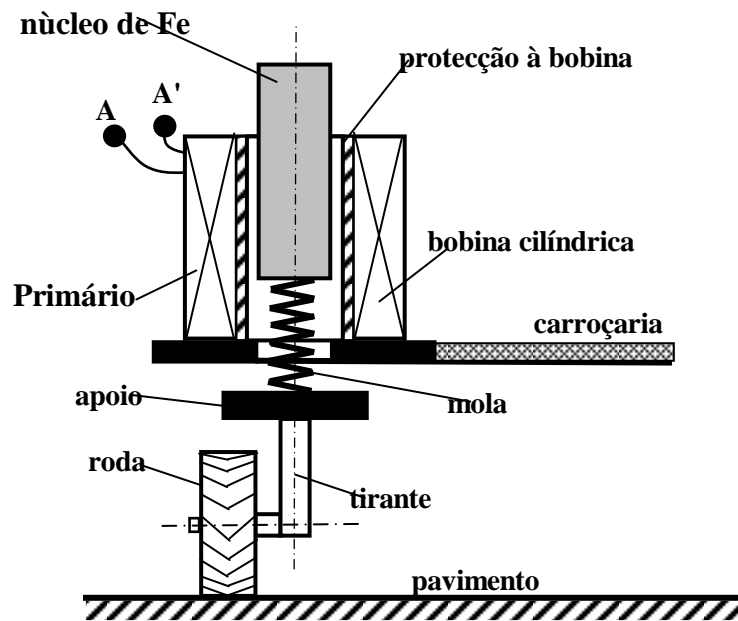


Figura 2.16 - *Aspecto construtivo de um ALRT funcionando como amortecedor electromagnético.*

Foram apresentados alguns aspectos construtivos, com maior ou menor pormenor, de actuadores híbridos, de magnetes permanentes, de relutância variável e de indução.

Embora sejam mais vulgares os ALIs com um número de par de pólos (p inteiro) igual ou superior a um (tal como os clássicos MRIs), é possível conceber actuadores deste tipo com um número ímpar de pólos (p fraccionário - $p = 1/2, 3/2, 5/2, \dots$) [55].

2.1 ACTUADOR LINEAR DE INDUÇÃO PLANO

Como se sabe, qualquer tipo de máquina eléctrica rotativa pode, em princípio, ser susceptível de ser linearizada. Teoricamente, por simples transformação geométrica, o ALIP obtém-se a partir do motor assíncrono, cortando-o axialmente, e, depois, planificando linearmente o primário e o secundário, que teoricamente se pode considerar como possuindo duas tiras cilíndricas de cartão, com os dois eixos em comum, em que a tira exterior é análoga ao primário e a tira interior ao secundário.

Depois de planificadas essas tiras, o primário fica a corresponder a um circuito magnético com pólos indutores, norte (**N**) e sul (**S**), dispostos alternadamente, e o secundário a uma superfície plana de material ferromagnético onde são alojadas barras condutoras.

Depois são colocados frente a frente, segundo planos paralelos como se indica esquematicamente na Figura 2.17, em apenas estão esboçados os secundários do MRI e do ALIP [07, 39]. Assim o campo magnético girante, na máquina assíncrona, transforma-se em campo magnético viajante, ou passeante, no actuador linear de indução.

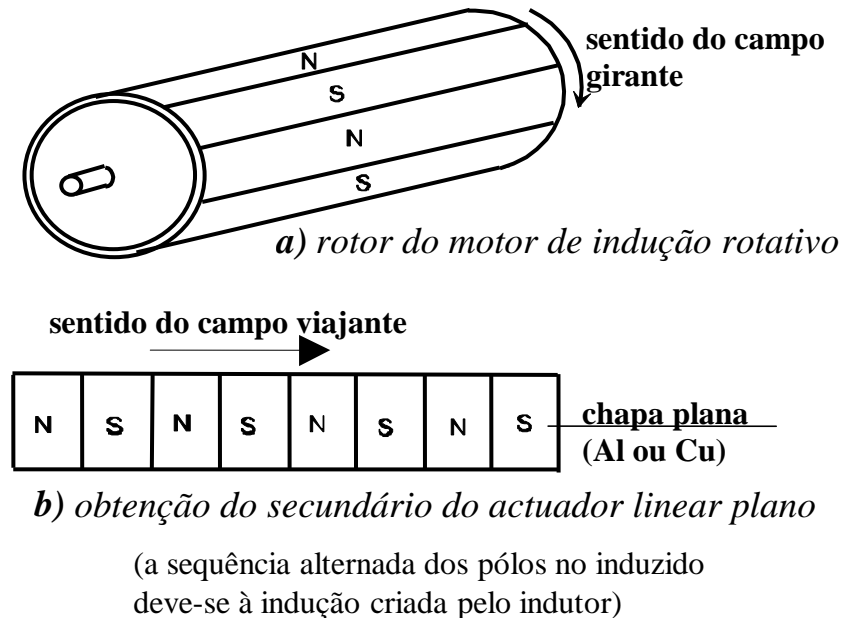


Figura 2.17 - Esquema geral de princípio de obtenção do secundário de um ALIP. Apresentação da sequência alternada de pólos fictícios N e S, induzidos por campos viajantes.

Considere-se um motor de indução rotativo com um rotor anelar, constituído por material condutor eléctrico mas não ferromagnético (**Al** ou **Cu**), e envolvido por um núcleo ferromagnético, que é solidário com o veio, a fim de diminuir a relutância do circuito magnético, Figura 2.18-a. Embora não muito usual, esse núcleo poderá ser bobinado com um segundo enrolamento estático, Figura 2.18-b, com uma disposição tal que os pólos se encontrem alinhados constantemente com os pólos de nome contrário do estator exterior [11, 12]. Assim, na Figura 2.18-a e na Figura 2.18-b apresentam-se as sequências dos pólos fictícios, num dado instante, **N** e **S** (para um único estator), **N₁** e **S₁** (para o estator exterior), e **N₂** e **S₂** (para o estator interior).

No caso de um motor de indução rotativo de um só estator, se se aumentar infinitamente o seu diâmetro, um arco de circunferência seria praticamente igual a um segmento de recta e os enrolamentos do primário alinhar-se-iam ao longo desse troço, bem como a parte correspondente ao anel condutor [11]. A Figura 2.19 representa a obtenção, mais em pormenor, do ALIP a partir do clássico motor assíncrono, como vulgarmente, de um só estator, e de rotor em gaiola [39].

Para além da planificação, as principais alterações devem-se à simplificação do induzido, que por questões técnicas e económicas, as barras condutoras do secundário do ALIP

vulgarmente são substituídas por chapa condutora, de pequena espessura, normalmente de cobre ou de alumínio, como se indica na Figura 2.19 [07, 12].

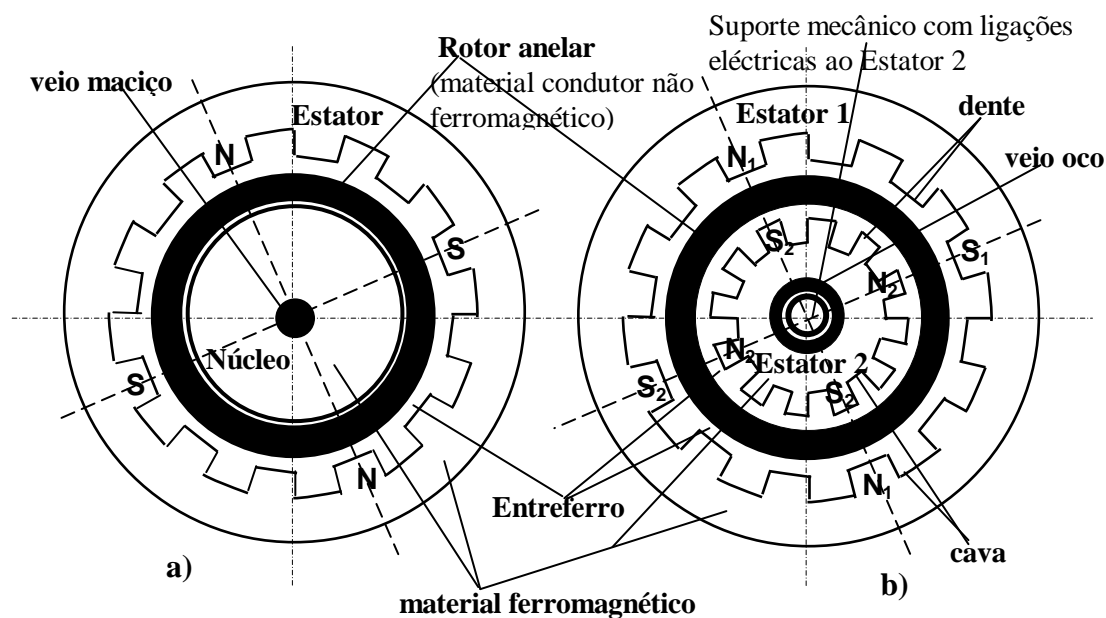


Figura 2.18 - Motor de indução rotativo com rotor anelar.

a) De simples estator;

b) De duplo estator.

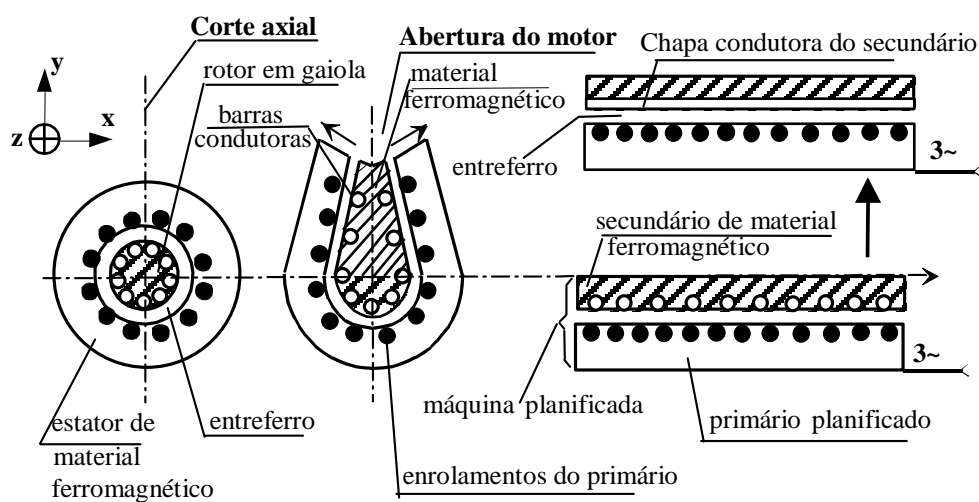


Figura 2.19 - Esquema pormenorizado de implementação de um ALIP. Exemplificação para simples primário eléctrico e magnético (S.P.E., D.P.M.).

O princípio de funcionamento do ALIP baseia-se no deslocamento de um campo magnético, criado pelo primário, sobre um material condutor, geralmente de cobre ou de

alumínio, localizado no secundário. A fim de se diminuir a relutância do circuito magnético em questão, é necessário unir um bloco de material ferromagnético à chapa condutora do secundário.

As f.e.m.s induzidas na chapa condutora do secundário originam correntes eléctricas que, submetidas aos campos indutores do primário, geram forças electromagnéticas importantes para o funcionamento do próprio ALIP.

Da interacção entre a indução magnética criada pelo primário e as correntes induzidas no secundário, ou vice-versa, resulta uma força electromagnética no sentido da propagação do campo magnético que, devido às suas características, toma o nome de campo viajante. Este assunto será estudado, com mais pormenor, no Capítulo 3.

Relativamente à planificação resultante da Figura 2.20-b, a Figura 2.20 representa uma configuração básica de um ALIP com duplo primário em que, por questões de se diminuir as perdas por correntes de Foucault nos circuitos ferromagnéticos do primário e do secundário, será constituído por chapas justapostas sob pressão e isoladas electricamente entre si, em ambos os lados do secundário [39].

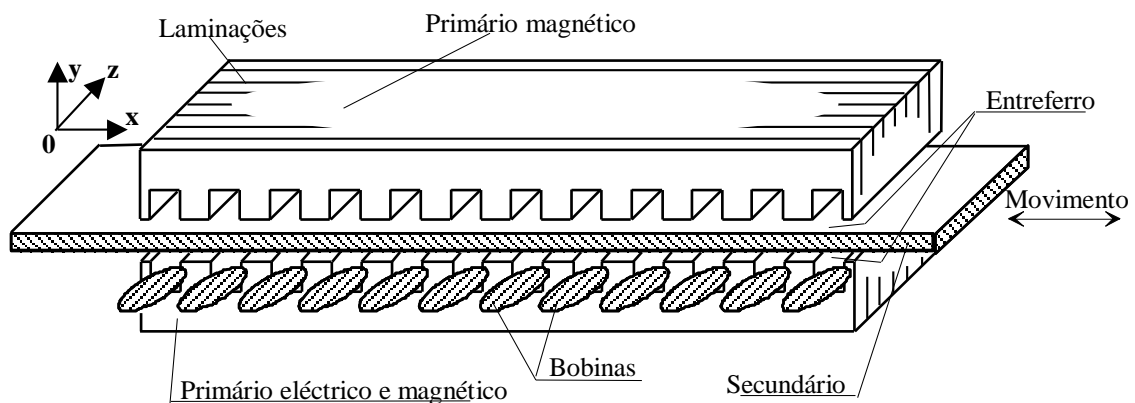


Figura 2.20 - Topologia tridimensional de um ALIP com primários curtos. Exemplificação para simples primário eléctrico e duplo primário magnético (S.P.E., D.P.M.).

De entre os ALIPs em chapa, de acordo com as suas características e dimensões relativas, podem subdividir-se em actuadores de:

- primário curto (mais vulgar - 1 entreferro);
- secundário curto (1 entreferro);
- simples primário eléctrico e magnético (S.P.E., S.P.M.; 1 entreferro - sem ferro de retorno);
- simples primário eléctrico e duplo primário magnético (S.P.E., D.P.M.; 1 ou 2 entreferros);
- duplo primário eléctrico e duplo primário magnético (D.P.E., D.P.M.; 2 entreferros).

Na Figura 2.21 são apresentadas as configurações geométricas de ALIPs com chapa secundária [12, 39].

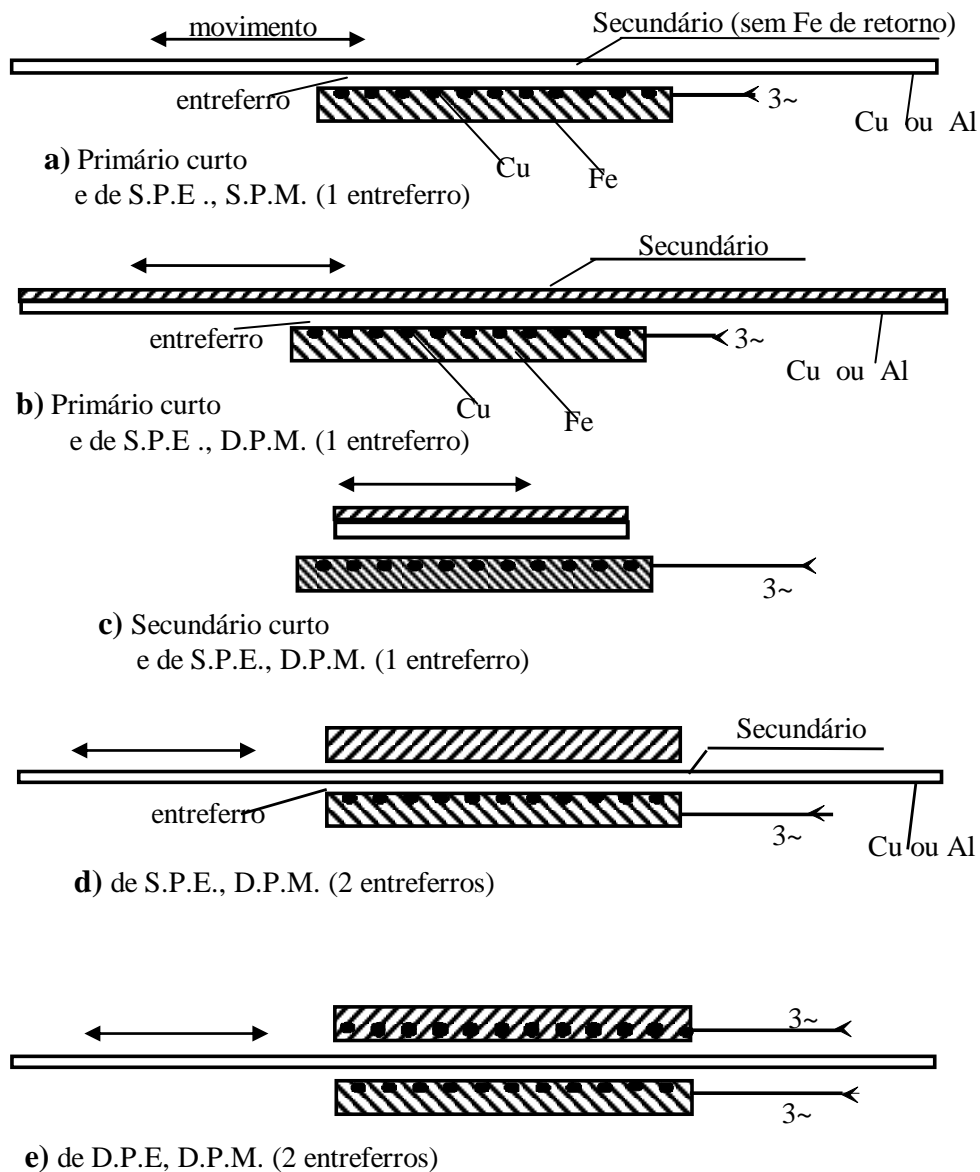


Figura 2.21 - Esquema de configurações geométricas de ALIPs com chapa secundária.

Na prática, em ALIPs de um só entreferro, a chapa secundária deve ser sobreposta a uma outra de ferro, a fim de se diminuir a relutância do respectivo circuito magnético, como se pode observar na Figura 2.21 [39]. Para uma melhor visualização deste tipo de actuadores, apresenta-se na Figura 2.22 um protótipo tridimensional de um primário eléctrico e magnético ranhurado, onde são alojados os enrolamentos, e de um primário magnético liso. Na alínea **b)** da Figura 2.22, indica-se, em alçado, a sua implementação numa mesa de ensaios [11, 24].

Um outro exemplo consiste em instalar o primário do ALIP por baixo de um veículo e o secundário ao longo de uma via, entre carris, como se esquematiza na Figura 2.23 [23].

A Figura 2.24 apresenta um esboço de um protótipo de um ALIP, chamado actuador linear curvo, projectado e ensaiado na Empresa Industrial Ansaldo, em Nápoles, Itália, com o objectivo de ser aplicado em tracção eléctrica urbana [22, 67, 68].

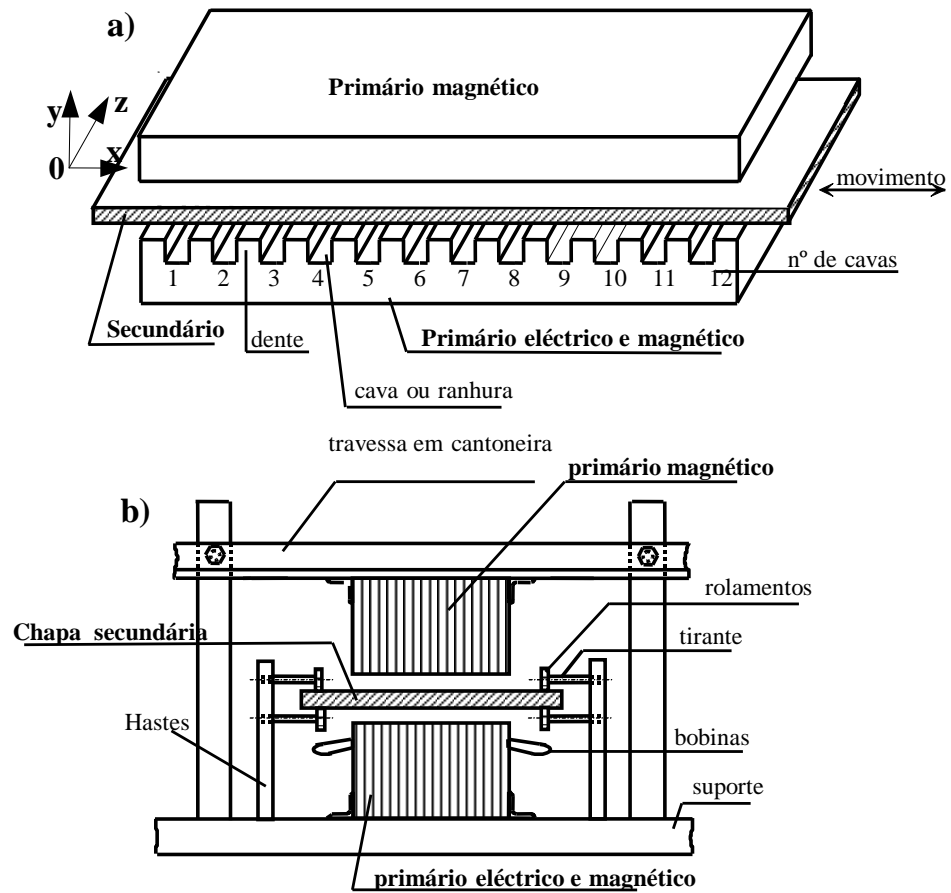


Figura 2.22 - Esquema de pormenor e de implementação de um ALIP com chapa secundária, de S.P.E., D.P.M.

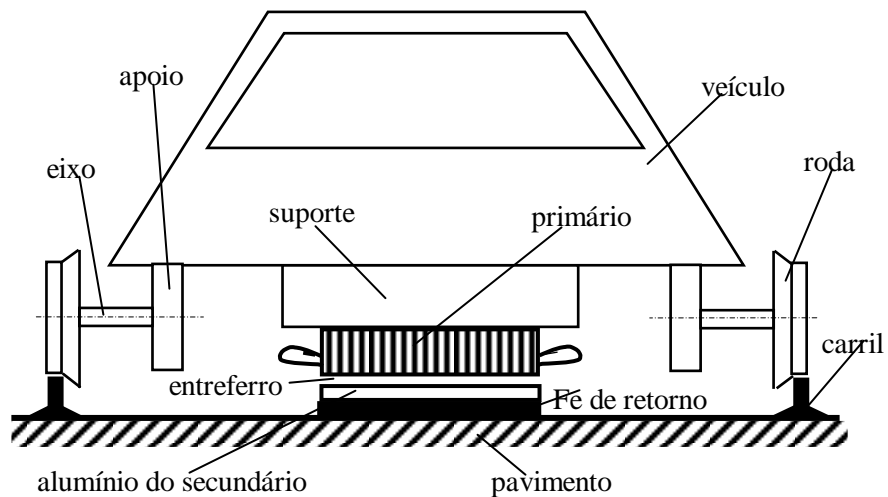


Figura 2.23 - Veículo de tracção eléctrica equipado com ALIs, e desenvolvido na SMEEP do IST/UTL. Tipo S.P.E., D.P.M.

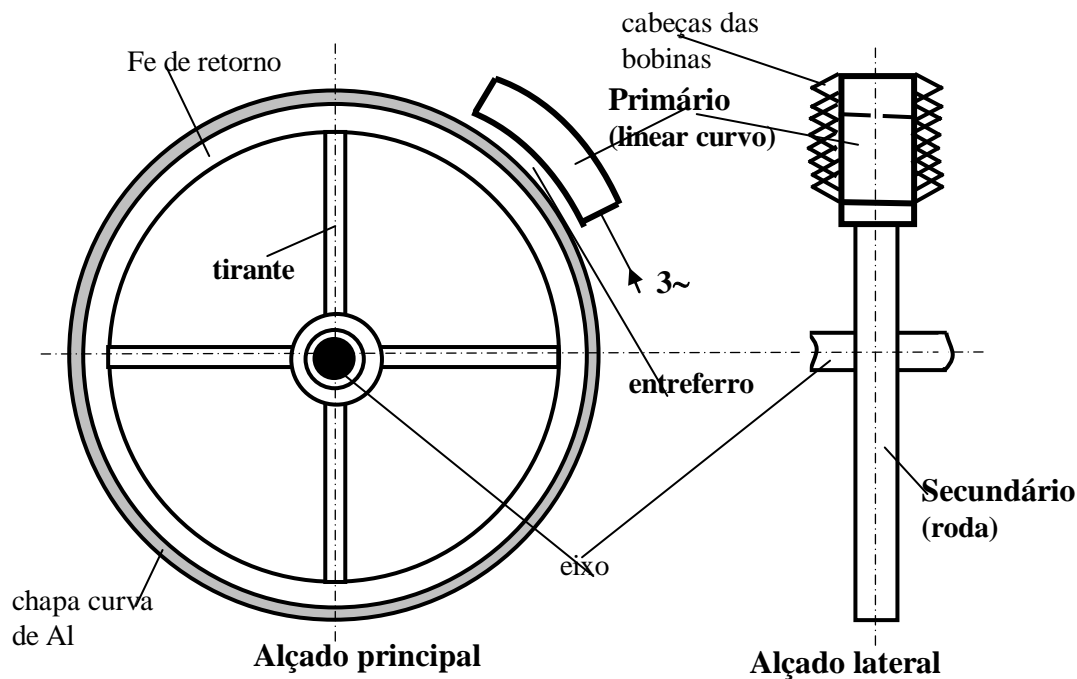


Figura 2.24 - Esboço do aspecto construtivo de um protótipo, linear curvo, projectado e ensaiado na Ansaldo, Itália (tipo S.P.E., D.P.M).

No caso de se manter o primário com a forma de um paralelepípedo e se encurvar a chapa do induzido em forma de bolacha, obtém-se a configuração de um ALIP com o secundário em disco, como se pode observar na Figura 2.25 [11, 12, 38, 39]. Neste tipo de actuadores verifica-se que a velocidade periférica do secundário aumenta das zonas mais próximas do eixo para as mais afastadas, por isso o escorregamento não uniforme. Assim, o espectro magnético das linhas de força torna-se mais intenso na zona periférica (menor reacção magnética do secundário).

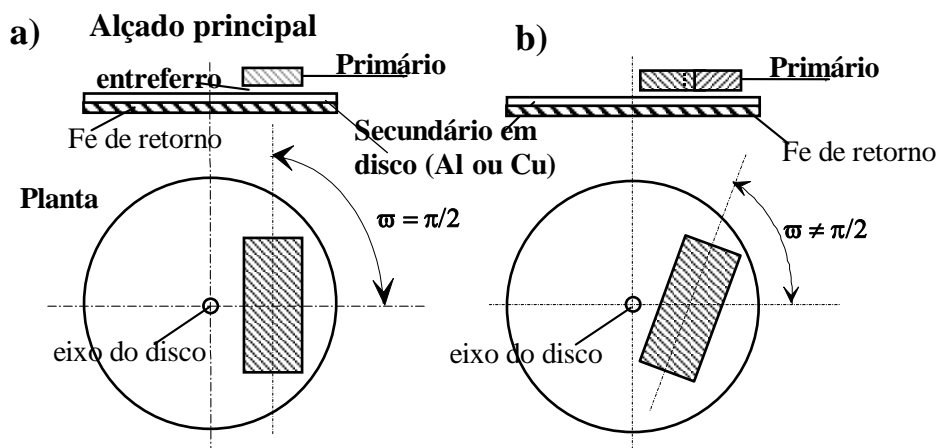


Figura 2.25 - Configuração básica de um ALIP com o secundário em disco. Caso particular de ALIP de S.P.E., D.P.M.

Da Figura 2.25, ϖ representa o ângulo compreendido entre o eixo horizontal do secundário em disco e o eixo longitudinal do primário. A opção da alínea **b)**, da Figura 2.25, embora de menor eficiência, tem apenas interesse no caso de se pretender reduzir a componente tangencial da força electromagnética.

Assim os ALIPs em disco secundário, de acordo com as suas características, podem-se subdividir em actuadores [12, 39]:

- de simples primário eléctrico e magnético (S.P.E., S.P.M.; 1 entreferro - sem ferro de retorno);
- de simples primário eléctrico e duplo primário magnético (S.P.E., D.P.M.; 1 entreferro);
- de duplo primário eléctrico e simples primário magnético (D.P.E., S.P.M.; 1 entreferro);
- de simples primário eléctrico e duplo primário magnético (S.P.E., D.P.M.; 2 entreferros);
- de duplo primário eléctrico e magnético (D.P.E.; D.P.M.; 2 entreferros);
- de duplo primário eléctrico e bi-duplo primário magnético (D.P.E., BD.P.M.; 4 entreferros);
- de bi-duplo primário eléctrico e bi-duplo primário magnético (BD.P.E., BD.P.M.; 4 entreferros).

Na Figura 2.26 são apresentadas as configurações geométricas dos ALIPs em disco secundário [11, 12, 39].

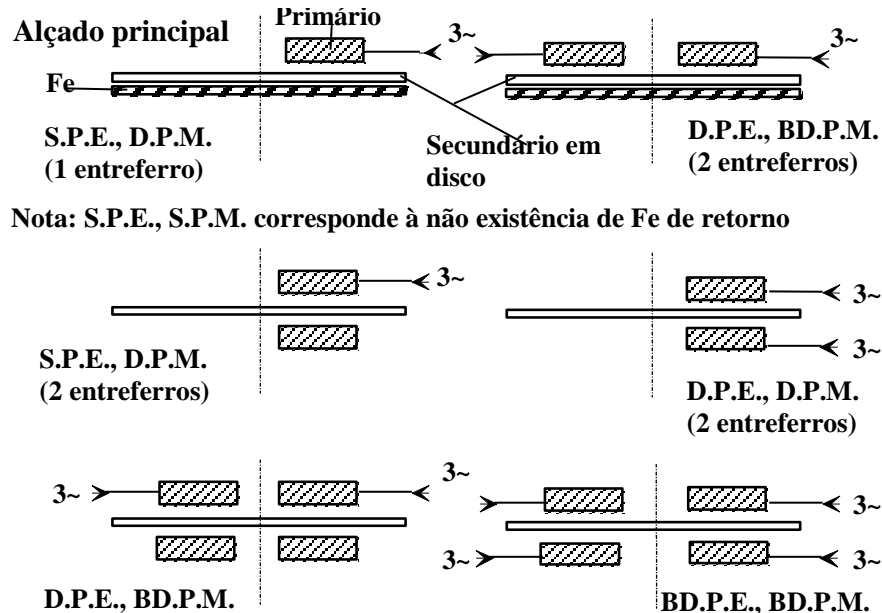


Figura 2.26 - Esquema de configurações geométricas de ALIPs com chapa secundária em disco.

Relativamente às novas vantagens observadas em relação ao ALIP, com o secundário em gaiola, na Figura 2.27 apresenta-se um esquema de planificação da gaiola a partir do seu análogo motor assíncrono MRI [04, 26].

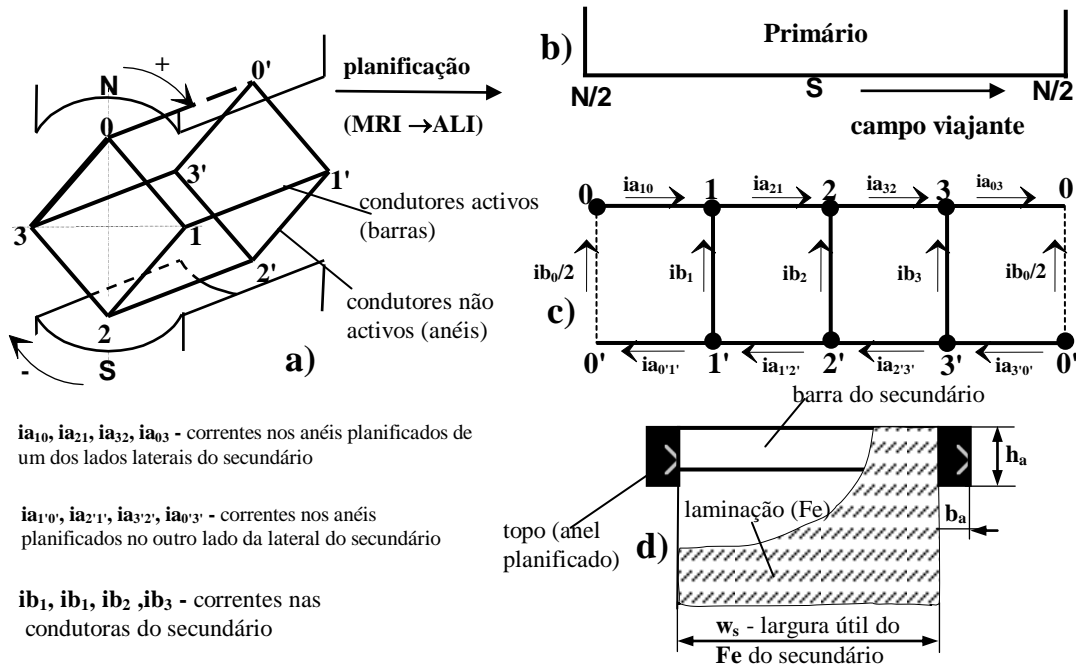


Figura 2.27 - Motor assíncrono de indução com secundário em gaiola.

A Figura 2.28 apresenta um esquema eléctrico de uma planificação simples, constituído apenas por quatro barras e anéis, do secundário do ALIP em gaiola, representado na Figura 2.27 [04, 26].

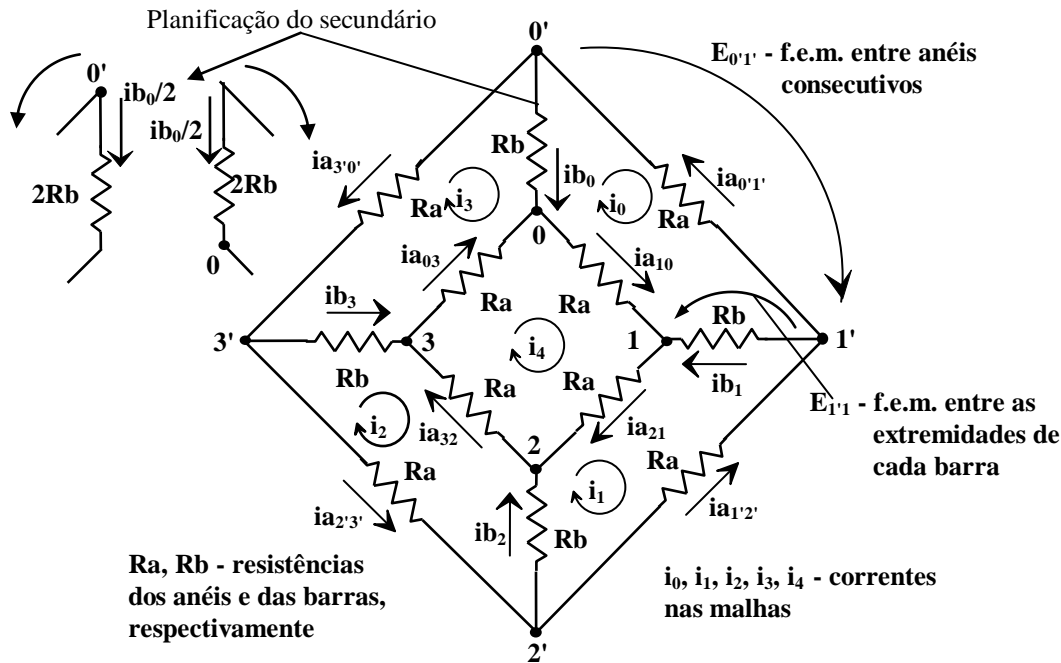


Figura 2.28 - Representação, em rede plana, do circuito eléctrico correspondente ao conjunto dos anéis e das barras planificadas de um ALIP com o secundário em gaiola.

2.1.1 Enrolamentos dos Actuadores Lineares de Indução Planos

Como se sabe, os enrolamentos dos ALIPs podem ser alojados nas cavas do estator de diversas maneiras. Geralmente classificam-se em diametrais quando o passo do enrolamento é igual ao passo polar e em corda quando diferente. Quando o passo do enrolamento é superior ao passo diametral chama-se de passo alongado, caso contrário será de passo encurtado (geralmente mais económico em termos de comprimento total de fio condutor).

Quanto ao modo como as bobinas estão ligadas entre si, os enrolamentos podem-se classificar em imbricados, ondulados e espiralados [11, 39].

Os enrolamentos alojados nas cavas do primário dos ALIPs são considerados distribuídos se existirem duas ou mais cavas consecutivas bobinadas por pólo e por fase ($q \geq 2$), isto é, pertencentes à mesma fase, caso contrário dizem-se concentrados ($q = 1$). Neste tipo de actuadores os enrolamentos são geralmente imbricados, e podem ainda ser de passo diametral ou de passo encurtado. Também os enrolamentos são considerados distribuídos se existirem algumas sequências de cavas preenchidas, em partes iguais, por enrolamentos de fases diferentes. Quanto ao número de secções de bobinas por cava, neste tipo de actuadores, podem-se implementar uma ou duas, caso mais vulgar, camadas do enrolamento.

Nos enrolamentos de passo diametral a largura de cada bobina é igual ao passo polar τ . Neste caso os enrolamentos devem ter, por questões económicas, apenas uma camada em cada cava. Este tipo de enrolamentos é hoje pouco utilizado nos ALIPs, excepto se o numero total de cavas for pequeno.

Para enrolamentos de uma só camada ou de duas camadas com todas as cavas totalmente preenchidas, isto é, com bobinas de compensação nas extremidades, o comprimento do primário, em número total de cavas de um ALIP (Q_t), deve ser igual ao produto do número de cavas bobinadas por pólo e por fase q , pelo número de fases (m_1) e pelo número de pólos da máquina (P), sendo $p = P / 2$ o número de pares de pólos. Assim o número total de cavas para ALIPs, e para enrolamentos de uma só camada, ou de duas camadas com bobinas de compensação, será dado por [23, 39].

$$Q_t = 2m_1pq = 2\tau_c p \quad (2.1)$$

em que τ_c é o passo polar, em número de cavas, que também será dado por

$$\tau_c = \frac{Q_t}{2p} = m_1 q \quad (2.2)$$

Por outro lado, para ALIPs com enrolamentos de dupla camada e de passo encurtado, considerando γ_e o número de cavas de encurtamento, na ligação eléctrica entre as respectivas camadas, superior (s) e inferior (i), de cada bobina do primário, o encurtamento do passo β_e , na prática compreendido entre $2/3$ e 1 , é dado por [23, 39]

$$\beta_e = \frac{m_1 q - \gamma_e}{m_1 q} = \frac{\tau_c - \gamma_e}{\tau_c} = \frac{\tau_e}{\tau_c} \quad (2.3)$$

em que τ_e é o passo do enrolamento, em número de cavas. Para os enrolamentos em que $\beta_e < 1$, o que corresponde a $\gamma_e > 0$, e sem bobinas de compensação, ou seja, com as cavas das extremidades apenas com uma bobina [23], o número total de cavas virá igual a

$$Q_t = (2p + \beta_e) \tau_c; \quad (\beta_e < 1) \quad (2.4)$$

No caso particular de β_e ser igual à unidade, deve-se utilizar a expressão (2.1), pois, neste caso, não se justifica encurtarem-se enrolamentos de dupla camada e, por isso, os enrolamentos deverão ser apenas de simples camada.

Relativamente à Figura 2.22-a, cita-se o exemplo de ligação de enrolamentos ondulados concentrados, de uma só camada e com 4 pólos, como se pode observar num esquema planificado representado na Figura 2.29, em que o número de cavas bobinadas por pólo e por fase é igual a um ($q = 1$) [39].

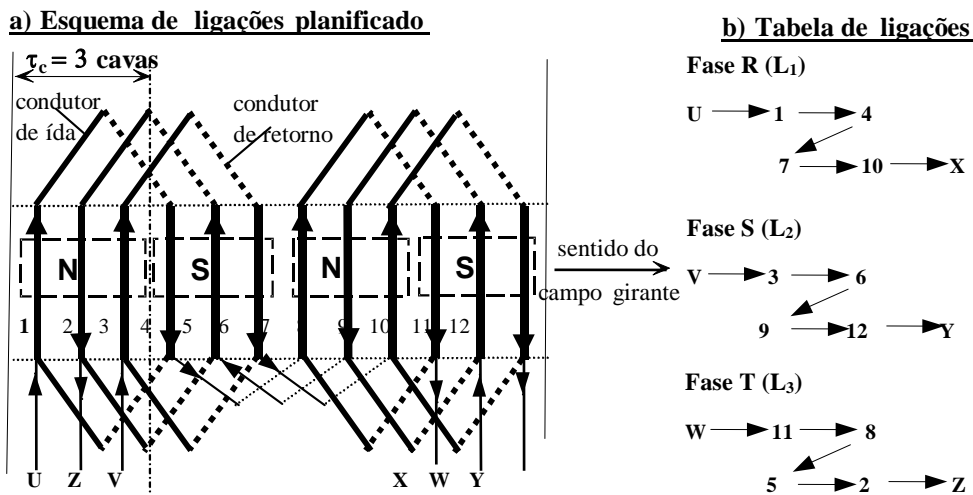


Figura 2.29 - Esquema de ligações dos enrolamentos de um ALIP trifásico de 4 pólos, com enrolamentos concentrados, de passo diametral e do tipo ondulado ($q = 1$).

Ainda relativamente à Figura 2.22-a, cita-se o exemplo de ligação de enrolamentos espiralados distribuídos, de uma só camada, como se pode observar num esquema planificado representado na Figura 2.30, em que o número de cavas bobinadas por pólo e por fase é igual a dois ($q = 2$) [39].

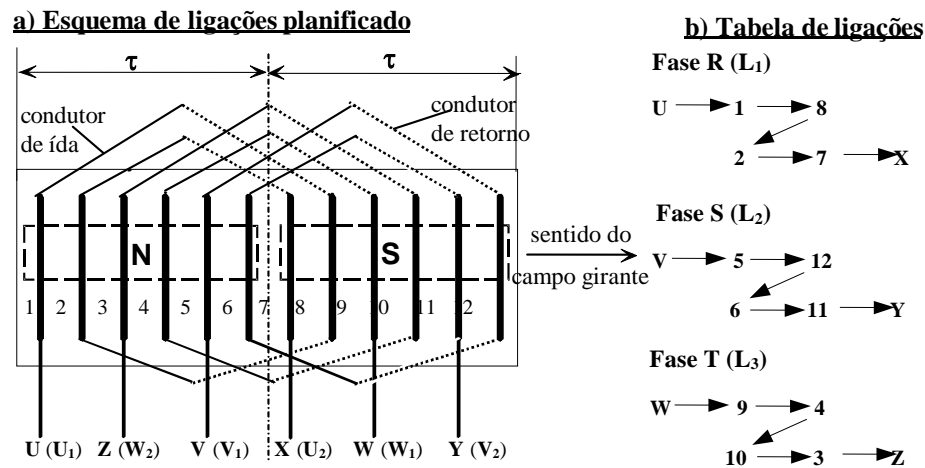


Figura 2.30 - Esquema de ligações dos enrolamentos de um ALIP trifásico de 2 pólos, com enrolamentos distribuídos, de passo igual ao passo polar e do tipo espiralado ($q = 2$).

Da Figura 2.30, τ representa o passo polar linear, em unidades métricas. Os pólos **N** e **S** são fictícios, movimentando-se no sentido do campo girante. Cada circuito eléctrico independente, de um ALI trifásico, é constituído por dois terminais. Assim os terminais dos três circuitos são referenciados por [39]:

- **U** (ou **U₁**) quando ligado à fase **R** (ou **L₁**), e o outro por **X** (ou **U₂**);
- **V** (ou **V₁**) quando ligado à fase **S** (ou **L₂**), e o outro por **Y** (ou **V₂**);
- **W** (ou **W₁**) quando ligado à fase **T** (ou **L₃**), e o outro por **Z** (ou **W₂**).

Os terminais **X**, **Y** e **Z** podem ser ligados entre si (ligação em estrela - **Y**), ou, por exemplo, a **V**, **W** e a **U**, respectivamente (ligação em triângulo - **Δ**), como se pode indicar na Figura 2.31.

A Figura 2.31 apresenta dois casos possíveis de ligação dos enrolamentos, de um ALI, à rede eléctrica, em que a regulação da tensão aos seus terminais pode ser feita, de uma forma clássica, por intermédio de um autotransformador [39].

Dada a principal importância de se protegerem as pessoas, a Figura 2.31 apresenta esquematicamente terminais de ligação das massas dos aparelhos eléctricos, que accidentalmente possam estar em tensão, e suas ligações à terra de protecção com o objectivo da protecção dessas pessoas contra contactos directos. A protecção contra contactos indirectos será assegurada por intermédio de disjuntores diferenciais, localizados nos quadros parciais, que protegem um ou mais aparelhos eléctricos eventualmente em tensão.

O condutor de neutro (**N**) é omitido quando as máquinas eléctricas trifásicas têm os seus enrolamentos ligados em **Δ**. Quando os enrolamentos estão ligados em **Y**, mesmo que as tensões da rede se encontrem equilibradas, o condutor de neutro é conveniente quando houver desequilíbrio das correntes nas três fases. No caso de ALIs bifásicos (apenas duas fases) o condutor de neutro é absolutamente necessário.

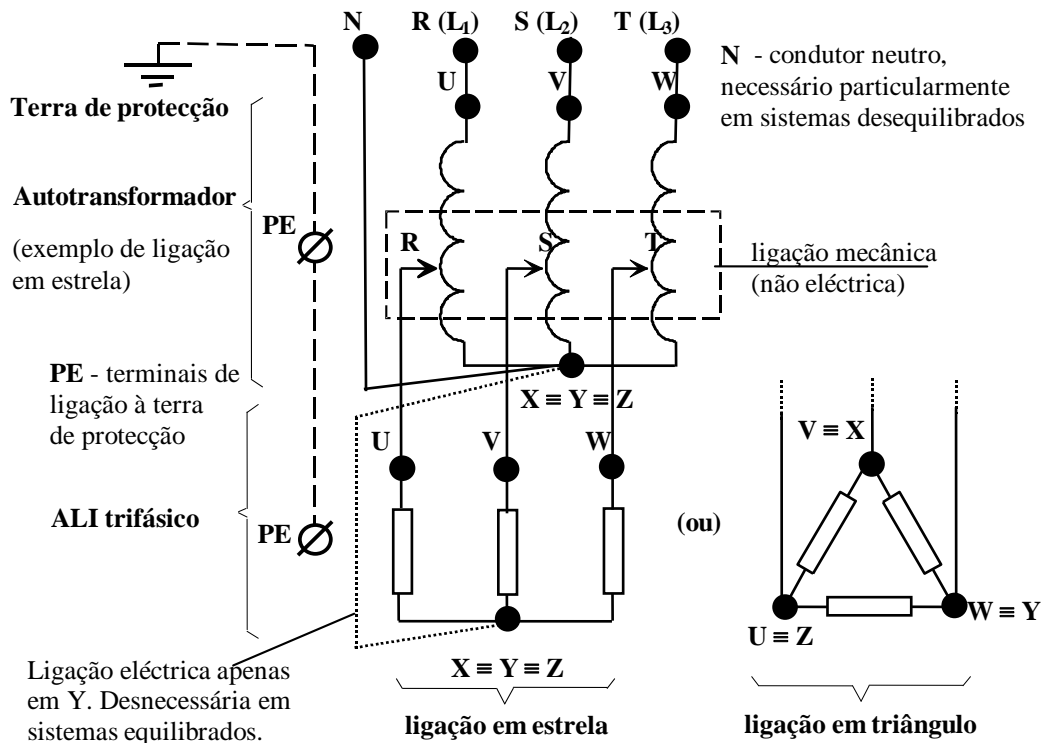


Figura 2.31 - Esquema de ligações dos enrolamentos de um ALI trifásico à rede, por intermédio de um autotransformador com os enrolamentos em Y.

Geralmente, tal como nos motores assíncronos, os ALIs têm também caixas de terminais cujas ligações podem ser feitas em estrela ou em triângulo, de acordo com recomendações de cada fabricante. Apresenta-se, na Figura 2.32, alguns possíveis esquemas de caixas de terminais e modos de ligação [39].

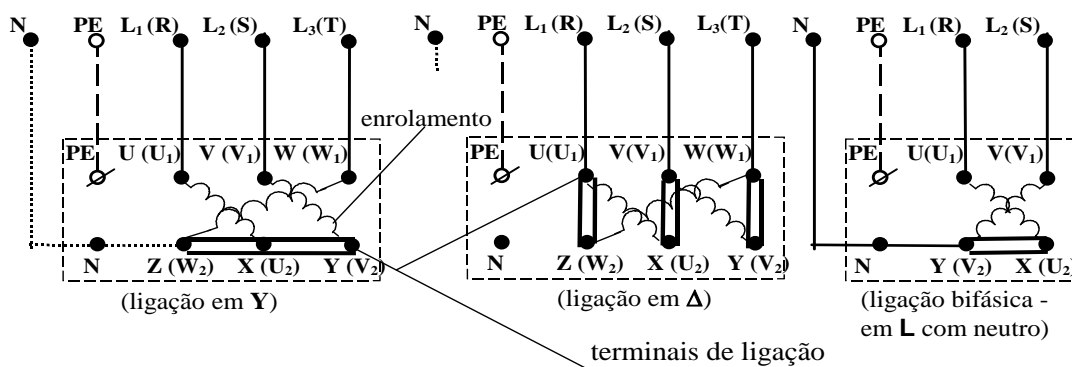


Figura 2.32 - Esquemas dos terminais de ligação das caixas de terminais, para alimentação em estrela, em triângulo e bifásica.

Quanto aos enrolamentos imbricados, a Figura 2.33 apresenta um esquema análogo ao da Figura 2.30 [39].

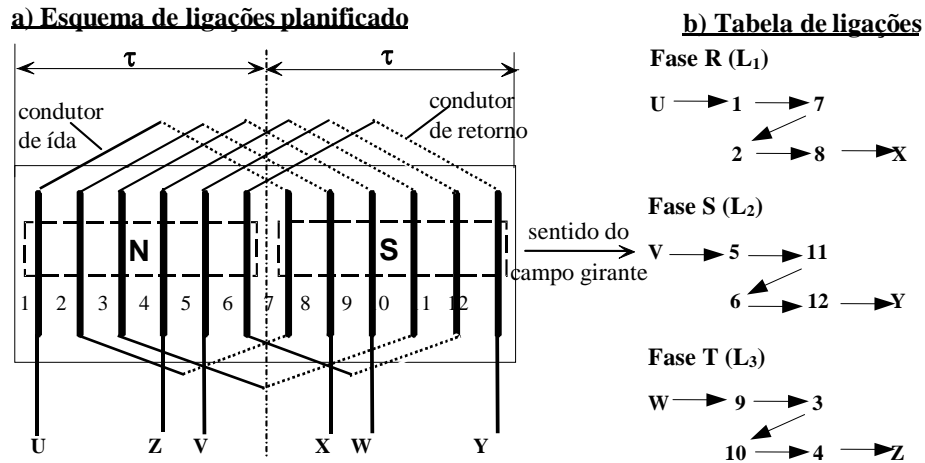


Figura 2.33 - Esquema de ligações dos enrolamentos de um ALIP trifásico de 2 pólos, com enrolamentos imbricados, de passo igual ao passo polar e do tipo imbricado ($q = 2$).

A Figura 2.34 apresenta um enrolamento trifásico ondulado de um ALIP, de passo diametral, com 24 cavas, 8 pólos e de simples camada, e com caixa de terminais U (L_1), V (L_2), W (L_3), X, Y e Z [04].

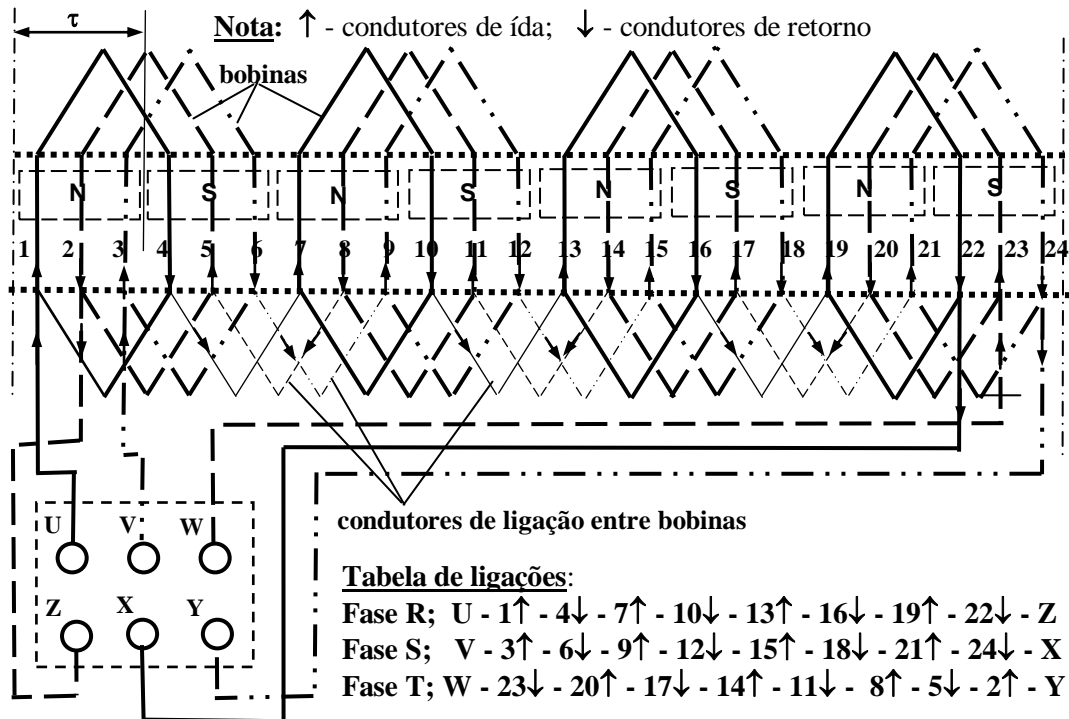


Figura 2.34 - Esquema de ligações dos enrolamentos de um ALIP trifásico de 8 pólos, com enrolamentos ondulosos, e de passo diametral ($q = 1$).

A Figura 2.35 apresenta um enrolamento trifásico imbricado de um ALIP, de passo diametral, com 24 cavas, 4 pólos e de simples camada.

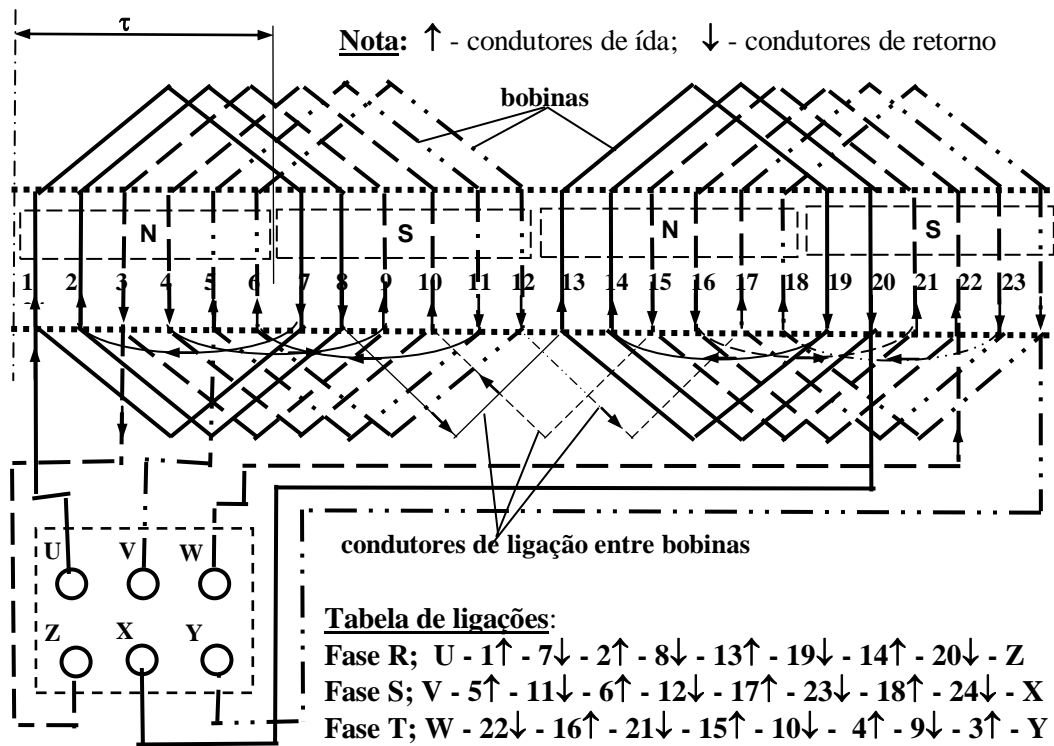


Figura 2.35 - Esquema de ligações dos enrolamentos de um ALIP trifásico de 4 pólos, com enrolamentos imbricados, e de passo diametral ($q = 2$).

Para representação dos pólos magnéticos fictícios, num ALI, é conveniente conhecer a evolução temporal das correntes e do campo magnético viajante, que de um modo geral são trifásicos e sinusoidais, como se indica na Figura 2.36 [07].

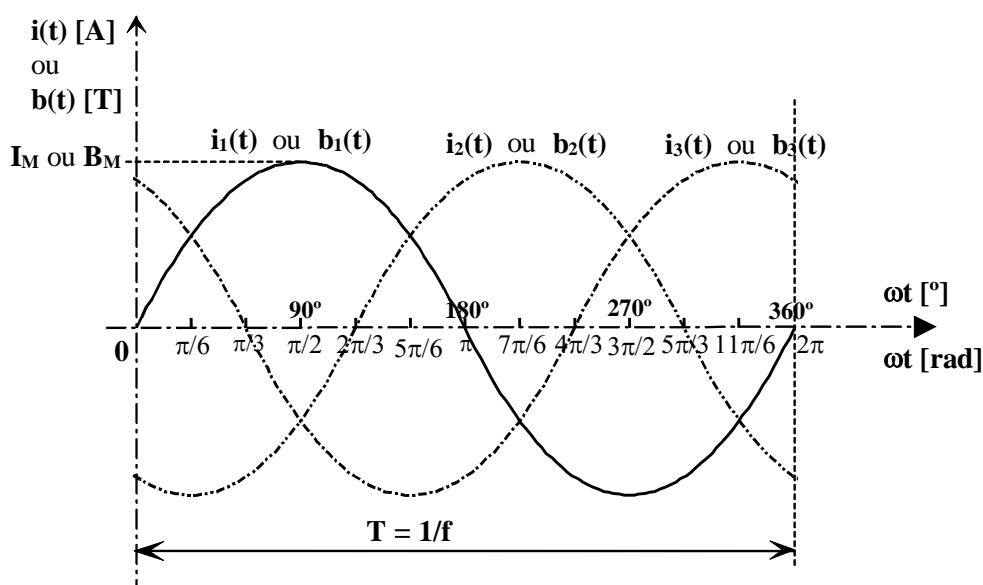


Figura 2.36 - Diagrama cartesiano das correntes, ou das induções magnéticas correspondentes a cada fase, correspondentes a um sistema trifásico.

Relativamente à Figura 2.36, considerando um sistema totalmente equilibrado, verifica-se que, por exemplo, a corrente i_1 , considerada em fase com a origem dos tempos, em grandezas complexas, será dada por $\bar{i}_1 = I_M e^{j\omega t} = \sqrt{2} I e^{j\omega t}$, em que I_M é a respectiva amplitude em [A], I o valor eficaz da corrente, também em [A], ω a pulsação angular, em [rad/s], e t o tempo, em [s]. As correntes i_2 e i_3 , também em grandezas complexas, serão dadas por $\bar{i}_2 = I_M e^{j(\omega t - \frac{2\pi}{3})}$ e por $\bar{i}_3 = I_M e^{j(\omega t - \frac{4\pi}{3})}$, respectivamente. Dado que, em boa parte dos casos em análise, as correntes são representadas por funções sinusoidais, por uma questão de opção, convencionou-se que i_1 representa a parte imaginária de \bar{i}_1 , ou seja, $i_1 = \text{Im}\{\bar{i}_1\} = \sqrt{2} I \sin \omega t$, do mesmo modo $i_2 = \text{Im}\{\bar{i}_2\} = \sqrt{2} I \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3})$ e $i_3 = \text{Im}\{\bar{i}_3\} = \sqrt{2} I \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3})$. Assim, por exemplo, podem-se constatar as seguintes situações particulares para valores de ωt [07]:

$$\omega t = \begin{cases} 0 \rightarrow i_1 = 0; & i_2 = -\frac{\sqrt{3} I_M}{2} = -\frac{\sqrt{3} I}{\sqrt{2}}; & i_3 = +\frac{\sqrt{3} I_M}{2} = +\frac{\sqrt{3} I}{\sqrt{2}} \\ \frac{\pi}{6} \rightarrow i_1 = +\frac{I_M}{2} = +\frac{I}{\sqrt{2}}; & i_2 = -I_M = -\sqrt{2} I; & i_3 = +\frac{I_M}{2} = +\frac{I}{\sqrt{2}} \\ \frac{\pi}{4} \rightarrow i_1 = +\frac{I_M}{\sqrt{2}} = +I; & i_2 \cong -0,966 I_M \cong -1,366 I; & i_3 \cong +0,259 I_M \cong +0,366 I \\ \frac{\pi}{3} \rightarrow i_1 = +\frac{\sqrt{3} I_M}{2} = +\frac{\sqrt{3} I}{\sqrt{2}}; & i_2 = -\frac{\sqrt{3} I_M}{2} = -\frac{\sqrt{3} I}{\sqrt{2}}; & i_3 = 0 \\ \frac{\pi}{2} \rightarrow i_1 = +I_M = +\sqrt{2} I; & i_2 = -\frac{I_M}{2} = -\frac{I}{\sqrt{2}}; & i_3 = -\frac{I_M}{2} = -\frac{I}{\sqrt{2}} \end{cases} \quad (2.5)$$

Naturalmente que se torna mais cómodo o uso das correntes nas fases em valores por unidade (**p.u.**), isto é, considerar apenas $i_1 = \sin \omega t$, $i_2 = \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3})$ e $i_3 = \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3})$, ou seja, por exemplo, para $\omega t = 0$, obterem-se os valores $i_1 = 0$, $i_2 = -\sqrt{3}/2$ e $i_3 = +\sqrt{3}/2$. Ainda, da Figura 2.36, se pode constatar que as relações lineares, fora da zona de saturação magnética, entre as correntes e as respectivas induções serão genericamente dadas por $\bar{b} = K \bar{i}$ (ou $\bar{b} \approx \bar{i}$), em que K representa uma constante de proporcionalidade. Também T representa o período, em [s], e f a frequência, em [Hz].

A Figura 2.37 apresenta um esboço das f.m.m.s e o sentido do campo viajante, criados pelas correntes no primário, de um ALIP de passo diametral, com 24 cavas, 4 pólos e de simples camada (Figura 2.35), para $\omega t = 0$ e para $\omega t = \pi/2$.

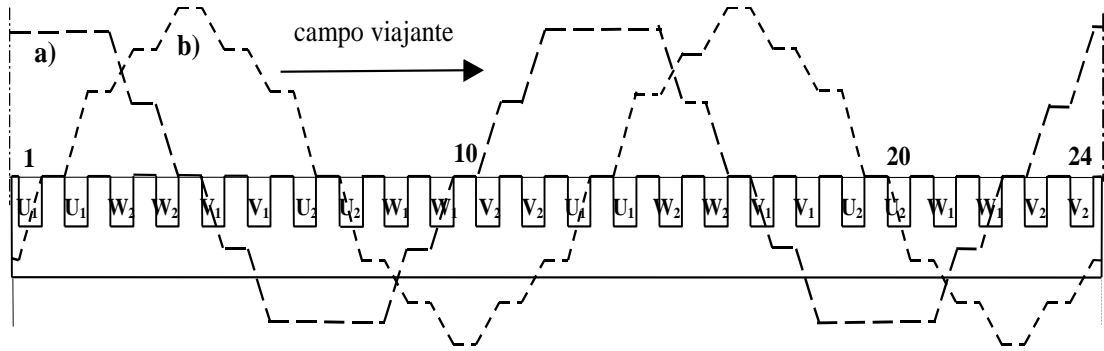


Figura 2.37 - Esboço das f.m.m.s num ALIP com 24 cavas, 4 pólos e de 1 camada.

a) $\omega t = 0$ ($i_1 = 0$, $i_2 = -\sqrt{3}/2$, $i_3 = \sqrt{3}/2$);

b) $\omega t = \pi/2$ ($i_1 = 1$, $i_2 = -1/2$, $i_3 = -1/2$).

A Figura 2.38 também apresenta um esboço das f.m.m.s e o sentido do campo viajante, criados pelas corrente no primário, de um ALIP de passo diametral, com 24 cavas, 4 pólos e de simples camada (Figura 2.35), para $\omega t = 0$ e para $\omega t = \pi/2$, em são trocadas duas fases, L_2 e L_3 .

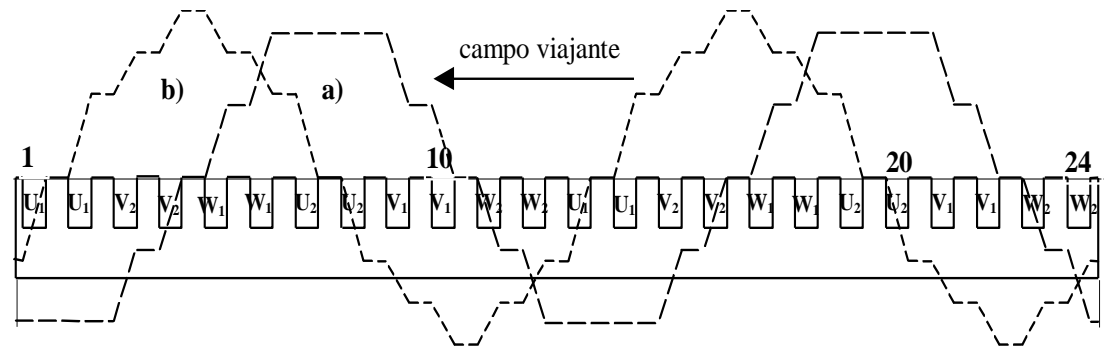


Figura 2.38 - Esboço das f.m.m.s num ALIP com 24 cavas, 4 pólos e de 1 camada, com as fases L_2 e L_3 trocadas.

a) $\omega t = 0$ ($i_1 = 0$, $i_2 = -\sqrt{3}/2$, $i_3 = \sqrt{3}/2$);

b) $\omega t = \pi/2$ ($i_1 = 1$, $i_2 = -1/2$, $i_3 = -1/2$).

No caso dos enrolamentos de passo encurtado a largura de cada bobina é inferior ao passo polar τ . Neste tipo de enrolamentos cada cava tem duas camadas. Dada a topologia dos ALIPs, as cavas em ambas as extremidades ficam semi-preenchidas; neste caso diz-se que a máquina não tem bobinas de compensação [07, 32, 67, 68]. No entanto, as zonas semi-preenchidas podem ser ocupadas por bobinas fechadas, em cada um dos extremos do ALIP; neste caso diz-se que a máquina tem bobinas de compensação. Este tipo de enrolamentos, quer com ou sem bobinas de compensação, é largamente utilizado.

Nos ALIPs de dupla camada e sem enrolamentos de compensação é necessário, do ponto de vista construtivo, a utilização de um maior volume de ferro e de um menor volume de cobre. Contudo do ponto de vista electromagnético existe uma maior assimetria da distribuição do campo em ambas as extremidades [07, 32].

Na Figura 2.39 apresenta-se um esquema e uma tabela de ligações dos enrolamentos trifásicos de um ALIP de 2 camadas ($N_c = 2$), com indicação dos sentidos de ligação dos enrolamentos à rede, sem bobinas de compensação, com $Q_t = 29$, $P = 4$, $q = 2$, $\tau_c = 6$ e $\beta_e = 5/6$. Para não se sobrecarregar o desenho da Figura 2.20, apenas são esboçados todos os condutores correspondentes à fase L_1 [32].

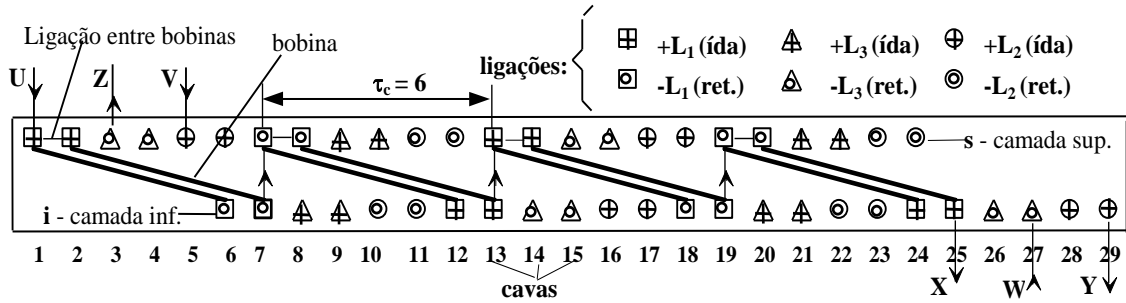


Tabela de ligações (Nota: s - camada superior; i - camada inferior;
 \uparrow - condutor de ida; \downarrow - condutor de retorno).

U- 1s \uparrow -6i \downarrow -2s \uparrow -7i \downarrow -7s \downarrow -12i \uparrow -8s \downarrow -13i \uparrow -13s \uparrow -18i \downarrow -14s \uparrow -19i \downarrow -19s \downarrow -24 \uparrow -20 \downarrow -25 \uparrow -X

V- 5s \uparrow -10i \downarrow -6s \uparrow -11i \downarrow -11s \downarrow -16i \uparrow -12s \downarrow -17i \uparrow -17s \uparrow -22i \downarrow -18s \uparrow -23i \downarrow -23s \downarrow -28i \uparrow -24s \downarrow -
-23s \uparrow -Y

W- 27i \downarrow -22s \uparrow -26i \downarrow -21s \uparrow -21i \uparrow -16s \downarrow -20i \uparrow -15s \downarrow -15i \downarrow -10s \uparrow -14i \downarrow -9s \uparrow - 9i \uparrow -4s \downarrow -8i \uparrow
-3s \downarrow -Z

Figura 2.39 - Esquema e tabela de ligações dos enrolamentos de um ALIP trifásico sem bobinas de compensação, de 29 cavas, 4 pólos, $q = 2$, $N_c = 2$, e $\beta_e = 5/6$.

Como se pode observar, da Figura 2.39, para $\beta_e = 2/3$ o ALIT, sem bobinas de compensação, terá apenas de possuir 28 cavas.

A Figura 2.40 representa o mesmo esquema de ligações do ALIP indicado na Figura 2.39, em que também se indica a distribuição dos pólos fictícios para $\omega t = 0$ ($i_1 = 0$, $i_2 = -\sqrt{3}/2$ e $i_3 = +\sqrt{3}/2$).

Do mesmo modo, a Figura 2.41 apresenta a distribuição dos pólos fictícios $\omega t = \pi/2$ ($i_1 = +1$, $i_2 = -1/2$ e $i_3 = -1/2$).

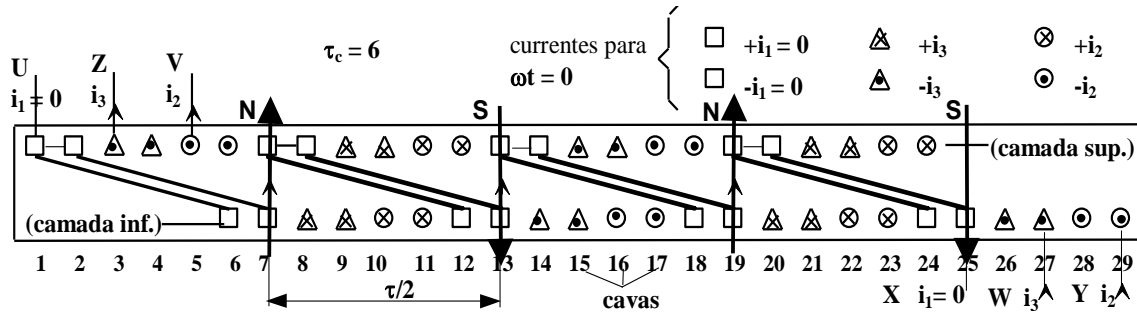


Figura 2.40 - Esquema de ligações, sentidos das correntes e indicação dos polos **N** e **S**, de um ALIP de 29 cavas sem enrolamentos de compensação para $\beta_e = 5/6$ e $\omega t = 0$.

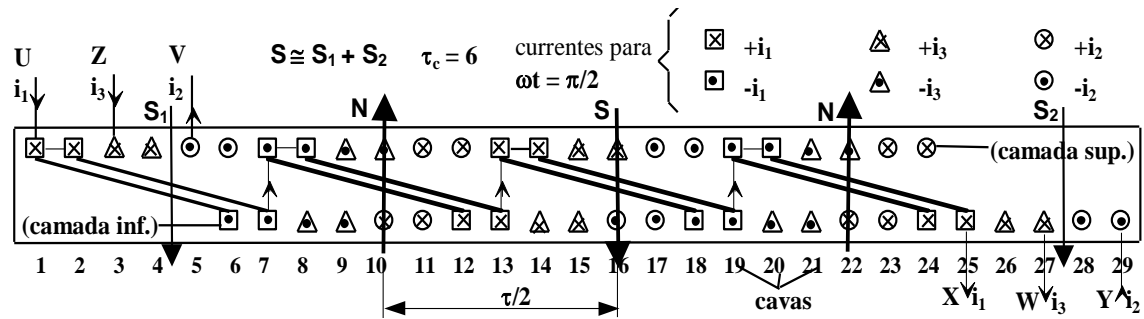


Figura 2.41 - Esquema de ligações, sentidos das correntes e indicação dos polos **N** e **S**, de um ALIP de 29 cavas sem enrolamentos de compensação para $\beta_e = 5/6$ e $\omega t = \pi/2$.

Da Figura 2.41, a expressão $\mathbf{S} \cong \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2$ tem o significado de que as induções magnéticas nas extremidades, correspondentes por exemplo ao pólo **S**, são menores do que na zona central, admitindo que o balanço do fluxo total limitado, teoricamente, apenas ao comprimento do primário seja nulo.

Por comparação das Figuras 2.40 e 2.41, verifica-se que, de $\omega t = 0$ para $\omega t = \pi/2$, o campo viajante, criado pelas correntes trifásicas, deslocou-se de três cavas, ou seja de $\tau/2$.

Na Figura 2.42 apresenta-se um esquema das forças magnetomotrizes referente ao ALIP, com $Q = 29$ cavas, representado nas Figura 2.39, 2.40 e 2.41, para $c/d = 1$.

A Figura 2.43 apresenta uma outra versão da tabela de ligações relativa ao ALIP representado na Figura 2.38, em que se realçam os sentidos das l.f.c.m., polos **N** e **S**, para $\omega t = 0$.

Também, por observação da Figura 2.43 (Tabela de ligações), verifica-se que a destruição do campo magnético sofre distorções nas extremidades, pois nessas zonas a sequência dos polos **N** e **S**, em relação ao número de cavas, deixa de ser uniforme.

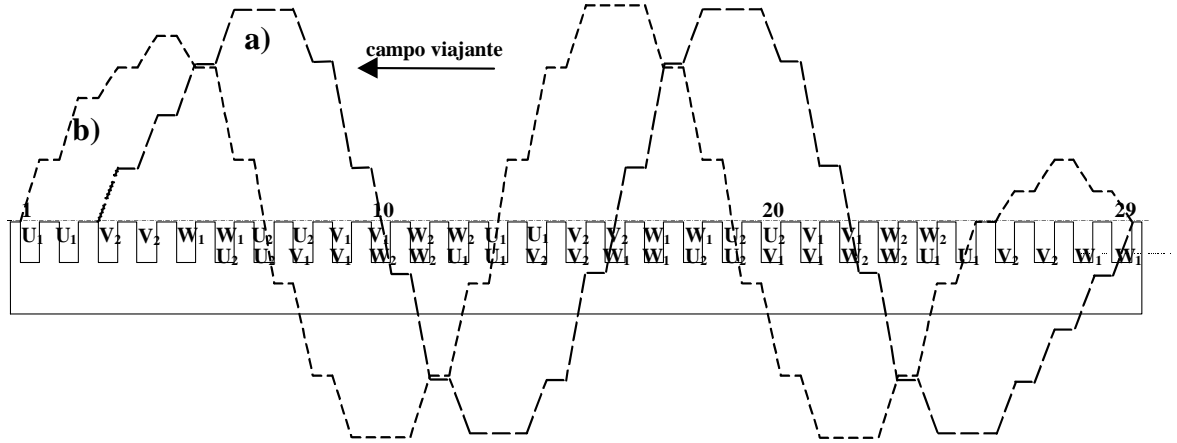


Figura 2.42 - Esboço das f.m.m.s num ALIP com 29 cavas, 4 pólos e de 2 camadas.

a) $\omega t = 0$ ($i_1 = 0$, $i_2 = -\sqrt{3}/2$, $i_3 = \sqrt{3}/2$);

b) $\omega t = \pi/2$ ($i_1 = 1$, $i_2 = -1/2$, $i_3 = -1/2$).

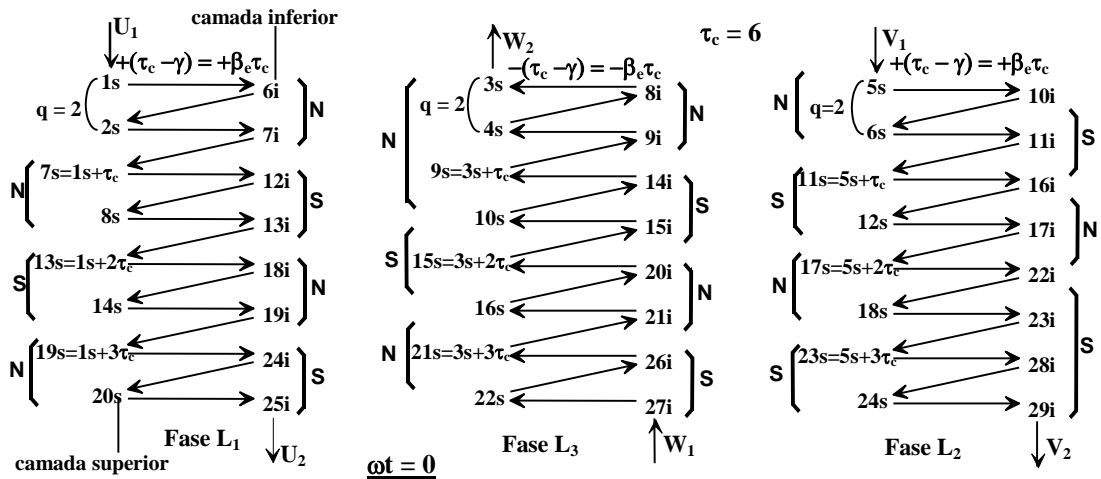


Figura 2.43 - Tabela de ligações e indicação dos pólos **N** e **S**, de um ALIP de 29 cavas sem enrolamentos de compensação para $\beta_e = 5/6$ e $\omega t = 0$.

Quanto a enrolamentos com bobinas de compensação, na Figura 2.44 apresenta-se um esquema de ligações de um ALIP trifásico de 2 camadas, com indicação dos sentidos das correntes, para $\omega t = \pi/2$, com $Q_t = 24$, $P = 4$, $q = 2$, $\tau_c = 6$ e $\beta_e = 5/6$.

A Figura 2.45 apresenta um esquema de ligações de um ALIP trifásico de 2 camadas, com indicação dos sentidos das correntes, para $\omega t = \pi/2$, com $Q_t = 24$, $P = 4$, $q = 2$, $\tau_c = 6$ e $\beta_e = 2/3$.

A Figura. 2.46 representa esquematicamente a disposição dos enrolamentos do primário de um ALIP trifásico, de dupla camada, com enrolamentos de compensação, para uma relação largura de cava (c) largura de dente (d) igual a dois. Apesar do passo das bobinas ser encurtado nos extremos, pode-se considerar que a evolução dos campos de

indução é aproximadamente sinusoidal ao longo de todo o comprimento útil do primário (l_p) [11, 39].

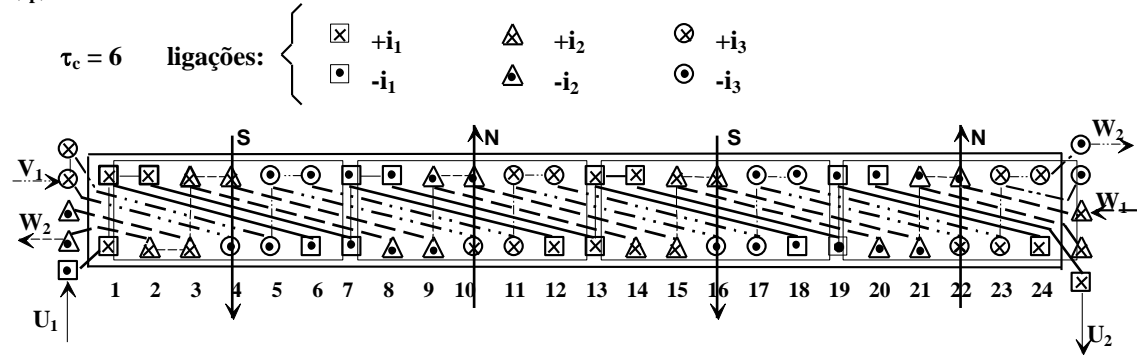


Figura 2.44 - Esquema de ligações, sentidos das correntes e indicação dos pólos **N** e **S**, de um ALIP de 24 cavas com enrolamentos de compensação para $\beta_e = 5/6$ e $\omega t = \pi/2$.

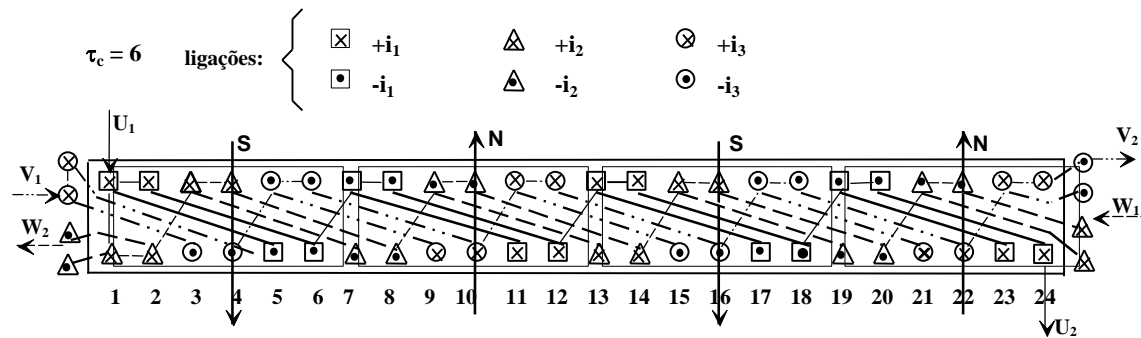


Figura 2.45 - Esquema de ligações, sentidos das correntes e indicação dos pólos **N** e **S**, de um ALIP de 24 cavas com enrolamentos de compensação para $\beta_e = 2/3$ e $\omega t = \pi/2$.

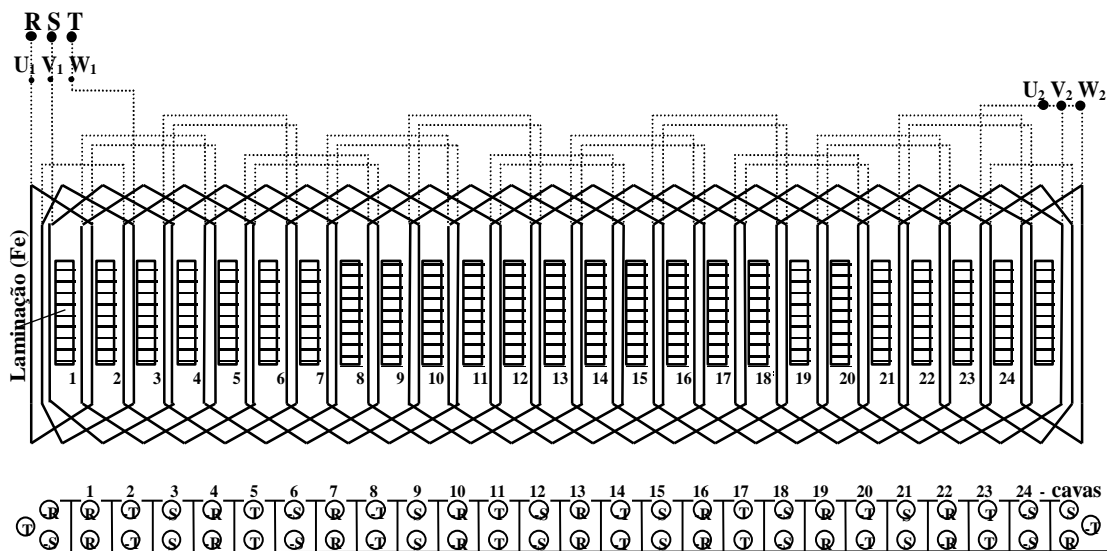


Figura 2.46 - Disposição dos enrolamentos (a traço cheio) e das ligações (a traço interrompido) de um ALIP, com 24 cavas e 8 pólos, e com enrolamentos de compensação.

Na Figura 2.47 apresenta-se um esquema de ligações dos enrolamentos trifásicos, em Y, de um ALIP de 79 cavas (Protótipo projectado e ensaiado na Empresa Industrial Ansaldo em Nápoles, Itália) [20, 22].

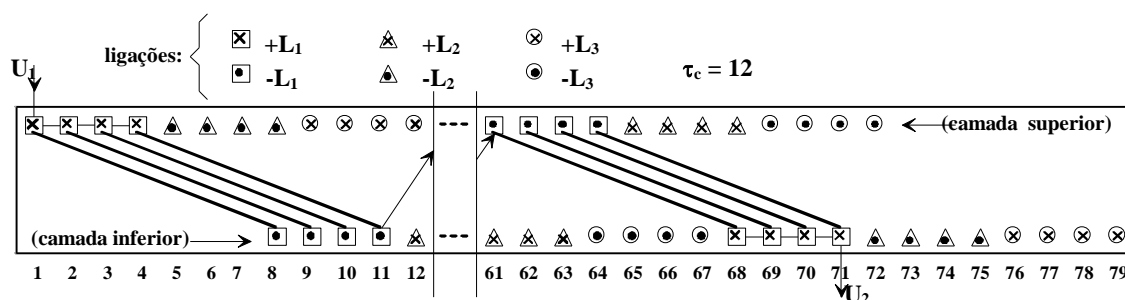


Figura 2.47 - Esquema de ligações do primário de um ALIP de 79 cavas, sem bobinas de compensação, para $N_c = 2$, $q = 4$, $P = 6$ e $\beta_e = 7/12$.

A Tabela 2.II descreve os principais dados referentes ao esquema do protótipo apresentado na Figura 2.24 [22, 67, 68].

Quantidade		Unidade
Frequência, f	23	Hz
Número de pólos, $2p$	6	-
Número total de cavas úteis, Q_t	79	-
Número de cavas bobinadas por pólo e por fase, q	4	-
Passo polar, τ	286,8	mm
Largura de cada cava, c	15,1	mm
Largura de cada dente, d	8,8	mm
Comprimento útil do primário, l_p	1,8403	m
Número de camadas do enrolamento, N_c	2	-
Número de condutores por cava, n_c	16	-
Densidade de corrente no enrolamento do primário (r.m.s.), J_1	5,5	A/mm ²
Passo do enrolamento, β_e	7/12	-
Valor eficaz da corrente por fase, I_1	481	A
Resistência do enrolamento primário, a 20 °C, R_1	0,03	Ω
Indutância de fugas do enrolamento primário, L_1	1,18	mH
Indutância de magnetização por fase, L_m	6,31	mH
Resistência do enrolamento secundário, a 20 °C, R_2	0,33	Ω
Indutância de fugas do enrolamento secundário, L_1	0,625	mH
Resistividade do alumínio do secundário	0,035	$\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$
Espessura do alumínio do secundário	6	mm
Largura da chapa de alumínio do secundário	390	mm
Espessura do ferro do secundário	40	mm
Largura do ferro laminado do secundário	325	mm
Tensão nominal (composta)	500	V

Tabela 2.II - Principais dados relativos a um ALIP de 79 cavas.

A Figura 2.48 apresenta uma tabela de ligações referente ao ALIP apresentado na Figura 2.47 e na Tabela 2.II.

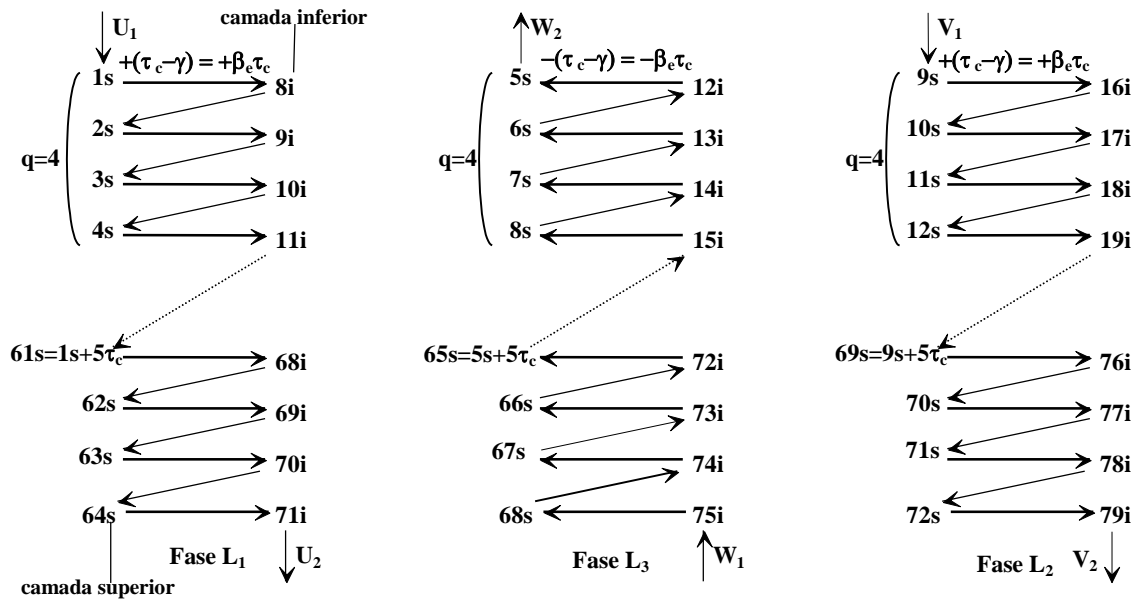


Figura 2.48 - Tabela de ligações do primário de um ALIP de 79 cavas, sem bobinas de compensação, para $N_c = 2$, $q = 4$, $P = 6$ e $\beta_e = 7/12$.

As Figuras 2.49 e 2.50 representam, em p.u., as primeiras harmônicas e a distribuição total da densidade linear de corrente, e a f.m.m. do ALIP de 79 cavas, para $\omega t = 0$ e para $\omega t = \pi/2$, respectivamente [22].

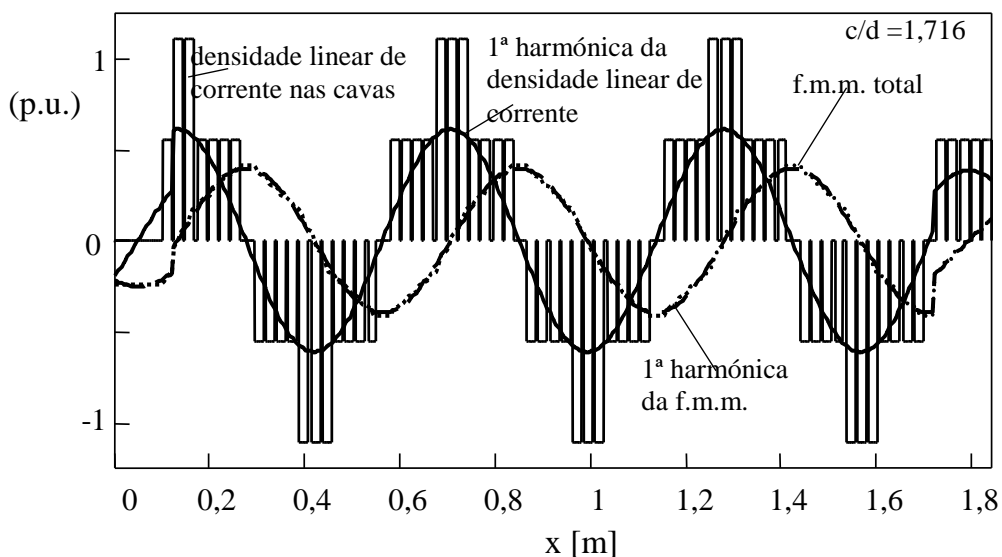


Figura 2.49 - Densidade linear de corrente e f.m.m. de um ALIP de 79 cavas, sem bobinas de compensação, para $\omega t = 0$.

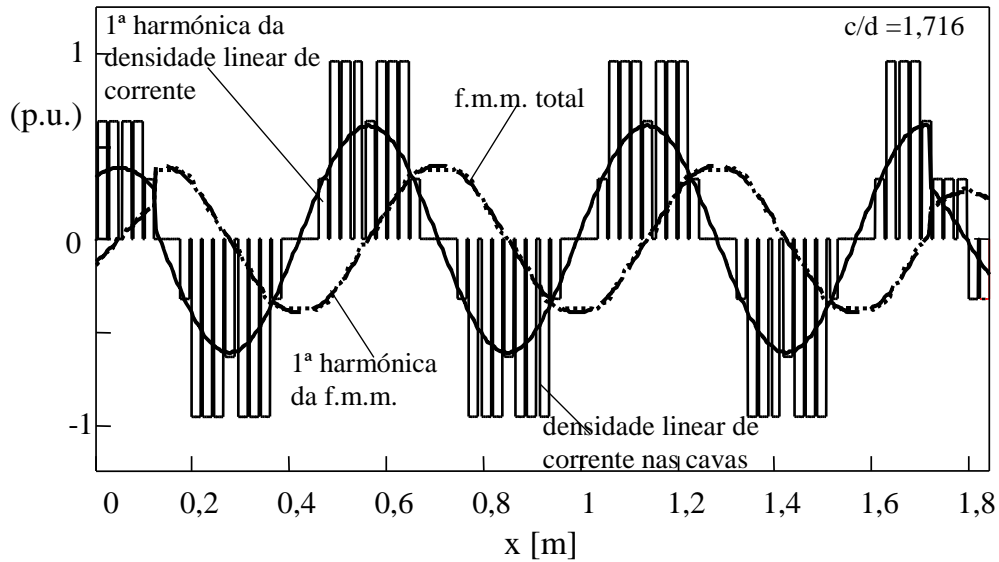


Figura 2.50 - Densidade linear de corrente e f.m.m. de um ALIP de 79 cavas, sem bobinas de compensação, para $\omega t = \pi/2$.

Das Figuras 2.49 e 2.50 verifica-se que as ondas correspondentes às primeiras harmónicas, quer da densidade linear de corrente quer da f.m.m., são descontínuas nas extremidades dos ALIs [22, 32].

Por outro lado, a Figuras 2.51 representa os espectros harmónicos da densidade linear de corrente e da f.m.m. [22].

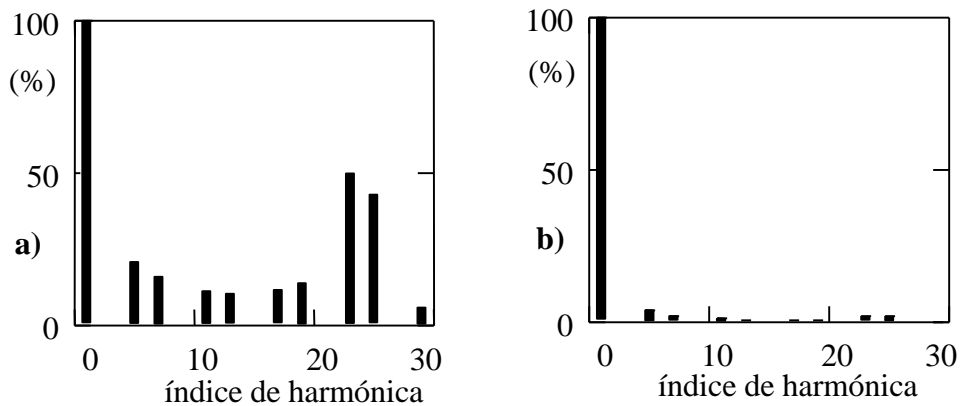
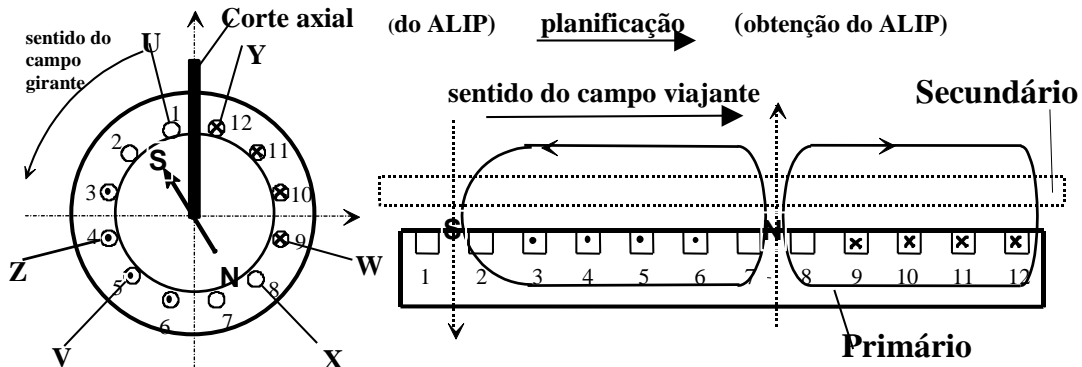


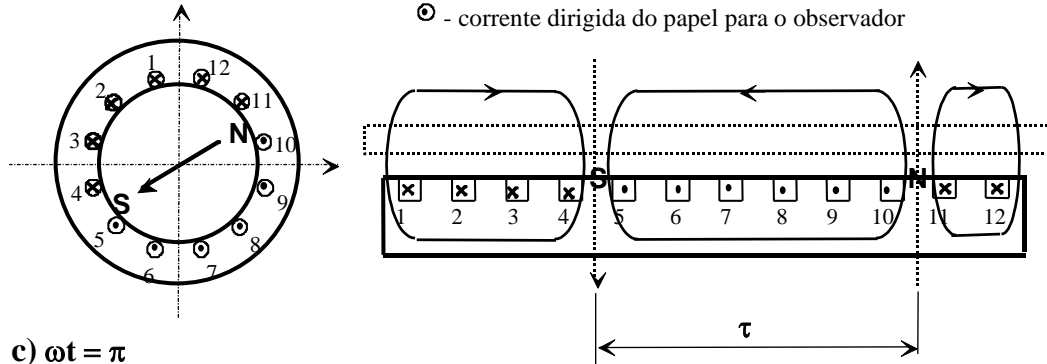
Figura 2.51 - Espectro harmónico de um ALIP de 79 cavas.
a) Densidade linear de corrente; b) f.m.m.

Da Figura 2.51-a verifica-se maiores amplitudes nas harmónicas de índices situados na vizinhança de 24, ou seja, de $2m_1q = 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$. Da Figura 2.51-b verifica-se que todas as harmónicas da f.m.m., excepto a primeira, são praticamente inexistentes. Este assunto será abordado, com mais pormenor, no Capítulo 4.

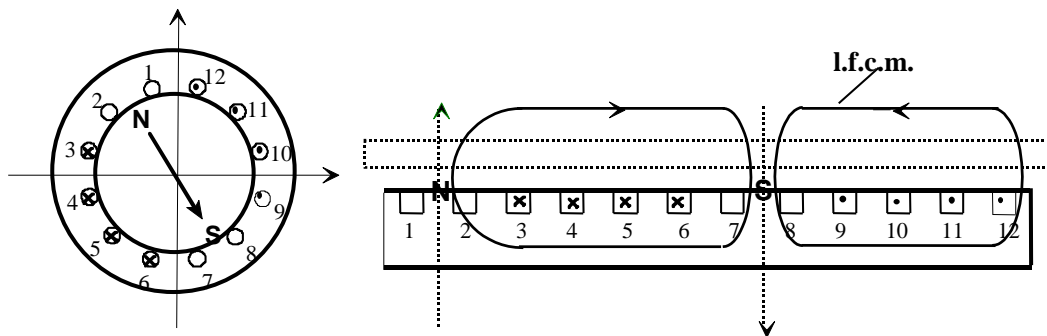
a) instante inicial ($t = 0$); $\omega t = 0$



b) $\omega t = \pi/2$



c) $\omega t = \pi$



d) $\omega t = 3\pi/2$

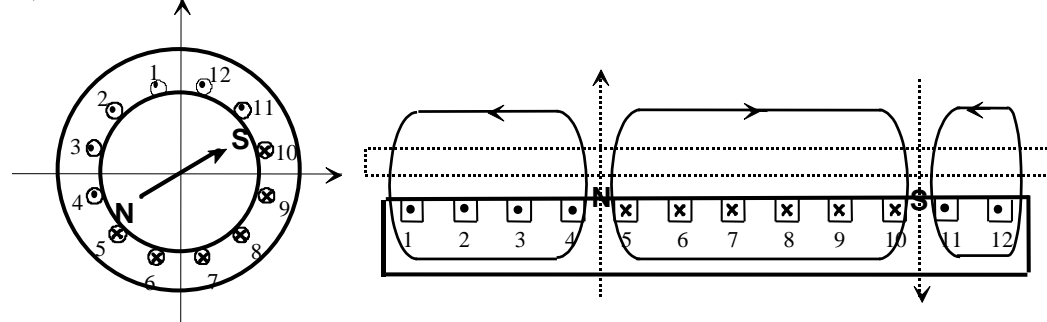


Figura 2.52 - Variação temporal das correntes nos enrolamentos e esboço aproximado das linhas de indução.

De acordo com a Figura 2.36, na Figura 2.52 representa-se a variação temporal das correntes e dos campos girante (MRI) e viajante (ALIP ou ALIT), para máquinas trifásicas de 2 pólos, 12 cavas, e de 1 camada, para [07]:

$$\omega t = 0 \quad (i_1 = 0, \quad i_2 = -\frac{\sqrt{3} I_M}{2} \quad \text{e} \quad i_3 = +\frac{\sqrt{3} I_M}{2});$$

$$\omega t = \pi/2 \quad (i_1 = +I_M, \quad i_2 = -\frac{I_M}{2} \quad \text{e} \quad i_3 = -\frac{I_M}{2});$$

$$\omega t = \pi \quad (i_1 = 0, \quad i_2 = +\frac{\sqrt{3} I_M}{2} \quad \text{e} \quad i_3 = -\frac{\sqrt{3} I_M}{2};$$

$$\text{e } \omega t = 3\pi/2 \quad (i_1 = -I_M, \quad i_2 = +\frac{I_M}{2} \quad \text{e} \quad i_3 = +\frac{I_M}{2}).$$

Da Figura 2.52, ω é a velocidade ou pulsação angular, em [rad/s], e $\theta = \omega t$ a posição angular do campo electromagnético, em ângulos eléctricos, em [rad] (ou em ângulos mecânicos, neste caso particular, para $p = 2$), no instante de tempo t .

Ainda em relação à Figura 2.36, verifica-se que a um período T , em [s], corresponde um campo viajante do comprimento útil do primário, ou seja de 2τ , para o caso particular de máquinas com 2 pólos, sendo τ , como referido anteriormente, o passo polar em unidades métricas [07, 70].

2.2 ACTUADOR LINEAR DE INDUÇÃO TUBULAR

Do ALIP, já estudado a partir do motor assíncrono rotativo, obtém-se um actuador linear de indução tubular (ALIT), em que se considera, por analogia, a dobragem de uma tira de cartão segundo a direcção do campo viajante, de acordo com o esquema representado na Figura 2.53 [14, 16, 39, 59, 64].

Na Figura 2.53-c representam-se alternadamente os pólos **N** e **S** do campo viajante. Assim imaginando uma tira de cartão rectangular indicada na Figura 2.53-b, que representa a estrutura de um ALIP, esta pode ser enrolada segundo um eixo transversal, dando origem à topologia da máquina rotativa convencional (MRI), Figura 2.53-a, ou enrolada segundo um eixo longitudinal, resultando um ALIT, Figura 2.53-c.

Na Figura 2.54 apresenta-se a classificação dos ALITs, nas suas diferentes topologias, em que o tubo secundário é constituído por **Fe** envolvido por um outro tubo de material condutor (**Al** ou **Cu**). Começa-se por classificar os ALITs a partir do AELs que, depois, se subdividem em ALIs. Dada a reversibilidade dos AELs e dos ALIs, estes também se podem chamar GELs e GLIs, respectivamente [07, 14, 39].

A Figura 2.55 apresenta também uma configuração construtiva de um ALIT trifásico, de 4 pólos, 12 cavas, 12 bobinas cilíndricas, e 13 aletas (sendo as das extremidades reforçadas mecanicamente) [14, 39].

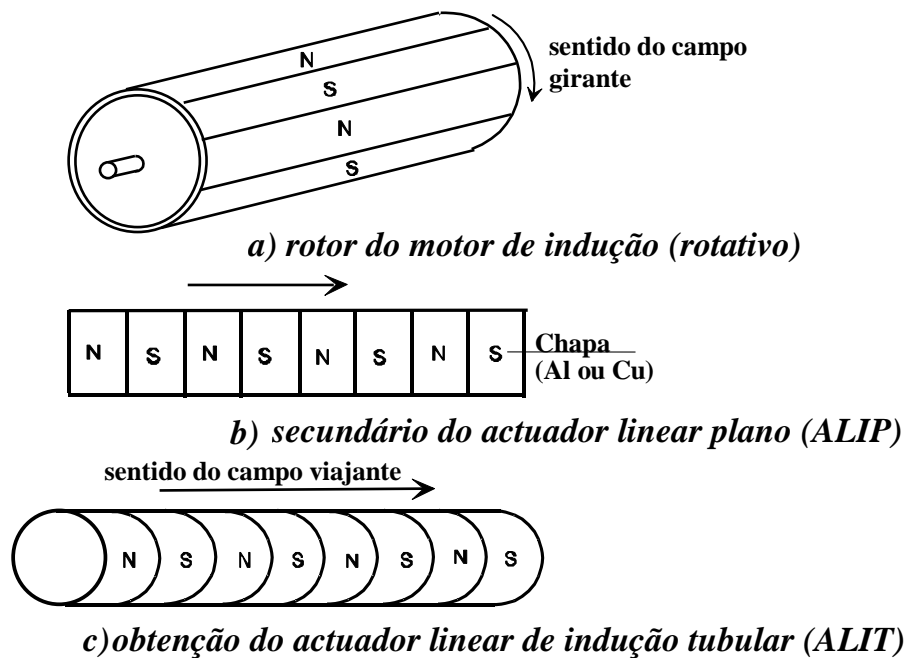


Figura 2.53 - Esquema geral de princípio de obtenção do secundário de um ALIT. A partir de um ALIP, este é enrolado, obtendo-se um tubo cilíndrico.

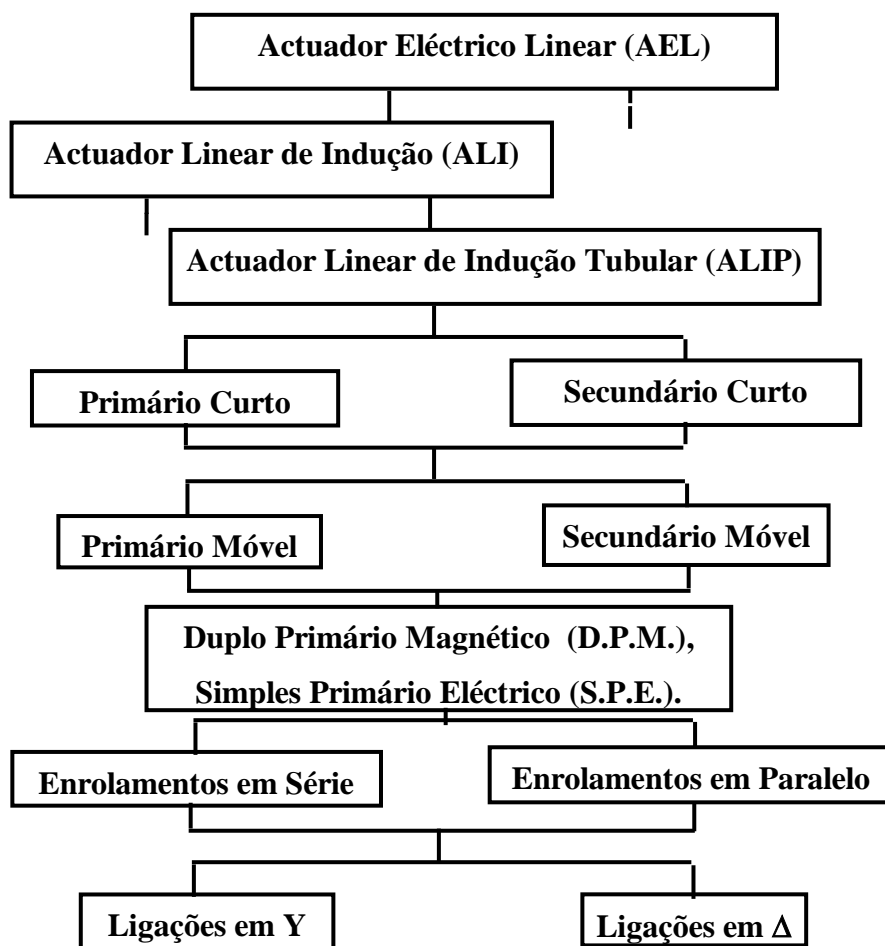


Figura 2.54 - Classificação dos ALITs com tubo secundário.

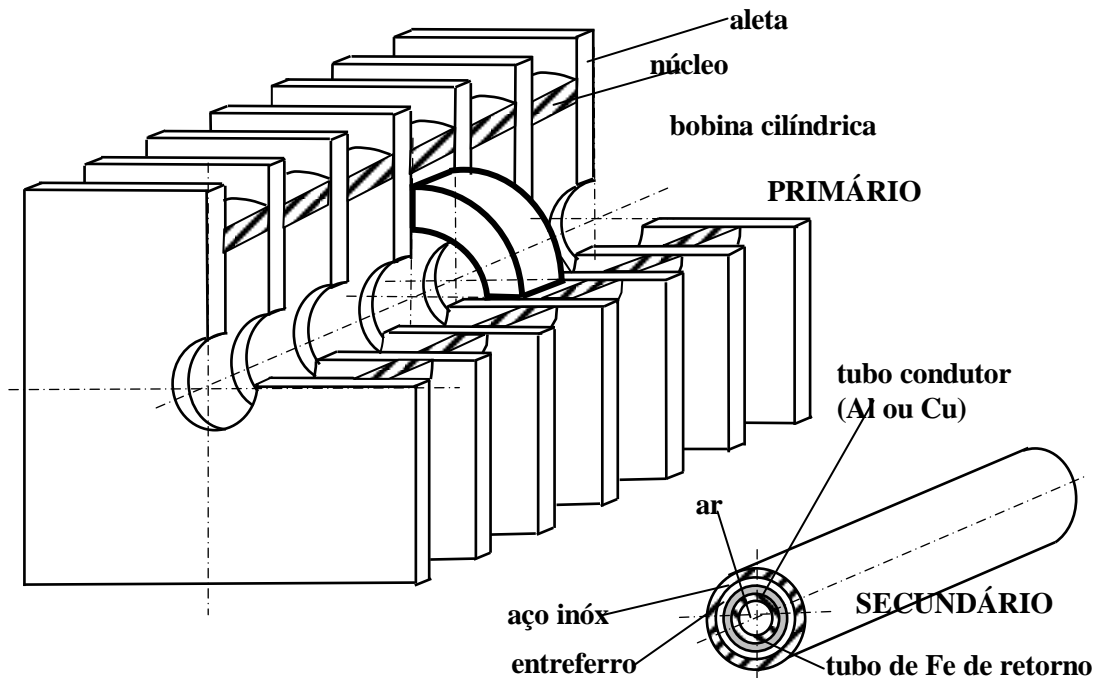


Figura 2.55 - Configuração construtiva de um ALIT.

Tecnologicamente o ALIT apresenta um único tipo de configuração geométrica que se esquematiza na Figura 2.56, sendo as bobinas enroladas em anel. As aletas, para além de permitirem o fecho das l.f.c.m. com menor relutância, têm também a função de refrigeração natural e de protecção mecânica.

A Figura 2.57 apresenta, com mais pormenor, algumas dimensões características de um ALIT [14], em que:

- D_{eN} - diâmetro exterior de cada peça do núcleo cilíndrico [m];
- D_{iN} - diâmetro interior de cada peça do núcleo cilíndrico [m];
- D_{eB} - diâmetro exterior de cada bobina cilíndrica [m];
- D_{iB} - diâmetro interior de cada bobina cilíndrica [m];
- D_{mB} - diâmetro médio de cada bobina cilíndrica [m];
- $D_{eInóx}$ - diâmetro exterior do tubo de aço inoxidável [m];
- $D_{iInóx}$ - diâmetro interior do tubo de aço inoxidável [m];
- D_{eC} - diâmetro exterior do material condutor do secundário (Al ou Cu) [m];
- D_{iC} - diâmetro interior do material condutor do secundário (Al ou Cu) [m];
- D_{eF} - diâmetro exterior do material ferromagnético do secundário (ALIT) [m];
- c - largura de cada cava [m];
- d - largura de cada dente [m];
- e_C - espessura do tubo condutor do secundário (Al ou Cu) [m];
- g - entreferro real ou mecânico [m].

Tal como os ALIPs, os ALITs apresentam menores rendimentos que os seus homólogos rotativos clássicos. No entanto dada a possibilidade de se obterem directamente movimentos lineares, estas topologias tornam-se vantajosas, neste aspecto, face aos seus homólogos clássicos rotativos.

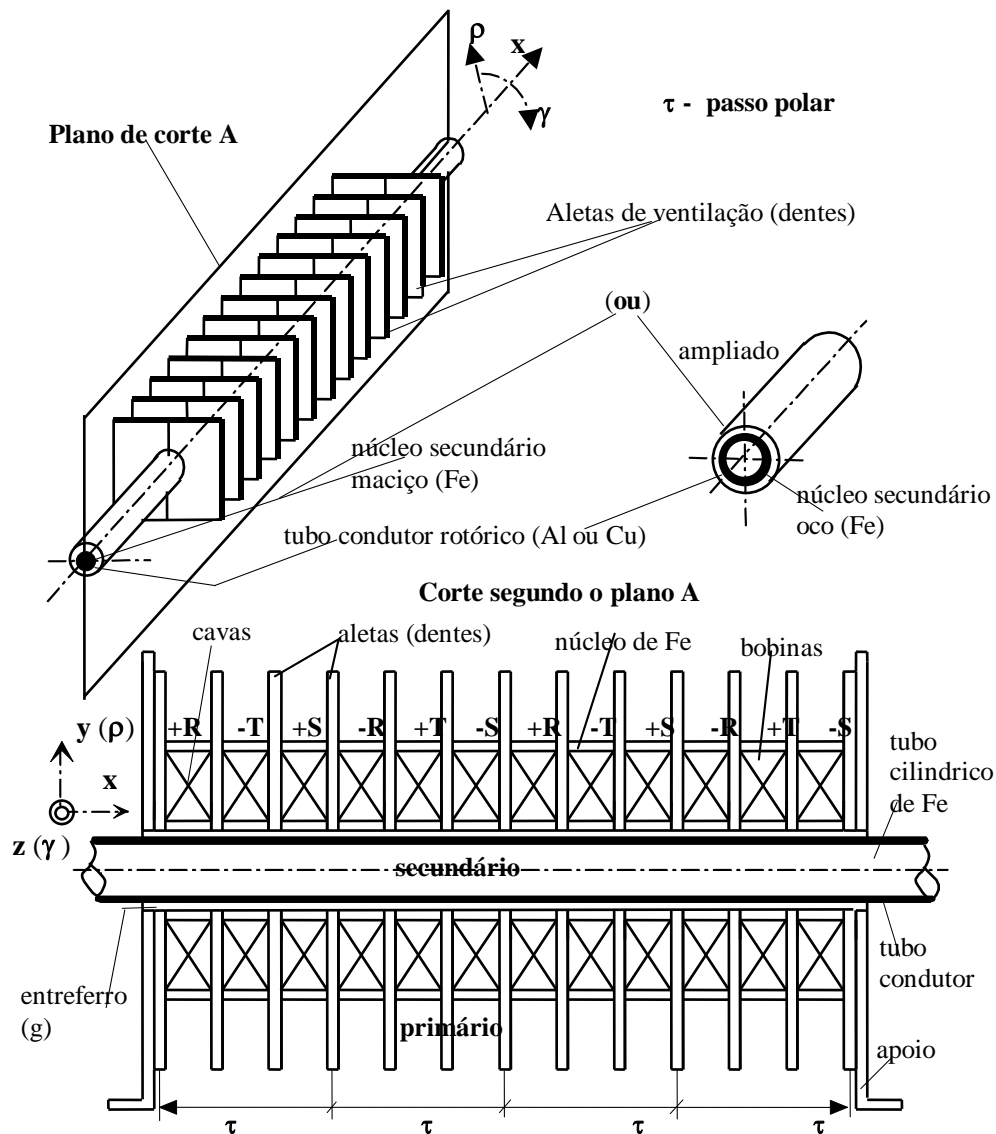


Figura 2.56 - Configuração construtiva de um ALIT trifásico, de 4 pólos e de 12 cavas.

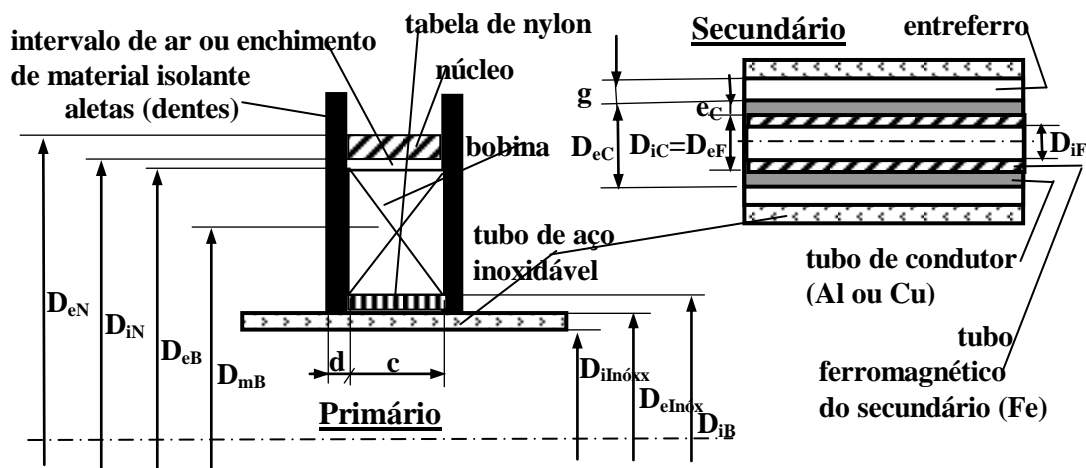


Figura 2.57 - Algumas dimensões características de um ALIT.

O fluxo magnético de um ALIT tem uma direcção paralela ao seu eixo e, portanto, para se reduzirem as perdas por correntes de Foucault, o primário e o secundário devem ser laminados radialmente, como se indica, de uma forma ideal, na Figura 2.58 [11].

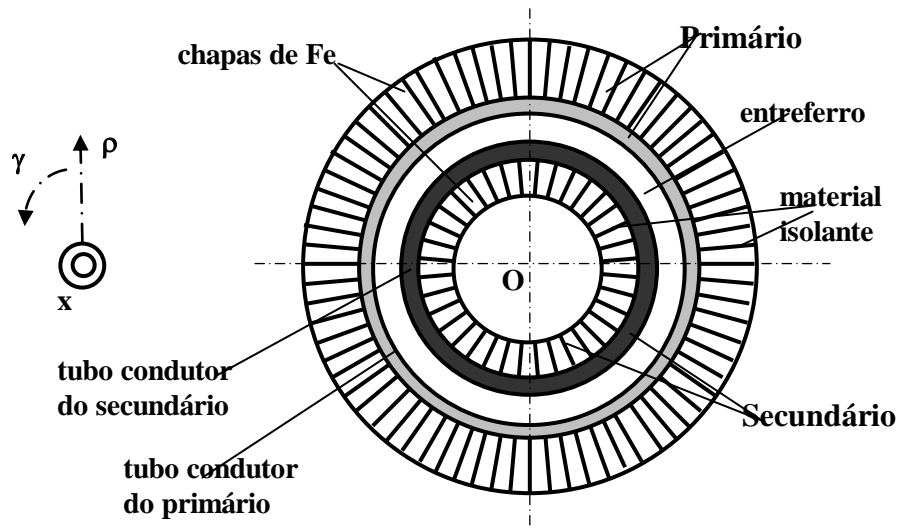


Figura 2.58 - Laminação ideal de um ALIT.

Como se pode observar na Figura 2.58, para laminar um ALIT implica uma forma trapezoidal para as secções das laminações, o que torna-se caro e difícil de construir tecnologicamente. Para além disso seria também difícil implementar os enrolamentos do primário.

Uma solução de compromisso está representada na Figura 2.59, cuja estrutura pode mais facilmente ser construída. O primário é composto por seis blocos do tipo linear, com laminações, todas com as mesmas dimensões, com intervalos de ar onde se possam alojar as bobinas circulares. O secundário consiste num feixe de fios de material ferromagnético, envolvidos interiormente por um tubo cilíndrico de qualquer material consistente (de preferência ferro), e exteriormente por um tubo de material condutor (Al ou Cu).

Em vez dos fios de material ferromagnético, poder-se-á utilizar um simples cilindro maciço de ferro, uma vez que as correntes induzidas nele contribuem para a obtenção da força longitudinal. Também os fios e o tubo de cobre, podem ser substituídos por um único tubo, por exemplo de aço inoxidável unido exteriormente às laminas do primário, e fazer passar no seu interior um metal no estado líquido, que funciona como secundário em movimento. Neste caso o ALIT funcionaria como uma verdadeira electrobomba de metal líquido, com grande aplicação na indústria metalúrgica.

Uma outra opção, embora apresentando-se também de difícil implementação tecnológica, consiste em expor radialmente as chapas de material ferromagnético, apertadas, entre si, por intermédio de cintas de aperto de material mecanicamente resistente, como se apresenta na Figura 2.60.

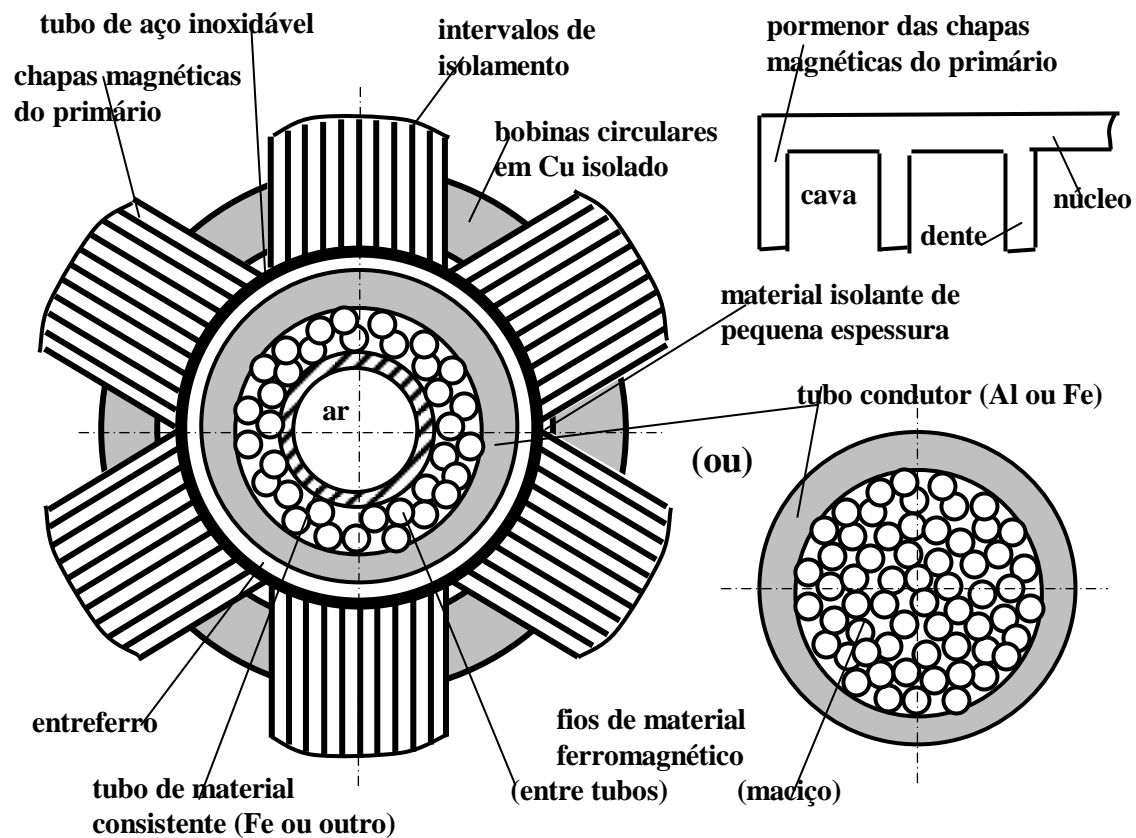


Figura 2.59 - ALIT constituído por blocos laminados separados.

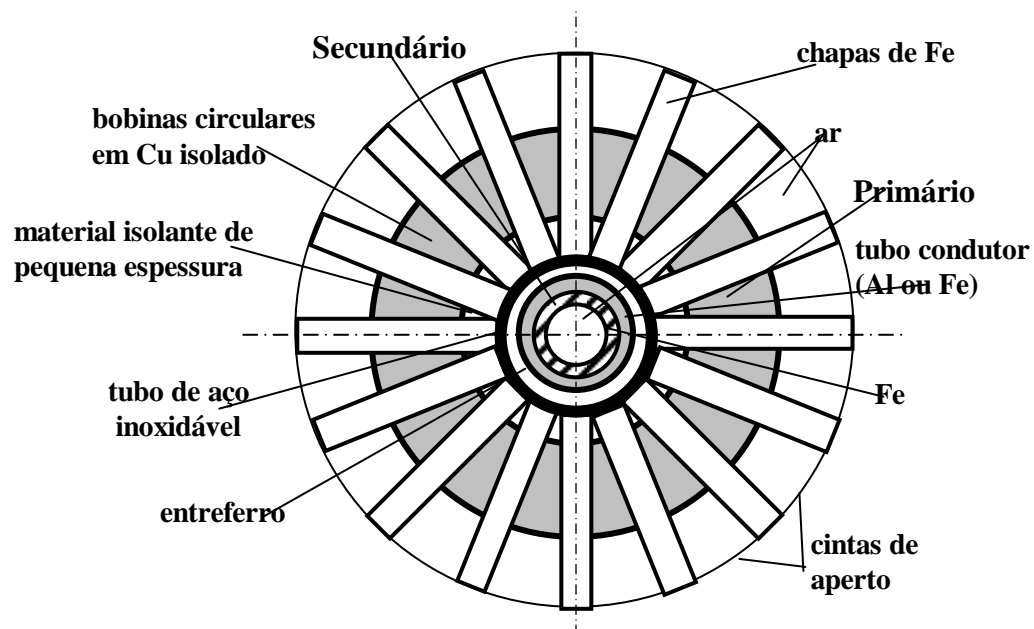


Figura 2.60 - ALIT constituído por blocos laminados separados.

Portanto, quanto ao secundário, de um modo geral, este é constituído por dois tubos cilíndricos. Um em ferro (armadura) que constitui o circuito magnético do secundário e simultaneamente, na maior parte dos casos, o veio accionador. O outro, que envolve com ajustamento o primeiro, será em cobre ou em alumínio, com o objectivo de opor baixa resistência à circulação das correntes induzidas no secundário, devido aos campos viajantes oriundos das bobinas do primário. O material ferromagnético do secundário pode ser em forma cilíndrica maciça ou em tubo cilíndrico, sendo esta última a opção mais vantajosa no sentido de reduzir a massa global do ALIT.

2.2.1 Enrolamentos dos Actuadores Lineares de Indução Tubulares

Os enrolamentos trifásicos dos ALITs são constituídos por bobinas cilíndricas, geralmente ligadas em série e em estrela. No caso de enrolamentos bifásicos, por exemplo, estes serão ligados em **L**, havendo sempre necessidade do condutor de neutro.

No ALIT, o enrolamento da Figura 2.61-a ao ser dobrado cilíndricamente faz com que o comprimento correspondente às cabeças das bobinas sejam anuladas, como se pode observar por intermédio da Figura 2.61-b, em que as linhas imaginárias **AA'** e **BB'** são unidas.

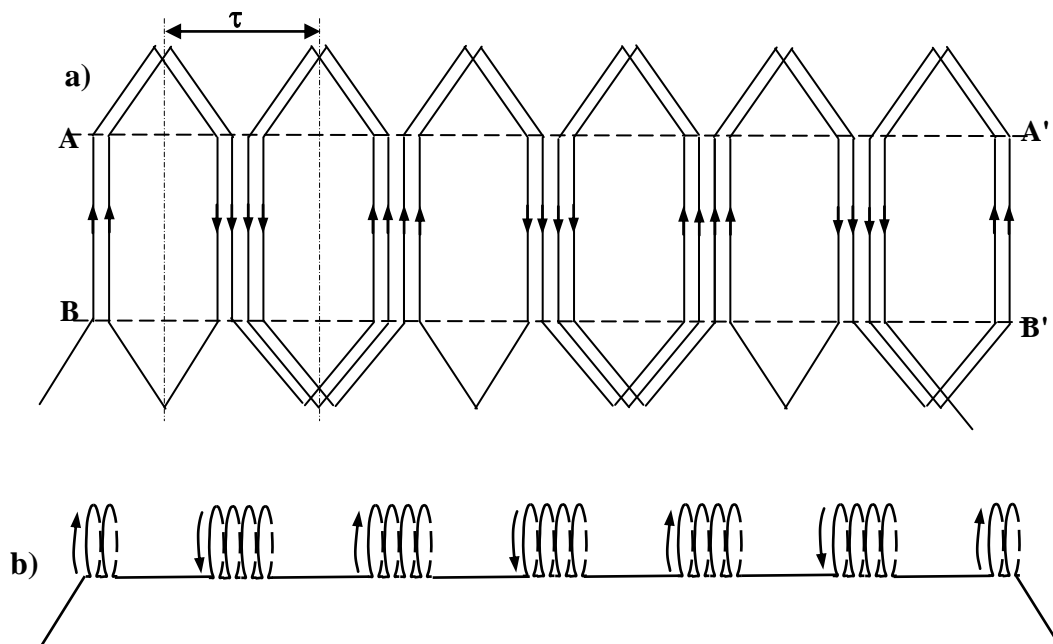


Figura 2.61 - *a) Enrolamento de um ALIP;*
b) Princípio geral de obtenção das bobinas de um ALIT.

O enrolamento do primário de um ALIT consiste portanto num conjunto de bobinas em série, por cada fase, como se indica na Figura 2.61-b. Estas bobinas podem ser então

distribuídas ao longo do primário como se indica na Figura 2.62, para o caso de uma única fase.

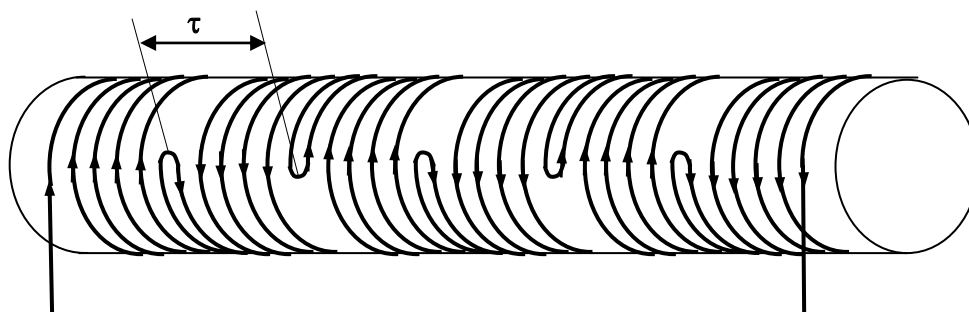


Figura 2.62 - Enrolamento respeitante a uma fase de um ALIT.

A Figura 2.63 apresenta um ALIT trifásico com uma cava bobinada por pólo e por fase ($q = 1$). Na Figura 2.63 podem também ser observadas as linhas de corrente e as l.f.c.m. no secundário [17, 74].

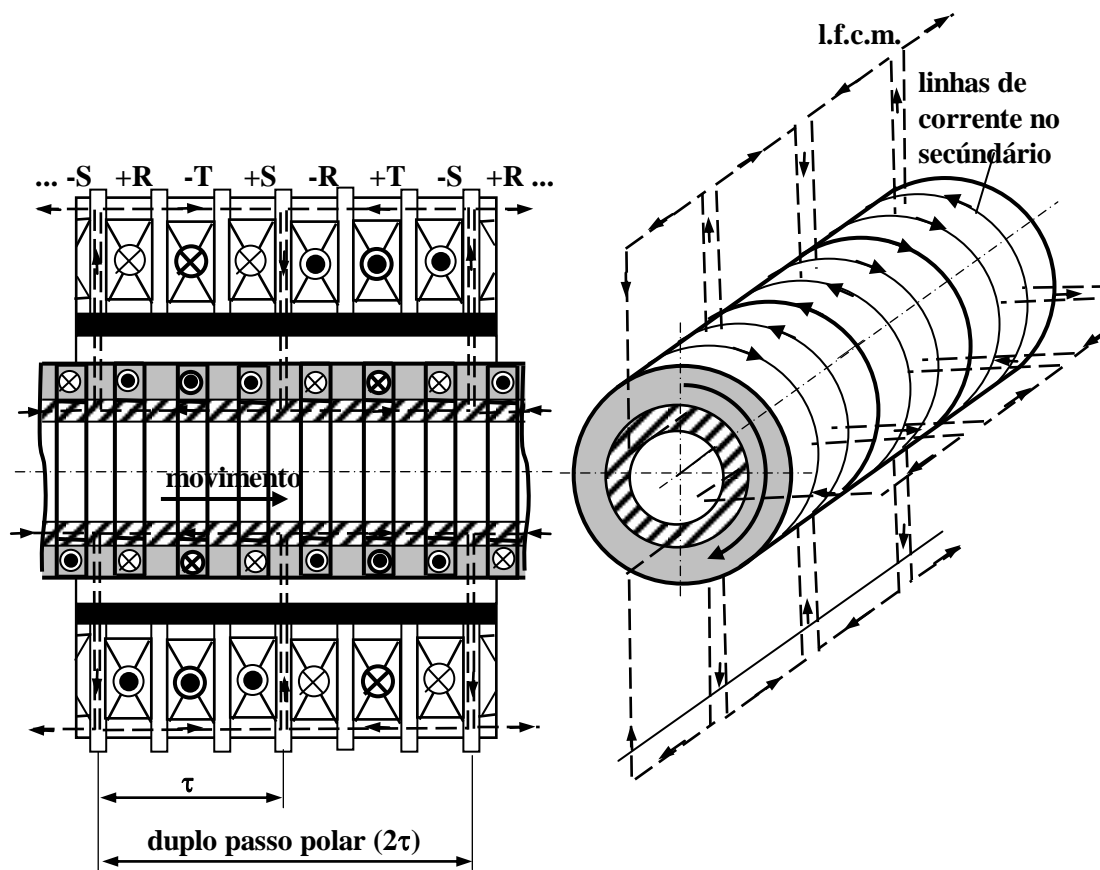


Figura 2.63 - ALIT com uma cava bobinada por pólo e por fase ($q = 1$). Linhas de corrente e l.f.c.m. no secundário tubular.

Por outro lado, se se considerar a expressão (2.4), fazendo $\beta_e \rightarrow 0$, irá corresponder a um número total de cavas (Q_t) dado por (2.1). Isto significa que, por exemplo, relativamente à Figura 2.39, ir-se-á ter o esquema representado na Figura 2.64, em que, para não sobrecarregar a Figura, apenas serão apresentadas as bobinas referentes à fase L_1 [07, 39].

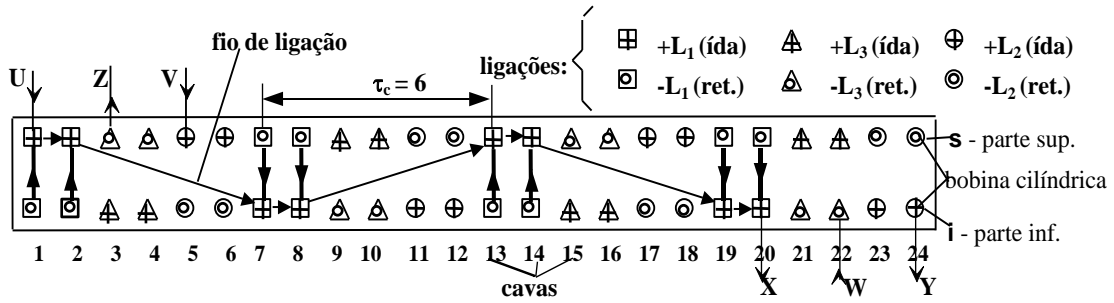


Tabela de ligações: (Nota: **s** - parte superior; **i** - parte inferior;
 \uparrow - condutor de ida; \downarrow - condutor de retorno).

$$U - \underline{1s\uparrow - 2s\uparrow - 7i\uparrow - 8i\uparrow - 13s\uparrow - 14s\uparrow - 19i\uparrow - 20i} - X$$

$$V - \underline{5s\uparrow - 6s\uparrow - 11i\downarrow - 12i\uparrow - 17s\uparrow - 18s\uparrow - 23i\uparrow - 24i\uparrow} - Y$$

$$W - \underline{22i\downarrow - 21i\downarrow - 16s\downarrow - 15s\downarrow - 10i\downarrow - 9i\downarrow - 4s\downarrow - 3s\downarrow} - Z$$

Figura 2.64 - Esquema e tabela de ligações dos enrolamentos de um ALIT trifásico, de 24 cavas, 4 pólos, e $q = 2$.

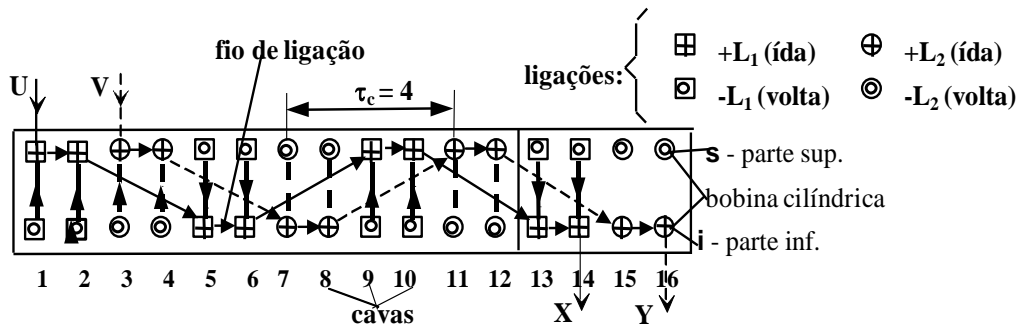


Tabela de ligações: (Nota: **s** - parte superior; **i** - parte inferior;
 \uparrow - condutor de ida; \downarrow - condutor de volta).

$$U - \underline{1s\uparrow - 2s\uparrow - 5i\uparrow - 6i\uparrow - 9s\uparrow - 10s\uparrow - 13i\uparrow - 14i} - X$$

$$V - \underline{3s\uparrow - 4s\uparrow - 7i\downarrow - 8i\uparrow - 11s\uparrow - 12s\uparrow - 15i\uparrow - 16i\uparrow} - Y$$

Figura 2.65 - Esquema e tabela de ligações dos enrolamentos de um ALIT bifásico, de 16 cavas, 4 pólos, e $q = 2$.

A Figura 2.65 apresenta uma possível solução do esquema e tabela de ligações dos enrolamentos bifásicos (fases L_1 e L_2) de um ALIT com 16 cavas e com duas cavas bobinadas por pólo e por fase ($q = 2$).

A Figura 2.66 apresenta alguns pormenores das bobinas utilizadas nos ALITs.

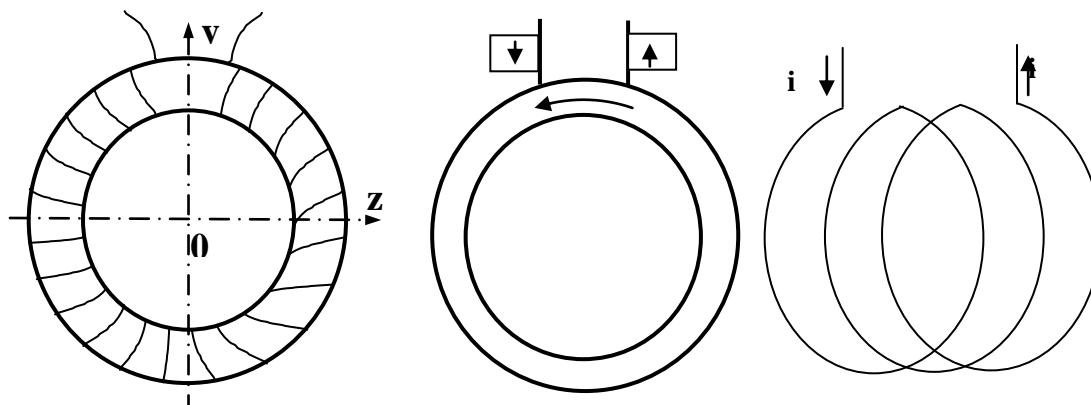


Figura 2.66 - Alguns pormenores das bobinas cilíndricas utilizadas nos ALITs.

A Figura. 2.67 representa esquematicamente a forma de ligação do primário de um ALIT trifásico de 4 pólos, e com uma cava bobinada por pólo e por fase ($q = 1$) [16, 39].

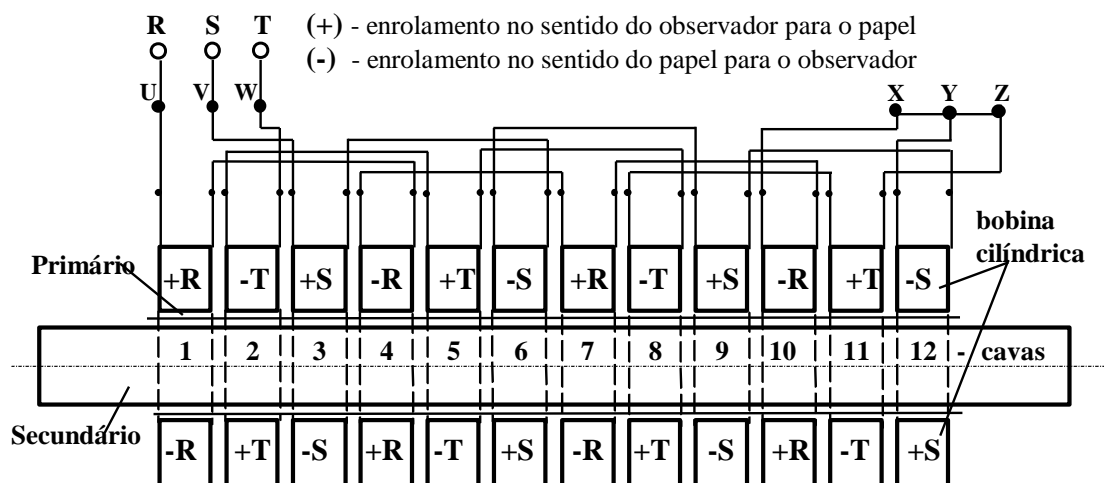


Figura 2.67 - Pormenores de ligação dos enrolamentos de um ALIT trifásico com 4 pólos e 12 cavas ($q = 1$).

A Figura 2.68 representa esquematicamente a forma de ligação do primário de um ALIT trifásico de 3 pólos e com duas cavas bobinadas por pólo e por fase ($q = 2$).

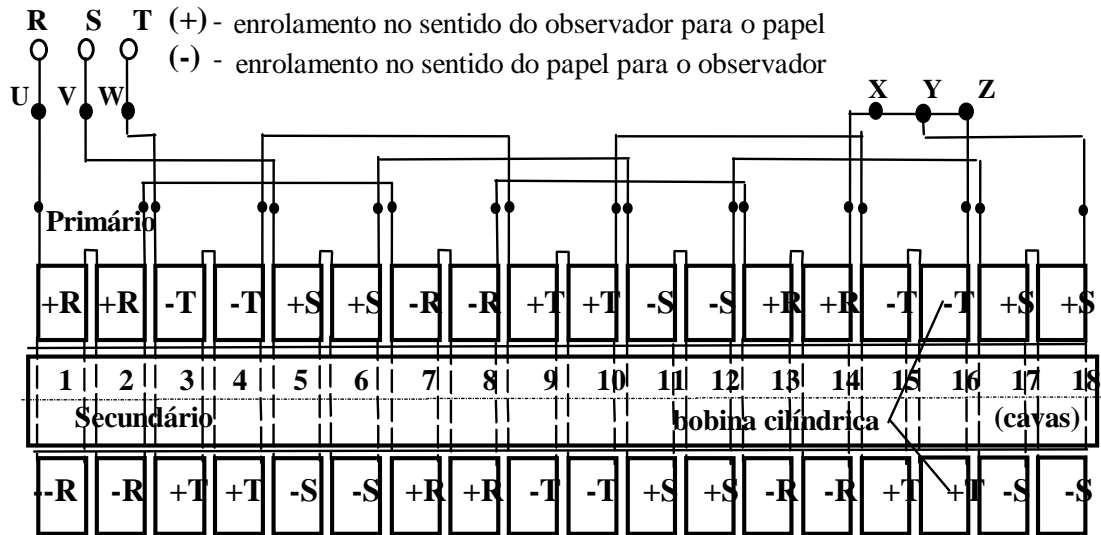


Figura 2.68 - Pormenores de ligação dos enrolamentos de um ALIT com 3 pólos e 18 cavas ($q = 2$).

Ainda em relação à Figura 2.56, convém conhecer como se encontram os enrolamentos ligados à rede, por isso apresenta-se uma possível solução na Figura 2.69. Geralmente, neste tipo de actuadores, as bobinas estão enroladas em anel [39].

Relativamente à Figura 2.69, o número de cavas bobinadas por pólo e por fase é igual a um. De acordo com simbologia normalizada representa-se por:

- **R** (ou L_1), **S** (ou L_2), e **T** (ou L_3) - terminais da rede trifásica;
- **U** (ou U_1), **V** (ou V_1), e **W** (ou W_1) - extremidades dos enrolamentos ligados às 3 fases;
- **X** (ou X_{n_B}), **Y** (ou Y_{n_B}), e **Z** (ou Z_{n_B}) - as outras extremidades dos enrolamentos ligadas entre si (ligação em estrela) ou ligados 2 a 2 de uma forma sequencial (ligação em triângulo), em que n_B representa o número de bobinas por fase;
- $X_{1...(n_B-1)}$ (ou $U_{2...n_B}$), $Y_{1...(n_B-1)}$ (ou $V_{2...n_B}$), e $Z_{1...(n_B-1)}$ (ou $W_{2...n_B}$) - terminais intermédios das bobinas, ligadas em série ou em paralelo, virados para o lado das fases.

Apresenta-se, em seguida, a variação temporal do campo viajante para um ALIT bifásico de 8 cavas, partindo do princípio que a variação das correntes nas fases, do sistema eléctrico ligado à rede, é o indicado na Figura. 2.36, em que se considera a componente imaginária da corrente i_1 , da fase **R** (ou L_1), nula na origem dos tempos; a corrente i_2 , da fase **S** (ou L_2), está em atraso, relativamente à corrente i_1 , de $2\pi/3$ rad. Os enrolamentos, ligados em **L** com neutro, são implementados por sua vez de acordo com o desenho representado na Figura 2.70.

Assim o espectro magnético do campo de indução espacial, em grandezas aproximadas e esboçadas qualitativamente, é apresentado na Figura 2.70, para os instantes correspondentes a $\omega t = 0$ e a $\omega t = \pi/2$, para $q = 2$.

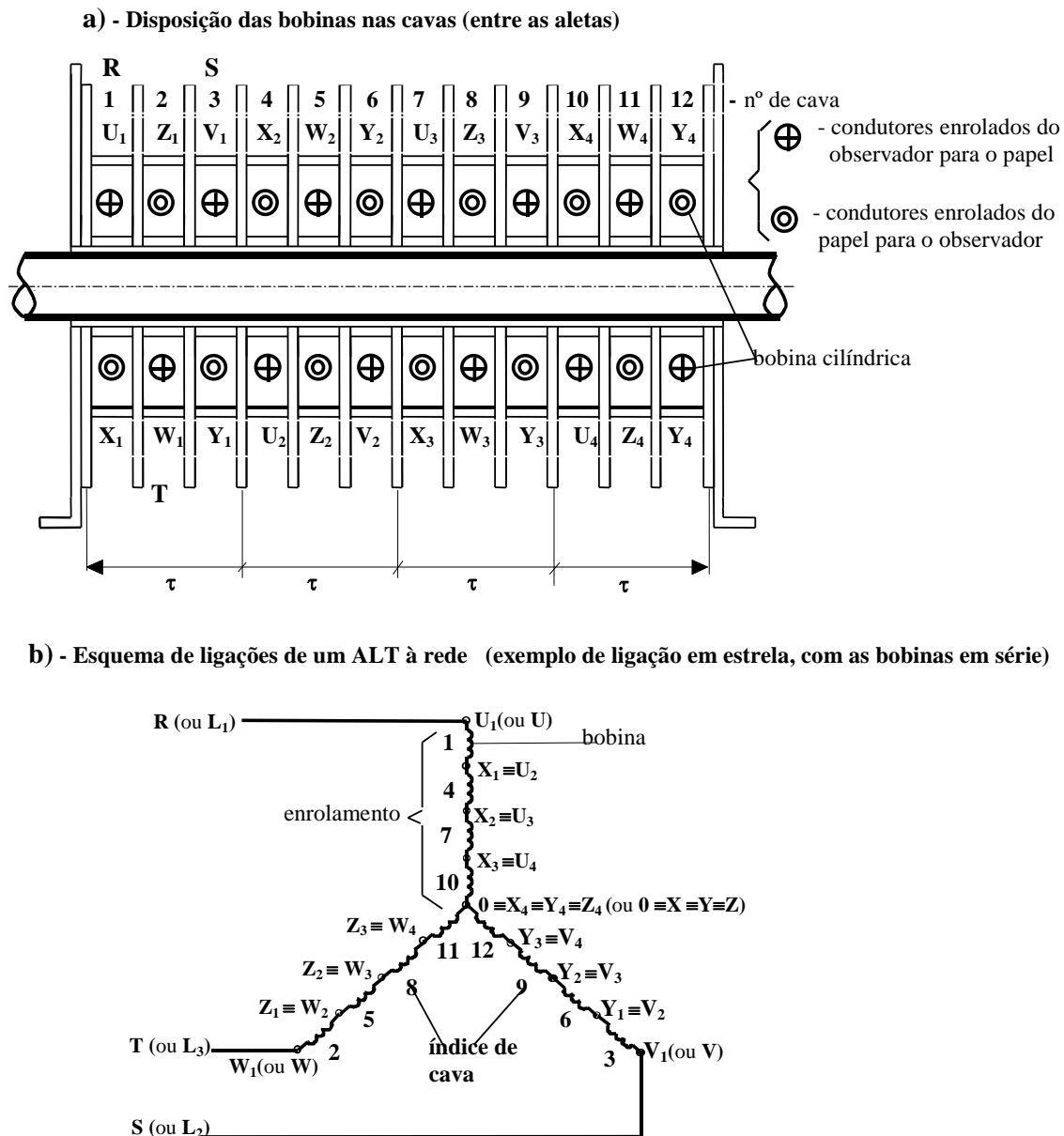


Figura 2.69 - Esquema de disposição das bobinas de um ALIT, formando 3 enrolamentos e 4 pólos. Exemplo de ligação das bobinas, em série, à rede (ligação em estrela).

Ainda em relação à Figura 2.70, verifica-se que, enquanto as grandezas eléctricas no primário, oriundas da rede, descrevem uma sinusóide, um ponto genérico (**P**) do secundário desloca-se de apenas um duplo passo polar (2τ).

Seguidamente, apresenta-se a variação temporal do campo viajante para um ALIT trifásico de 12 cavas, partindo do princípio que a variação das correntes nas fases, do sistema eléctrico ligado à rede, é o indicado na Figura. 2.36, em que se considera a componente imaginária da corrente (i_1), da fase **R** (ou **L₁**), nula na origem dos tempos; as correntes nas outras fases estão com atrasos sucessivos de $2\pi/3$ rad. Os enrolamentos,

ligados em estrela, são implementados por sua vez de acordo com o desenho representado na Figura 2.71 [39].

a) $\omega t = 0$ ($t = 0$ s), $q = 2$

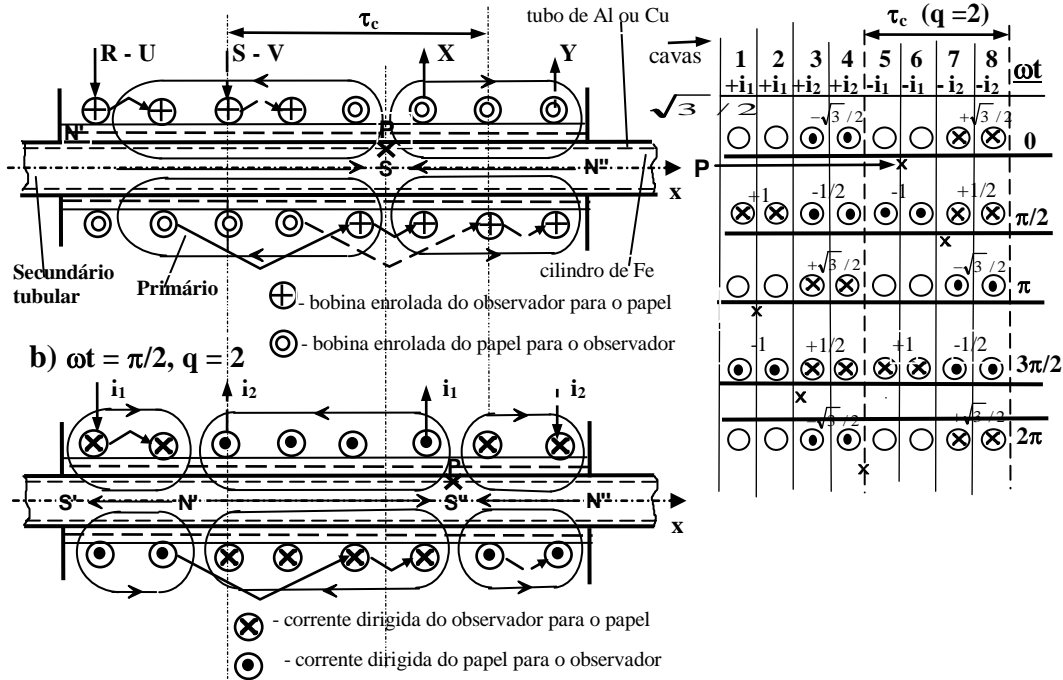


Figura 2.70 - Representação esquemática de um ALIT bifásico, de 8 cavas, em corte segundo um plano axial qualquer. Indicação das l.f.c.m. viajante.
a) $\omega t = 0$, $q = 2$; b) $\omega t = \pi/2$, $q = 2$.

Assim o espectro magnético do campo de indução espacial, em grandezas aproximadas e esboçadas qualitativamente, é apresentado na Figura 2.71, para os instantes correspondentes a $\omega t = 0$ e $\omega t = \pi/2$, para $q = 1$ ou $P = 4$, e para $q = 2$ ou $P = 2$

Ainda em relação à Figura 2.71, verifica-se que, enquanto as grandezas eléctricas no primário, oriundas da rede, descrevem uma sinusóide, um ponto genérico (**P**) do secundário desloca-se de apenas um duplo passo polar (2τ), independentemente do ALIT de 12 cavas possuir 4 ou apenas 2 pólos. Também se pode observar que as linhas de força do campo de indução atravessam o secundário praticamente segundo direcções radiais.

Por comparação da Figura 2.70 com a Figura 2.71, verifica-se que no caso de ALITs bifásicos o campo viajante sofre variações de amplitude e de velocidade, enquanto que para ALITs trifásicos, desde que haja equilíbrio de correntes, o campo viajante não apresenta variações de amplitude, e a velocidade mantém-se constante. Este assunto será mais aprofundado no Capítulo 3.

Contrariamente aos motores rotativos de indução (MRIs), que devem possuir sempre um número inteiro de pares de pólos, é também frequente o uso de ALITs com um número ímpar de pólos [39, 55]. Na Figura 2.72 apresenta-se um esquema que exemplifica um actuador tubular trifásico com 3 pólos e 9 cavas. São esboçadas linhas de força

aproximadas do verdadeiro campo sobre um plano axial e ainda a posição (**P**) de um ponto do campo viajante, de um diagrama planificado, para valores de ωt iguais a $0, \pi/6, \pi/3, \dots, 2\pi$ rad.

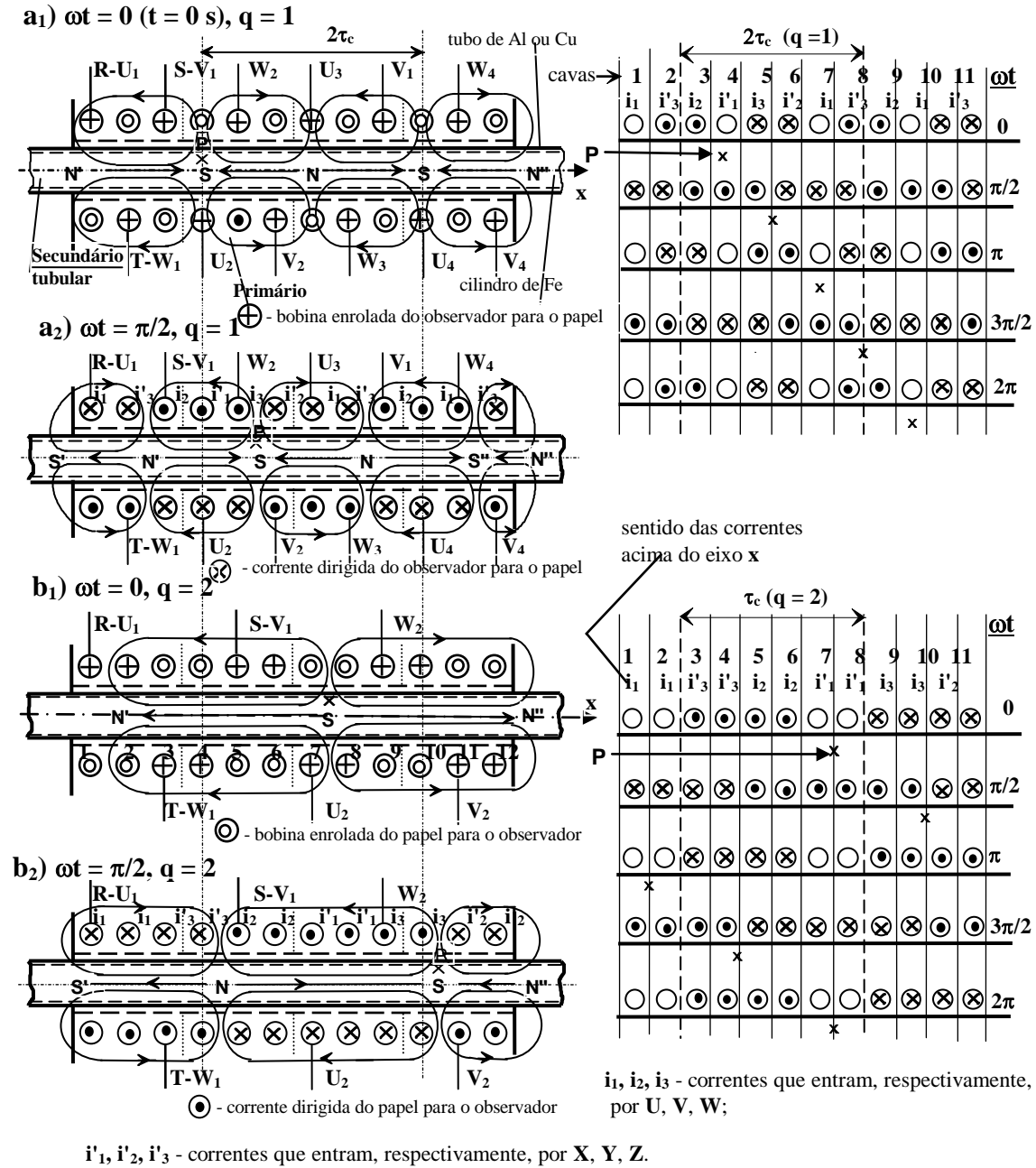


Figura 2.71 - Representação esquemática de um ALIT trifásico, de 12 cavas, em corte segundo um plano axial qualquer. Indicação das l.f.c.m. viajante.
a1) $\omega t = 0$, $q = 1$; **a2)** $\omega t = \pi/2$, $q = 1$; **b1)** $\omega t = 0$, $q = 2$; **b2)** $\omega t = \pi/2$, $q = 2$.

Da Figura. 2.72, a uma sinusóide completa de qualquer das intensidades de corrente no primário, de acordo com a Figura 2.36, corresponde um percurso do campo viajante novamente de 2τ que, neste caso, é de $2/3$ do comprimento útil do primário (l_p); ou seja,

são necessários três meios períodos ($3T/2$) para que o campo viajante se desloque de extremo a extremo.

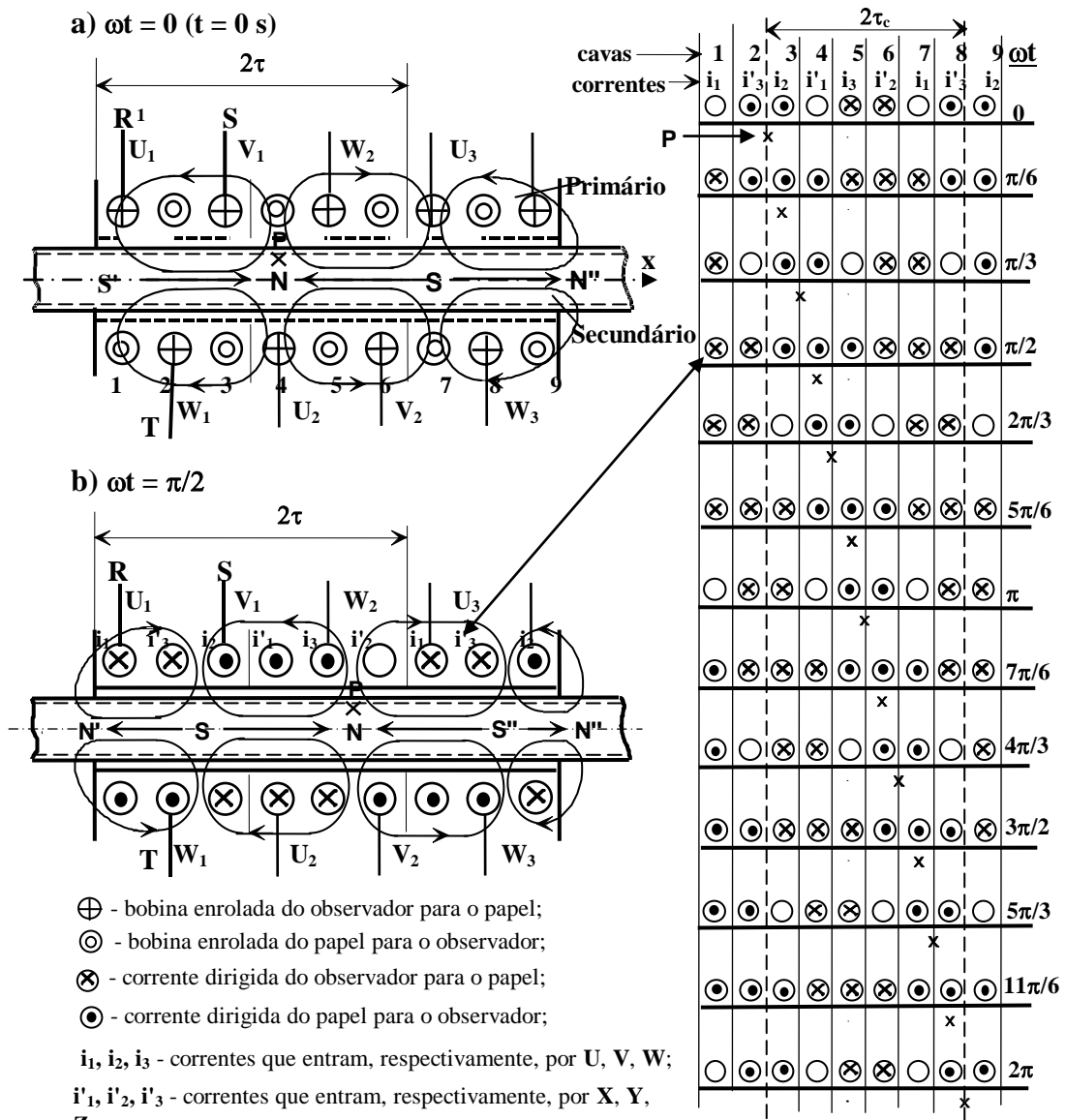


Figura 2.72 - Representação esquemática de um ALIT trifásico, de 9 cavas (3 pólos), em corte segundo um plano axial qualquer. Indicação das l.f.c.m. viajante. a) $\omega t = 0$, $q = 1$; b) $\omega t = \pi/2$, $q = 1$.

Embora pouco usual, em termos de aplicação prática, podem-se conceber ALITs, com apenas $1/2$ par de pólos. Na Figura 2.73 exemplifica-se o esquema de um ALIT trifásico, com 1 pólo e 3 cavas, e serão esboçadas apenas l.f.c.m. longitudinais. Também irão ser assinaladas posições de um ponto do campo viajante (**P**), para valores de ωt iguais a 0 , $\pi/6$, $\pi/3$, ..., 2π rad [39].

Da Figura 2.73, a uma sinusóide completa de qualquer das intensidades de corrente no primário, de acordo com a Figura 2.36, corresponde um percurso do campo viajante novamente de 2τ que, neste caso, é igual a duas vezes o comprimento útil do primário

($\mathbf{l_p}$); ou seja, é apenas necessário meio período ($\mathbf{T/2}$) para que o campo viajante se desloque de extremo a extremo.

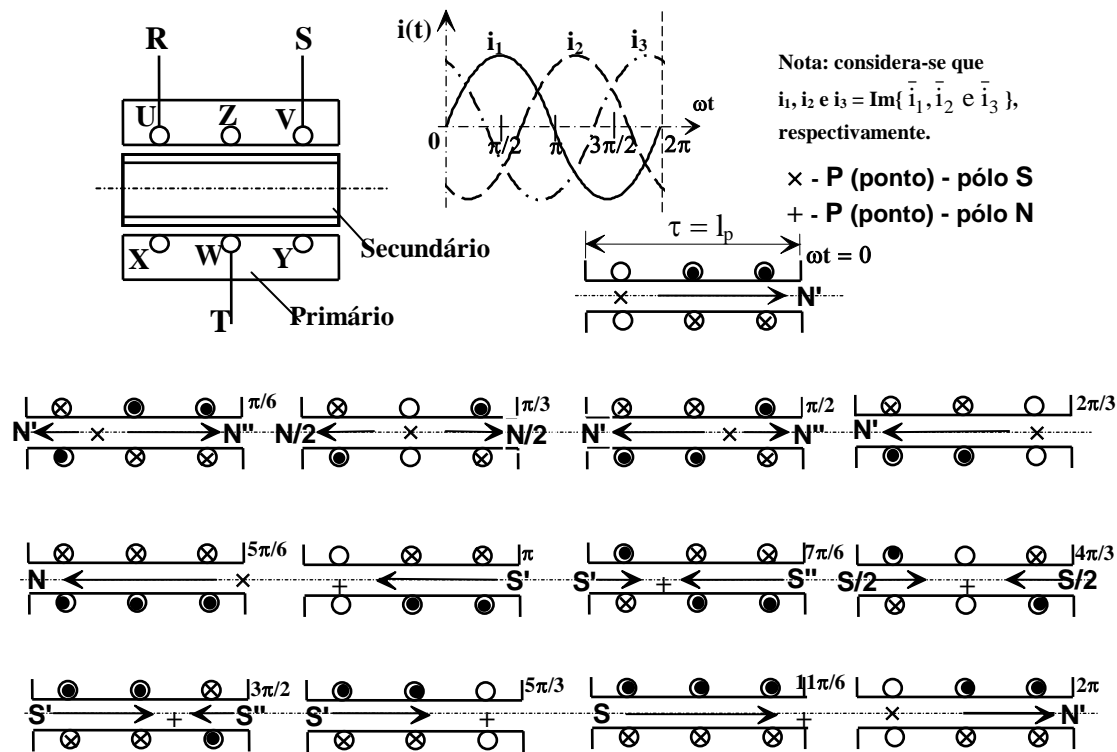


Figura 2.73 - Representação esquemática das polaridades de um ALIT trifásico com apenas 1 pólo e 3 cavas. Indicação de polaridades magnéticas para diversos valores de α .

- As bobinas, em vez de apresentarem uma configuração vertical, podem ser oblíquas, isto é, inclinadas de um determinado ângulo β_i , como se representa na Figura 2.74, onde são apresentadas as componentes da indução magnética segundo o eixo \mathbf{x} (\mathbf{b}_x) e segundo eixo \mathbf{p} (\mathbf{b}_p). Esta solução, de execução prática difícil, não apresenta vantagens face à topologia das bobinas em forma de toro representadas no esquema da Figura 2.66, no entanto, pode vir a mostrar-se útil para algumas análises teóricas específicas [39].

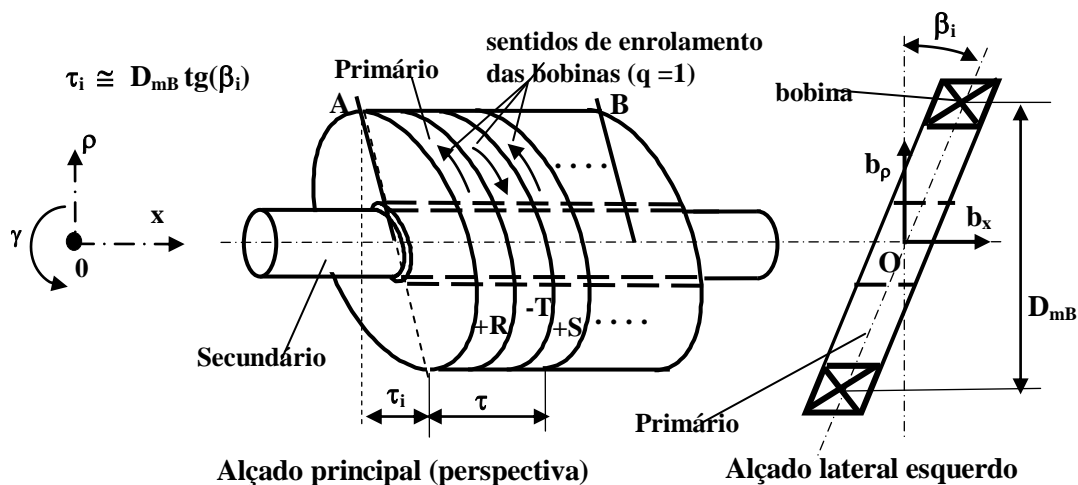


Figura 2.74 - Representação em perspectiva e em alçado de um ALIT trifásico de passo de inclinação τ_i .

Da Figura 2.74, a indução magnética resulta das suas componentes segundo x (que origina o movimento do secundário), e segundo ρ (que se torna susceptível de originar pequenos esforços de flexão).

Como exemplo, apresenta-se na Figura 2.75 as componentes dos vectores indução magnética para um ALIT trifásico, de bobinas inclinadas e de 2 pólos, de passo $\tau_i = 1$ cava e para os valores de ωt iguais a 0 e a $\pi/2$. As intensidades de corrente i_1 , i_2 e i_3 são sinusoidais e desfasadas, entre si, de $2\pi/3$ rad eléctricos, como se indica na Figura 2.36.

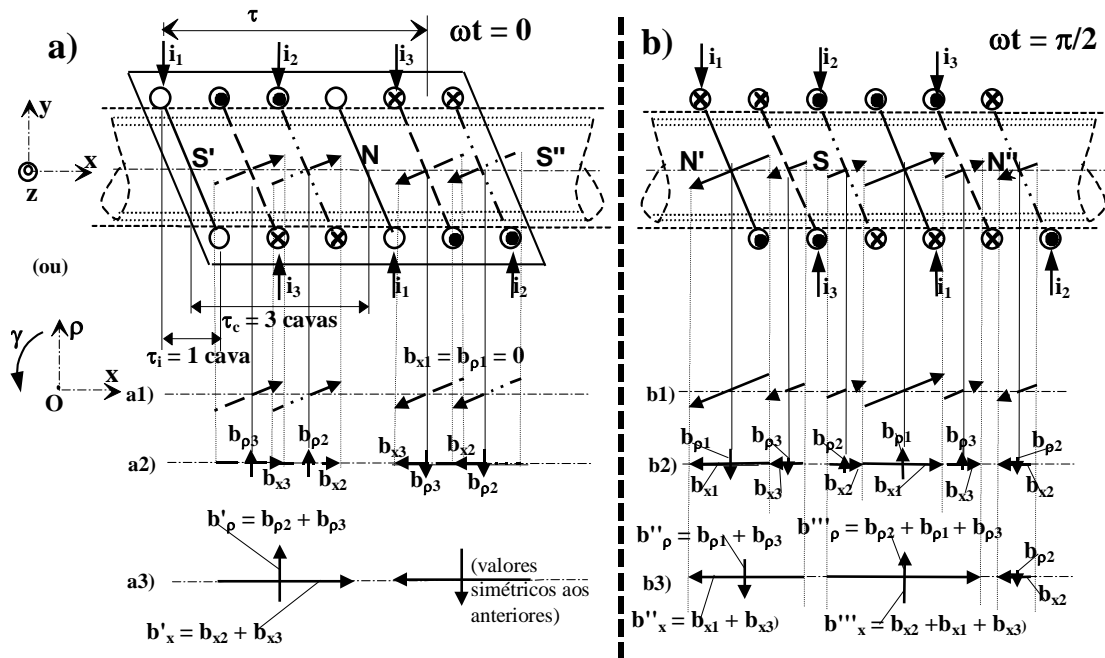


Figura 2.75 - Representação esquemática de componentes do campo de um ALIT trifásico de bobinas inclinadas, para ωt igual a 0 e a $\pi/2$ rad.

Em relação à Figura. 2.75, para além das componentes já referenciadas na Figura 2.74, todas as outras componentes são devidas a induções geradas por cada corrente (i_1 , i_2 e i_3) e, por isso os índices das componentes radial (b_ρ) e axial ou longitudinal (b_x), são afectados pelos índices **1**, **2** ou **3**. Desprezando o efeito de distorção magnética dos extremos, de acordo com as alíneas **a3**) e **b3**) da Figura. 2.75, a soma vectorial das componentes da indução radiais, bem como das longitudinais, são sempre nulas. Na verdade este tipo de actuadores, em termos de distribuição de linhas do campo de indução, é análogo a uma sobreposição de características apresentadas pelos ALIPs e ALITs, com possíveis perdas de rendimento dado que existe maior distorção e, consequentemente, maior relutância nos circuitos magnéticos.

A Figura. 2.76 apresenta a planificação, do secundário (ou do primário), a partir de um corte em **AB**, Figura 2.74, formando as extremidades **A'B'** e **A''B''**, de um ALIT de bobinas inclinadas.

Como se pode observar da Figura 2.76, devido à lei de Lenz, que, por exemplo, na planificação do tubo condutor do secundário, a interacção das densidades lineares de corrente induzidas (j_2), representadas apenas por duas linhas de corrente separadas de τ , com as induções, segundo ρ , γ e x , originam forças também segundo ρ , γ e x . Pelo princípio da reciprocidade, poder-se-á planificar o primário em vez do secundário, pois os resultados serão precisamente iguais. O fenómeno é análogo à determinação da força entre dois condutores, 1 e 2, em que no condutor 1 considera-se a interacção da sua própria corrente com a indução criada pelo segundo, e no condutor 2 considera-se a interacção da sua própria corrente com a indução criada pelo primeiro.

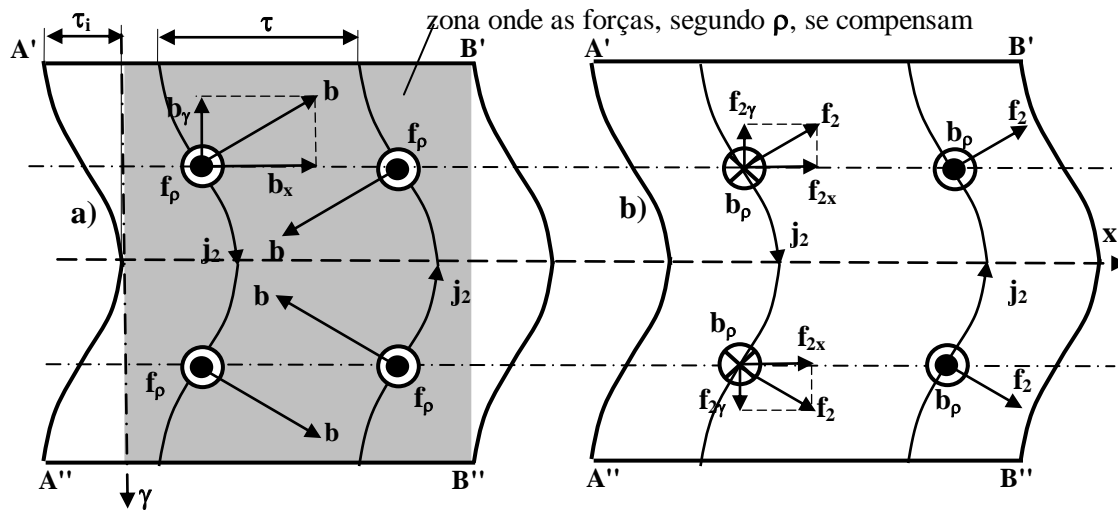


Figura 2.76 - Representação planificada das densidades de corrente, das induções e das forças segundo ρ , γ e x , de um ALIT de bobinas inclinadas.

No entanto, ainda da Figura 2.76, pode-se constatar de que as forças, segundo o eixo γ , se anulam, pelo que se pode concluir que o ALIT de bobinas inclinadas não roda. As forças, segundo o eixo ρ , têm direcções radiais, pelo que a resultante torna-se praticamente nula, excepto nas extremidades em que prevalecem apenas forças actuantes de um determinado sentido, em posições diametralmente opostas, como se pode observar, por exemplo, na representação em alçado do primário de um ALIT de bobinas inclinadas, na Figura 2.77.

Por observação da Figura 2.77, considerando o primário fixo e o secundário móvel, verifica-se a existência de um binário que tende a deslocar o secundário do eixo x , e este efeito é tanto mais relevante quanto maior for a inclinação das bobinas, isto é, quanto maior for τ_i , e quanto menor for o número de bobinas do ALIT.

Ainda da Figura 2.76, verifica-se que as componentes da força, segundo o eixo x , não se anulam, permitindo assim o movimento axial do ALIT com bobinas inclinadas.

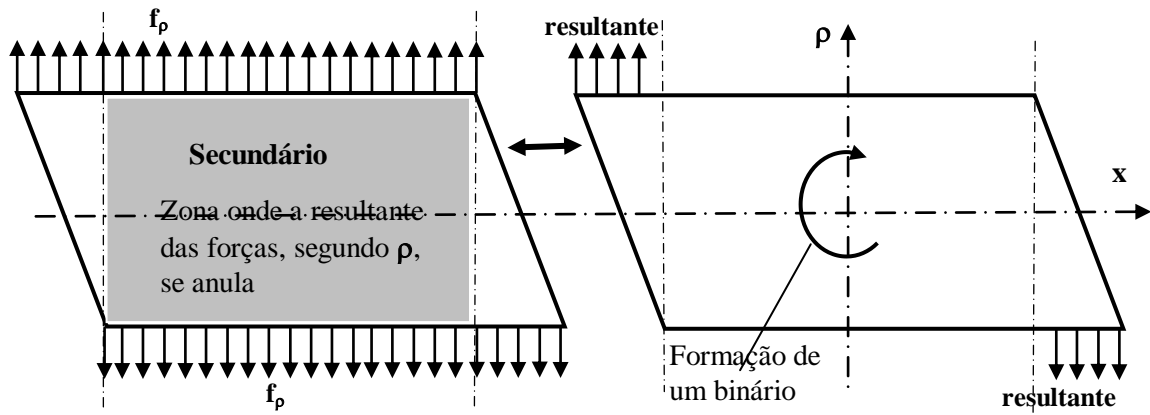
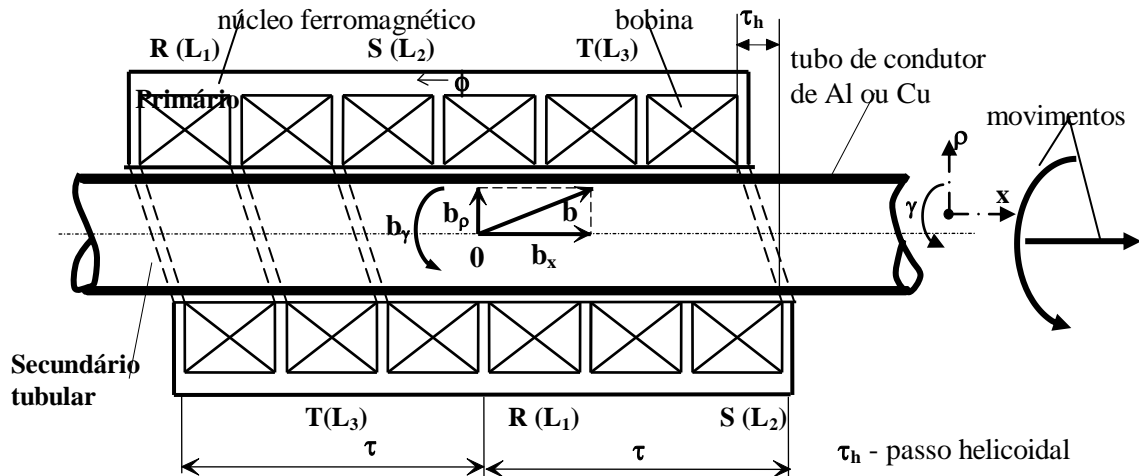


Figura 2.77 - Representação em alçado, das forças segundo ρ , de um ALIT de bobinas inclinadas.

- Por outro lado, as bobinas dos ALITs podem apresentar uma configuração helicoidal (em hélice ou em corda), com um determinado passo helicoidal (τ_h), cuja esquematização é apresentada na Figura 2.78 [14, 39, 48, 62].



R (L_1) - bobinas ligadas à fase **R**, respeitando-se a ordem de ligações;

S (L_2) - Idem em relação à fase **S**;

T (L_3) - Idem em relação à fase **T**.

ϕ - circulação de fluxo no primário

Figura 2.78 - Esquematização de um ALIT trifásico com bobinas helicoidais.

A Figura 2.79 apresenta, em esboço, uma ideia da sucessão das cavas e dos dentes de um ALIT helicoidal, e ainda o modo de obtenção de uma bobina helicoidal a partir de outra com a forma rectangular.

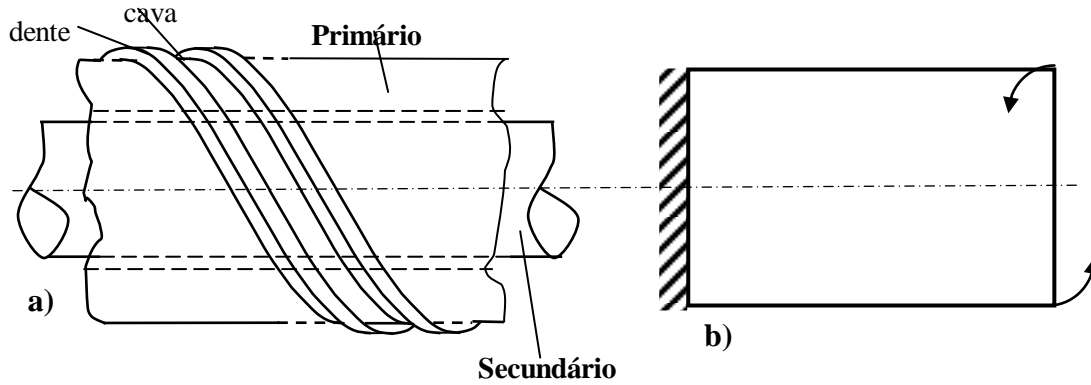


Figura 2.79 - a) Esboço da sucessão de dentes e cavas de um ALIT helicoidal;
b) Modo teórico de obtenção de uma bobina helicoidal.

A Figura 2.80 apresenta, em forma de desenho simplificado, o primário de um ALIT trifásico helicoidal com uma cava bobinada por pólo e por fase ($q = 1$), com indicação do passo polar τ , do passo helicoidal τ_h , e da sucessão dos pólos **N** e **S**.

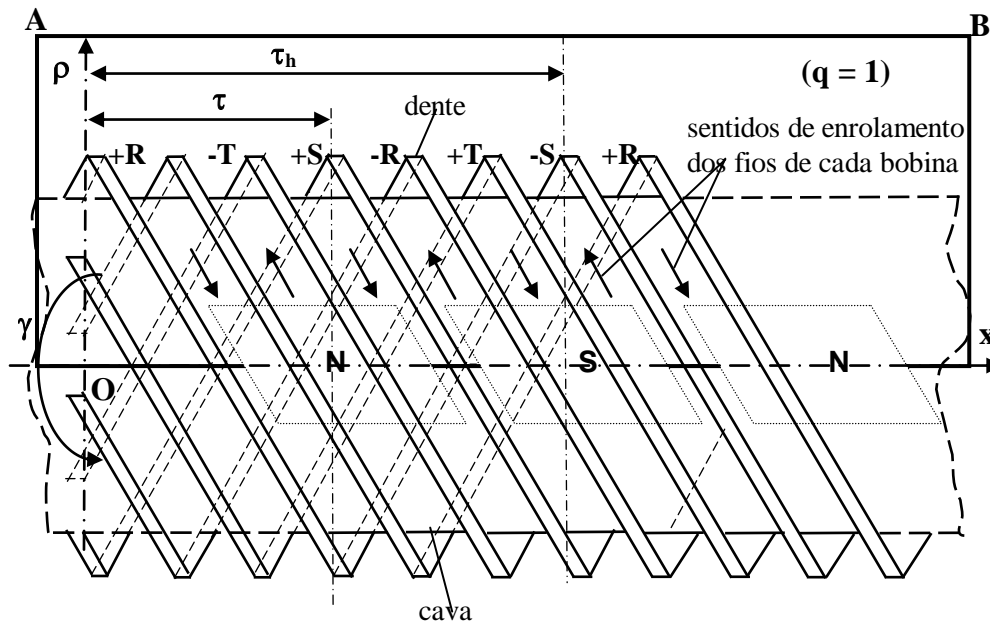


Figura 2.80 - Desenho simplificado do primário de um ALIT trifásico helicoidal para $q = 1$. Indicação dos rasgos de partida das 3 bobinas (6 feixes de condutores).

A Figura 2.81 apresenta, em forma de desenho simplificado, o primário de um ALIT trifásico helicoidal com duas cavas bobinadas por pólo e por fase ($q = 2$), com apenas indicação do passo polar τ .

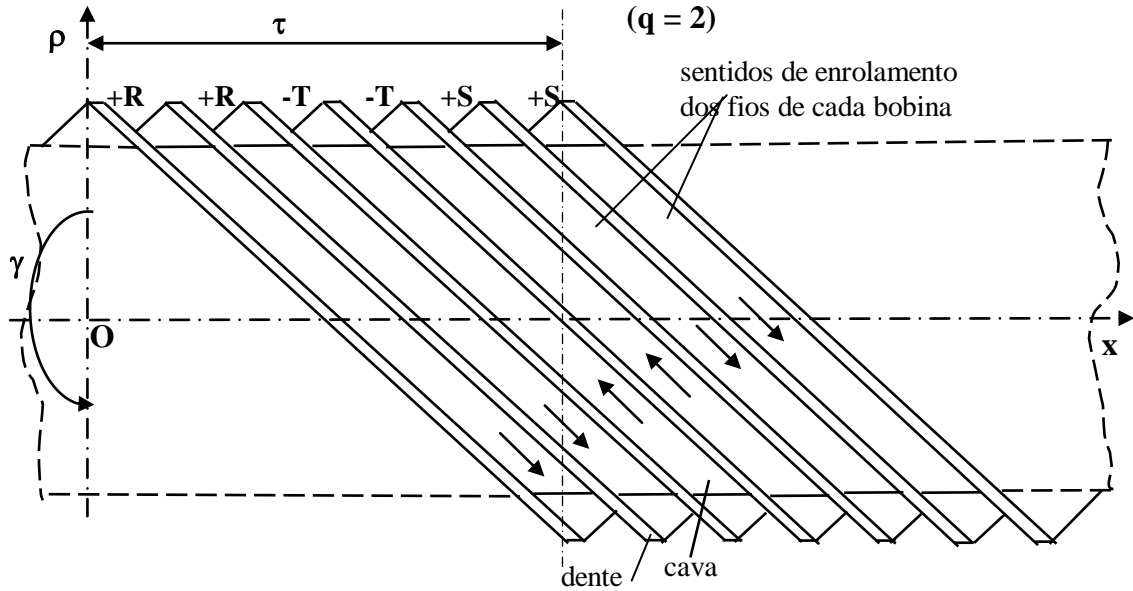


Figura 2.81 - Desenho simplificado do primário de um ALIT trifásico helicoidal para $q = 2$.

Por observação atenta das Figuras 2.80 e 2.81, verifica-se que o passo polar, em número de cavas τ_c , e o passo helicoidal, também em número de cavas τ_h , estão relacionados com o número de fases de um ALIT helicoidal (m_1) e com o número de cavas bobinadas por pólo e por fase (q), respectivamente, por $\tau_c = m_1 q$ e por $\tau_h = 2\tau_c$ (τ_c e τ_h em número de cavas). Também se verifica que o número de bobinas helicoidais, constituída por um feixe de condutores de ida em série com um feixe de condutores de volta, é precisamente igual a τ_c . Se se pretender saber ambos os valores, de τ e de τ_h , em unidades métricas, sendo o passo de dentadura ou de cava dado por $\tau_d = c + d$, resultará

$$\tau = m_1 q \tau_d \quad (2.6)$$

e

$$\tau_h = 2m_1 q \tau_d \quad (2.7)$$

A expressão (2.7) é válida para qualquer tipo de ALIT ou de ALIP.

Da Figura. 2.80, efectuando um corte segundo **AB** e depois planificando, formando as extremidades **A'B'** e **A''B''**, obtém-se a Figura 2.82, em que se considera $\omega t = \pi/2$, o que corresponde a $i_1 = 1$, $i_2 = -1/2$ e $i_3 = -1/2$, em **p.u.**, em que $\mathbf{b} = \sqrt{\mathbf{b}_x^2 + \mathbf{b}_\gamma^2}$ representa a indução resultante das componentes segundo o eixo **x**, \mathbf{b}_x , e segundo γ , \mathbf{b}_γ , \mathbf{b}_ρ a componente da indução segundo ρ , e que $\mathbf{f}_2 = \sqrt{\mathbf{f}_{2x}^2 + \mathbf{f}_{2\gamma}^2}$ representa a força relativa, entre o primário e o secundário, resultante das componentes segundo **x**, \mathbf{f}_{2x} , e segundo γ , $\mathbf{f}_{2\gamma}$, e ainda que $\mathbf{f}_{2\rho}$ a força relativa segundo ρ .

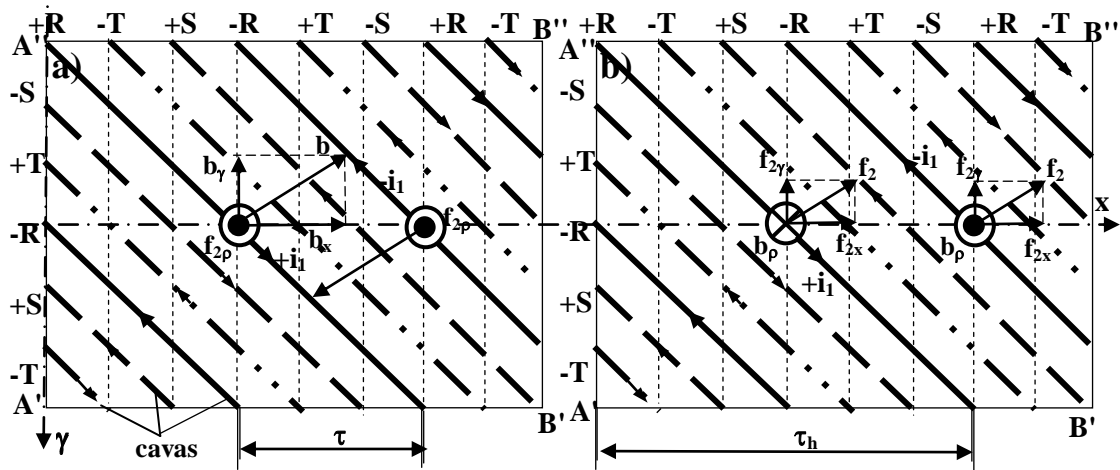


Figura 2.82 - Representação planificada das correntes no primário, das induções e das forças segundo ρ , γ e x , de um ALIT trifásico helicoidal.

Da Figura 2.82, para $\omega t = \pi/2$, pode-se constatar de que as forças, segundo o eixo γ , não se anulam, pelo que se pode concluir que o ALIT helicoidal apresenta movimento de rotação. As forças, segundo o eixo ρ , têm direcções radiais, pelo que a resultante torna-se praticamente nula.

Ainda por observação da Figura 2.82, quer para $\omega t = 0$ quer para $\omega t = \pi/2$, considerando o primário fixo e o secundário móvel, verifica-se a existência de uma força resultante segundo o eixo x , que irá provocar também o deslocamento deste tipo de ALITs.

Este assunto encontra-se mais pormenorizadamente elaborado no Anexo A [48, 62].

2.2.2 Aplicações Industriais dos Actuadores Lineares de Indução Tubulares

A utilização de ALIs para aplicações em regime estático e para baixas velocidades, para além de poderem substituir os motores rotativos clássicos (vulgarmente conhecidos por motores assíncronos - MRIs), têm vindo a apresentar algum interesse crescente na indústria, nomeadamente também em relação aos motores síncronos, de corrente contínua e de ímãs permanentes. Daí que este estudo incida particularmente sobre os ALITs, de que é o objectivo principal deste trabalho.

Dado que, para movimentos lineares, o clássico motor assíncrono rotativo necessita de conversores mecânicos como, por exemplo, cremalheiras e variados tipos de redutores de velocidade; tem de facto vantagem, por exemplo, a utilização directa de ALITs, pois evitam alguns contactos mecânicos e consequentemente diminuem-se as perdas por atrito, e, para além disso, não carecem de manutenção muito especificada.

No entanto, este tipo de actuadores apresenta algumas desvantagens como, por exemplo, um rendimento inferior.

Como actuadores, em que se pretendem forças de arranque elevadas e para baixas velocidades, citam-se algumas aplicações relativas aos ALITs [18, 39, 52, 69, 72, 74]:

- Abertura e fecho de comportas hidráulicas (movimentos ascendente e descendente);

- Abertura e fecho de portas de enrolar (persianas);
- Abertura e fecho de portas de garagens (movimentos de vai e vem);
- Accionamentos de elevadores e monta-cargas;
- Actuadores de braços robóticos;
- Actuadores de lemes de aeronaves e de navios;
- Agulhas de caminhos de ferro (posicionamento da via 1 ou da via 2);
- Amortecedores em veículos rodoviários e ferroviários;
- Antenas de radar e de televisão (posicionamento por variação de corrente versus força de uma mola);
- Bombas de indução para o deslocamento de fluidos líquidos ou gasosos condutores a qualquer temperatura, podendo-se incluir os radioactivos em instalações nucleares;
- Cadeias de enchimento de vasilhame;
- Geradores de ondas em tanques de ensaios hidráulicos;
- Lançadores de projecteis;
- Limpa pára-brisas;
- Máquinas ferramentas especiais;
- Martelos pilões;
- Mesas circulares utilizadas em fresadoras;
- Misturadores de dosagens de componentes agrícolas ou de outro tipo;
- Osciladores em peneiras mecânicas e teares;
- Sistemas de amortecimento de para-choques;
- Sistemas inteligentes de pendulação activa em material circulante ferroviário [Artigo PB, CC, Endiel 93];
- Tampões de choque de equipamentos ferroviários;
- Traçadores X-Y; etc.

A Figura 2.83 apresenta uma aplicação de um conjunto de ALITs, com particular interesse na transferência de embalagens com mudança de direcção [39].

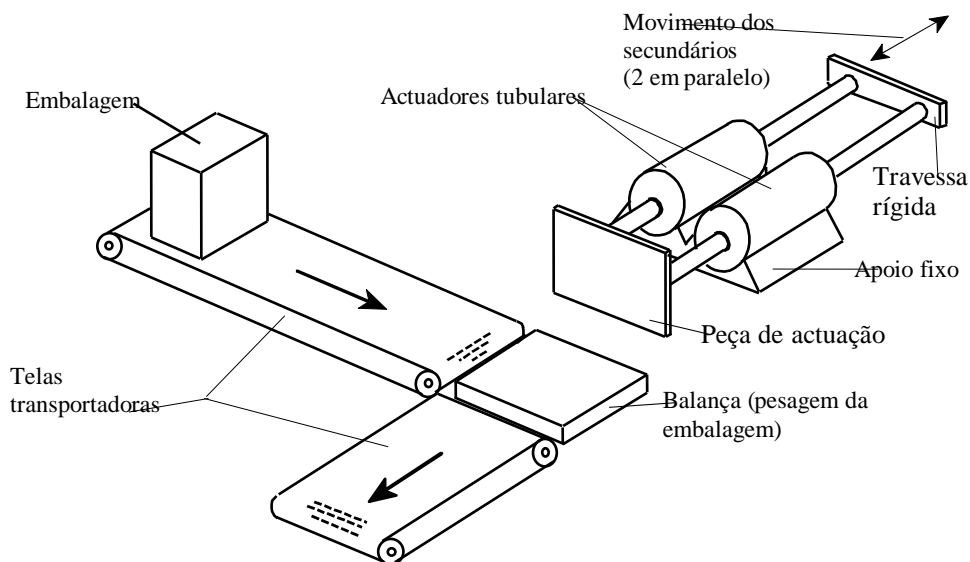


Figura 2.83 - Esquema de aplicação de ALITs em transferência de embalagens. Para complemento desta figura, existem sensores que ordenam os momentos de operação.

A Figura 2.84 apresenta uma aplicação de um ALIT, como martelo pilão.

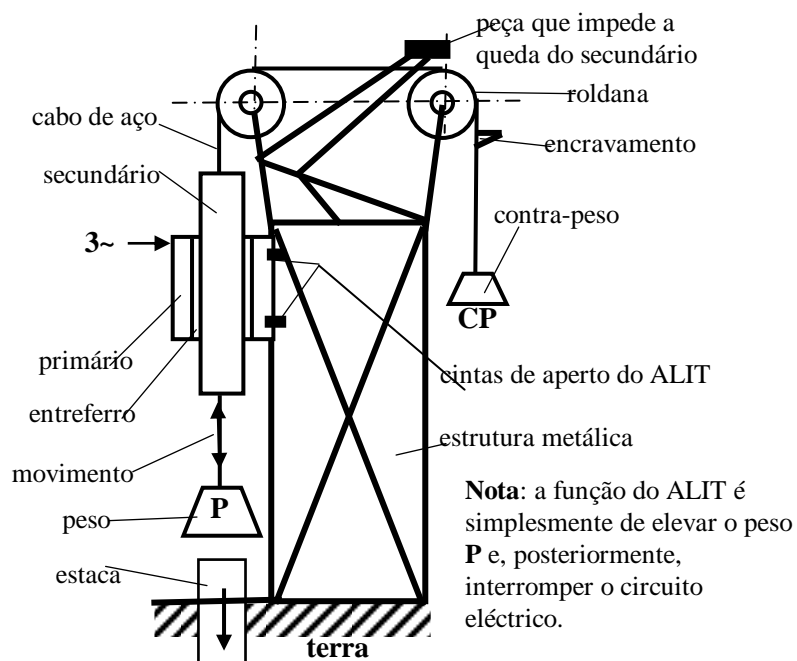


Figura 2.84 - Esquema de aplicação de um ALIT como martelo pilão.

A Figura 2.85 apresenta uma aplicação de um ALIT, na abertura e fecho de portas de garagens.

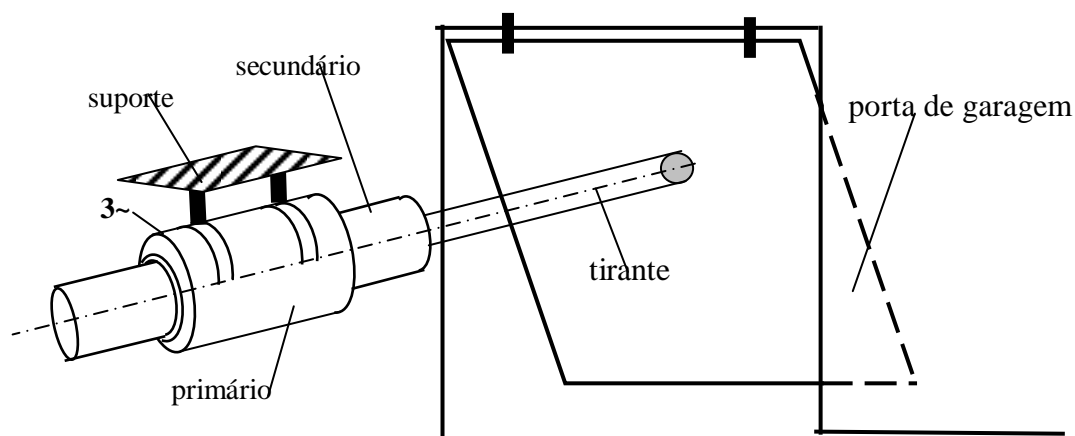


Figura 2.85 - Esquema de aplicação de um ALIT na abertura e fecho de portas de garagens.

A Figura 2.86 apresenta uma aplicação de um ALIT na manobra de agulhas de caminhos de ferro (posicionamento da via 1 ou da via 2).

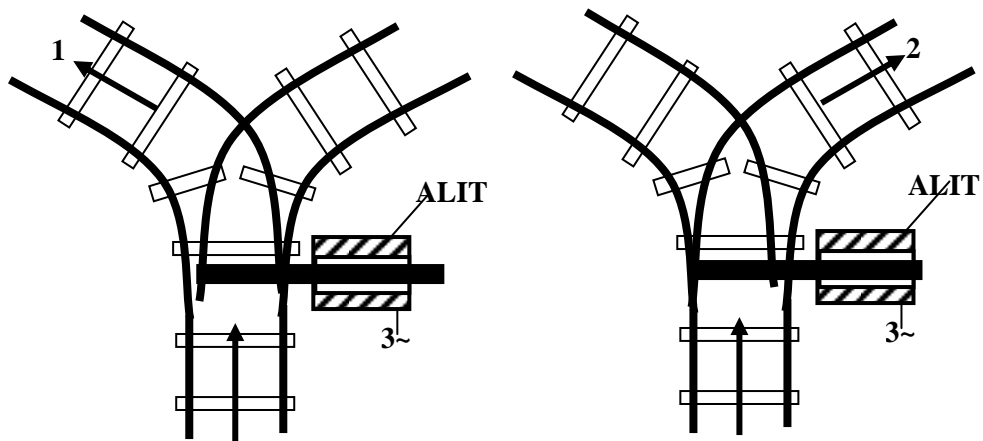


Figura 2.86 - Esquema de aplicação de um ALIT na manobra de agulhas de caminhos de ferro.

A Figura 2.87 apresenta uma aplicação de um ALIT, como lançador de projectéis.

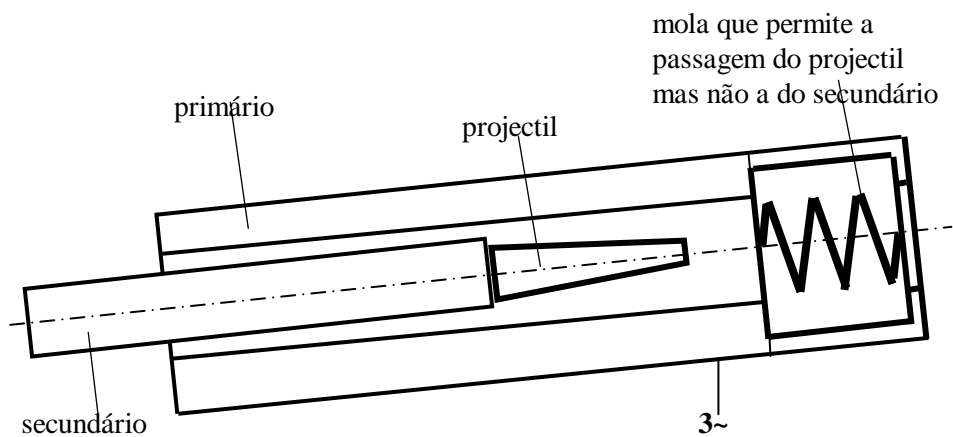


Figura 2.87 - Esquema de aplicação de um ALIT como lançador de projecteis.

A Figura 2.88 apresenta uma aplicação de um ALIT, como gerador de ondas em tanques para ensaios hidráulicos.

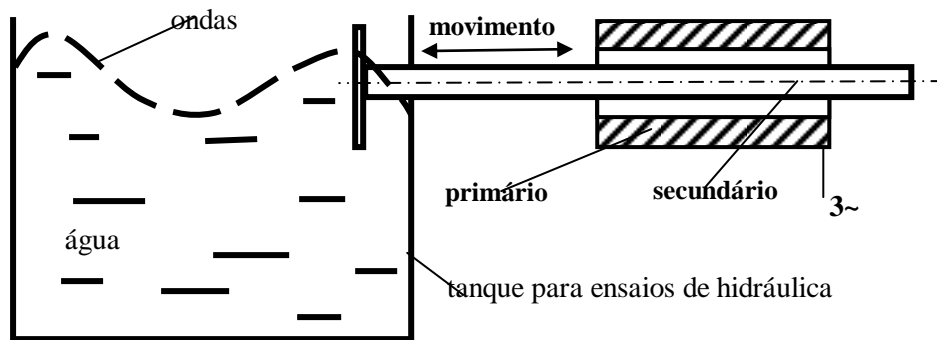


Figura 2.88 - Esquema de aplicação de um ALIT como gerador de ondas em tanques para ensaios hidráulicos.

A Figura 2.89 apresenta uma aplicação de um ALIT como bomba de indução para o deslocamento de fluidos líquidos ou gasosos condutores (neste caso o secundário é o próprio fluido).

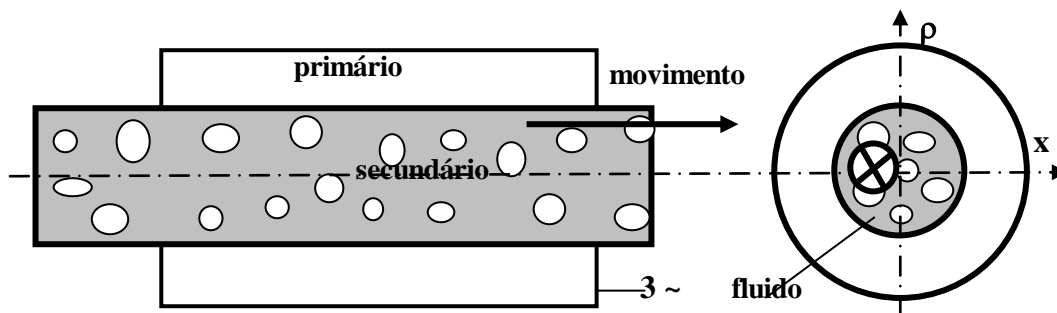


Figura 2.89 - Aplicação de um ALIT como bomba de indução para o deslocamento de fluidos líquidos ou gasosos condutores.

CAPÍTULO 3

CAMPOS DE INDUÇÃO MAGNÉTICA

Resumo

Neste capítulo estudam-se os campos girantes e viajantes relativos às máquinas rotativas e às máquinas lineares de indução, respectivamente.

3 CAMPOS DE INDUÇÃO MAGNÉTICA

Para se obterem as expressões relacionadas com o campo magnético viajante gerado pelo primário de um actuador linear de indução, plano ou tubular, alimentado vulgarmente por um sistema trifásico, é conveniente efectuar um estudo introdutório às máquinas rotativas de indução, e em especial as assíncronas de rotor em gaiola ou em curto-circuito [35, 59, 69, 70].

Quanto aos campos gerados pelo secundário, estes resultam da variação dos campos de indução do primário, cuja amplitude depende da velocidade relativa entre ambos. Para além dos campos de indução do primário e do secundário existem os campos resultantes, de que o seu estudo tem particular interesse no entreferro dos actuadores lineares de indução (ALIs).

Neste capítulo, embora não se tenha em consideração os efeitos da sequência de cavas e de dentes nos primários dos ALIs, serão abordados, com algum pormenor, os campos de indução magnética gerados pelo primário (girantes e viajantes), bem como os campos induzidos pelo secundário, e ainda algumas referências aos escorregamentos relativos às diversas harmónicas.

3.1 CAMPO MAGNÉTICO GIRANTE

Para simplificação da análise, neste subcapítulo, apenas serão abordados os campos de indução magnética, gerados pelo primário, no entreferro, considerando-se que o efeitos dos campos originados pelo secundário não são relevantes, o que significa uma velocidade do secundário praticamente igual à do campo girante ou viajante.

Na Figura 3.1 é apresentado, como exemplo, o esquema de uma máquina de indução trifásica em que as extremidades dos enrolamentos são U_1 - U_2 , V_1 - V_2 e W_1 - W_2 . Os terminais U_1 , V_1 e W_1 são ligados a uma rede trifásica equilibrada, de fases L_1 , L_2 e L_3 , respectivamente, e os terminais U_2 , V_2 e W_2 podem ser ligados de modo a que os enrolamentos fiquem em estrela Y ($U_2 \equiv V_2 \equiv W_2$) ou em polígono (triângulo) Δ ($U_1 \equiv W_2$, $V_1 \equiv U_2$ e $W_1 \equiv V_2$ ou $U_1 \equiv V_2$, $V_1 \equiv W_2$ e $W_1 \equiv U_2$).

Nos sistemas com mais do que três fases, em vez da terminologia U_1 - U_2 , V_1 - V_2 e W_1 - W_2 , deve-se usar simplesmente $+L_1$, $-L_1$; $+L_2$, $-L_2$; ...; $+L_{m1}$, $-L_{m1}$, em que $+L_1$; $+L_2$; ...; $+L_{m1}$, são as respectivas fases do sistema.

- O primário é constituído por uma série de chapas de material ferromagnético, com a forma de coroa circular, empilhadas e apertadas dentro da carcaça que serve para a protecção mecânica da própria máquina. É bobinado por enrolamentos distribuídos simetricamente na periferia e dispostos em cavas ou ranhuras. Da maneira como as bobinas dos enrolamentos se encontram distribuídas pela periferia interior do primário, individualmente ou em grupos uniformemente distribuídos, podem-se obter máquinas de indução com qualquer número par de pólos indutores, igual ou superior a dois.

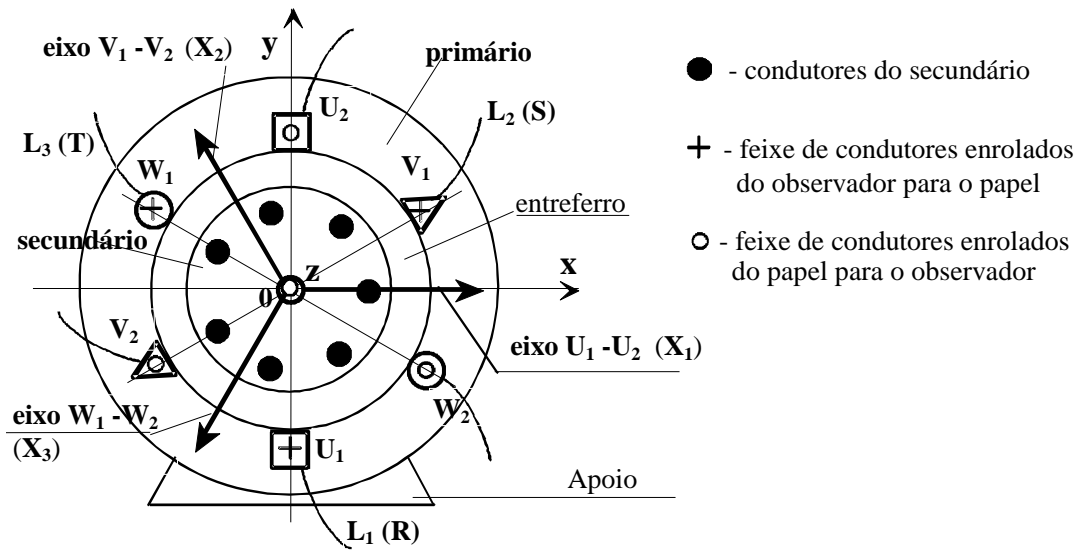


Figura 3.1 - Máquina de indução trifásica de 3 enrolamentos simples e representação dos respectivos eixos colocados simetricamente.

- O secundário, de forma cilíndrica com eixo de rotação, é também laminado e constituído por chapas empilhadas de material ferromagnético, não muito silicioso para não se tornar quebradiço; pode ser bobinado ou em curto-circuito (também chamado em gaiola de esquilo). Para aumentar o binário electromagnético, os números de cavas do secundário e do primário devem ser primos entre si. Por uma questão de simplificação pode-se admitir um secundário com um número infinito de cavas, sendo a espessura de cada dente nula; isto conduz a um secundário de chapa condutora cilíndrica, a partir do qual se baseia o estudo dos capítulos seguintes.

- O entreferro é necessário para a rotação do secundário face ao primário, sendo necessária uma determinada espessura devido principalmente a fenómenos de dilatação, por aumento de temperatura, e de variação de oscilações electromecânicas [13, 16, 56].

A velocidade do campo girante deste tipo de máquinas depende do número de pólos fictícios do primário e da frequência da rede eléctrica. Para determinação do número de pólos do primário, na Figura 3.2 representa-se o diagrama vectorial e o gráfico cartesiano correspondente às projecções das intensidades de corrente alternadas sinusoidais nas 3 fases, em função do tempo e segundo o eixo imaginário, em que se supõe um sistema equilibrado e que não existem harmónicas de ordem superior à primeira, ou seja às ondas fundamentais.

Assim, no motor assíncrono trifásico de 3 enrolamentos simples, esquematizado na Figura 3.3, forma-se um campo magnético girante cujos afixos, no plano de Argand, são também apresentados na Figura 3.3, que correspondem, para $\omega t = 0$, em valores por unidade (p.u.), a $i_1 = \text{Im}\{\hat{i}_1\} = 0$, $i_2 = \text{Im}\{\hat{i}_2\} = -\sqrt{3}/2$ e $i_3 = \text{Im}\{\hat{i}_3\} = \sqrt{3}/2$, e para $\omega t = \pi/2$ a $\text{Im}\{\hat{i}_1\} = 1$, $\text{Im}\{\hat{i}_2\} = -1/2$ e $\text{Im}\{\hat{i}_3\} = -1/2$. Apresenta-se ainda na Figura 3.3, para valores de $\omega t = 0$ e de $\omega t = \pi/2$, o espectro das linhas de força do campo magnético (l.f.c.m.).

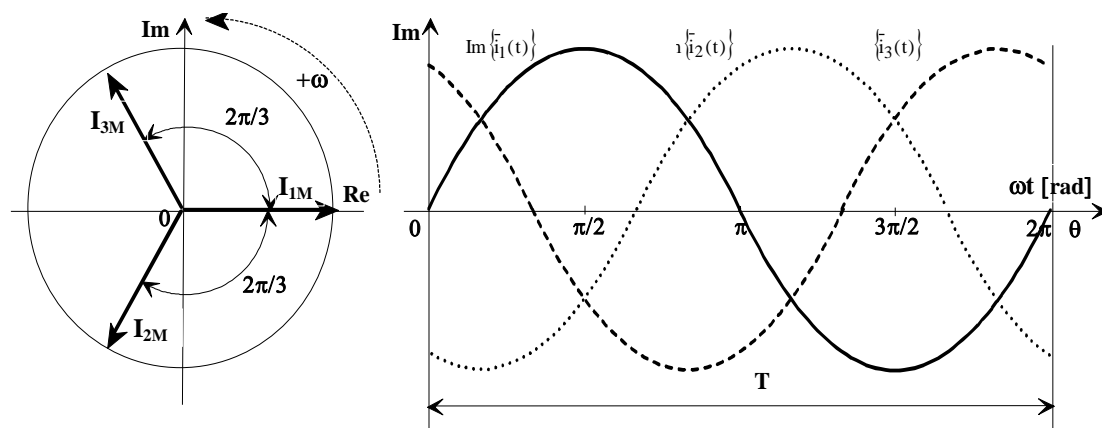


Figura 3.2 - Plano de Argand e gráfico cartesiano da variação temporal das intensidades de corrente de um sistema trifásico equilibrado.

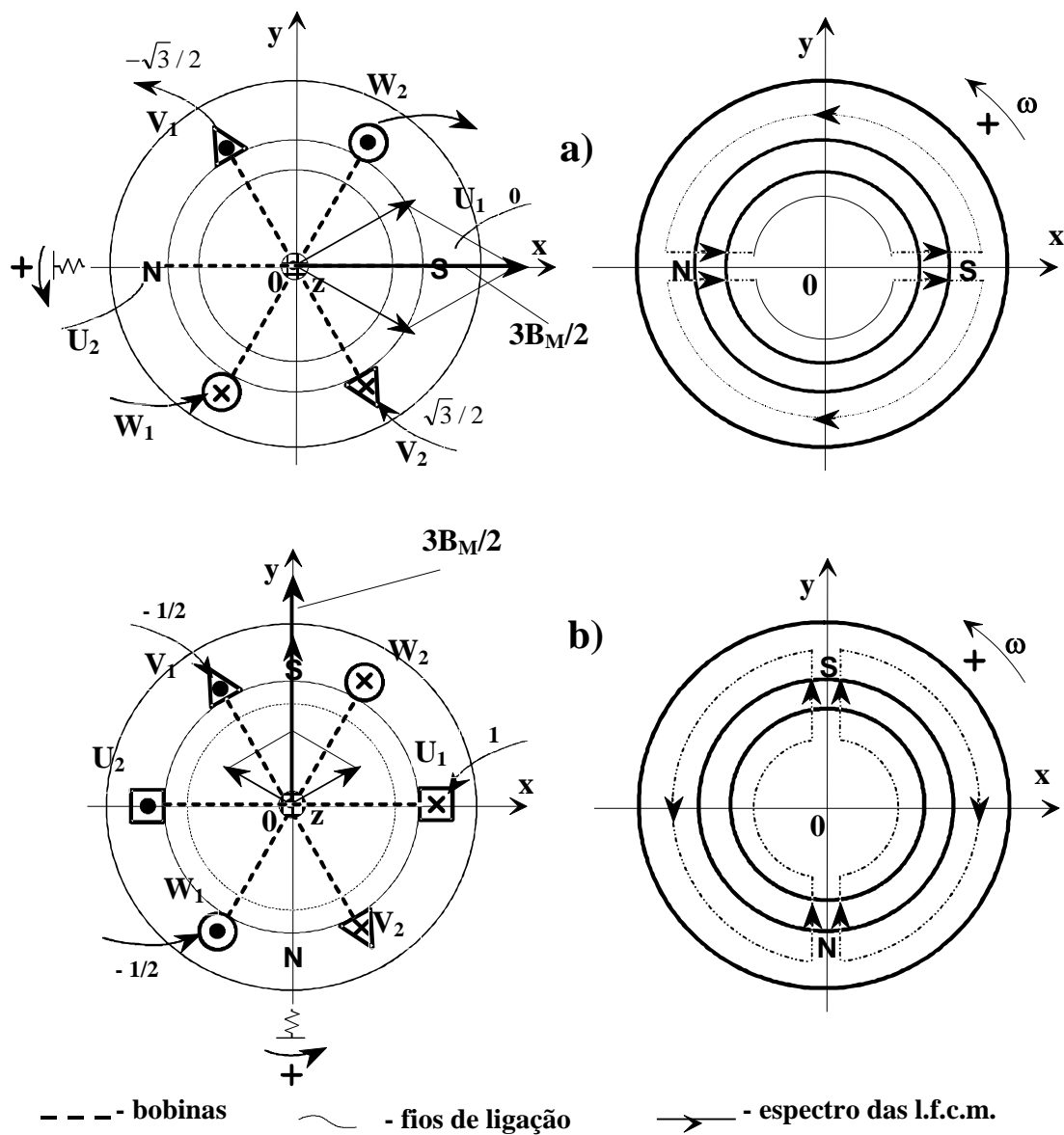


Figura 3.3 - Campo girante e espectro das l.f.c.m. de uma máquina de indução trifásica de 2 pólos, para: a) $\omega t = 0$; b) $\omega t = \pi/2$.

Da Figura 3.3, novamente para os instantes correspondentes a $\omega t = 0$ e a $\omega t = \pi/2$, verifica-se que, em cada caso, dados os sentidos das intensidades de corrente nos enrolamentos, o sentido do campo de indução magnética pode ser indicado pela aplicação da regra do saca-rolhas de Maxwell. Neste caso trata-se efectivamente de uma máquina eléctrica de 2 pólos magnéticos.

Também se pode verificar que o módulo do vector resultante do campo de indução magnética girante é, em qualquer instante, igual a $3/2$ do módulo de cada uma das três componentes pulsantes da indução magnética, supondo que o sistema trifásico é equilibrado.

Na Figura 3.4 representa-se a configuração simplificada dos 3 enrolamentos do primário e o espectro das l.f.c.m. (com 6 bobinas), de uma máquina de indução trifásica de 4 pólos e com 12 cavas, para valores de $\omega t = 0$ e de $\omega t = \pi/2$.

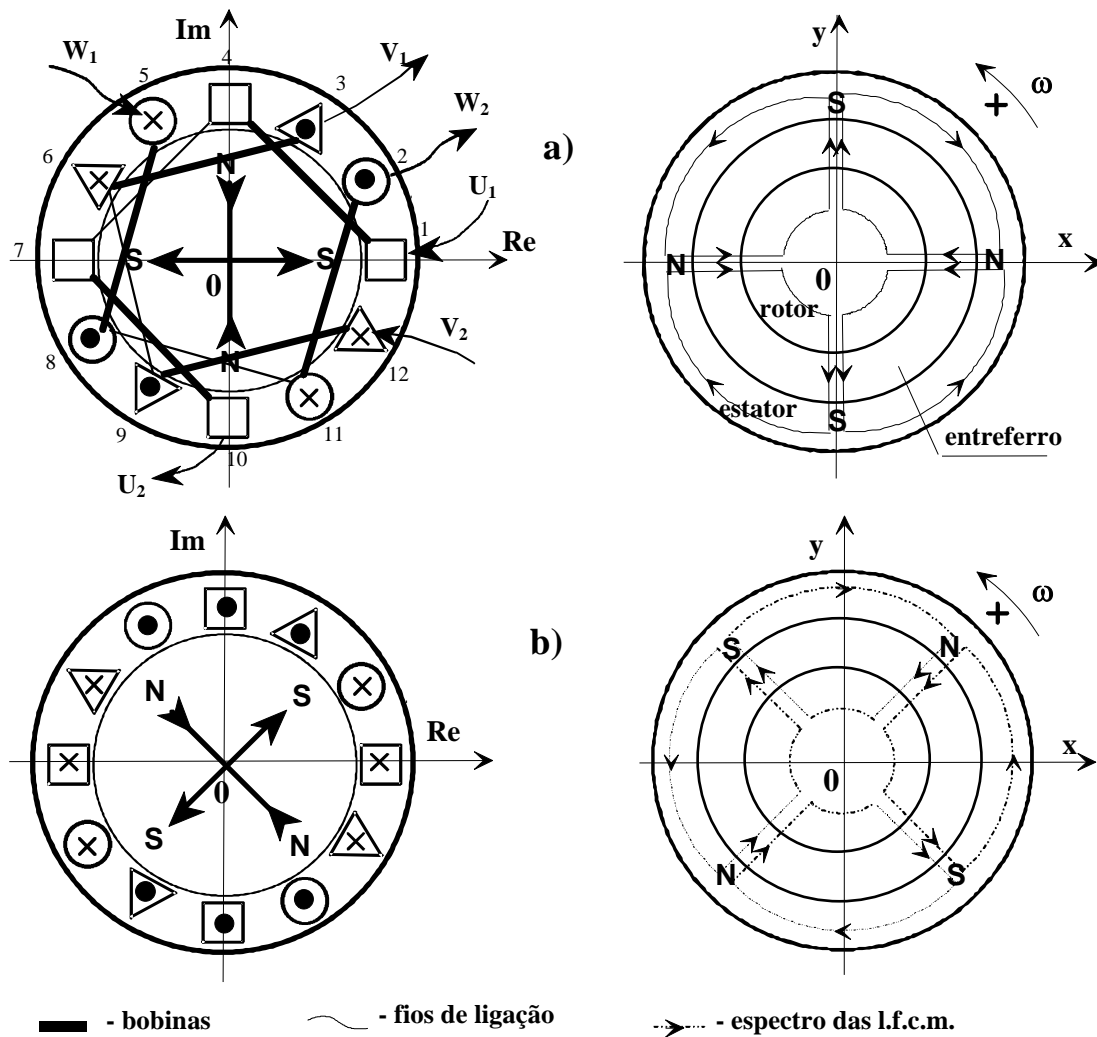


Figura 3.4 - Campo girante de uma máquina de indução trifásica de 4 pólos, com indicação das bobinas dos enrolamentos e sentido das l.f.c.m., para: a) $\omega t = 0$; b) $\omega t = \pi/2$.

Ainda em relação à Figura 3.3, verifica-se que, para o caso de uma máquina de indução com um par de pólos, enquanto as grandezas eléctricas impostas pela rede descrevem um ângulo de $\pi/2$ **rad** eléctricos, o campo magnético girante roda igualmente de $\pi/2$ **rad** mecânicos. Relativamente à Figura 3.4, verifica-se que, para o caso de uma máquina de dois pares de pólos, enquanto as grandezas eléctricas impostas pela rede descrevem um ângulo de $\pi/2$ **rad** eléctricos, o campo girante roda apenas de $\pi/4$ **rad** mecânicos.

Assim, generalizando para uma máquina de **p** pares de pólos, enquanto as grandezas eléctricas impostas pela rede descrevem um ângulo de 2π **rad** eléctricos, o campo girante roda apenas de $2\pi/p$ **rad** mecânicos; ou seja, designando a posição angular do vector resultante do campo magnético girante, em grandezas eléctricas, por θ e a correspondente posição angular, em grandezas mecânicas, por θ_m , ambas expressas em **rad**, a relação entre θ e θ_m será dada por

$$\theta = p\theta_m \quad (3.1)$$

Relativamente a (3.1), admite-se que, por simplificação, a posição angular do vector campo de indução magnética na origem dos tempos ($t = 0$), quer em grandezas eléctricas quer em grandezas mecânicas, é sempre nula. Assim as velocidades angulares, em grandezas eléctricas e em grandezas mecânicas, ambas expressas em **rad/s**, são dadas, respectivamente, por

$$\omega = \frac{\theta}{t} \wedge \omega_m = \frac{\theta_m}{t} \quad (3.2)$$

De (3.1) e de (3.2), a relação entre ω e ω_m é dada por

$$\omega = p\omega_m \quad (3.3)$$

Sabendo que a frequência da rede é designada por **f**, em **Hz**, esta está relacionada com a velocidade angular ou pulsação, em grandezas eléctricas, por $\omega = 2\pi f$. Por vezes é útil relacionar a frequência com o período **T**, em segundo (s), por $T = 1/f$.

O número de rotações por segundo do rotor, ou secundário, da máquina, suposto em sincronismo com o campo girante, **N_s**, em rotações por segundo (**r.p.s.**, por vezes, na prática, **N_s** é expresso em rotações por minuto, **r.p.m.**), está relacionado com a velocidade angular, em grandezas mecânicas, por

$$\omega_m = 2\pi N_s \quad (3.4)$$

Assim **f** está relacionado com **N_s**, em **r.p.s.**, por $f = p \cdot N_s$. Teoricamente significa que a velocidade de uma máquina rotativa é inversamente proporcional ao número de pares de pólos.

Todas as expressões anteriores são importantes para a determinação de uma equação geral do campo girante. Para isso, sem perda de generalidade, considera-se que o primário de uma máquina de indução possui sempre m_1 enrolamentos activos, distribuídos simetricamente, e que também são alimentados por m_1 fases distintas, equilibradas ou desequilibradas.

A Figura 3.5 representa um diagrama vectorial e o gráfico cartesiano correspondente, nas suas projecções segundo o eixo imaginário e segundo o eixo real, em que apenas são consideradas as ondas fundamentais ($v = 1$), a m_1 intensidades de corrente alternadas sinusoidais, equilibradas ou não, variáveis em função do tempo. Os ângulos de defasagem, em relação à origem dos tempos ($t = 0$), são $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_i, \dots, \varphi_{m1}$, respectivamente, que serão positivos quando medidos no sentido directo ($\varphi_i > 0$) e negativos quando medidos no sentido dos ponteiros do relógio ($\varphi_i < 0$), em que $i = 1, 2, \dots, m_1$ representa o índice de fase. Por uma questão de simplificação, é habitual se admitir que $\varphi_1 = 0$, ou seja, considera-se que L_1 esteja em fase com a origem dos tempos.

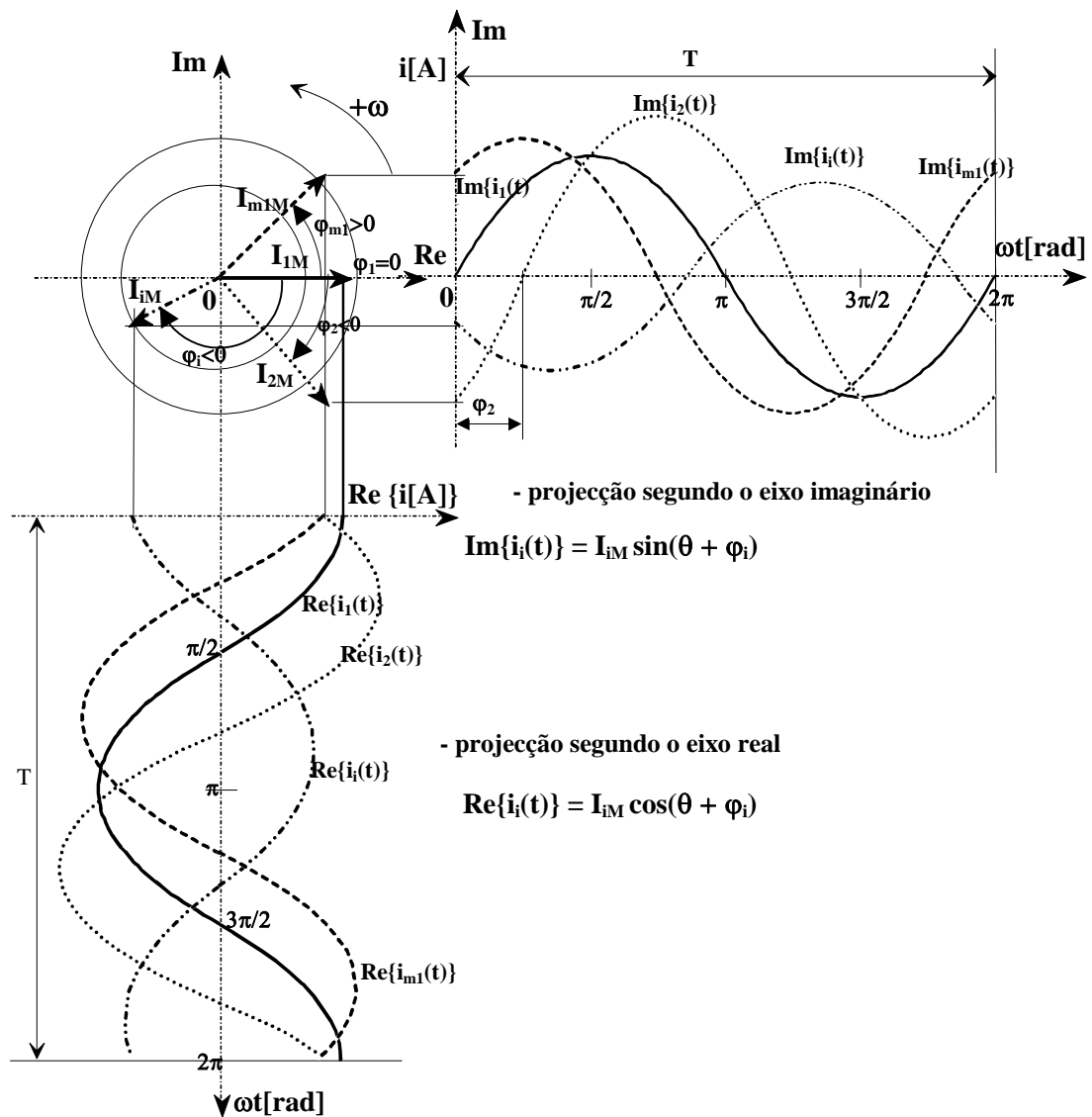


Figura 3. 5 - Representação vectorial num plano de Argand e gráfico cartesiano da variação temporal das m_1 correntes através dos enrolamentos de uma máquina de indução.

Considerando os valores instantâneos das intensidades de corrente, em grandezas complexas, por observação da Figura 3.5, parte-se do princípio que $\mathbf{Im}\{\bar{\mathbf{i}}_1\}$ está em fase com a origem dos tempos ($\varphi_1 = 0$), ou seja, que a sua projecção segundo o eixo imaginário é nula no instante $t = 0$, $\mathbf{Im}\{\bar{\mathbf{i}}_2\}$ com um tempo de atraso correspondente a um arco espacial face à origem dos tempos, em ângulos eléctricos, de $\varphi_2 < 0$, $\mathbf{Im}\{\bar{\mathbf{i}}_i\}$ com um tempo de atraso de $\varphi_i < 0$, e, finalmente $\mathbf{Im}\{\bar{\mathbf{i}}_{m_1}\}$ com um tempo de atraso de $\varphi_{m_1} < 0$. Neste caso, considerando que o afixo de $\bar{\mathbf{i}}_1$ se encontra no semieixo real positivo, todos os outros valores de φ_i são medidos no sentido dos ponteiros do relógio.

Ainda de acordo com a Figura 3.5, em que, por simplificação esquemática, se consideraram apenas as ondas fundamentais, as expressões que relacionam os valores instantâneos das intensidades de corrente, absorvidas da rede de um sistema equilibrado ou não, com os respectivos valores máximos, \mathbf{I}_{1M} , \mathbf{I}_{2M} , ..., \mathbf{I}_{iM} , ..., \mathbf{I}_{m_1M} ; em que a posição angular de \mathbf{I}_{1M} , em cada instante, é dada por $\theta_1 = \omega t + \varphi_1 = \theta$ (sendo, por simplificação, $\varphi_1 = 0$), e a posição angular, por exemplo, de \mathbf{I}_{iM} , em cada instante, será dada por $\theta_i = \omega t + \varphi_i = \theta + \varphi_i$.

Assim, em grandezas complexas, a expressão (3.5) apresenta os valores instantâneos das intensidades de corrente nas m_1 fases do sistema representado na Figura 3.5.

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\mathbf{i}}_1 = \mathbf{I}_{1M} e^{j(\theta + \varphi_1)} \\ \bar{\mathbf{i}}_2 = \mathbf{I}_{2M} e^{j(\theta + \varphi_2)} \\ \dots \\ \bar{\mathbf{i}}_i = \mathbf{I}_{iM} e^{j(\theta + \varphi_i)} \\ \dots \\ \bar{\mathbf{i}}_{m_1} = \mathbf{I}_{m_1M} e^{j(\theta + \varphi_{m_1})} \end{array} \right. \quad (3.5)$$

Nos sistemas com mais do que três fases, em vez da terminologia $\mathbf{U}_1 - \mathbf{U}_2$, $\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2$ e $\mathbf{W}_1 - \mathbf{W}_2$ (ou $\mathbf{U} - \mathbf{X}$, $\mathbf{V} - \mathbf{Y}$ e $\mathbf{W} - \mathbf{Z}$), deve-se usar simplesmente $+\mathbf{L}_1$, $-\mathbf{L}_1$; $+\mathbf{L}_2$, $-\mathbf{L}_2$; ...; $+\mathbf{L}_{m_1}$, $-\mathbf{L}_{m_1}$, em que \mathbf{L}_1 , \mathbf{L}_2 , ..., \mathbf{L}_{m_1} , são as respectivas fases do sistema, e (+) e (-) as polaridades das extremidades, ou dos terminais dos enrolamentos.

Definindo um ângulo $\varphi_i < 0$ ($i = 1, 2, 3, \dots, m_1$), medido no sentido retrógrado (ou dos ponteiros do relógio), este é compreendido entre a origem dos tempos, que corresponde ao semieixo real positivo, e o afixo da corrente correspondente à fase \mathbf{L}_i .

Dado que, por vezes, é importante apresentar os valores instantâneos das intensidades de corrente com as harmónicas mais importantes, isto é, particularmente as de amplitude considerável face à onda fundamental, da expressão (3.5), introduzindo o índice de harmónica, oriunda da rede de energia eléctrica, $v = 1; 2, 3; 4; \dots$, obtém-se [35, 36, 56]

$$\begin{cases}
 \bar{i}_1 = I_{11M} e^{j(\theta+\varphi_{11})} + I_{12M} e^{j(2\theta+\varphi_{12})} + \dots + I_{1vM} e^{j(v\theta+\varphi_{1v})} + \dots \\
 \bar{i}_2 = I_{21M} e^{j(\theta+\varphi_{21})} + I_{22M} e^{j(2\theta+\varphi_{22})} + \dots + I_{2vM} e^{j(v\theta+\varphi_{2v})} + \dots \\
 \dots \\
 \bar{i}_i = I_{i1M} e^{j(\theta+\varphi_{i1})} + I_{i2M} e^{j(2\theta+\varphi_{i2})} + \dots + I_{ivM} e^{j(v\theta+\varphi_{iv})} + \dots \\
 \dots \\
 \bar{i}_{m_1} = I_{m_11M} e^{j(\theta+\varphi_{m_11})} + I_{m_12M} e^{j(2\theta+\varphi_{m_12})} + \dots + I_{m_1vM} e^{j(v\theta+\varphi_{m_1v})} + \dots
 \end{cases} \quad (3.6)$$

De (3.6) face a (3.5) verifica-se que, no caso de não serem desprezadas as harmónicas de índice superior a 1 (fundamental), cada corrente tem agora várias componentes, em que I_{iv} representa a amplitude da harmónica de índice v da corrente de índice i , e φ_{iv} tem o mesmo significado face às diversas defasagens em relação à origem dos tempos. Por simplificação, geralmente considera-se que $\varphi_{11} \equiv \varphi_1 = 0$.

A Figura 3.6 representa, num plano de Argand, um sistema trifásico de correntes com primeiras e terceiras harmónicas para $\omega t = 0$ e para $\omega t = \pi/6$, em que $I_{11M} = I_{21M} = I_{31M}$ (ou simplesmente $I_{1M} = I_{2M} = I_{3M}$), $I_{13M} = I_{23M} = I_{33M} < I_{11M}$, $\varphi_{11} = 0$, $\varphi_{21} = -2\pi/3$, $\varphi_{31} = -4\pi/3$, $\varphi_{13} = \pi/3$, $\varphi_{23} = \pi/3 - 2\pi/3$ e $\varphi_{33} = \pi/3 - 4\pi/3$.

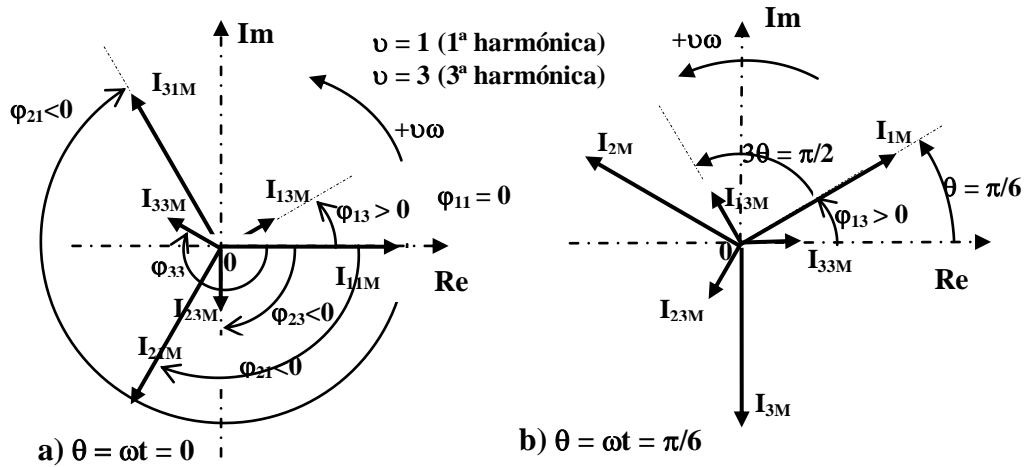


Figura 3.6 - Representação vectorial das ondas fundamentais e das terceiras harmónicas, para um sistema trifásico equilibrado. a) $\theta = 0$; b) $\theta = \pi/6$.

Apenas em relação a ângulos eléctricos, da Figura 3.6, verifica-se que enquanto o fasor I_{1M} descreve um ângulo θ , o fasor I_{3M} descreve um ângulo 3θ . Logicamente que este raciocínio se poderá generalizar para qualquer harmónica de índice v . Dadas as características das superfícies polares dos alternadores que fornecem energia eléctrica, é comum considerarem-se que apenas existem harmónicas ímpares, oriundas da rede, e que possuem só índices positivos, isto é, $v = +1, +3, +5, \dots$. Embora não sejam consideradas a existência de harmónicas pares, estas só são previsíveis no caso prático de inevitáveis assimetrias dos ALIs.

Capítulo 3

A expressão (3.6) pode ser simplificada se se considerar a amplitude de $I_{1M} \equiv I_{11M}$ maior ou igual a qualquer amplitude das outras intensidades de corrente. Assim, excepto para χ_{11} que se considera igual à unidade, todos os outros factores de amplitude χ_{1v} estão compreendidos entre 0 e 1 e serão dados por

$$\chi_{1v} = \frac{I_{1vM}}{I_{1M}} \quad (3.7)$$

Substituindo (3.7) em (3.6), obtém-se

$$\begin{cases} \bar{i}_1 = I_{1M} [\chi_{11} e^{j(\theta+\varphi_{11})} + \chi_{12} e^{j(2\theta+\varphi_{12})} + \dots + \chi_{1v} e^{j(v\theta+\varphi_{1v})} + \dots] \\ \bar{i}_2 = I_{1M} [\chi_{21} e^{j(\theta+\varphi_{21})} + \chi_{22} e^{j(2\theta+\varphi_{22})} + \dots + \chi_{2v} e^{j(v\theta+\varphi_{2v})} + \dots] \\ \dots \\ \bar{i}_i = I_{1M} [\chi_{i1} e^{j(\theta+\varphi_{i1})} + \chi_{i2} e^{j(2\theta+\varphi_{i2})} + \dots + \chi_{iv} e^{j(v\theta+\varphi_{iv})} + \dots] \\ \dots \\ \bar{i}_{m_1} = I_{1M} [\chi_{m_1 1} e^{j(\theta+\varphi_{m_1 1})} + \chi_{m_1 2} e^{j(2\theta+\varphi_{m_1 2})} + \dots + \chi_{m_1 v} e^{j(v\theta+\varphi_{m_1 v})} + \dots] \end{cases} \quad (3.8)$$

De (3.8) a intensidade de corrente \bar{i}_i será dada por

$$\bar{i}_i = I_{1M} \sum_{v=1}^{\infty} \chi_{iv} e^{j(v\theta+\varphi_{iv})} \quad (3.9)$$

Contemplando situações em que nem todas as harmónicas têm o mesmo sentido de propagação da onda fundamental, considerada de índice igual a um ($v = 1$), a expressão (3.9) pode ser generalizada por

$$\bar{i}_i = I_{1M} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} e^{j(v\theta+\varphi_{iv})} \quad (3.10)$$

Em que, neste caso, $v = \dots, -3, -2, 0, +1, +2, +3, \dots$, em que o índice zero (0) corresponde à componente contínua, os índices afectados pelo sinal (+) correspondem às harmónicas que se propagam num sentido, e os índices afectados pelo sinal (-) às que se propagam no sentido contrário.

De (3.10) pode-se admitir que se o campo girante das ondas fundamentais for o do sentido directo ($v = 1$), o campo girante das terceiras harmónicas, por exemplo, será o do sentido dos ponteiros do relógio, e neste caso considera-se que $v = -3$.

Dado que, por simplificação, se admite uma relação constante entre a indução magnética gerada no primário e a respectiva intensidade de corrente $\bar{\mathbf{b}}_i = \mathbf{K} \bar{\mathbf{i}}_i$ (\mathbf{K} - constante de proporcionalidade), ou $\bar{\mathbf{b}}_i \approx \bar{\mathbf{i}}_i$, a expressão (3.10) pode ser substituída por

$$\bar{\mathbf{b}}_i = B_{IM} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} e^{j(v\theta + \varphi_{iv})} \quad (3.11)$$

em que $\bar{\mathbf{b}}_i$ é a indução, em valores complexos, respeitante à corrente da fase de índice i , cujo afixo depende, para cada componente, de $v\omega t + \varphi_{iv} \equiv v\theta + \varphi_{iv}$.

Por outro lado, considerando que os eixos dos enrolamentos são fixos espacialmente, e dado que a indução magnética criada por cada fase é pulsante, para se determinar o valor instantâneo da indução resultante, que origina um campo girante, convém projectar, em cada instante, segundo qualquer referencial (geralmente considera-se o semieixo real positivo), as componentes das induções geradas por cada uma das correntes do sistema monofásico ou polifásico em questão.

A Figura 3.7 representa a disposição dos enrolamentos, considerados fixos no espaço, em que o eixo do primeiro enrolamento \mathbf{X}_1 se considera colinear com o semieixo real positivo, estando o segundo enrolamento \mathbf{X}_2 desfasado, do anterior no sentido directo, de π/m_1 , sendo m_1 o número de fases.

Embora sem qualquer aplicação prática que se julgue relevante, é sempre possível imaginar-se o primário de uma máquina de indução rotativa em que os ângulos entre os eixos dos enrolamentos activos, referenciados por $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_i, \dots, \mathbf{X}_{m_1}$, não sejam necessariamente iguais.

Neste caso $+\mathbf{L}_i$ e $-\mathbf{L}_i$ são terminais de ligação do enrolamento de índice i ($i = 1, 2, 3, \dots, m_1$). O terminal caracterizado por $+\mathbf{L}_i$ é ligado à fonte de tensão \mathbf{L}_i e o terminal $-\mathbf{L}_i$ a um ponto comum quando em estrela ou apenas a um dos terminais $+\mathbf{L}_{i+1}$ ou $+\mathbf{L}_{i-1}$ quando em triângulo - casos mais específicos deste trabalho, em que se considera $m_1 + 1 \equiv 1$ (em polígono, para $i = 1$, a ligação de $-\mathbf{L}_1$ será feita a $+\mathbf{L}_4$ ou a $+\mathbf{L}_5$, como se exemplifica na Figura 3.7).

Também, em termos de polaridades nos enrolamentos, pode-se considerar que os condutores de ida são referenciados com o sinal (+ ou \uparrow) e os condutores de retorno com o sinal (- ou \downarrow).

Da Figura 3.7 pode-se concluir que quando o número de enrolamentos for ímpar e estes estejam simetricamente distribuídos, o ângulo eléctrico entre os seus eixos, α_e , será dado por

$$\alpha_e = \frac{2\pi}{m_1} \quad (3.12)$$

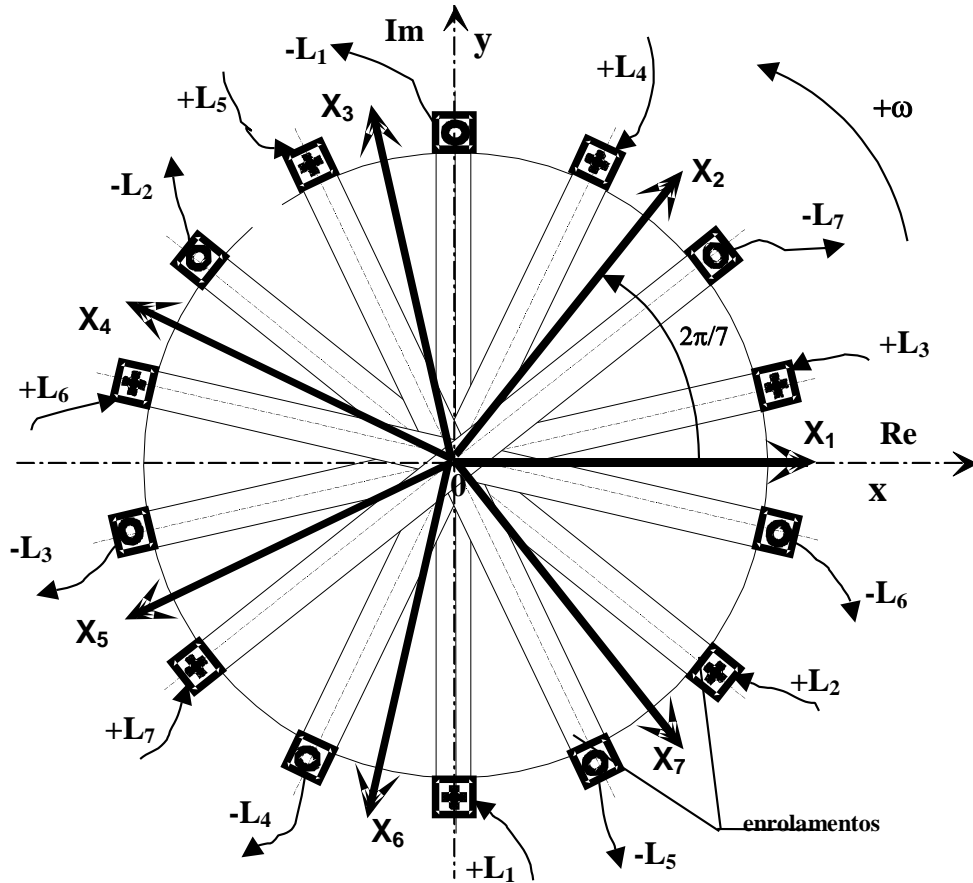


Figura 3.7 - Esquema de $m_1 = 7$ fases de uma máquina de indução correspondente a um duplo passo. Representação espacial dos eixos dos enrolamentos.

Se o número de enrolamentos, simetricamente distribuídos, for par, estes podem estar colocados em oposição se os seus passos forem iguais aos passos polares, desde que, dois a dois, ocupem as mesmas cavas, o que obriga a utilizarem-se duas camadas na mesma cava. Neste caso, para que distintos enrolamentos não ocupem as mesmas cavas, é necessário encurtá-los de um passo inferior ao passo polar. De qualquer modo o ângulo eléctrico entre os seus eixos é também dado por (3.12), mesmo no caso de enrolamentos de dupla camada, excepto para tipologias com dois enrolamentos em quadratura, em que α_e será dado por

$$\alpha_e = \frac{\pi}{2} \quad (3.13)$$

Ainda da Figura 3.7, a ordem de colocação (ligação) dos condutores nas cavas é $+L_1, -L_5, +L_2, -L_6, +L_3, -L_7, +L_4, -L_1, +L_5, -L_2, +L_6, -L_3, +L_7, -L_4$ ou $+L_1, -L_4, +L_7, -L_3, +L_6, -L_2, +L_5, -L_1, +L_4, -L_7, +L_3, -L_6, +L_2, -L_5$.

As Tabelas 3.I e 3.II apresentam alguns esquemas de enrolamentos com as respectivas sequências de ligações, para espaços correspondentes a um duplo passo polar, em que se supõe que os ângulos entre os eixos dos enrolamentos são geometricamente iguais, partindo do princípio que todas as fases estão equilibradas, em que se considera que θ é

o ângulo de fase no instante t ($\theta = \omega t$) e $\mathbf{B}_M \equiv \mathbf{B}_{1M}$ a indução máxima em cada enrolamento.

Convém acentuar que para uma máquina rotativa com mais do que um par de pólos, é suficiente estudar-se apenas o espaço correspondente a um duplo passo polar, sendo os resultados totais obtidos pelo produto dos resultados parciais, embora esta solução nem sempre seja válida, particularmente no que diz respeito aos actuadores lineares de indução com enrolamentos de dupla camada, particularmente sem compensação, devido aos efeitos de extremidade.

Assim, de acordo com a Figura 3.7, e Tabelas 3.I e 3.II, em que se dispõem de um sistema de m_1 enrolamentos, os ângulos entre os seus eixos (por exemplo α_{1-2} corresponde ao ângulo entre o eixo do enrolamento \mathbf{X}_1 e o eixo do enrolamento \mathbf{X}_2), em grandezas eléctricas, serão referenciados por α_{1-2} , α_{2-3} , ..., $\alpha_{m_1-(m_1+1)}$, sendo $m_1 + 1 \equiv 1$. Neste caso, os ângulos serão afectados do sinal (+) porque devem ser medidos no sentido directo e, admitido que estão dispostos simetricamente, estes serão dados por

$$\alpha_i = \sum_{k=1}^i \alpha_{k-(k+1)} = (i-1)\alpha_e; \quad (m_1 + 1 \equiv 1) \quad (3.14)$$

em que α_i representa o ângulo medido, no sentido directo, entre o eixo do enrolamento \mathbf{X}_1 e o eixo do enrolamento \mathbf{X}_i , partindo do princípio, por uma questão de simplificação do cálculo, que o eixo \mathbf{X}_1 se encontra sobre o eixo real, ou seja $\alpha_1 = 0$. Naturalmente que se deve sempre verificar $\alpha_{1-2} = \alpha_{2-3} = \dots = \alpha_{m_1-1}$, no entanto, se isso não acontecer, pode-se manter a terminologia do somatório de (3.14) para generalização de todas as situações possíveis, mesmo que algumas destas possibilidades não sejam aplicáveis na prática.

Dado que os campos de indução individuais $\bar{\mathbf{b}}_i$ são pulsantes segundo os respectivos eixos dos enrolamentos \mathbf{X}_i , e que, por simplificação, este estudo se limita apenas a um duplo passo polar, o que corresponde a dois pólos fictícios \mathbf{N} e \mathbf{S} , é preciso ter em consideração a ordem de colocação dos enrolamentos nas cavas para se obter, na maior parte dos casos, um campo girante circular ou elíptico.

Considerando novamente $\nu\theta + \varphi_{i0} = \nu\omega t + \varphi_{i0}$, a variável de posição angular no instante t respeitante a todas as harmónicas (posição angular temporal), as projecções da indução do campo magnético, segundo qualquer referencial Θ (posição angular espacial), é uma função simultânea de $\theta = \omega t$ e de Θ , podendo ser representado, em grandezas complexas, por $\bar{\mathbf{b}}_{\Theta,\theta}$ ou por $\bar{\mathbf{b}}_{\Theta,t}$.

Se o referencial considerado não for o semieixo real positivo, mas sim um outro \mathbf{OP} , de posição angular Θ , em **rad**, medido no sentido directo, os valores de α_i serão afectados de um termo adicional de $-\Theta$, como se exemplifica na Figura 3.8, para três enrolamentos igualmente distribuídos.

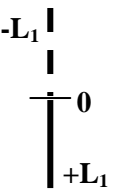

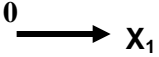
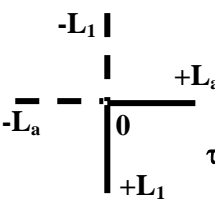

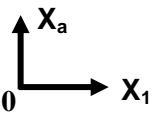
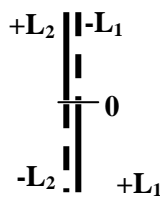

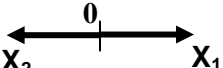
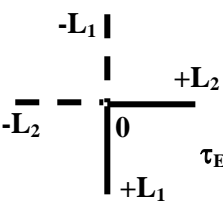

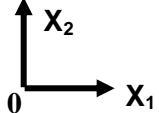
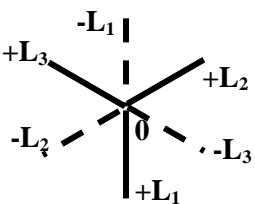

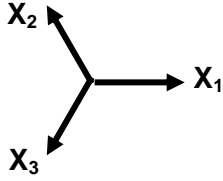
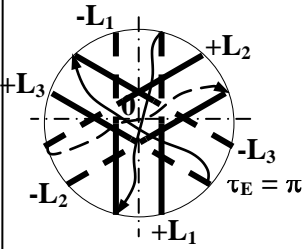

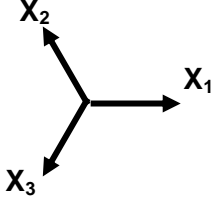
Número de fases	Diagrama de polaridades das fases	Sequência de ligações e sentido do campo	Eixos dos enrolamentos
(1) Monofásico τ_E – passo do enrolam. em âng. eléctr.	 $\tau_E = \pi$	$+L_1, -L_1$  c. m. pulsante	 $\alpha_e = 2\pi$ (α_e - ângulo eléctrico entre os eixos dos enrolamentos)
(1) Monofásico c/ enrolam. auxiliar	 $\tau_E = \pi$	$+L_1, +L_a, -L_1, -L_a$ (ou) $+L_1, -L_a, -L_1, +L_a$  c. m. girante ou viajante	 (X_a - enrolamento auxiliar) $\alpha_e = \pi/2$
(2) Bifásico c/ enrolam. em oposição	 $\tau_E = \pi$	$+L_1, -L_2, -L_1, +L_2$  c. m. pulsante	 $\alpha_e = \pi$
(2) Bifásico c/ enrolam. em quadratura	 $\tau_E = \pi$	$+L_1; +L_2; -L_1; -L_2$ (ou) $+L_1; -L_2; -L_1; +L_2$  c. m. girante ou viajante	 $\alpha_e = \pi/2$
(3) Trifásico		$+L_1, -L_3, +L_2, -L_1,$ $+L_3, -L_2$ (ou) $+L_1, -L_2, +L_3, -L_1,$ $+L_2, -L_3$  c. m. girante ou viajante	 $\alpha_e = 2\pi/3$
(3) Trifásico c/ enrolam. de passo encurtado (enrolam. c/ 2 bobinas) K_β – factor de encurtamento	 $\tau_E = \pi$ $\tau_E = 5\pi/6$ $K_\beta = \cos(\pi/12) = 0,966$	$+L_1, -L_3, +L_2, -L_1,$ $+L_3, -L_2$ (ou) $+L_1, -L_2, +L_3, -L_1,$ $+L_2, -L_3$  c. m. girante ou viajante	 $\alpha_e = 2\pi/3$

Tabela 3.I - Diagrama de polaridades, sequência de ligações, ângulo entre os eixos dos enrolamentos e campo de indução magnética em diversas fases (de 1 a 3).

(Continuação)			
Número de fases	Diagrama de polaridades das fases	Sequência de ligações e sentido do campo	Eixos dos enrolamentos
(4) Tetrafásico c/ enrolam. de passo polar (de dupla camada)		$+L_1, -L_3, +L_2, -L_4,$ $+L_3, -L_1, +L_4, -L_2$ (ou) $+L_1, -L_2, +L_4, -L_1,$ $+L_3, -L_4, +L_2, -L_3$ c. m. girante ou viajante	
(4) Tetrafásico c/ enrolam. de passo encurtado		$+L_1, -L_3, +L_2, -L_4,$ $-L_1, +L_3, -L_2, +L_4$ (ou) $+L_1, -L_3, +L_4, -L_2,$ $-L_1, +L_3, -L_4, +L_2$ c. m. girante ou viajante	
(5) Pentafásico		$+L_1, -L_4, +L_2, -L_5, +L_3,$ $-L_1, +L_4, -L_2, +L_5, -L_3$ (ou) $+L_1, -L_3, +L_5, -L_2, +L_4,$ $-L_1, +L_3, -L_5, +L_2, -L_4$ c. m. girante ou viajante	
(6) Hexafásico c/ enrolam. de passo polar (de dupla camada)		$+L_1, -L_4, +L_2, -L_5, +L_3, -L_6,$ $-L_1, +L_4, -L_2, +L_5, -L_3, +L_6$ (ou) $+L_1, -L_4, +L_6, -L_3, +L_5, -L_2,$ $-L_1, +L_4, -L_6, +L_3, -L_5, +L_2$ (ou ainda a sobreposição de 2 enrolamentos trifásicos - duplo trifásico) $+L_1, -L_5, +L_3, -L_1, +L_5, -L_3$ (e) $+L_2, -L_6, +L_4, -L_2, +L_6, -L_4$	
(6) Hexafásico c/ enrolam. de passo encurtado		$+L_1, -L_4, +L_2, -L_5, +L_3, -L_6,$ $+L_4, -L_1, +L_5, -L_2, +L_6, -L_3$ (ou) $+L_1, -L_3, +L_6, -L_2, +L_5, -L_1,$ $+L_4, -L_6, +L_3, -L_5, +L_2, -L_4$	

Tabela 3.II- Diagrama de polaridades, sequência de ligações, ângulo entre os eixos dos enrolamentos e campo de indução magnética em diversas fases (de 4 a 6)

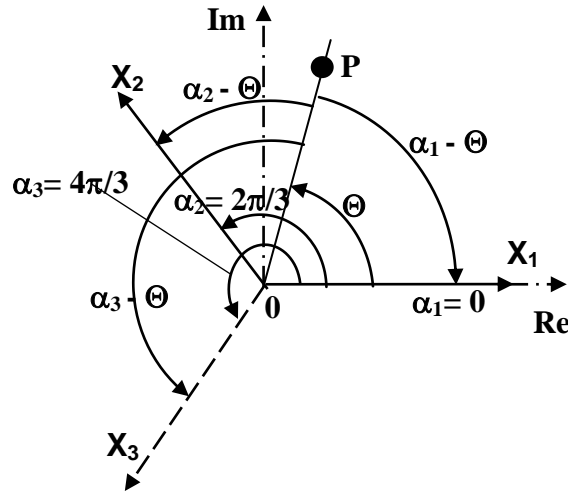


Figura 3.8 - Novos valores de $\alpha_i - \Theta$ ($i = 1, 2, 3$) por mudança de referencial espacial.

Assim, a soma das projecções das componentes da indução magnética, segundo o eixo real, será dada por

$$\text{Re}\{\bar{b}_{\Theta, \theta}\} = B_{IM} \sum_{i=1}^{m_l} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} \cos(v\theta + \varphi_{iv}) \cos(\alpha_i - \Theta) \quad (3.15)$$

e a soma das projecções das componentes da indução magnética, segundo o eixo imaginário, por

$$\text{Im}\{\bar{b}_{\Theta, \theta}\} = B_{IM} \sum_{i=1}^{m_l} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} \cos(v\theta + \varphi_{iv}) \sin(\alpha_i - \Theta) \quad (3.16)$$

Da soma do valor real de (3.15) com o valor imaginário de (3.16) resulta, na forma complexa, um campo girante total na forma generalizada, incluindo todas as harmónicas, que será igual a

$$\bar{b}_{\Theta, \theta} = B_{IM} \sum_{i=1}^{m_l} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} \cos(v\theta + \varphi_{iv}) e^{j(\alpha_i - \Theta)} \quad (3.17)$$

Particularizando para o caso em que se consideram apenas as ondas fundamentais ($v = 1$), a expressão (3.17) será substituída por

$$\bar{b}_{\Theta, \theta} = B_{IM} \sum_{i=1}^{m_l} \chi_{i1} \cos(\theta + \varphi_{i1}) e^{j(\alpha_i - \Theta)} \quad (3.18)$$

Na Figura 3.9 estão apresentados os eixos dos enrolamentos de algumas tipologias de máquinas eléctricas rotativas, bem com os diagramas vectoriais das intensidades de corrente para algumas situações mais vulgares. Portanto, para se estudar o campo de indução magnética girante em casos específicos é conveniente ter em consideração o número de enrolamentos, as amplitudes e os desfasamentos das intensidades de corrente em relação à origem dos tempos, pois apresentam situações distintas de acordo com cada configuração geométrica, como se exemplifica na Figura 3.9.

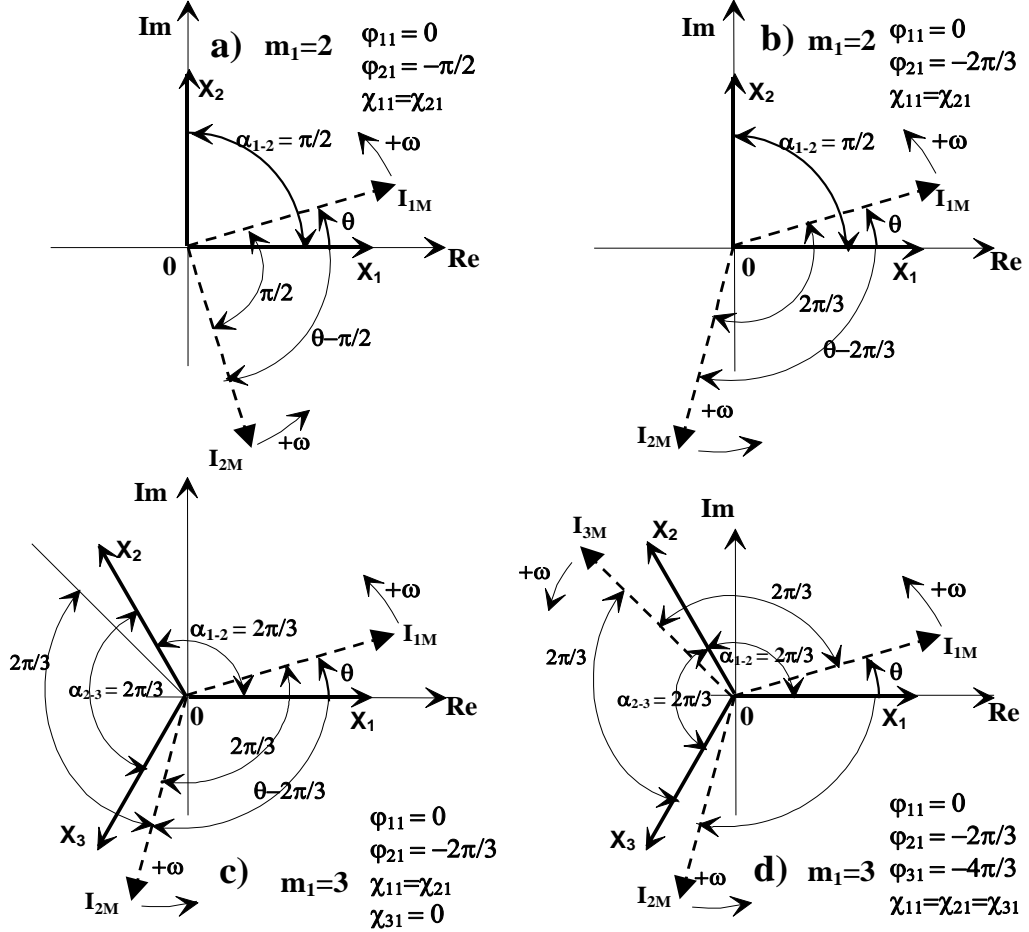


Fig. 3.9 - Casos particulares de enrolamentos e de valores de intensidade de corrente.

Voltando a considerar $\bar{\mathbf{b}}_i = \mathbf{K} \bar{\mathbf{i}}_i$ (ou $\bar{\mathbf{b}}_i \approx \bar{\mathbf{i}}_i$), por aplicação de (3.17), em que, por simplificação, se considera que $\Theta = 0$, os campos girantes das tipologias apresentadas na Figura 3.9 são dados pela Tabela 3.III. Na Figura 3.9-a e na Figura 3.9-b os enrolamentos estão em quadratura. Na Figura 3.9-c pode-se considerar que há falta de uma fase.

De (3.14) e de (3.17), particularizando para os casos em que os enrolamentos estejam igualmente distribuídos no primário da máquina, o que corresponde aos ângulos, medidos no sentido directo (+), $\alpha_{1-2} = \alpha_{2-3} = \dots = \alpha_{(m_1-1)-m_1} = 2\pi/m_1 = \alpha_e$, pode-se obter

$$\bar{\mathbf{b}}_{\Theta, \theta} = B_{IM} \sum_{i=1}^{m_1} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} \cos(v\theta + \varphi_{iv}) e^{j \left[\frac{2\pi(i-1)}{m_1} - \Theta \right]} \quad (3.19)$$

	Campo girante [T]			
Figura 3.9	Expressão	Valor Máximo	Valor mínimo	Tipo de campo
a) $m_1=2$ $\varphi_{21} = -\pi/2$	$\bar{b}_\theta = B_{1M} e^{j\theta}$	Constante (B_{1M})	Constante (B_{1M})	Circular
b) $m_1=2$ $\varphi_{21} = -2\pi/3$	$\bar{b}_\theta = B_{1M} \left[\cos \theta - j \cos \left(\theta + \frac{\pi}{3} \right) \right]$	$\theta = \kappa\pi$ ($1,118 B_{1M}$)	$\theta = \frac{\pi}{2} + \kappa\pi$ ($0,866 B_{1M}$)	Elíptico
c) $m_1=3$ $\varphi_{21} = -2\pi/3$ $\chi_{31} = 0$	$\bar{b}_\theta = B_{1M} \left[\cos \theta + j \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) e^{j\frac{2\pi}{3}} \right]$	$\theta = \frac{5\pi}{6} + \kappa\pi$ ($\frac{3}{2} B_{1M}$)	$\theta = \frac{\pi}{3} + \kappa\pi$ ($\frac{1}{2} B_{1M}$)	Elíptico
d) $m_1=3$ $\varphi_{21} = -2\pi/3$ $\varphi_{31} = -4\pi/3$ $\chi_{31} = 1$	$\bar{b}_\theta = \frac{3}{2} B_{1M} e^{j\theta}$	Constante ($\frac{3}{2} B_{1M}$)	Constante ($\frac{3}{2} B_{1M}$)	Circular

Tabela 3.III - Particularidades das tipologias das correntes nos enrolamentos dos exemplos apresentados na Figura 3.9.

Além dos enrolamentos simetricamente distribuídos, particularizando para o caso de um sistema de m_1 fases igualmente desfasadas, entre si, quer em termos da onda fundamental quer em relação a todas as outras harmónicas, o que corresponde aos ângulos, medidos no sentido dos ponteiros do relógio (-), $\varphi_{i0} = -\frac{2\pi(i-1)}{m_1}$, a expressão

(3.19) pode ser substituída por

$$\bar{b}_{\theta, \theta} = B_{1M} \sum_{i=1}^{m_1} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} \cos \left[v\theta - \frac{2\pi(i-1)}{m_1} \right] e^{j \left[\frac{2\pi(i-1)}{m_1} - \theta \right]} \quad (3.20)$$

De acordo com a fórmula de Euler, para um valor genérico x , $\cos x = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2}$, a expressão (3.20) pode ser substituída por

$$\bar{b}_{\theta, \theta} = \frac{B_{1M}}{2} \sum_{i=1}^{m_1} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} e^{j(v\theta - \theta)} + \frac{B_{1M}}{2} \sum_{i=1}^{m_1} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} e^{-j \left[v\theta - \frac{4\pi(i-1)}{m_1} + \theta \right]} \quad (3.21)$$

Dada a simetria dos eixos das bobinas (ou dos enrolamentos), o somatório do segundo membro da expressão (3.21) é nulo para quaisquer valores de $\nu\theta$ e de Θ , desde que m_1 seja maior ou igual a 3, pelo que se irá simplificar por

$$\bar{b}_{\Theta,\theta} = \frac{B_{IM}}{2} \sum_{i=1}^{m_1} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \chi_{i\nu} e^{j(\nu\theta-\Theta)} \quad (3.22)$$

No caso de se considerar que as harmónicas do mesmo índice têm todas a mesma amplitude ($\chi_{1\nu} = \chi_{2\nu} = \dots = \chi_{m_1\nu}$), e ainda para m_1 maior ou igual a 3, a expressão (3.22) pode ser simplificada por

$$\bar{b}_{\Theta,\theta} = \frac{m_1 B_{IM}}{2} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \chi_{1\nu} e^{j(\nu\theta-\Theta)} \quad (3.23)$$

Ainda no caso de se considerarem apenas às ondas fundamentais ($\nu = 1$), e que $\chi_{11} = \chi_{21} = \dots = \chi_{m_1 1} = 1$, para $m_1 = 1, 2, 3, \dots$, de (3.21) obter-se-á

$$\bar{b}_{\Theta,\theta} = \begin{cases} m_1 B_M e^{-j\Theta} \cos \theta; & m_1 = 1 \quad \text{ou} \quad m_1 = 2 \quad (\alpha_e = \pi) \\ \frac{m_1 B_M}{2} e^{j(\theta-\Theta)}; & m_1 \geq 3 \quad \text{ou} \quad m_1 = 2 \quad (\alpha_e = \frac{\pi}{2} \wedge \prec (\varphi_{11}, \varphi_{21}) = \pi/2) \end{cases} \quad (3.24)$$

Portanto para $m_1 \leq 2$, sendo t uma variável temporal, em que, por simplificação, se considera $\theta = \omega t$, verifica-se que o campo de indução resultante é apenas pulsante, excepto para $m_1 = 2$, com os enrolamentos em quadratura ($\alpha_e = \pi/2$, que é diferente de $2\pi/m_1 = 2\pi/2 = \pi$).

De (3.17), considerando $\zeta_i = \alpha_i - \Theta$, o módulo do valor do campo girante total será dado por

$$|\bar{b}_{\theta}| = B_{IM} \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{m_1} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \chi_{i\nu} \cos(\nu\theta + \varphi_{i\nu}) \cos \zeta_i \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{m_1} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \chi_{i\nu} \cos(\nu\theta + \varphi_{i\nu}) \sin \zeta_i \right)^2} \quad (3.25)$$

Particularizando para o caso em que se consideram apenas as ondas fundamentais, de (3.25) obter-se-á

$$|\bar{b}_{\theta}| = B_{IM} \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{m_1} \chi_{i1} \cos(\theta + \varphi_{i1}) \cos \zeta_i \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{m_1} \chi_{i1} \cos(\theta + \varphi_{i1}) \sin \zeta_i \right)^2} \quad (3.26)$$

O valor da posição angular θ_g , a que corresponde o valor máximo do campo girante, é dado pela anulação da derivada de (3.25) em ordem ao tempo, e cujo resultado é obtido por métodos numéricos, ou seja

$$\sum_{j=1}^{m_l} \sum_{i=1}^{m_l} \sum_{\zeta=-\infty}^{\infty} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \zeta \chi_{j\zeta} \chi_{i\nu} \sin(\zeta\theta + \varphi_{j\zeta}) \cos(\nu\theta + \varphi_{i\nu}) \cos(\alpha_i - \alpha_j) = 0 \quad (3.27)$$

De (3.27), sendo Θ constante para um determinado referencial espacial, então $\zeta_i - \zeta_j = \alpha_i - \alpha_j$. No caso particular de se considerar apenas a primeira harmónica, o valor de $\theta_{g(B_{\text{máx}})}$, a que corresponde o valor máximo do campo girante, é dado por

$$\theta_{g(B_{\text{máx}})} = \frac{1}{2} \arctg \frac{- \sum_{j=1}^{m_l} \sum_{i=1}^{m_l} \chi_{j1} \chi_{i1} \sin(\varphi_{j1} + \varphi_{i1}) \cos(\alpha_i - \alpha_j)}{\sum_{j=1}^{m_l} \sum_{i=1}^{m_l} \chi_{j1} \chi_{i1} \cos(\varphi_{j1} + \varphi_{i1}) \cos(\alpha_i - \alpha_j)} \quad (3.28)$$

De (3.15) e de (3.16), a posição angular generalizada do vector indução magnética, ou seja, do campo magnético girante, em função de θ_g é dada por

$$\theta_g = \arctg \frac{\sum_{i=1}^{m_l} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \chi_{i\nu} \cos(\nu\theta + \varphi_{i\nu}) \sin \zeta_i}{\sum_{i=1}^{m_l} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \chi_{i\nu} \cos(\nu\theta + \varphi_{i\nu}) \cos \zeta_i} \quad (3.29)$$

Particularizando para o caso em que se consideram apenas as ondas fundamentais ($\nu = 1$), a expressão (3.29) será substituída por

$$\theta_g = \arctg \frac{\sum_{i=1}^{m_l} \chi_{i1} \cos(\theta + \varphi_{i1}) \sin \zeta_i}{\sum_{i=1}^{m_l} \chi_{i1} \cos(\theta + \varphi_{i1}) \cos \zeta_i} \quad (3.30)$$

Por derivação em ordem ao tempo, de (3.29) obtém-se a velocidade angular do campo girante ($\omega_g = d\theta_g / dt$), que, em grandezas eléctricas, depois de algumas manipulações matemáticas, será dada por

$$\omega_g = \frac{\omega \sum_{j=1}^{m_l} \left[\sum_{v=-\infty}^{\infty} v \chi_{jv} \sin(v\theta + \varphi_{jv}) \sum_{i=1}^{m_l} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} \cos(v\theta + \varphi_{iv}) \sin(\zeta_i - \zeta_j) \right]}{\left[\sum_{i=1}^{m_l} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} \cos(v\theta + \varphi_{iv}) \cos \zeta_i \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^{m_l} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} \cos(v\theta + \varphi_{iv}) \sin \zeta_i \right]^2} \quad (3.31)$$

Particularizando para o caso em que se consideram apenas as ondas fundamentais ($v = 1$), de (3.31) obtém-se

$$\omega_g = \frac{\omega \sum_{j=1}^{m_l} \left[\chi_{j1} \sin(\theta + \varphi_{j1}) \sum_{i=1}^{m_l} \chi_{i1} \cos(\theta + \varphi_{i1}) \sin(\zeta_i - \zeta_j) \right]}{\left[\sum_{i=1}^{m_l} \chi_{i1} \cos(\theta + \varphi_{i1}) \cos \zeta_i \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^{m_l} \chi_{i1} \cos(\theta + \varphi_{i1}) \sin \zeta_i \right]^2} \quad (3.32)$$

A aceleração angular do campo girante resulta da derivada a velocidade angular em ordem ao tempo ($a_g = d\omega_g / dt$), portanto por derivação de (3.31) resultará

$$a_g = \frac{2\omega \omega_g \sum_{j=1}^{m_l} \left[\sum_{v=-\infty}^{\infty} v \chi_{jv} \sin(v\theta + \varphi_{jv}) \sum_{i=1}^{m_l} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} \cos(v\theta + \varphi_{iv}) \cos(\zeta_i - \zeta_j) \right]}{\left[\sum_{i=1}^{m_l} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} \cos(v\theta + \varphi_{iv}) \cos \zeta_i \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^{m_l} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} \cos(v\theta + \varphi_{iv}) \sin \zeta_i \right]^2} + \frac{\omega^2 \sum_{j=1}^{m_l} \left[\sum_{v=-\infty}^{\infty} v^2 \chi_{jv} \cos(v\theta + \varphi_{jv}) \sum_{i=1}^{m_l} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} \cos(v\theta + \varphi_{iv}) \sin(\zeta_i - \zeta_j) \right]}{\left[\sum_{i=1}^{m_l} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} \cos(v\theta + \varphi_{iv}) \cos \zeta_i \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^{m_l} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} \cos(v\theta + \varphi_{iv}) \sin \zeta_i \right]^2} \quad (3.33)$$

Particularizando para o caso em que se consideram apenas as ondas fundamentais ($v = 1$), a expressão (3.33) será substituída por

$$a_g = \frac{2\omega\omega_g \sum_{j=1}^{m_l} \left[\chi_{jl} \sin(\theta + \varphi_{jl}) \sum_{i=1}^{m_l} \chi_{il} \cos(\theta + \varphi_{il}) \cos(\zeta_i - \zeta_j) \right]}{\left[\sum_{i=1}^{m_l} \chi_{il} \cos(\theta + \varphi_{il}) \cos \zeta_i \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^{m_l} \chi_{il} \cos(\theta + \varphi_{il}) \sin \zeta_i \right]^2} \quad (3.34)$$

Nalguns trabalhos de accionamentos electromecânicos é útil determinar a derivada da aceleração angular em ordem ao tempo ($\gamma_g = d\mathbf{a}_g / dt$), que de acordo com (3.33) e após algumas manipulações matemáticas, obtém-se

$$\gamma_g = \gamma1_g + \gamma2_g + \gamma3_g + \gamma4_g + \gamma5_g + \gamma6_g + \gamma7_g \quad (3.35)$$

em que

$$\gamma1_g = \frac{2\omega\omega_g \sum_{j=1}^{m_l} \left[\sum_{v=-\infty}^{\infty} v \chi_{jv} \sin(v\theta + \varphi_{jv}) \sum_{i=1}^{m_l} \sum_{v=-\infty}^{\infty} v \chi_{iv} \sin(v\theta + \varphi_{iv}) \cos(\zeta_i - \zeta_j) \right]}{\left[\sum_{i=1}^{m_l} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} \cos(v\theta + \varphi_{iv}) \cos \zeta_i \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^{m_l} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} \cos(v\theta + \varphi_{iv}) \sin \zeta_i \right]^2} \quad (3.36)$$

$$\gamma2_g = \frac{2\omega^2\omega_g \sum_{j=1}^{m_l} \left[\sum_{v=-\infty}^{\infty} v^2 \chi_{jv} \cos(v\theta + \varphi_{jv}) \sum_{i=1}^{m_l} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} \cos(v\theta + \varphi_{iv}) \cos(\zeta_i - \zeta_j) \right]}{\left[\sum_{i=1}^{m_l} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} \cos(v\theta + \varphi_{iv}) \cos \zeta_i \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^{m_l} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} \cos(v\theta + \varphi_{iv}) \sin \zeta_i \right]^2} \quad (3.37)$$

$$\gamma3_g = \frac{2\omega^2\omega_g \sum_{j=1}^{m_l} \left[\sum_{v=-\infty}^{\infty} v \chi_{jv} \sin(v\theta + \varphi_{jv}) \sum_{i=1}^{m_l} \sum_{v=-\infty}^{\infty} v \chi_{iv} \sin(v\theta + \varphi_{iv}) \cos(\zeta_i - \zeta_j) \right]}{\left[\sum_{i=1}^{m_l} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} \cos(v\theta + \varphi_{iv}) \cos \zeta_i \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^{m_l} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} \cos(v\theta + \varphi_{iv}) \sin \zeta_i \right]^2} \quad (3.38)$$

$$\gamma 4_g = \frac{4\omega^2 \omega_g \sum_{j=1}^{m_l} \left[\sum_{v=-\infty}^{\infty} v \chi_{jv} \sin(v\theta + \varphi_{jv}) \sum_{i=1}^{m_l} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} \cos(v\theta + \varphi_{iv}) \cos(\zeta_i - \zeta_j) \right]}{\left[\sum_{i=1}^{m_l} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} \cos(v\theta + \varphi_{iv}) \cos \zeta_i \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^{m_l} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} \cos(v\theta + \varphi_{iv}) \sin \zeta_i \right]^2} \quad (3.39)$$

$$\gamma 5_g = \frac{\omega^3 \sum_{j=1}^{m_l} \left[\sum_{v=-\infty}^{\infty} v^3 \chi_{jv} \sin(v\theta + \varphi_{jv}) \sum_{i=1}^{m_l} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} \cos(v\theta + \varphi_{iv}) \sin(\zeta_i - \zeta_j) \right]}{\left[\sum_{i=1}^{m_l} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} \cos(v\theta + \varphi_{iv}) \cos \zeta_i \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^{m_l} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} \cos(v\theta + \varphi_{iv}) \sin \zeta_i \right]^2} \quad (3.40)$$

$$\gamma 6_g = \frac{\omega^3 \sum_{j=1}^{m_l} \left[\sum_{v=-\infty}^{\infty} v^2 \chi_{jv} \cos(v\theta + \varphi_{jv}) \sum_{i=1}^{m_l} \sum_{v=-\infty}^{\infty} v \chi_{iv} \sin(v\theta + \varphi_{iv}) \sin(\zeta_i - \zeta_j) \right]}{\left[\sum_{i=1}^{m_l} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} \cos(v\theta + \varphi_{iv}) \cos \zeta_i \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^{m_l} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} \cos(v\theta + \varphi_{iv}) \sin \zeta_i \right]^2} \quad (3.41)$$

e

$$\gamma 7_g = \frac{\omega^2 \sum_{j=1}^{m_l} \left[\sum_{v=-\infty}^{\infty} v^2 \chi_{jv} \cos(v\theta + \varphi_{jv}) \sum_{i=1}^{m_l} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} \cos(v\theta + \varphi_{iv}) \sin(\zeta_i - \zeta_j) \right]}{\left[\sum_{i=1}^{m_l} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} \cos(v\theta + \varphi_{iv}) \cos \zeta_i \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^{m_l} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} \cos(v\theta + \varphi_{iv}) \sin \zeta_i \right]^2} \cdot$$

$$\frac{2\omega \sum_{j=1}^{m_l} \left[\sum_{v=-\infty}^{\infty} v \chi_{jv} \sin(v\theta + \varphi_{jv}) \sum_{i=1}^{m_l} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} \cos(v\theta + \varphi_{iv}) \cos(\zeta_i - \zeta_j) \right]}{\left[\sum_{i=1}^{m_l} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} \cos(v\theta + \varphi_{iv}) \cos \zeta_i \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^{m_l} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} \cos(v\theta + \varphi_{iv}) \sin \zeta_i \right]^2} \quad (3.42)$$

Particularizando para o caso em que se consideram apenas as ondas fundamentais ($v = 1$), de (3.35) resultará

$$\gamma_g = \frac{2a_g^2}{\omega_g} + \gamma a_g + \gamma b_g \quad (3.43)$$

em que ω_g e a_g são dados, respectivamente, por (3.32) e por (3.34), e

$$\gamma a_g = \frac{2\omega^2\omega_g \sum_{j=1}^{m_1} \left[\chi_{jl} \cos(\theta + \varphi_{jl}) \sum_{i=1}^{m_1} \chi_{il} \cos(\theta + \varphi_{il}) \cos(\zeta_i - \zeta_j) \right]}{\left[\sum_{i=1}^{m_1} \chi_{il} \cos(\theta + \varphi_{il}) \cos \zeta_i \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^{m_1} \chi_{il} \cos(\theta + \varphi_{il}) \sin \zeta_i \right]^2} \quad (3.44)$$

e

$$\gamma b_g = - \frac{2\omega^2\omega_g \sum_{j=1}^{m_1} \left[\chi_{jl} \sin(\theta + \varphi_{jl}) \sum_{i=1}^{m_1} \chi_{il} \sin(\theta + \varphi_{il}) \cos(\zeta_i - \zeta_j) \right]}{\left[\sum_{i=1}^{m_1} \chi_{il} \cos(\theta + \varphi_{il}) \cos \zeta_i \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^{m_1} \chi_{il} \cos(\theta + \varphi_{il}) \sin \zeta_i \right]^2} \quad (3.45)$$

Naturalmente se se pretender que seja considerado um outro referencial espacial diferente de Θ , como por exemplo o eixo real, é suficiente substituir $\zeta_i = \alpha_i - \Theta_i$ apenas por α_i ($i = 1, 2, \dots, m_1$).

Dado que se considerou $\theta = \omega t$, pode-se concluir que a indução magnética, apenas em função do tempo, será representada por \bar{b}_t em vez de \bar{b}_θ . Se no entanto considerar-se que a indução magnética também é função da posição angular espacial Θ , esta pode também ser representada por $\bar{b}(\Theta, t)$.

Pode-se concluir que as expressões anteriores, de (3.17) e de (3.25) a (3.45), representam, de uma forma generalizada, o campo magnético girante (pulsante, circular ou elíptico), a posição angular do vector campo magnético, a velocidade, a aceleração e a derivada da aceleração angulares.

Particularizando, de acordo com as tipologias mais utilizadas, obtêm-se algumas variações dos campos girantes nas máquinas de indução, que se passam a descrever nos subcapítulos seguintes.

3.1.1 Máquina de Indução Monofásica

Relativamente a uma máquina de indução monofásica, com um só enrolamento e circuito eléctrico com fase e neutro ($m_1 = 1$), a Figura 3.10 representa um diagrama vectorial e o respectivo gráfico cartesiano da característica intensidade de corrente em função do tempo, considerando-se em fase na origem dos tempos ($t = 0$), em que se admite apenas a existência da onda fundamental. Também se pode observar que a indução magnética originada pelo primário é pulsante.

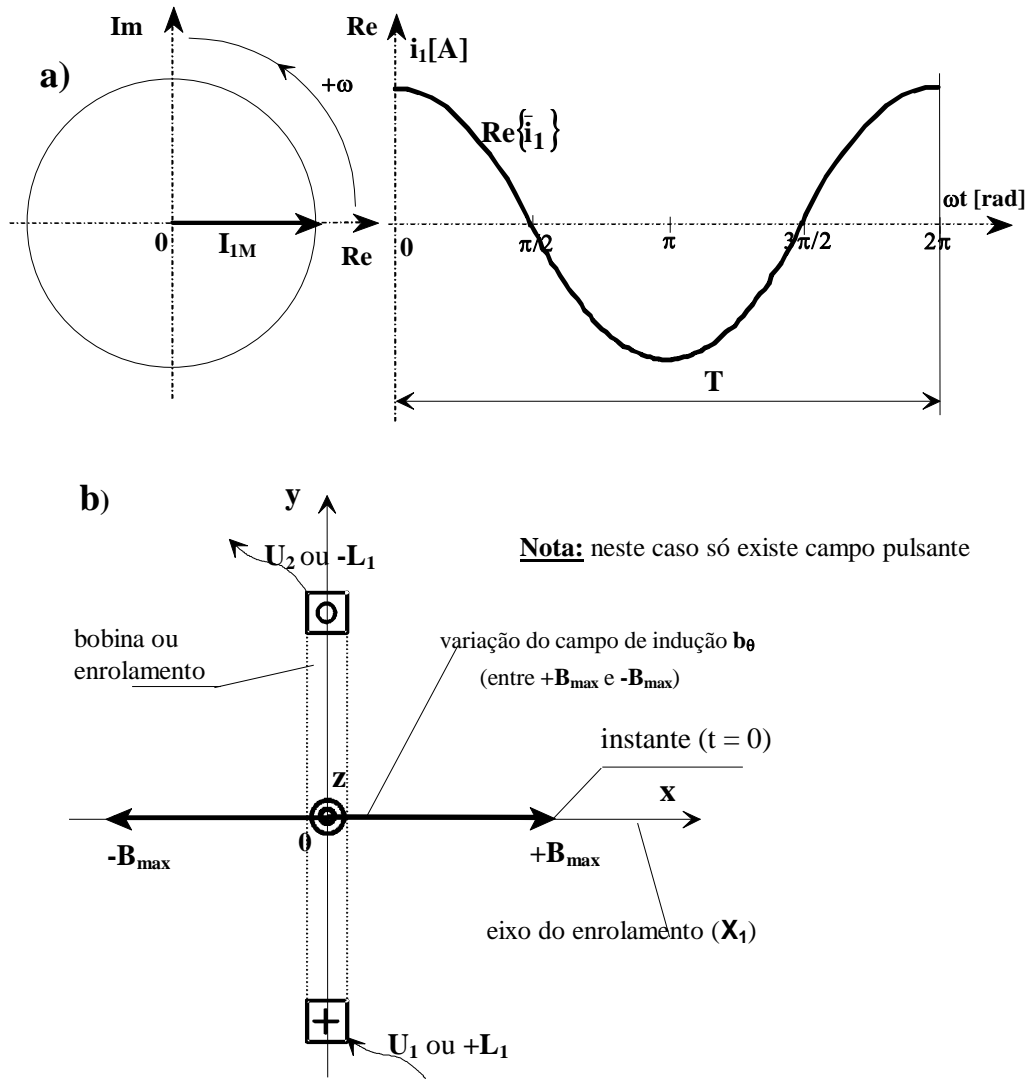


Figura 3.10 - a) Representação num plano de Argand e gráfico cartesiano de variação temporal da intensidade de corrente de um máquina de indução monofásica;
b) Variação do campo de indução criado por um enrolamento monofásico localizado em cavas do estator diametralmente opostas.

Embora o campo, referenciado na Figura 3.10, seja pulsante, este pode-se subdividir em dois campos girantes de acordo com o teorema de Leblanc (estudado para sistemas monofásicos); por isso, na prática, em máquinas deste tipo utiliza-se mais um enrolamento, colocado em quadratura, a que se chama auxiliar [35].

Assim, para $\mathbf{m}_1 = \mathbf{1}$ e $\Theta = \mathbf{0}$, de acordo com a Figura 3.10, $\bar{\mathbf{b}}_\theta$ só tem componente real, portanto da expressão (3.24), considerando $\mathbf{B}_M \equiv \mathbf{B}_{1M}$, virá

$$b_\theta = |\bar{\mathbf{b}}_\theta| = B_M \cos \theta \quad (3.46)$$

De (3.46) verifica-se, para $\theta = \mathbf{0}$, que a projecção da indução segundo o eixo horizontal é máxima, concluindo-se que o campo resultante é pulsante; daí a necessidade de um enrolamento auxiliar para o arranque das máquinas monofásicas, como se referiu anteriormente.

3.1.2 Máquina de Indução Bifásica com as Intensidades de Corrente e os Enrolamentos em Oposição

Na Figura 3.11, para $\Theta = \mathbf{0}$, pode-se concluir que as máquinas de indução bifásicas com as intensidades de corrente e os enrolamentos em oposição, circuitos eléctricos com duas fases e um neutro ($\mathbf{m}_1 = \mathbf{2}$), apenas são possíveis se existirem, em cada cava, **2** camadas, o que origina sistemas equivalentes aos monofásicos; isto é, sem qualquer interesse prático em particular.

Como se pode observar, da Figura 3.11, para $\Theta = \mathbf{0}$, a projecção dos vectores das induções \mathbf{B}_{1M} e \mathbf{B}_{2M} , em fase, originam uma indução total de valor teoricamente duplo ($\mathbf{B}_{\text{máx}} \cong 2\mathbf{B}_M$), em que as intensidades de corrente aplicadas estão em oposição de fase, isto é, fazem entre si um ângulo de π rad, e os enrolamentos estão ligados de modo a que as induções parciais se sobreponham. Se se efectuar a soma algébrica dessas grandezas obtém-se novamente uma onda sinusoidal com uma amplitude teoricamente dupla.

O interesse irrelevante da solução apresentada na Figura 3.11 deve-se ao facto de aquela ser praticamente equivalente a um sistema monofásico em que, neste caso, cada bobina é contemplada com metade do total das espiras. Assim, partindo da expressão (3.46), obtém-se

$$b_\theta = 2B_M \cos \theta \quad (3.47)$$

Tal como na expressão (3.46), verifica-se que o campo indutor é pulsante, necessitando-se também de enrolamentos auxiliares.

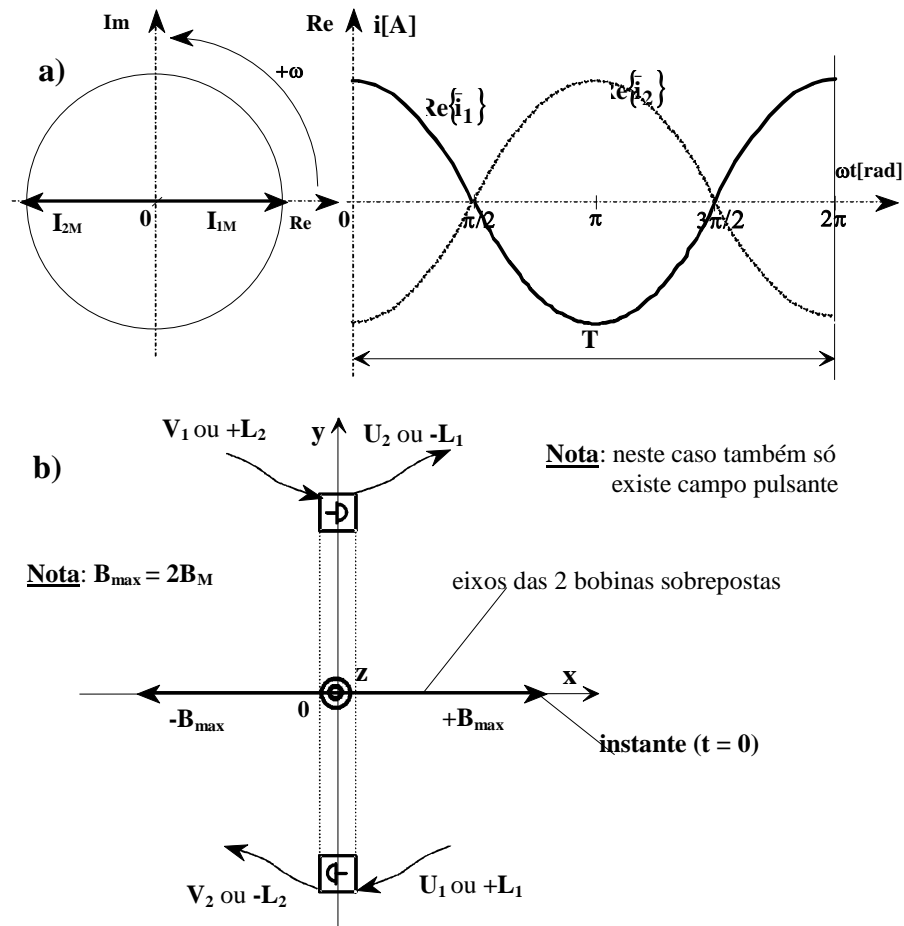


Figura 3.11 - *a) Representação cartesiana e vectorial de um sistema bifásico de grandezas eléctricas em oposição de fase;*
b) Campo de indução pulsante, no caso das cavas diametralmente opostas sejam ocupadas com enrolamentos das 2 fases.

3.1.3 Máquina de Indução Bifásica com as Intensidades de Corrente e os Enrolamentos em Quadratura

Nas máquinas de indução bifásicas com as intensidades de corrente e os enrolamentos em quadratura, circuitos eléctricos com duas fases e um neutro ($\mathbf{m}_1 = \mathbf{2}$), como se pode observar na Figura 3.9-a, os eixos dos dois enrolamentos fazem, entre si, ângulos de $\pi/2$ rad, e as intensidades de corrente estão normalmente desfasadas, entre si, também de $\pi/2$ rad.

Portanto, no caso dos enrolamentos se encontrarem em quadratura, e admitindo que as intensidades de corrente também estejam em quadratura, embora possam apresentar amplitudes diferentes, isto é $\mathbf{I}_{1M} \neq \mathbf{I}_{2M}$, os gráficos cartesiano e vectorial de algumas grandezas em jogo são indicados na Figura 3.12, para $\Theta = \mathbf{0}$, em que apenas serão consideradas as ondas fundamentais.

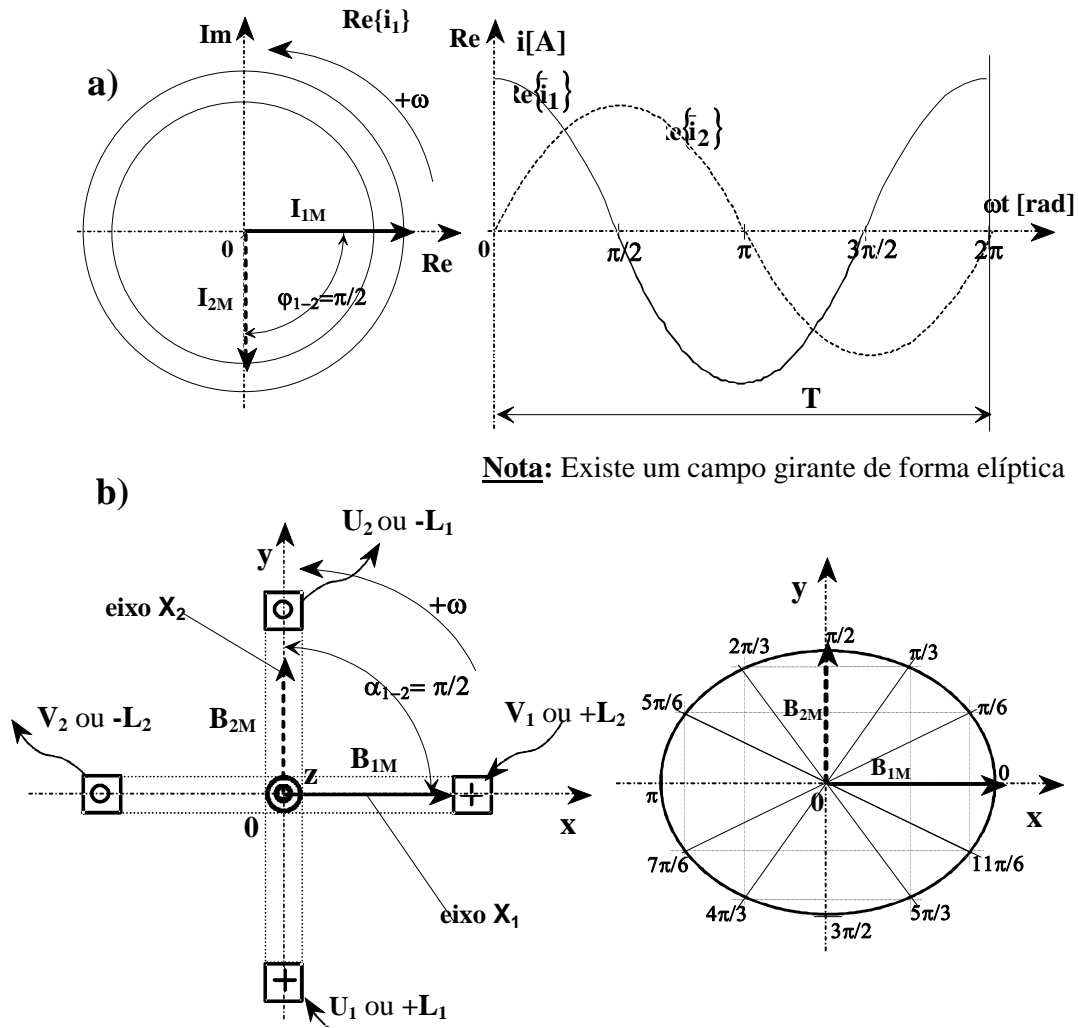


Figura 3.12 - a) Representação cartesiana e vectorial de um sistema bifásico de grandezas eléctricas em quadratura;
b) Campo girante elíptico.

Na Figura 3.12, pode-se observar o diagrama cartesiano das intensidades de corrente em quadratura, em que os valores máximos, I_{1M} e I_{2M} , não são necessariamente iguais.

Dado que os dois enrolamentos também se encontram em quadratura, existem dois campos de indução magnética pulsantes desfasados, entre si, de $\pi/2$ rad; e, por isso, a sobreposição de ambos origina um campo magnético girante de forma elíptica se $I_{1M} \neq I_{2M}$ ou circular se $I_{1M} = I_{2M}$.

A Figura 3.13 representa diversas posições angulares do campo girante de uma máquina de indução bifásica com os enrolamentos e as correntes, de iguais amplitudes, e em quadratura, para $\omega t = 0$ ($\text{Re}\{\hat{i}_1\}=1$ e $\text{Re}\{\hat{i}_2\}=0$ em valores p.u.), $\omega t = \pi/2$ ($\text{Re}\{\hat{i}_1\}=0$ e $\text{Re}\{\hat{i}_2\}=1$), $\omega t = \pi$ ($\text{Re}\{\hat{i}_1\}=-1$ e $\text{Re}\{\hat{i}_2\}=0$), $\omega t = 3\pi/2$ ($\text{Re}\{\hat{i}_1\}=0$ e $\text{Re}\{\hat{i}_2\}=-1$), e $\omega t = 2\pi$, que é idêntico a $\omega t = 0$ [39]. Por observação da Figura 3.13 verifica-se que o campo girante é circular.

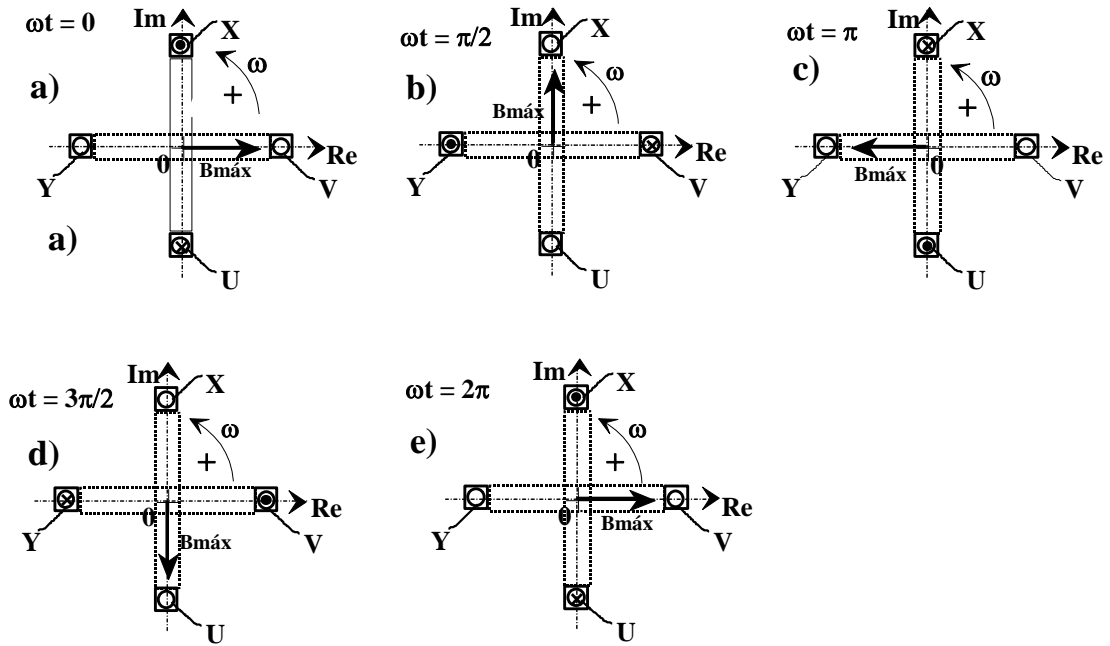


Figura 3.13 - Obtenção do campo girante de uma máquina bifásica, com enrolamentos em quadratura, e correntes iguais e também em quadratura, para diversos valores de ωt .

Considerando $\phi_{11} = \alpha_1 = 0$, $\chi_{11} = 1$ e $0 \leq \chi_{21} \leq 1$, e supondo que as intensidades de corrente e os enrolamentos estão ambos em quadratura, $\phi_{21} = -\pi/2$ e $\alpha_2 = \pi/2$, ou seja para $\mathbf{m}_1 = 2$ ($i = 1, 2$), de (3.18), para $\mathbf{m}_1 = 2$, $\nu = 1$ e $\Theta = 0$, virá

$$\bar{b}_\theta = \bar{b}_{1\theta} + \bar{b}_{2\theta} = B_{1M} \left[\cos \theta + \chi_{21} \cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) j^{\frac{\pi}{2}} \right] \quad (3.48)$$

Por simplificação, para $\mathbf{B}_{2M} = \chi_{21}\mathbf{B}_{1M} = \chi_{21}\mathbf{B}_M$, pode-se obter

$$\bar{b}_\theta = B_{1M} \cos \theta + jB_{2M} \sin \theta = B_{1M} (\cos \theta + j\chi_{21} \sin \theta) \quad (3.49)$$

Na Figura 3.14 são apresentados os afixos dos campos magnéticos girantes, em valores **p.u.**, para $\chi_{21} = 1$ (circular), $\chi_{21} = 0,5$ (elíptico) e $\chi_{21} = 0$ (pulsante - idêntico à máquina de indução monofásica e à máquina de indução bifásica com as intensidades de corrente e os enrolamentos em oposição) face a $\chi_{11} = 1$.

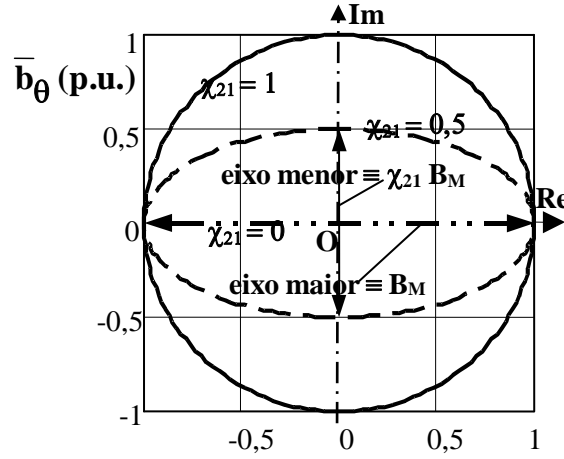


Figura 3.14 - Representação dos lugares geométricos dos campos girantes.

Assim o valor da indução do campo girante, em módulo, será dado por

$$|\bar{b}_\theta| = B_{1M} \sqrt{\cos^2 \theta + \chi_{21}^2 \sin^2 \theta} \quad (3.50)$$

De (3.30), o ângulo de fase ou argumento θ_g do afixo correspondente à posição angular do campo girante de indução, derivado das grandezas intensidades de corrente impostas pela rede, correspondentes a $\theta = \omega t$, para $v = 1$, $\Theta = \varphi_{11} = \alpha_1 = 0$, $\varphi_{21} = -\pi/2$, $\alpha_2 = \pi/2$, $\chi_{11} = 1$ e $0 \leq \chi_{21} \leq 1$, será dado por

$$\theta_g = \arctg\left(\frac{\chi_{21} \sin \theta}{\cos \theta}\right) = \arccos\left(\frac{\cos \theta}{\sqrt{\cos^2 \theta + \chi_{21}^2 \sin^2 \theta}}\right) \quad (3.51)$$

Na Figura 3.15 está apresentada uma relação trigonométrica para a determinação da posição angular do campo magnético girante θ_g .

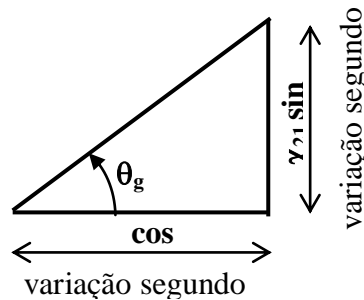


Figura 3.15 - Relação trigonométrica para a determinação da posição angular θ_g .

Na Figura 3.16 são apresentados os valores da indução magnética, em módulo $|\bar{b}_\theta|$, para $\chi_{21} = 1$ (circular), $\chi_{21} = 0,5$ (elíptico) e $\chi_{21} = 0$ (pulsante) face a $\chi_{11} = 1$.

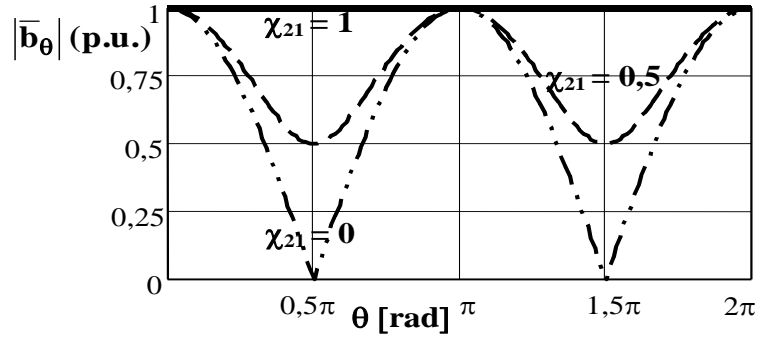


Figura 3.16 - Indução magnética, em módulo, em função de θ .

Na Figura 3.17 apresentam-se exemplos da relação θ_g em função de θ , para $\chi_{21} = 0$ (que corresponde à existência de uma só fase, como indicado na Figura 3.10), $\chi_{21} = 0,5$ (que corresponde a um campo girante circular) e $\chi_{21} = 1$ (uma recta que corresponde a um campo girante circular, para o caso de $I_{1M} = I_{2M}$).

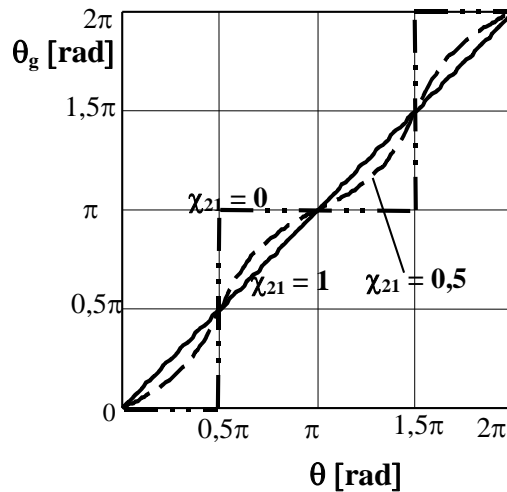


Figura 3.17 - Relação entre a posição do campo girante, θ_g , e a posição angular, θ , gerada pelas intensidades de corrente nos enrolamentos.

O gráfico da Figura 3.17 foi estabelecido a partir de (3.51), mediante as condições $\theta_{1g} = \text{if}(\text{tg}\theta_g \geq 0, \theta_g, \theta_g + \pi)$ e $\theta_{2g} = \text{if}(\theta \leq \pi, \theta_{1g}, \theta_{1g} + \pi)$. Como se pode observar, na Figura 3.16, os campos magnéticos girantes elipsoidais não descrevem arcos iguais em tempos iguais, e para $\chi_{21} = 0$, θ_g mantém-se nulo para valores de θ compreendidos entre os limites 0 e $\pi/4$, e compreendidos entre $3\pi/4$ e 2π ; para valores de θ compreendidos entre os limites $\pi/4$ e $3\pi/4$, mantém-se constante e igual π . Isto significa que, para $\chi_{21} = 0$, existe inversão do campo nos pontos $\pi/4$ e $3\pi/4$.

De (3.49) e de (3.50), a expressão (3.51) poderá ser substituída por

$$\bar{b}_\theta = B_{1M} \sqrt{\cos^2 \theta + \chi_{21}^2 \sin^2 \theta} e^{j\theta_g} \quad (3.52)$$

Dado que $0 \leq \chi_{21} \leq 1$, o valor máximo da indução do campo girante verifica-se para $\theta = 0$, que corresponde ao semi-eixo maior da elipse (semi-eixo horizontal), e, neste caso, (3.49) poderá ser substituída por $\mathbf{B}_{\text{máx}} = \mathbf{B}_{1M}$. Por outro lado, o valor mínimo indução do campo girante verifica-se para $\theta = \pi/2$, que corresponde ao semi-eixo menor da elipse (semi-eixo vertical), e será dado por $\mathbf{B}_{\text{mín}} = \chi_{21}\mathbf{B}_{1M}$.

Se o campo girante for circular, o que corresponde a $\chi_{21} = 1$, verifica-se que $\mathbf{B}_{\text{máx}} = \mathbf{B}_{1M} = \mathbf{B}_{2M} = \mathbf{B}_M$.

Quanto à velocidade angular do campo girante ω_g , em grandezas eléctricas - **rad/s**, esta resulta da derivação de (3.51), em ordem ao tempo, ou seja

$$\omega_g = \frac{\chi_{21}\omega}{\cos^2 \theta + \chi_{21}^2 \sin^2 \theta} = \frac{2\pi f \chi_{21}}{\cos^2 \theta + \chi_{21}^2 \sin^2 \theta} \quad (3.53)$$

Na Figura 3.18 é apresentado um gráfico da velocidade angular do campo girante ω_g em função de θ , compreendido entre os limites 0 e 2π , para $f = 50$ Hz, e para $\chi_{21} = 0$, $\chi_{21} = 0,2$, $\chi_{21} = 0,5$ e $\chi_{21} = 1$.

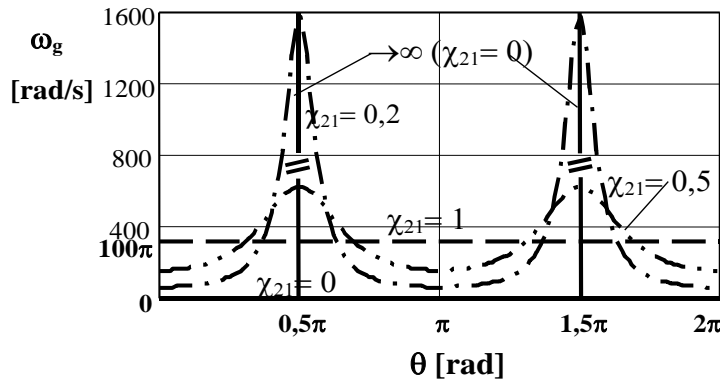


Figura 3.18 - Velocidade angular do campo girante ω_g em função de θ .

Por observação da Figura 3.18, verifica-se que, para o valor de $\chi_{21} = 1$, a velocidade do campo girante é constante e igual a 100π rad/s. Para valores de $0 \leq \chi_{21} \leq 1$ a velocidade do campo girante torna-se variável, assumindo sempre valores acima e abaixo de 100π rad/s; e, no limite, para $\chi_{21} = 0$, ω_g é sempre nula em todo o intervalo de θ compreendido entre os limites 0 e 2π , excepto nos pontos $\theta = \pi/2$ e $\theta = 3\pi/2$, que se torna infinita. Por outro lado, o valor máximo da velocidade angular ω_g obtém-se para

$$\frac{d\omega_g}{d\theta} = 0 \quad (3.54)$$

que corresponde, em grandezas eléctricas, aos valores chamados de primeiro círculo, compreendidos entre os limites 0 e π , como também se pode verificar por observação da Figura 3.18.

Dado que $0 \leq \chi_{21} \leq 1$, o denominador de (3.53) torna-se mínimo para $\theta = \pi/2$ ou $\theta = 3\pi/2$, o que corresponde à velocidade angular máxima ω_{gM} , que será igual a

$$\omega_{gM} = \frac{\omega}{\chi_{21}} \quad (3.55)$$

e o denominador é máximo para $\theta = 0$ ou $\theta = \pi$, que corresponde à velocidade angular mínima ω_{gm} , que virá dada por

$$\omega_{gm} = \chi_{21} \omega \quad (3.56)$$

Partindo do princípio de que os valores $\theta = \pi/2$ e $\theta = 3\pi/2$ correspondem às máximas velocidades angulares do campo girante, também é importante saber qual o valor de χ_{21} que corresponde a uma máxima velocidade angular ω_{gM} . Para isso, também de (3.55), verifica-se que quando χ_{21} tende para zero (0), a máxima velocidade angular, ω_{gM} , tende para infinito (∞), isto significa, como se pode observar na Figura 3.18, que se está em presença de apenas um enrolamento alimentado por uma única corrente.

A Figura 3.19 representa as velocidades angulares do campo magnético girante, ω_{gM} e ω_{gm} , em função de χ_{21} .

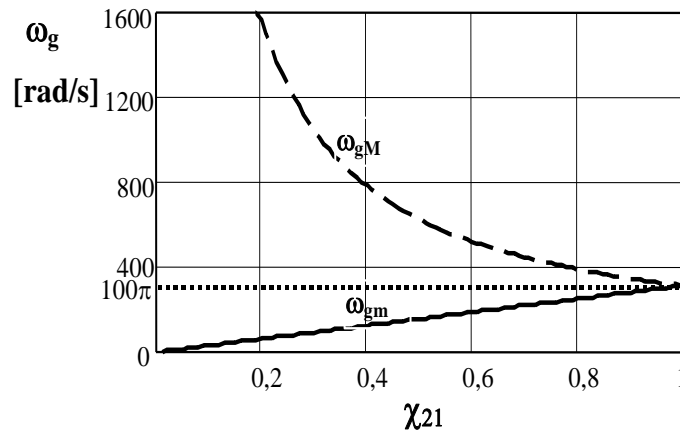


Figura 3.19 - Velocidade angular máxima e velocidade angular mínima em função de χ_{21} , compreendido entre os limites 0 e 1.

De (3.34) ou de (3.53), a aceleração angular, a_g , é dada pela derivada da velocidade do campo magnético girante em função do tempo, ou seja

$$a_g = \frac{\chi_{21}(1-\chi_{21}^2) \omega^2 \sin 2\theta}{(\cos^2 \theta + \chi_{21}^2 \sin^2 \theta)^2} = \frac{(1-\chi_{21}^2) \omega \omega_g \sin 2\theta}{\cos^2 \theta + \chi_{21}^2 \sin^2 \theta} \quad (3.57)$$

A Figura 3.20 representa um gráfico de variação da aceleração angular do campo magnético girante em função de θ , compreendido entre os limites 0 e 2π , para $\chi_{21} = 0$, $\chi_{21} = 0,2$, $\chi_{21} = 0,5$ e $\chi_{21} = 1$.

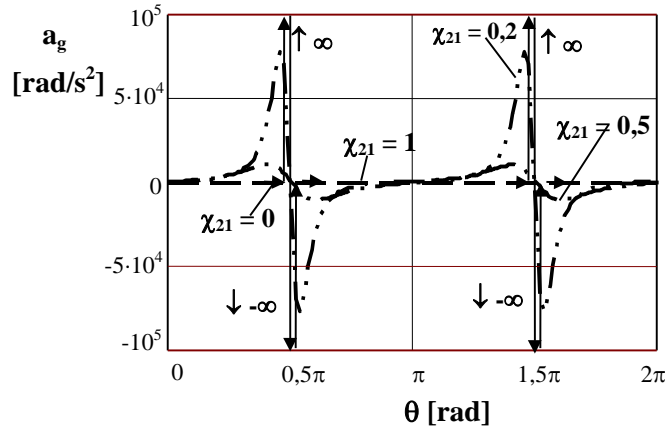


Figura 3.20 - Aceleração angular do campo magnético girante a_g em função de θ .

O valor máximo da aceleração angular a_{gM} , que é simétrico do valor mínimo a_{gm} , obtém-se para

$$\frac{da_g}{d\theta} = 0 \quad (3.58)$$

Da derivada em ordem ao tempo de (3.57) resultam duas soluções para determinação do ângulo θ , como se indica em (3.59),

$$\theta = \arccos \left[\pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3 - \chi_{21}^2 - \sqrt{9\chi_{21}^4 - 14\chi_{21}^2 + 9}}{1 - \chi_{21}^2}} \right] \quad (3.59)$$

e que correspondem a a_{gM} e a a_{gm} , dado que estes valores são simétricos. Por substituição de (3.59) em (3.57), a Figura 3.21 representa as os valores máximos das acelerações angulares do campo magnético girante em função de χ_{21} .

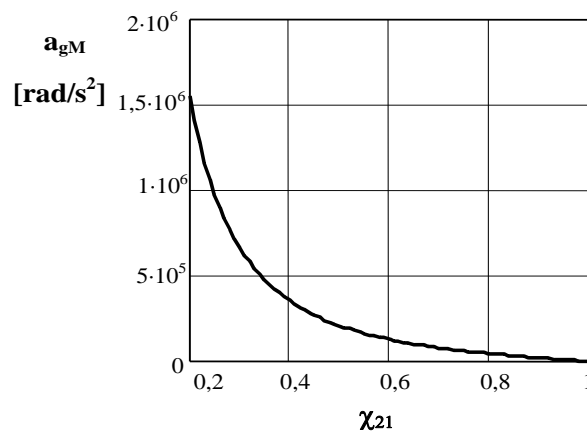


Figura 3.21 - Aceleração angular máxima em função de χ_{21} .

De (3.43) ou de (3.57), a derivada da aceleração angular, γ_g , é dada pela derivada da velocidade do campo magnético girante em função do tempo, ou seja

$$\gamma_g = \frac{2\omega^3 \chi_{21}(1-\chi_{21}^2) \left[(3-\chi_{21}^2) \cos^2 \theta - 2(1-\chi_{21}^2) \cos^4 \theta - \chi_{21}^2 \right]}{(\cos^2 \theta + \chi_{21}^2 \sin^2 \theta)^3} \quad (3.60)$$

A Figura 3.22 representa um gráfico de variação da aceleração angular do campo magnético girante em função de θ , compreendido entre os limites 0 e 2π , para $\chi_{21} = 0$, $\chi_{21} = 0,5$ e $\chi_{21} = 1$.

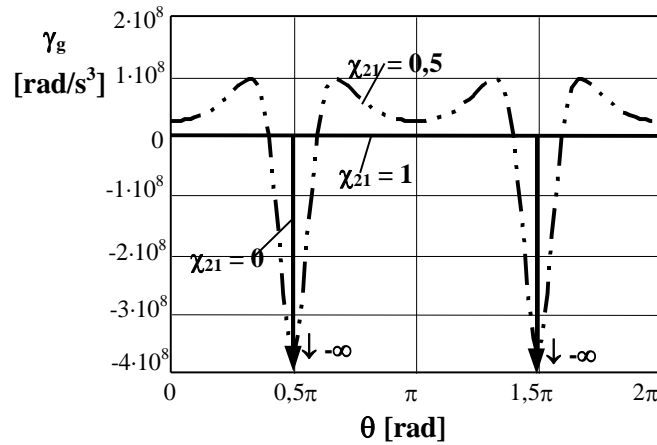


Figura 3.22 - Derivada da aceleração angular do campo magnético girante, γ_g , em função de θ .

- No caso particular de um enrolamento monofásico com enrolamento auxiliar ($m_1 = 2$), estes devem ser considerados em quadratura, em que as amplitudes das intensidades de corrente podem ser diferentes e desfasadas, entre si, de um ângulo inferior a $\pi/2$.

A Figura 3.23 representa um gráfico de variação da indução \bar{b}_θ , em p.u. e em módulo, para valores de $\chi_{21} = 0,8$ e para correntes no enrolamento auxiliar, em atraso face a i_1 , de $\varphi_{21} = -\pi/2$, $-\pi/4$ e 0 (em fase).

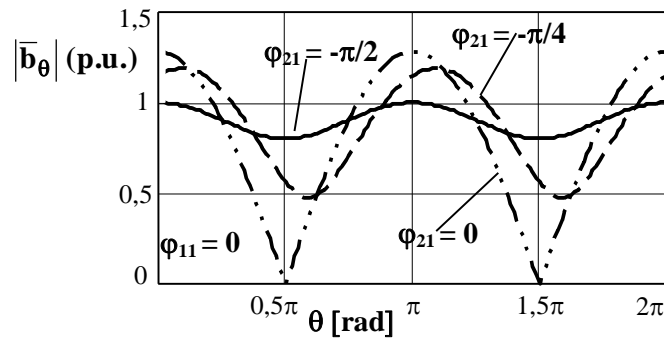


Figura 3.23 - Representação dos lugares geométricos dos campos girantes, em módulo, para uma máquina eléctrica monofásica com enrolamento auxiliar ($\chi_{21} = 0,8$).

Na Figura 3.24 são apresentados os afixos dos campos magnéticos girantes, em valores p.u., para $\chi_{21} = 0,8$, $\chi_{21} = 1$, e $\varphi_{21} = -\pi/2$, $-\pi/4$ e 0 .

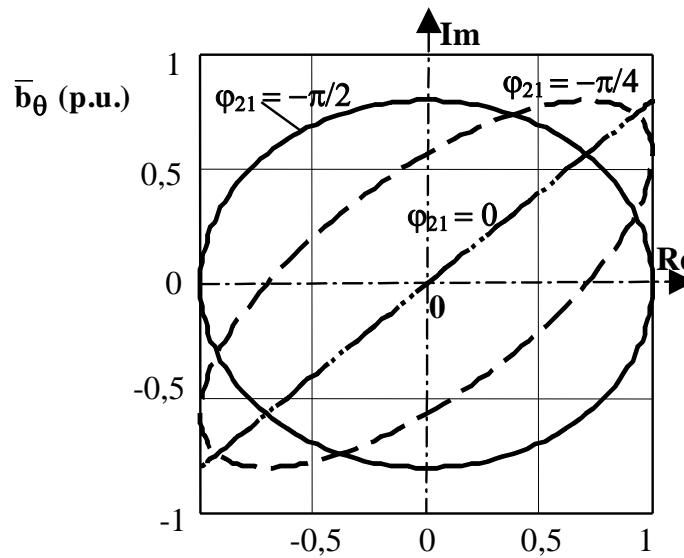


Figura 3.24 - Representação dos lugares geométricos dos campos girantes para uma máquina eléctrica monofásica com enrolamento auxiliar ($\chi_{21} = 0,8$).

A Figura 3.25 representa um gráfico de variação da velocidade e da aceleração angulares do campo magnético girante em função de θ , compreendido entre os limites 0 e 2π , para valores de $\chi_{21} = 0,8$, $\chi_{11} = 1$, e $\varphi_{21} = -\pi/2$, $-\pi/4$ e 0 .

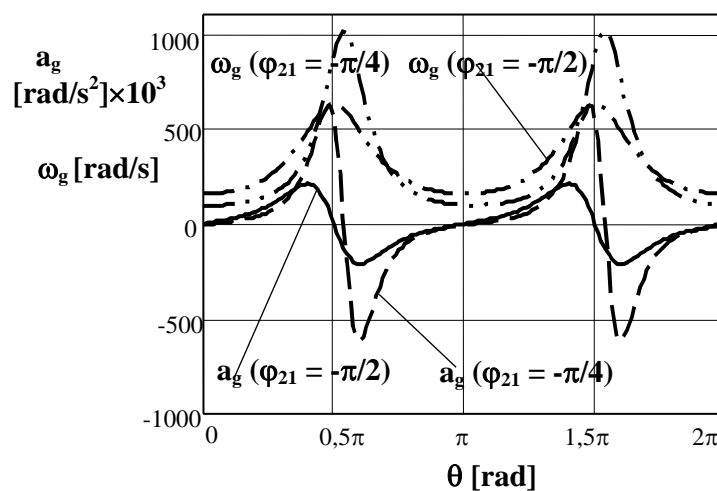


Figura 3.25 - Velocidade e aceleração angulares do campo magnético girante em função de θ . Máquina eléctrica monofásica com enrolamento auxiliar ($\chi_{21} = 0,8$).

3.1.4 Máquina de Indução Bifásica com as Intensidades de Corrente Desfasadas de Dois Terços de Período e os Enrolamentos em Quadratura

Nas máquinas de indução bifásicas com as intensidades de corrente desfasadas, entre si, de $2\pi/3$ e os enrolamentos em quadratura, circuitos eléctricos com duas fases e um neutro ($m_1 = 2$), como se pode observar na Figura 3.9-b, os eixos dos dois enrolamentos fazem, entre si, ângulos de $\pi/2$ rad, e as intensidades de corrente estão normalmente desfasadas, entre si, de $2\pi/3$ rad ($m_1 = 2$, $\varphi_2 \equiv \varphi_{21} = -2\pi/3$ e $\alpha_e = \pi/2$).

Na Figura 3.26, pode-se observar o diagrama cartesiano das intensidades de corrente em quadratura, cujos valores máximos, I_{1M} e I_{2M} , não são necessariamente iguais. Dado que os dois enrolamentos também se encontram em quadratura, existem dois campos de indução magnética pulsantes desfasados, entre si, de $2\pi/3$; e, por esse motivo, a sobreposição de ambos origina um campo magnético viajante de forma elíptica.

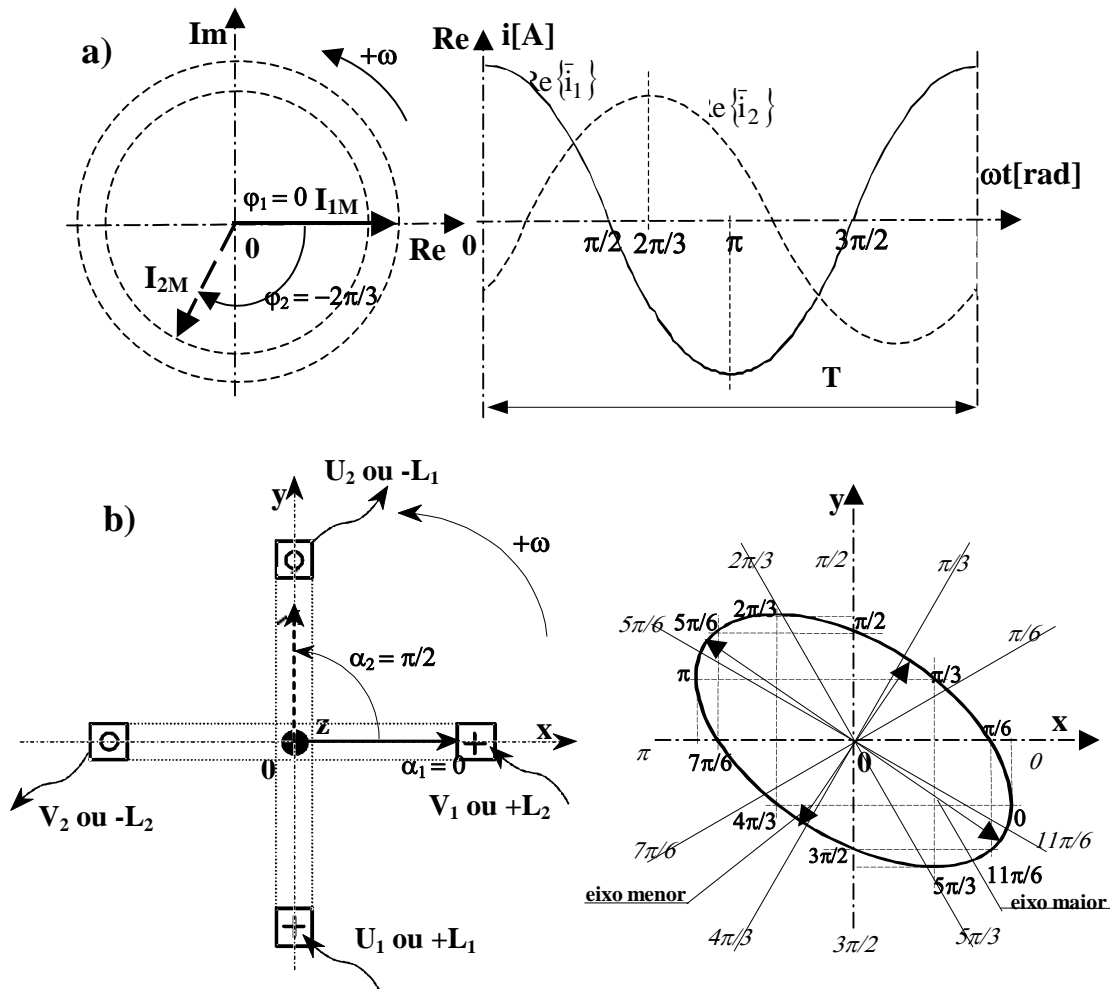


Figura 3.26 - a) Plano de Argand e gráfico cartesiano da variação temporal das intensidades de corrente desfasadas de $2\pi/3$;
b) Variação do campo de indução originado pelos enrolamentos em quadratura.

Considerando $\varphi_{11} = \alpha_1 = -2\pi/3$, $\chi_{11} = 1$ e $0 \leq \chi_{21} \leq 1$, e supondo que as ondas fundamentais das intensidades de corrente estão desfasadas, entre si, de $\varphi_{21} = -2\pi/3$ e que os enrolamentos estão ambos em quadratura ($\alpha_2 = \pi/2$), de (3.18), para $m_1 = 2$ e $\Theta = 0$, virá

$$\bar{b}_\theta = B_{1M} \left[\cos \theta + \chi_{21} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) e^{j\frac{\pi}{2}} \right] = B_{1M} \left[\cos \theta + j\chi_{21} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \right] \quad (3.61)$$

sendo B_{1M} a indução máxima gerada pela corrente I_1 . Na Figura 3.27 são apresentados os afixos dos campos magnéticos girantes, em valores **p.u.** (ou $\times B_{1M}$), para $\chi_{11} = 1$, e $\chi_{21} = 0$; $\chi_{21} = 0,5$ e $\chi_{21} = 1$.

Se $\chi_{21} = 1$, da Figura 3.27, verifica-se que o campo girante do primário é sempre elíptico, excepto para $\chi_{21} = 0$ que se torna pulsante.

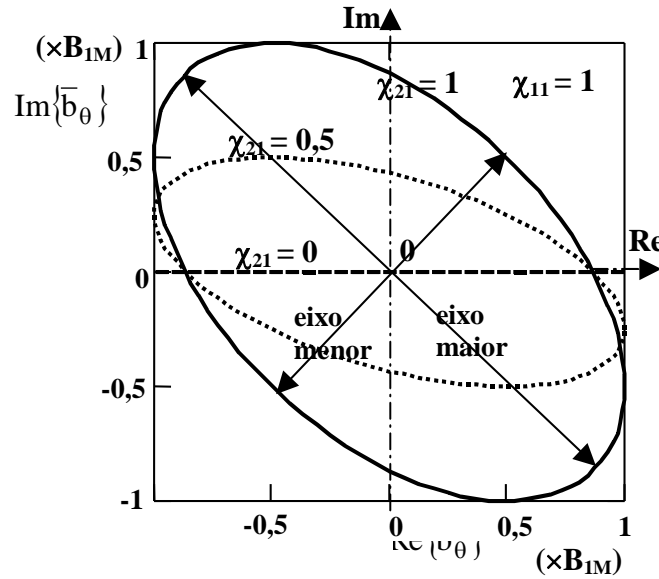


Figura 3.27 - Representação dos lugares geométricos dos campos girantes.

De (3.61), o valor da indução magnética do campo girante, em módulo, é dado por

$$|\bar{b}_\theta| = B_{1M} \sqrt{\cos^2 \theta + \chi_{12}^2 \cos^2(\theta - \frac{2\pi}{3})} \quad (3.62)$$

Na Figura 3.28 são apresentados os valores da indução magnética do campo girante, em módulo, para $\chi_{11} = 1$, e para $\chi_{21} = 0$; $\chi_{21} = 0,5$ e $\chi_{21} = 1$.

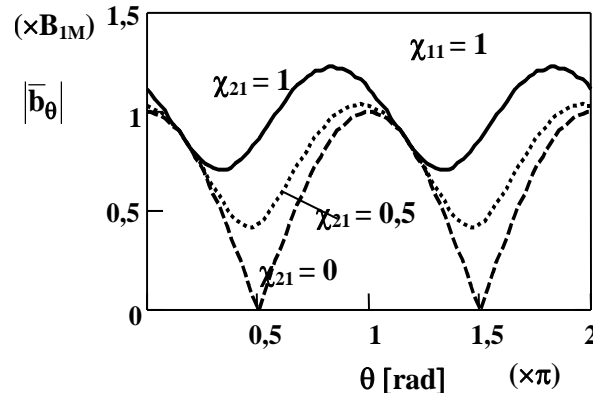


Figura 3.28 - Variação da indução do campo girante, em módulo, em função de θ .

Da Figura 3.28 verifica-se que o módulo campo girante não é constante mesmo para $\chi_{21} = \chi_{11} = 1$.

O ângulo de fase ou argumento θ_g do afixo correspondente à posição angular do campo girante do primário, derivado das grandezas intensidades de corrente impostas pela rede, correspondentes a $\theta = \omega t$, de (3.61), será dado por

$$\theta_g = \arctg \left[\frac{\chi_{21} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3})}{\cos \theta} \right] \quad (3.63)$$

A posição angular do campo girante, para $\theta = 0$, é dada por $\theta_g(\theta = 0) = -\arctg \frac{\chi_{21}}{2}$.

Também a posição angular da indução magnética, expressão (3.61), pode ser substituída por $\bar{b}_\theta = B_{IM} \sqrt{\cos^2 \theta + \chi_{12}^2 \cos^2(\theta - \frac{2\pi}{3})} e^{j\theta_g}$.

Na Figura 3.29-a são apresentados os valores da posição angular do campo girante em função de θ , para $\chi_{11} = 1$, e para $\chi_{21} = 0,1$; $\chi_{21} = 0,5$ e $\chi_{21} = 1$. Na Figura 3.29-b são apresentados os valores da posição angular do campo girante em função de $0 \leq \chi_{21} \leq 1$, para $\theta = 0$.

Da Figura 3.29-a, mesmo para $\chi_{21} = 1$, verifica-se que θ_g apresenta flutuações face a θ . Da Figura 3.29-b, para $\theta = 0$ e $\chi_{11} = 1$, verifica-se que θ_g , em função de $0 \leq \chi_{21} \leq 1$, varia entre os limites 0 e $-26,57^\circ$.

O ângulo θ_{bM} a que corresponde o valor máximo da indução magnética do campo girante, ou seja, ao semieixo maior da elipse, de (3.62), é obtido por $d|\bar{b}_\theta|/d\theta = 0$.

Assim a posição angular $\theta = \theta_{bM}$, que corresponde ao valor máximo do campo girante,

será dada por $\tg 2\theta_{bM} = \frac{\sqrt{3} \chi_{12}^2}{\chi_{12}^2 - 2}$, ou seja

$$\theta_{bM} = \frac{1}{2} \arctg \frac{\sqrt{3} \chi_{12}^2}{\chi_{12}^2 - 2} \quad (3.64)$$

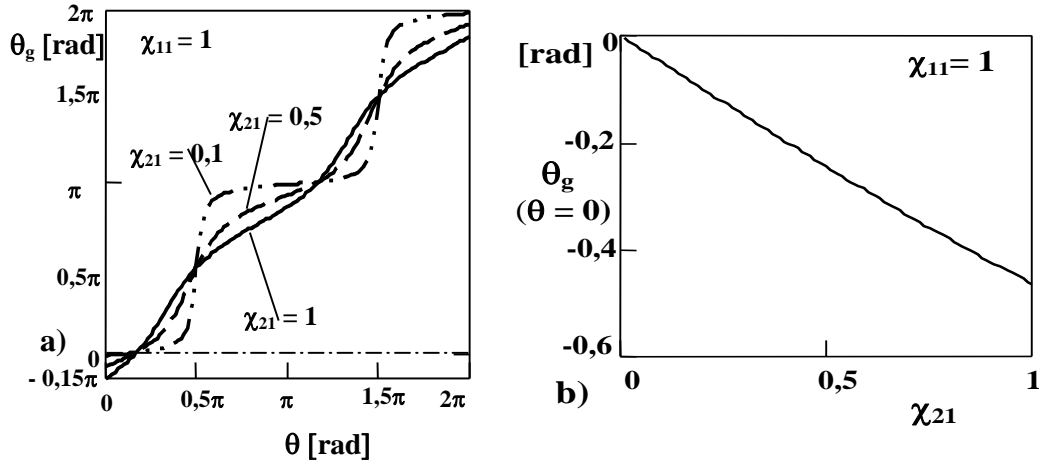


Figura 3.29 - a) Relação entre a posição do campo girante (θ_g) e a posição angular gerada pelas intensidades de corrente nos enrolamentos (θ);
b) Relação entre θ_g e χ_{21} , para $\theta = 0$.

A Figura 3.30-a representa a característica do ângulo θ_{bM} em função de χ_{21} , e a Figura 3.30-b apresenta os respectivos valores máximo ($B_{m\acute{a}x}$) e mínimo ($B_{m\acute{i}n}$) do campo girante, em módulo.

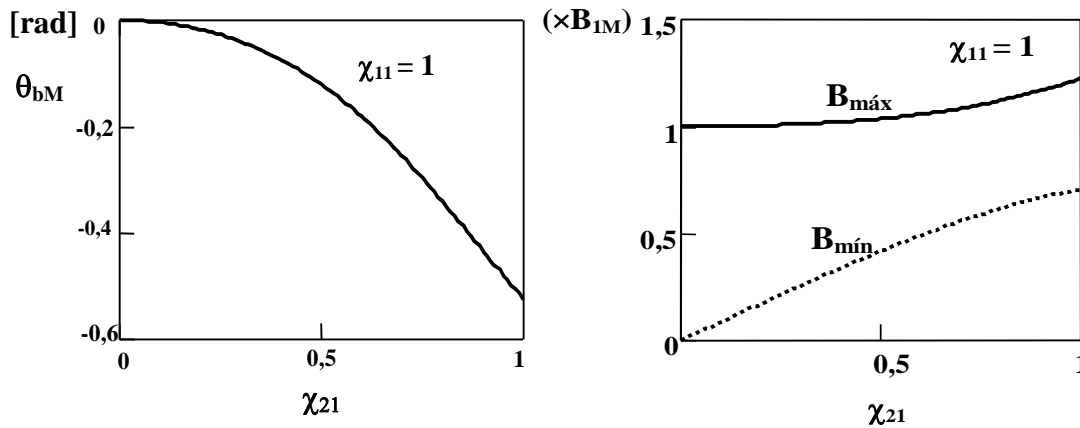


Figura 3.30 - a) Valores de $\theta = \theta_{bM}$ em função de $0 \leq \chi_{21} \leq 1$ que correspondem aos valores máximos do campo girante;
b) Induções máxima e mínima em função de χ_{21} .

Da Figura 3.30-a, para $\chi_{11} = 1$, verifica-se que θ_{bM} varia entre os limites 0 ($\chi_{21} = 0$) e $-\pi/6$ ($\chi_{21} = 1$). Da Figura 3.30-b, a indução máxima do campo girante varia entre os

limites \mathbf{B}_{1M} ($\chi_{21} = 0$) e $1,225 \mathbf{B}_{1M}$, e a indução mínima entre os limites 0 e $\sqrt{2}\mathbf{B}_{1M}$, respectivamente.

Por derivação de (3.63), em ordem ao tempo, a velocidade angular do campo girante virá dada por

$$\omega_g = \frac{\sqrt{3}\chi_{21}\omega}{2 \left[\cos^2 \theta + \chi_{21}^2 \cos^2 \left(\theta + \frac{\pi}{3} \right) \right]} \quad (3.65)$$

A Figura 3.31 apresenta um gráfico da velocidade angular do campo girante ω_g em função de θ , compreendido entre os limites 0 e 2π , para $\chi_{11} = 1$, e para $\chi_{21} = 0,5$; $\chi_{21} = 0,8$ e $\chi_{21} = 1$.

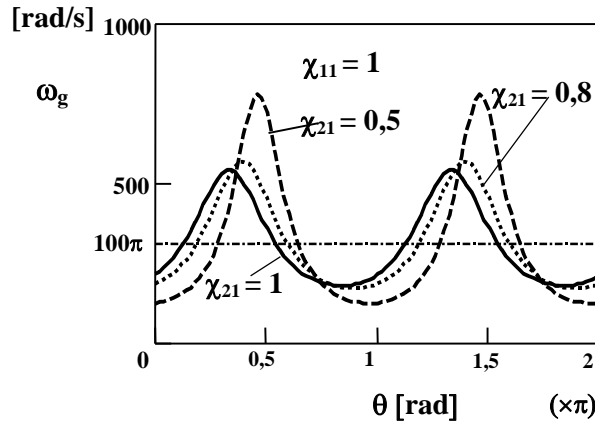


Figura 3.31 - Velocidade angular do campo girante ω_g em função de θ .

O ângulo $\theta = \theta_{\omega M}$, a que corresponde a velocidade mínima do campo magnético girante, é dado pelo anulamento da derivada de ω_g em ordem a θ , e que será igual a

$$\theta_{\omega M} = \frac{1}{2} \arctg \frac{\sqrt{3}\chi_{21}}{\chi_{21} - 2} \quad (3.66)$$

De (3.66), o ângulo correspondente à velocidade máxima do campo girante é obtido pela soma de $\pi/2$ a cada valor de $\theta_{\omega M}$.

Na Figura 3.32 são apresentados gráficos, em escala semi-logarítmica, dos valores máximos e mínimos das velocidades angulares do campo girante em função de χ_{21} .

Da Figura 3.32-a, para $\chi_{11} = 1$, verifica-se que $\theta_{\omega M}$ varia entre os limites 0 ($\chi_{21} = 0$) e $-\pi/6$ ($\chi_{21} = 1$). Da Figura 3.32-b, a velocidade máxima do campo girante varia entre os limites ∞ e $181,38 \text{ rad/s}$, e a velocidade mínima varia entre 0 e $544,14 \text{ rad/s}$, respectivamente.

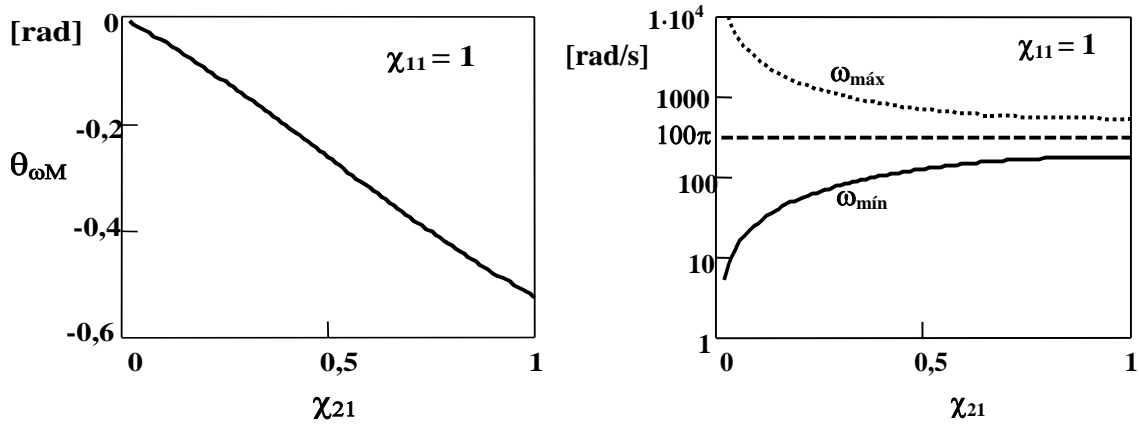


Figura 3.32 - a) Posição angular do campo girante $\theta_{\omega M}$, que corresponde à velocidade máxima, em função de χ_{21} ;
b) Velocidades angulares máxima e mínima em função de χ_{21} .

De (3.65), a aceleração angular é dada pela derivada da velocidade do campo magnético girante em função do tempo, ou seja

$$a_g = \frac{\sqrt{3}\chi_{21}\omega^2 \left[\sin 2\theta + \chi_{21}^2 \sin 2\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \right]}{2 \left[\cos^2 \theta + \chi_{21}^2 \cos^2 \left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \right]^2} = \frac{2\omega_g^2 \left[\sin 2\theta + \chi_{21}^2 \sin 2\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \right]}{\sqrt{3}\chi_{21}} \quad (3.67)$$

A Figura 3.33 representa um gráfico de variação da aceleração angular do campo magnético girante em função de θ , para $\chi_{11} = 1$, e para $\chi_{21} = 0,5$; $\chi_{21} = 0,8$ e $\chi_{21} = 1$.

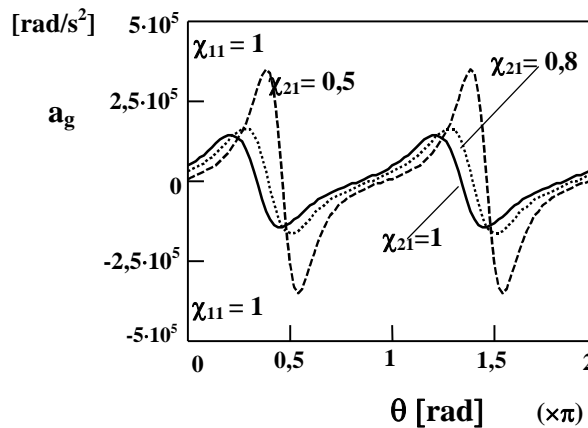


Figura 3.33 - Gráfico da aceleração angular em função de θ , para diversos valores de χ_{21} .

Para valores de θ compreendidos entre os limites 0 e π , definindo $\theta = \theta_{aM}$ como o ângulo que corresponde à aceleração máxima, da Figura 3.33, para $\chi_{11} = 1$, verifica-se

que θ_{aM} irá variar entre os limites $39,6^\circ$ ($\chi_{21} = 1$ e $a_{gM} = 1,446 \cdot 10^5 \text{ rad/s}^2$) e $\pi/2$ ($\chi_{11} = 0$ e $a_{gM} \rightarrow \pm \infty$), e a aceleração mínima oscilará entre $\pi/2$ ($\chi_{11} = 0$ e $a_{gm} \rightarrow -\infty$) e $80,4^\circ$ ($\chi_{21} = 1$ e $a_{gm} = -1,446 \cdot 10^5 \text{ rad/s}^2$), segundo a expressão $2\theta_{bM} + \pi - \theta_{aM}$, em rad, de acordo com (3.64).

De (3.67), a derivada da aceleração angular, em ordem ao tempo, será dada por

$$\gamma_g = 4\omega_g \frac{\omega\omega_g \left[\cos 2\theta - \chi_{21}^2 \sin 2\left(\theta + \frac{\pi}{12}\right) \right] + a_g \left[\sin 2\theta + \chi_{21}^2 \sin 2\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \right]}{\sqrt{3}\chi_{21}} \quad (3.68)$$

A Figura 3.34 representa um gráfico de variação da derivada da aceleração angular do campo magnético girante em função de θ , para $\chi_{11} = 1$, e para $\chi_{21} = 0,5$; $\chi_{21} = 0,8$ e $\chi_{21} = 1$.

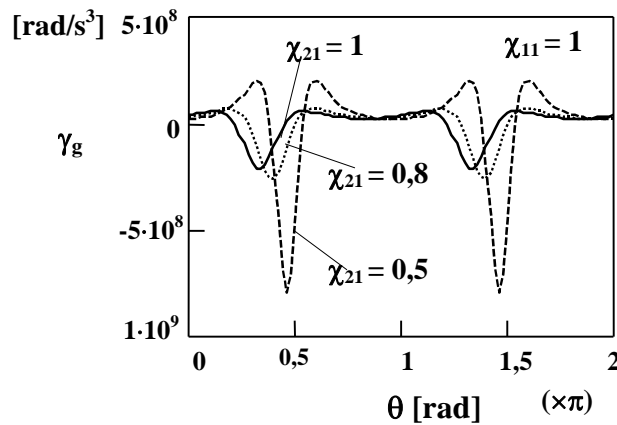


Figura 3.34 - Derivada da aceleração angular do campo magnético girante, γ_g , em função de θ .

Da Figura 3.34 verifica-se que a derivada da aceleração é variável para quaisquer valores de χ_{21} compreendidos entre os limites 0 e 1.

- No caso de se considerar a existência de harmônicas de ordem superior às das ondas fundamentais, a configuração geométrica de qualquer das grandezas mencionadas anteriormente, no plano de Argand, resulta da soma de várias elipses de semieixos geralmente diferentes.

Mantendo os enrolamentos em quadratura ($\alpha_1 = 0$ e $\alpha_2 = \pi/2$) e supondo que, num sistema com duas fases, existem apenas as ondas fundamentais de amplitudes, em valores relativos à indução máxima B_{1M} , $\chi_{11} = \chi_{21} = 1$, e as terceiras harmônicas de amplitudes $\chi_{13} = \chi_{23} = 0,2$ e, além disso, as seguintes três situações distintas:

- a) - $\varphi_{11} = \varphi_{13} = 0$ e $\varphi_{21} = \varphi_{23} = -2\pi/3$ (1^{as} e 3^{as} harmônicas no mesmo sentido);

- **b)** - $\varphi_{11} = \varphi_{13} = 0$ e $\varphi_{21} = \varphi_{23} = -2\pi/3$ (1^{as} e 3^{as} harmónicas em sentidos contrários);
- **c)** - $\varphi_{11} = 0$, $\varphi_{13} = \pi/2$, $\varphi_{21} = -2\pi/3$ e $\varphi_{23} = -\pi/6$ (1^a e 3^a harmónicas no mesmo sentido).

Nas Figuras 3.35, 3.36, 3.37, 3.38 e 3.39 são apresentados diversos tipos de gráficos para os dados descritos anteriormente, **a)**, **b)** e **c)**, para $\mathbf{m}_1 = \mathbf{0}$ e $\mathbf{\Theta} = \mathbf{0}$, e de acordo com as expressões (3.17), (3.25), (3.31), (3.33) e (3.35), respectivamente.

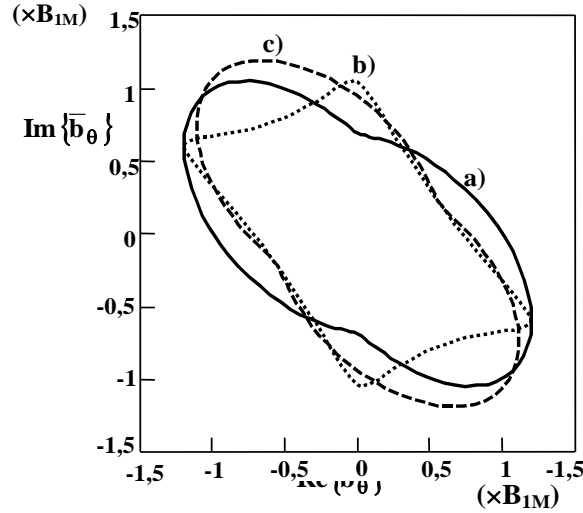


Figura 3.35 - Representação dos lugares geométricos dos campos girantes para $\chi_{i1} = 1$ e $\chi_{i3} = 0,2$ ($i = 1, 2$).

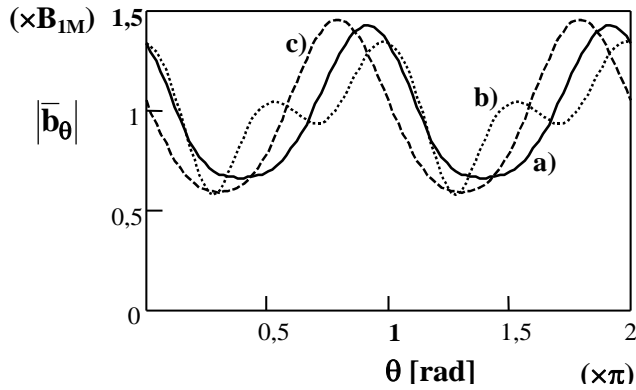


Figura 3.36 - Representação dos lugares geométricos da variação da indução do campo girante, em módulo, em função de θ , para $\chi_{i1} = 1$ e $\chi_{i3} = 0,2$ ($i = 1, 2$).

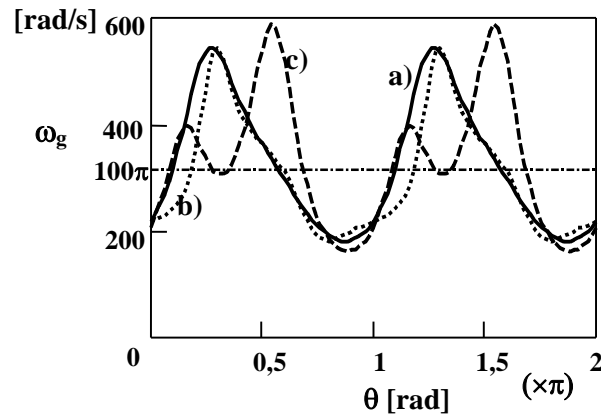


Figura 3.37 - Velocidade angular do campo girante ω_g em função de θ , para $\chi_{i1}=1$ e $\chi_{i3}=0,2$ ($i=1, 2$).

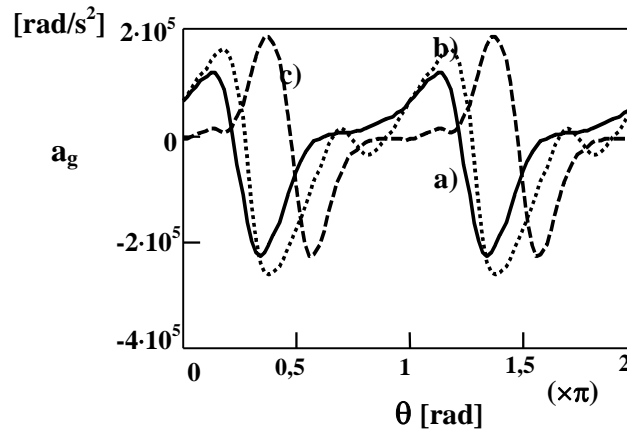


Figura 3.38 - Gráfico da aceleração angular em função de θ , para $\chi_{i1}=1$ e $\chi_{i3}=0,2$ ($i=1, 2$).

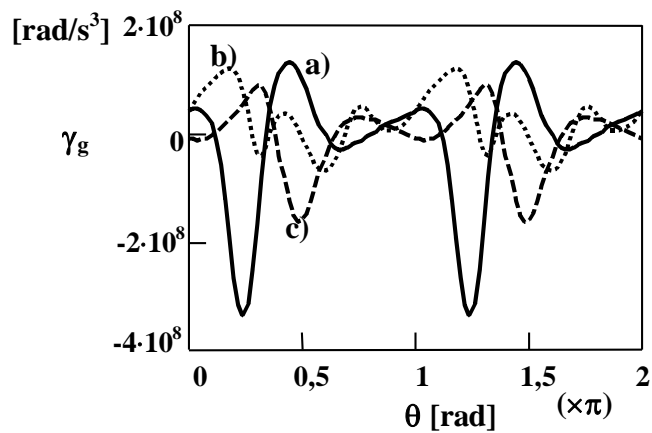


Figura 3.39 - Gráfico da derivada da aceleração angular em função de θ , para $\chi_{i1}=1$ e $\chi_{i3}=0,2$ ($i=1, 2$).

3.1.5 Máquina de Indução Trifásica com Falta de uma Fase

Nas máquinas de indução trifásicas, com as intensidades de corrente e os enrolamentos desfasados, entre si, de $2\pi/3$, pode-se considerar que no caso de falta de uma fase, ter-se-á $m_1 = 3$, $\varphi_2 = -2\pi/3$, $\varphi_3 = -4\pi/3$, $\alpha_e = 2\pi/3$ e $\bar{i}_3 = 0$. Neste caso, dado que se está em presença de um sistema trifásico desequilibrado, a análise pode ser feita a partir das componentes directas, inversas e homopolares, cujo o estudo mais aprofundado será desenvolvido no Anexo B [75].

Esta situação pode ser prevista a partir de um sistema trifásico, em que se admite a interrupção de uma das fases, como se pode observar na Figura 3.9-c. Na Figura 3.40 apresentam-se as ondas fundamentais de duas das intensidades de corrente desfasadas, entre si, de $2\pi/3$, admitindo que os três enrolamentos estão simetricamente distribuídos.

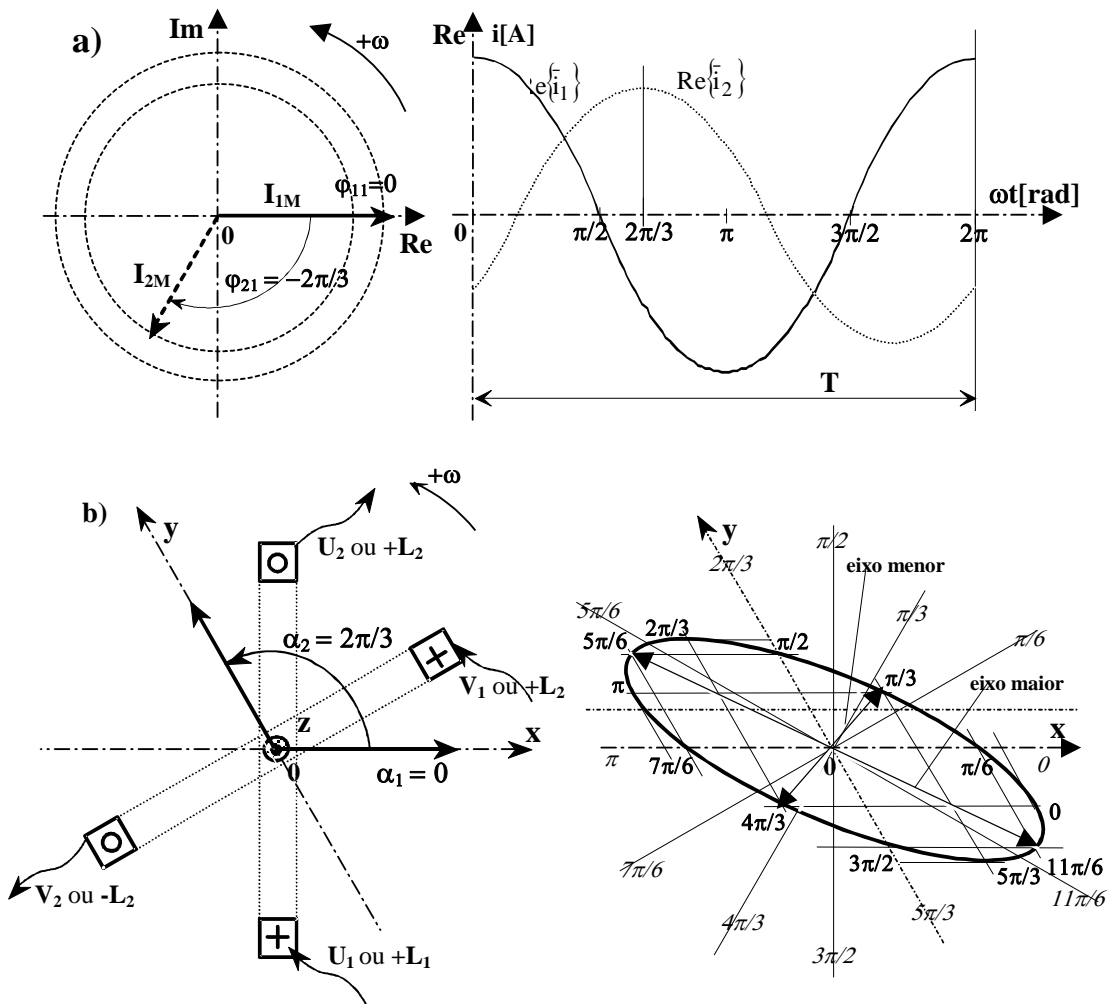


Figura 3.40 - a) - Plano de Argand e gráfico cartesiano de variação temporal de duas intensidades de corrente desfasadas de $2\pi/3$;
b) - Variação do campo de indução criado por dois enrolamentos activos de três dispostos simetricamente.

Na Figura 3.40 pode-se observar o diagrama cartesiano das intensidades de corrente desfasadas, entre si, de $2\pi/3$, cujos valores máximos, I_{1M} e I_{2M} , não são necessariamente iguais. Dado que o ângulo entre os eixos de dois dos enrolamentos, em grandezas eléctricas, é também de $2\pi/3$; a sobreposição de ambos origina um campo magnético girante de forma elíptica.

Considerando $\varphi_{11} = \alpha_1 = 0$, $\chi_{11} = 1$, $0 \leq \chi_{21} \leq 1$ e $\chi_{31} = 0$ (falta de uma fase), e supondo que as ondas fundamentais das intensidades de corrente estão desfasadas, entre si, de $\varphi_{21} = -2\pi/3$, e que os eixos dos enrolamentos estão desfasados de $\alpha_e = 2\pi/3$, de (3.18), para $m_1 = 3$ e $\Theta = 0$, virá

$$\begin{aligned} \bar{b}_\theta &= B_{1M} \left[\cos \theta + \chi_{21} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) e^{j\frac{2\pi}{3}} \right] = \\ &= B_{1M} \left[\cos \theta - \frac{1}{2} \chi_{21} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + j \frac{\sqrt{3}}{2} \chi_{21} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \right] \end{aligned} \quad (3.69)$$

Assim, a indução magnética do campo girante, em módulo, será dado por

$$\begin{aligned} |\bar{b}_\theta| &= B_{1M} \sqrt{\cos^2 \theta + \chi_{12}^2 \cos^2\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) - \chi_{12} \cos \theta \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)} = \\ &= B_{1M} \sqrt{\left[\cos \theta + \frac{\chi_{12}}{2} \cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \right]^2 + \frac{3}{4} \left[\chi_{12} \cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \right]^2} \end{aligned} \quad (3.70)$$

Ainda, por mudança de coordenadas, como se indica na Figura 3.41, pode-se constatar que os versores segundo os eixos real e imaginário, $\hat{e}_{Im} \equiv j$ e $\hat{e}_{Re} \equiv 1$, estão relacionados com os versores segundo os eixos dos enrolamentos, $\hat{e}_{X1} \equiv 1$ e $\hat{e}_{X2} \equiv \cos \alpha_e \hat{e}_{Re} + \sin \alpha_e \hat{e}_{Im}$, por

$$\begin{bmatrix} \hat{e}_{X1} \\ \hat{e}_{X2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \cos \alpha_e & \sin \alpha_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{e}_{Re} \\ \hat{e}_{Im} \end{bmatrix} \quad (3.71)$$

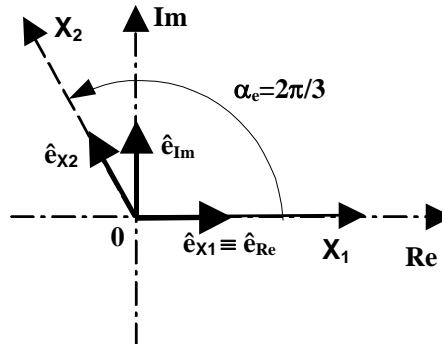


Figura 3.41 - Mudança de coordenadas – projecção dos versores segundo os eixos dos enrolamentos nos versores segundo os eixos real e imaginário.

De (3.71), para $\alpha_e = \pi/2$, o que corresponde a uma máquina de indução bifásica com as intensidades de corrente desfasadas de dois terços de período e os enrolamentos em quadratura, obtém-se uma solução idêntica a (3.61), ou seja,

$$\begin{aligned}\bar{b}_\theta &= B_{1M} \begin{bmatrix} \cos \theta & \chi_{21} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos \frac{\pi}{2} & \sin \frac{\pi}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ j \end{bmatrix} = \\ &= B_{1M} \begin{bmatrix} \cos \theta + j\chi_{21} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (3.72)$$

Considerando $\chi_{11} = 1$ e $\chi_{31} = 0$, na Figura 3.42 são apresentados os afixos dos campos magnéticos girantes para diversos valores de χ_{21} ($\chi_{21} = 0$; $\chi_{21} = 0,5$; $\chi_{21} = 0,8$ e $\chi_{21} = 1$).

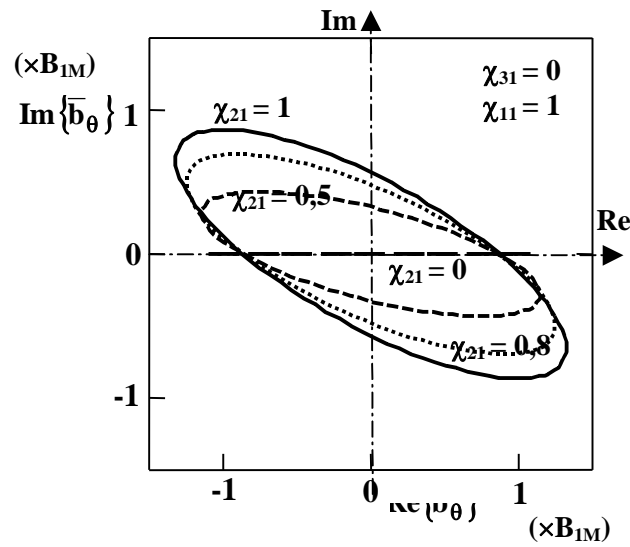


Figura 3.42 - Representação dos lugares geométricos dos campos girantes.

Para $\chi_{11} = 1$ e $\chi_{31} = 0$, da Figura 3.42, verifica-se que o campo girante do primário é sempre elíptico, excepto para $\chi_{21} = 1$ que se torna pulsante.

Sendo $\chi_{11} = 1$ e $\chi_{31} = 0$, na Figura 3.43 são apresentados os valores da indução magnética do campo girante, em módulo, considerando $\chi_{21} = 0,5$; $\chi_{21} = 0,8$ e $\chi_{21} = 1$.

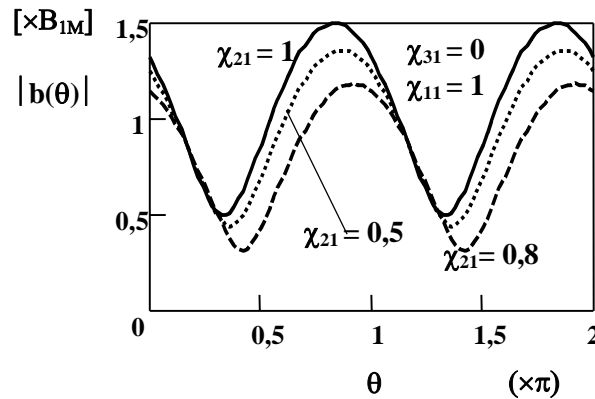


Figura 3.43 - Variação da indução do campo girante, em módulo, em função de θ .

Da Figura 3.43 verifica-se que o módulo campo girante não é constante mesmo para $\chi_{21} = \chi_{11} = 1$.

O ângulo de fase ou argumento θ_g do afixo correspondente à posição angular do campo girante de indução, derivado das grandezas intensidades de corrente impostas pela rede, correspondentes a $\theta = \omega t$, de acordo com (3.69), é dado por

$$\theta_g = -\arctg \left[\frac{\sqrt{3}\chi_{21} \cos(\theta + \frac{\pi}{3})}{2 \cos \theta + \chi_{21} \cos(\theta + \frac{\pi}{3})} \right] \quad (3.73)$$

e a posição angular do campo girante, para $\theta = 0$, será dada por

$$\theta_g(\theta = 0) = -\arctg \frac{\sqrt{3}\chi_{21}}{4 + \chi_{21}} \quad (3.74)$$

Na Figura 3.44-a são apresentados os valores da posição angular do campo girante em função de θ , para $\chi_{21} = 0,5$ e $\chi_{21} = 1$, Na Figura 3.44-b são apresentados os valores da posição angular do campo girante em função de $0 \leq \chi_{21} \leq 1$, para $\theta = 0$.

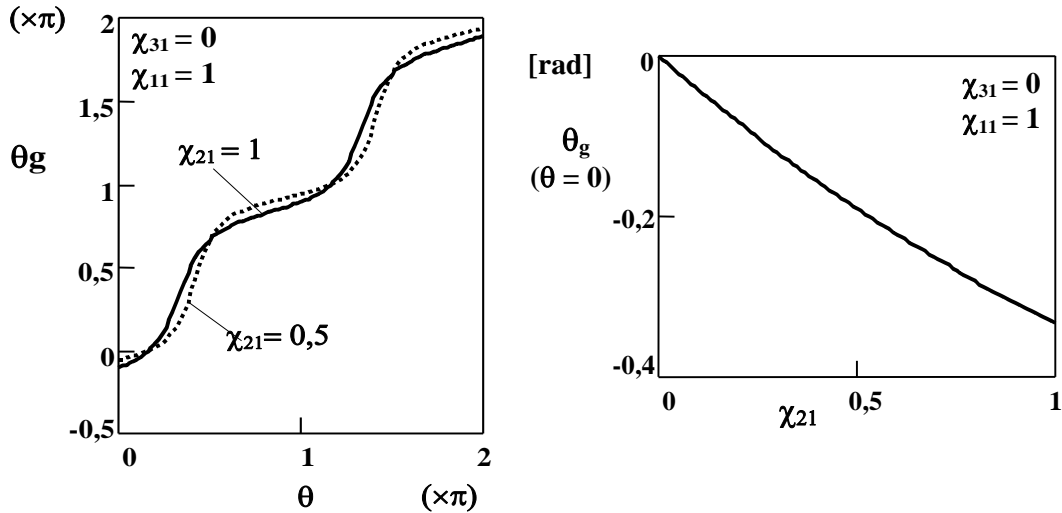


Figura 3.44 - a) Relação entre a posição do campo girante (θ_g) e a posição angular gerada pelas intensidades de corrente nos enrolamentos (θ);
b) Relação entre θ_g e χ_{21} , para $\theta = 0$.

Da Figura 3.44-a, para qualquer valor de χ_{21} , verifica-se que θ_g apresenta flutuações face à variável θ . Da Figura 3.44-b, para $\theta = 0$ e $\chi_{11} = 1$, verifica-se que θ_g , em função de $0 \leq \chi_{21} \leq 1$, varia entre os limites 0 e $-19,11^\circ$.

De (3.73), o ângulo θ_{bM} , a que corresponde o valor máximo da indução magnética do campo girante, ou seja, o semieixo maior de cada elipse, representada na Figura 3.42, é obtido por

$$\theta_{bM} = \frac{1}{2} \arctg \frac{\sqrt{3}\chi_{21}(1+\chi_{21})}{\chi_{21}^2 - \chi_{21} - 2} \quad (3.75)$$

A Figura 3.45-a representa o ângulo θ_{bM} em função de χ_{21} , e a Figura 3.45-b representa os respectivos valores máximo e mínimo do campo girante, em módulo.

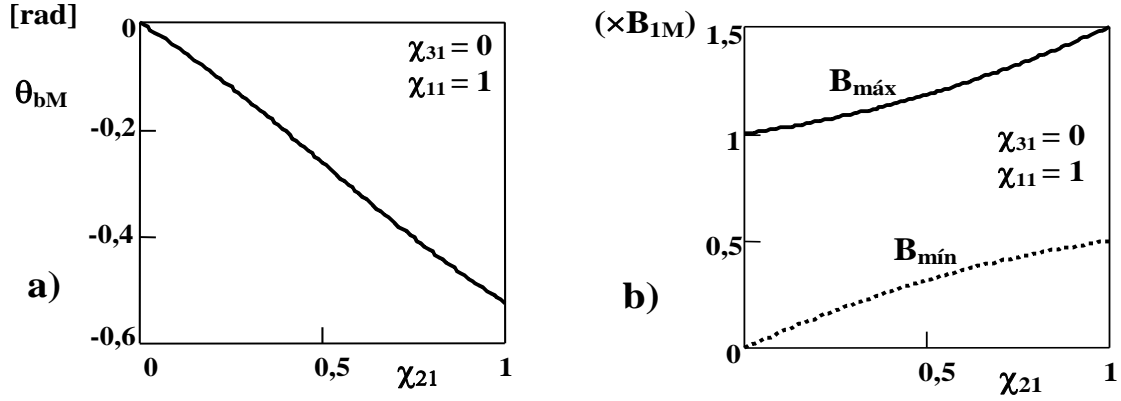


Figura 3.45 - *a) Valores de $\theta = \theta_{bM}$ em função de $0 \leq \chi_{21} \leq 1$ que correspondem aos valores máximos do campo girante;*
b) Induções máxima e mínima em função de χ_{21} .

Da Figura 3.45-a, para $\chi_{11} = 1$, verifica-se que θ_{bM} varia entre os limites $-\pi/6$ ($\chi_{21} = 1$) e 0 ($\chi_{21} = 0$). Da Figura 3.45-b a indução máxima do campo girante varia entre os limites B_M ($\chi_{21} = 0$) e $1,5 B_M$ ($\chi_{21} = 1$), e a indução mínima entre 0 e $0,5 B_M$, respectivamente.

Por derivação, em ordem ao tempo, de (3.73), a velocidade angular do campo girante será dada por

$$\omega_g = \frac{3\omega\chi_{21}}{4 \left[\cos^2 \theta + \chi_{21} \cos \theta \cos(\theta + \frac{\pi}{3}) + \chi_{21}^2 \cos^2(\theta + \frac{\pi}{3}) \right]} \quad (3.76)$$

Na Figura 3.46 é apresentado um gráfico da velocidade angular do campo girante, ω_g , em função de θ , compreendido entre os limites 0 e 2π , para $\chi_{11} = 1$ e $\chi_{31} = 0$, e para $\chi_{21} = 0,5$, $\chi_{21} = 0,8$, e $\chi_{21} = 1$.

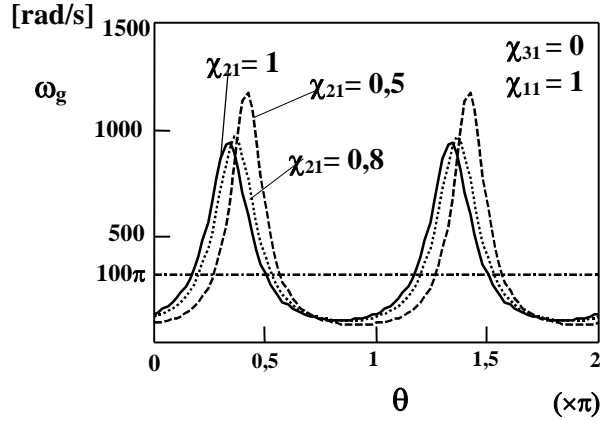


Figura 3.46 - Velocidade angular do campo girante, ω_g , em função de θ .

O ângulo que corresponde à velocidade mínima do campo magnético girante, é dado pelo anulamento da derivada de ω_g em ordem a θ , e será igual a

$$\theta_{\omega m} = \frac{1}{2} \arctg \frac{2 + \chi_{21} - \chi_{21}^2}{\sqrt{3} \chi_{21} (1 + \chi_{21})} \quad (3.77)$$

O valor de $\theta_{\omega M}$ será igual a $\theta_{\omega M} = \theta_{\omega m} \pm \pi/2$. As velocidades máxima e mínima resultam da substituição, respectivamente, de $\theta_{\omega M}$ e de $\theta_{\omega m}$, na expressão (3.76).

A Figura 3.47-a representa o ângulo $\theta_{\omega M}$ em função de χ_{21} , e a Figura 3.47-b representa os respectivos valores máximo (ω_{gM}) e mínimo (ω_{gm}) da velocidade angular também em função de χ_{21} .

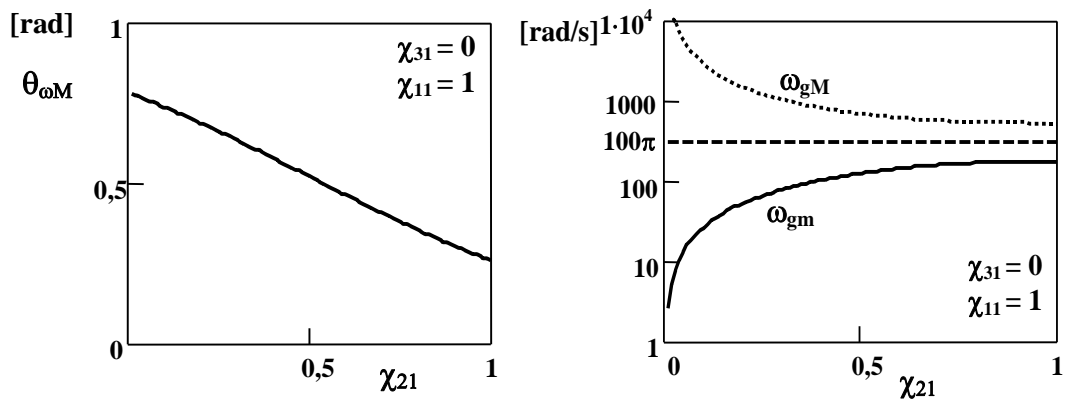


Figura 3.47 - a) Posição angular do campo girante, $\theta_{\omega M}$, que corresponde à velocidade máxima, em função de χ_{21} ;
b) Velocidades angulares máxima e mínima em função de χ_{21} .

Da Figura 3.47-a, para $\chi_{11} = 1$, verifica-se que $\theta_{\omega M}$ varia entre os limites $\pi/4$ ($\chi_{21} = 0$) e $\pi/12$ ($\chi_{21} = 1$). Da Figura 3.47-b, a velocidade máxima do campo girante varia entre os limites ∞ e **942,48 rad/s**, e a velocidade mínima entre **0** e **188,50 rad/s**, respectivamente.

De (3.76), a aceleração angular é dada pela derivada da velocidade do campo magnético girante em função do tempo, ou seja

$$a_g = \frac{3}{4} \frac{\chi_{21} \omega^2 \left[\sin 2\theta + \chi_{21} \sin(2\theta + \frac{\pi}{3}) + \chi_{21}^2 \sin 2(\theta + \frac{\pi}{3}) \right]}{\sum_{i=0}^2 (i+1) \chi_{21}^i \cos^{4-i} \theta \cos^i(\theta + \frac{\pi}{3}) + \sum_{i=3}^4 (5-i) \chi_{21}^i \cos^{4-i} \theta \cos^i(\theta + \frac{\pi}{3})} \quad (3.78)$$

O resultado de (3.78) é igual ao obtido por (3.34) para $m_1 = 3$. A Figura 3.48 representa um gráfico de variação da aceleração angular do campo magnético girante em função de θ , para $\chi_{11} = 1$ e $\chi_{31} = 0$, e para $\chi_{21} = 0,5$, $\chi_{21} = 0,8$, e $\chi_{21} = 1$.

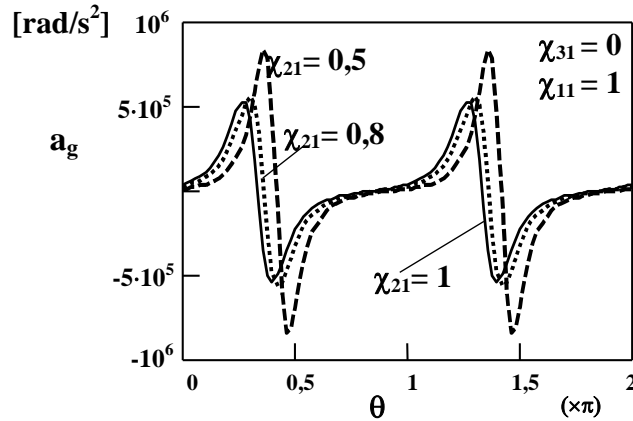


Figura 3.48 - Gráfico de acelerações angulares em função de θ , para diversos valores de χ_{21} .

Para valores de θ compreendidos entre os limites **0** e π , definindo $\theta = \theta_{aM}$ como o ângulo que corresponde à aceleração máxima, da Figura 3.48, para $\chi_{11} = 1$, verifica-se que θ_{aM} varia entre os limites **46,8°** ($\chi_{21} = 1$ e $a_{gM} = 5,24 \cdot 10^5 \text{ rad/s}^2$) e $\pi/2$ ($\chi_{21} = 0$ e $a_{gM} \rightarrow \pm \infty$).

De (3.43), a Figura 3.49 representa um gráfico de variação da derivada da aceleração angular do campo magnético girante em função de θ , para $\chi_{11} = 1$ e $\chi_{31} = 0$, e para $\chi_{21} = 0,5$, $\chi_{21} = 0,8$, e $\chi_{21} = 1$.

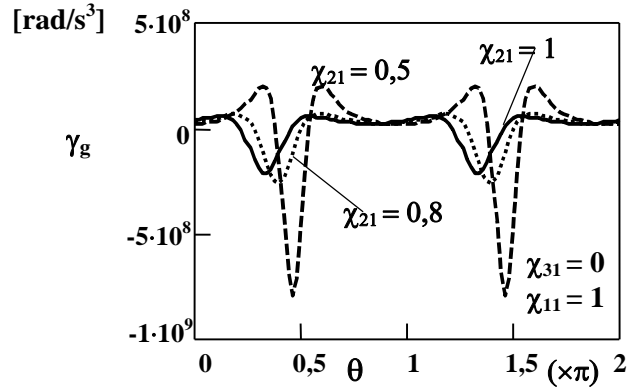


Figura 3.49 - Derivada da aceleração angular do campo magnético girante, γ_g , em função de θ .

Da Figura 3.49 verifica-se que a derivada da aceleração é variável para quaisquer valores de χ_{21} compreendidos entre 0 e 1.

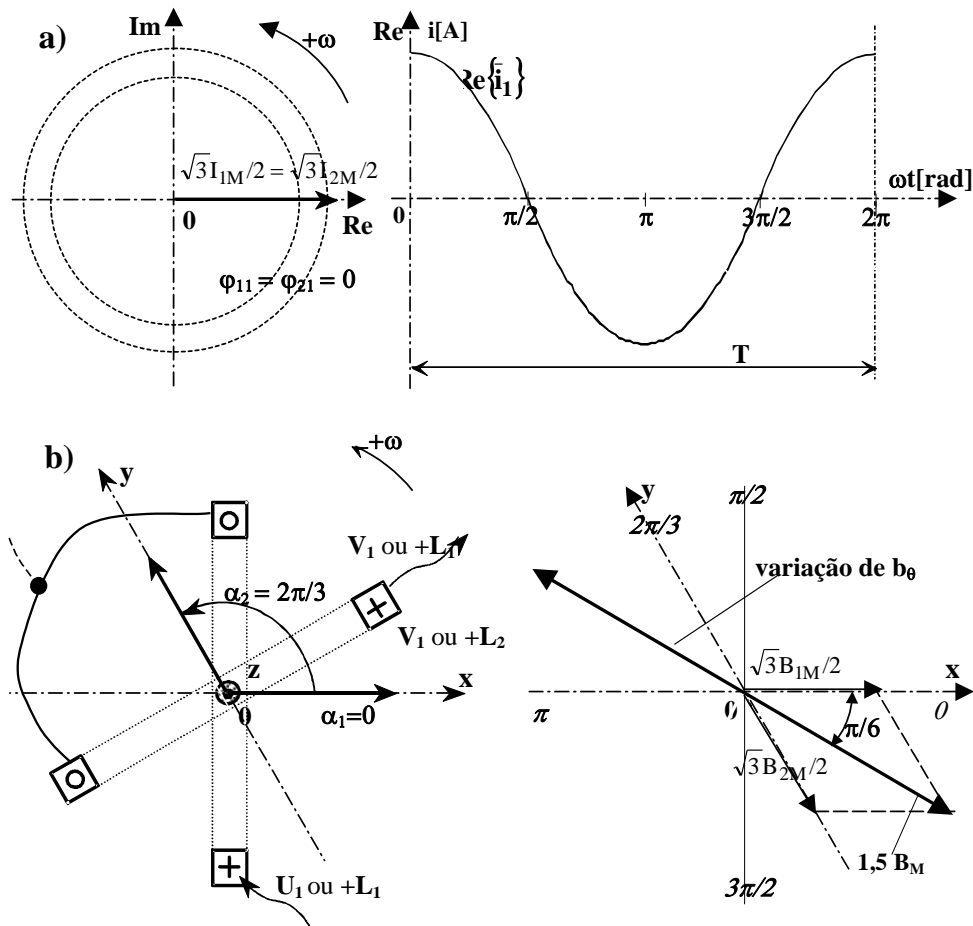


Figura 3.50 - a) - Plano de Argand e gráfico cartesiano de variação temporal de duas intensidades de corrente iguais;
b) - Variação do campo criado por 2 enrolamentos em série.

• Naturalmente que se a máquina de indução trifásica com falta de uma fase, considerando apenas a existência de harmônicas fundamentais e ainda que $\Theta = 0$, não possuir condutor de neutro, verifica-se que $\phi_{21} = \phi_{11} = 0$, $\alpha_e = 2\pi/3$ e $\bar{i}_2 = \bar{i}_1$. Neste

caso, os dois enrolamentos ficam em série e submetidos a uma tensão composta, U_c , igual a $\sqrt{3}$ vezes a tensão simples, U_s . Os valores máximos das correntes nos enrolamentos, que são iguais, passam a ser $\sqrt{3}I_{1M}/2 = \sqrt{3}I_{2M}/2$. Dado que os eixos dos enrolamentos fazem, entre si, ângulos eléctricos de $2\pi/3$, o campo de indução será pulsante de valor máximo igual a $3B_M/2$. A Figura 3.50 representa a variação desse campo pulsante. Como é lógico, este campo magnético girante do primário apresenta as mesmas características que o campo gerado por uma máquina monofásica sem enrolamento auxiliar.

3.1.6 Máquina de Indução Trifásica com os Enrolamentos Dispostos Simetricamente

Nas máquinas de indução trifásicas com os enrolamentos dispostos simetricamente ($m_1 = 3$ e $\alpha_e = 2\pi/3$), consideram-se que os ângulos entre os eixos dos enrolamentos e o eixo real são $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = 2\pi/3$ e $\alpha_3 = 4\pi/3$, e que as defasagens das correntes, i_1 , i_2 e i_3 , em relação à origem dos tempos, são $\varphi_{11} = 0$, $\varphi_{21} = -2\pi/3$ e $\varphi_{31} = -4\pi/3$, respectivamente. Como se pode observar por intermédio da Figura 3.9-d, neste estudo começa-se por considerar que as três correntes nas fases estão defasadas, entre si, de $2\pi/3$ e que $\chi_{11} = \chi_{21} = 1$, para $0 \leq \chi_{31} \leq 1$ ($\chi_{31} = 0$ corresponde à falta de uma fase). Um estudo mais desenvolvido será apresentado no Anexo B [75].

De (3.18), para $m_1 = 3$ e $\Theta = 0$, e considerando apenas as primeiras harmónicas, na Figura 3.51 são apresentados os afixos dos campos magnéticos girantes para $\chi_{31} = 0$, $\chi_{31} = 0,5$ e $\chi_{31} = 1$, considerando $\chi_{11} = \chi_{21} = 1$.

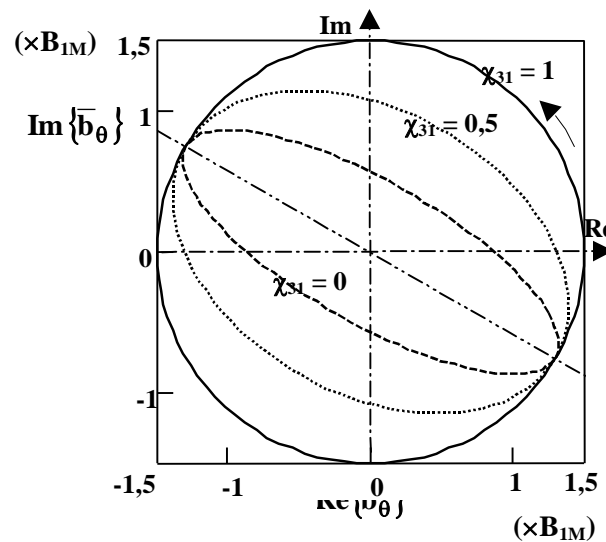


Figura 3.51 - Representação dos lugares geométricos dos campos girantes ($\chi_{11} = \chi_{21} = 1$).

Para $\chi_{11} = \chi_{21} = 1$, da Figura 3.51 verifica-se que o campo girante do primário é sempre elíptico, excepto para $\chi_{31} = 1$ que se torna circular. Também se pode observar que os ângulos entre os eixos maiores das diversas elipses e o eixo real, é de $-\pi/6$.

Na Figura 3.52 são apresentados os valores da indução magnética do campo girante, em módulo, para $\chi_{11} = \chi_{21} = 1$, e para $\chi_{31} = 0$, $\chi_{31} = 0,5$ e $\chi_{31} = 1$.

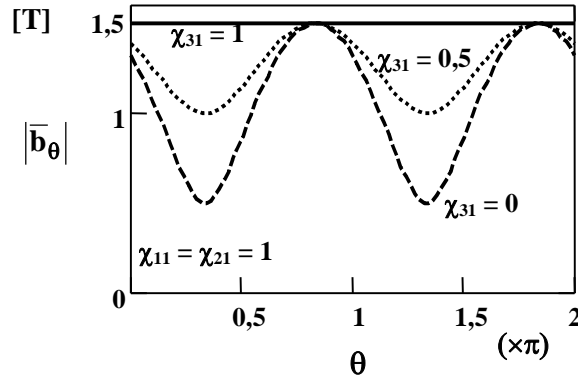


Figura 3.52 - Variação da indução do campo girante, em módulo, em função de θ ($\chi_{11} = \chi_{21} = 1$).

Da Figura 3.52 verifica-se que o módulo campo girante só é constante para $\chi_{11} = \chi_{21} = \chi_{31} = 1$.

Na Figura 3.53-a são apresentados os valores da posição angular do campo girante em função de θ , compreendido entre os limites 0 e 2π , para $\chi_{11} = \chi_{21} = 1$, e para $\chi_{31} = 0$, $\chi_{31} = 0,5$ e $\chi_{31} = 1$. Na Figura 3.53-b são apresentados os valores da posição angular do campo girante em função de $0 \leq \chi_{31} \leq 1$, para $\theta = 0$ e $\Theta = 0$.

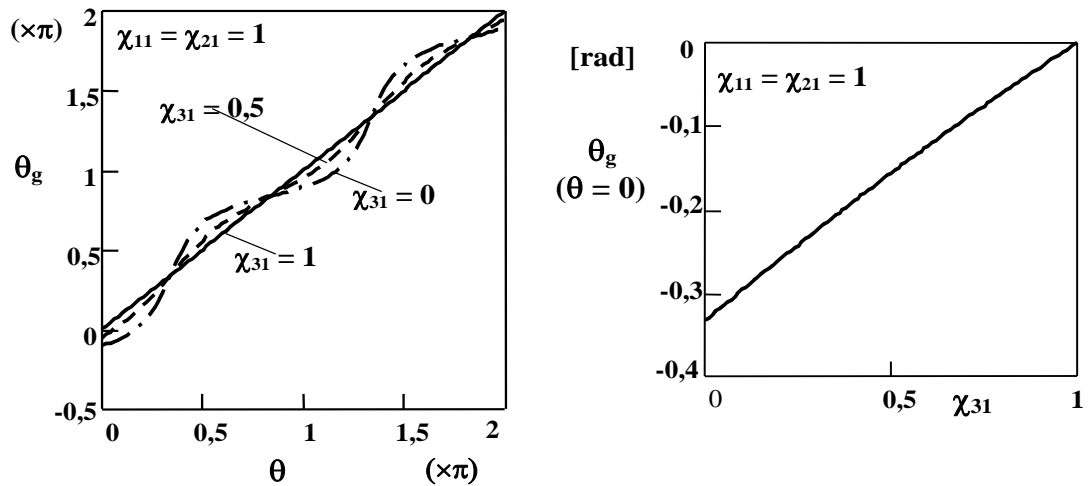


Figura 3.53 - a) Relação entre a posição do campo girante, θ_g , e a posição angular gerada pelas intensidades de corrente nos enrolamentos, θ ;
b) Relação entre θ_g e χ_{31} , para $\theta = \Theta = 0$.

Da Figura 3.53-a, verifica-se que $\theta_g = \theta$ apenas para $\chi_{31} = 1$. Da Figura 3.53-b, para $\chi_{11} = \chi_{21} = 1$ e $\theta = 0$, verifica-se que θ_g , em função de $0 \leq \chi_{31} \leq 1$, varia entre os limites $-19,11^\circ$ e 0 .

De acordo com a Figura 3.51, o ângulo θ_{BM} , em função de χ_{31} , é sempre igual a $-\pi/6 + \kappa\pi$ ($\kappa = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$). A Figura 3.54 representa, em módulo, os valores máximo ($B_{m\acute{a}x}$) e mínimo ($B_{m\acute{m}n}$) da indução magnética do campo girante.

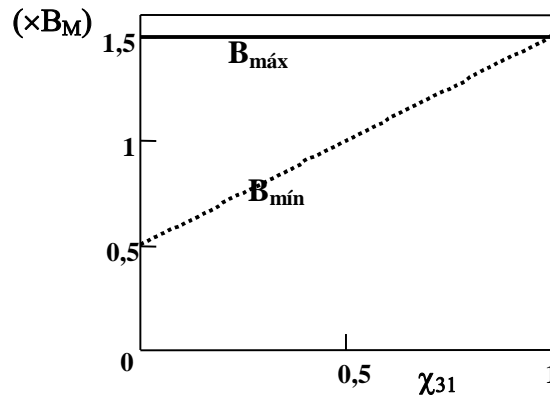


Figura 3.54 - Induções máxima e mínima em função de χ_{31} ($\chi_{11} = \chi_{21} = 1$).

Da Figura 3.54, para $\chi_{11} = \chi_{21} = 1$ e $0 \leq \chi_{31} \leq 1$, verifica-se que a indução máxima do campo girante é constante e igual a $1,5 B_M$, e a indução mínima varia linearmente entre $0,5 B_M$ ($\chi_{31} = 0$) e $1,5 B_M$ ($\chi_{31} = 1$).

De (3.32), na Figura 3.55 é apresentado um gráfico da velocidade angular do campo girante ω_g em função de θ , compreendido entre os limites 0 e 2π , para $m_1 = 3$ e $\Theta = 0$, $\chi_{11} = \chi_{21} = 1$, e para $\chi_{31} = 0$, $\chi_{31} = 0,5$ e $\chi_{31} = 1$.

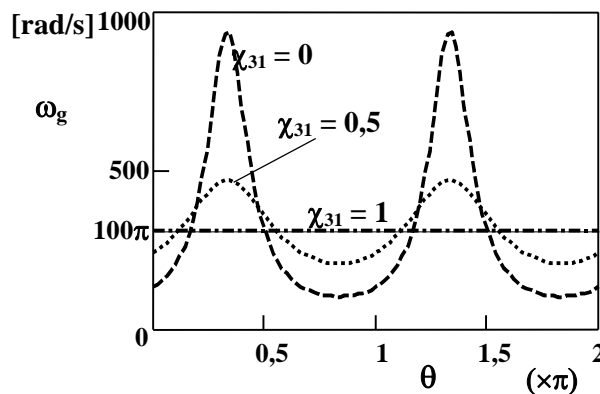


Figura 3.55 - Velocidade angular do campo girante ω_g em função de θ ($\chi_{11} = \chi_{21} = 1$).

Da Figura 3.55, verifica-se que para $\chi_{31} = 1$ a velocidade do campo girante é igual a ω ($f = 50$ Hz), e toma valores muito elevados para $\chi_{31} = 0$. Também se verifica que os valores máximos da velocidade angular correspondem a $\theta_{\omega M} = \pi/3 + \kappa\pi$, e os valores mínimos a $\theta_{\omega m} = -\pi/6 + \kappa\pi$ ($\kappa = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$).

De (3.34), a Figura 3.56 representa um gráfico de variação da aceleração angular do campo magnético girante em função de θ , para $\chi_{11} = \chi_{21} = 1$, e para $\chi_{31} = 0$; $\chi_{31} = 0,5$ e $\chi_{31} = 1$.

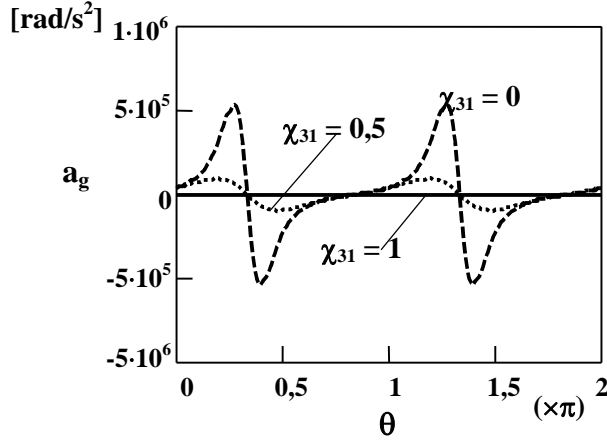


Figura 3.56 - Acelerações angulares em função de θ , para diversos valores de χ_{31} ($\chi_{11} = \chi_{21} = 1$).

Para valores de θ compreendidos entre os limites 0 e π , definindo $\theta = \theta_{aM}$ como o ângulo que corresponde à aceleração máxima, da Figura 3.56, para $\chi_{11} = \chi_{21} = 1$, verifica-se que θ_{aM} varia entre os limites $\pi/6$ ($\chi_{31} = 1$ e $a_{gM} = 0$) e $\pi/4$ ($\chi_{31} = 0$ e $a_{gM} = 5,02 \cdot 10^5 \text{ rad/s}^2$). Definindo novamente $\theta = \theta_{am}$, como o ângulo que corresponde à aceleração mínima, verifica-se que este varia entre os limites $\pi/4$ ($\chi_{31} = 0$ e $a_{gM} = -5,02 \cdot 10^5 \text{ rad/s}^2$) e $7\pi/12$ ($\chi_{31} = 1$ e $a_{gM} = 0$).

De (3.43), a Figura 3.57 representa um gráfico de variação da derivada da aceleração angular do campo magnético girante em função de θ , para $\chi_{11} = \chi_{21} = 1$, e para $\chi_{31} = 0$; $\chi_{31} = 0,5$ e $\chi_{31} = 1$.

Da Figura 3.57, para θ compreendido entre os limites 0 e π , verifica-se que, para quaisquer valores de χ_{31} compreendidos entre 0 e 1 , a derivada da aceleração apresenta dois valores máximos iguais e um valor mínimo para $\theta = \theta_{\gamma m} = \pi/3$, sendo $\theta_{\gamma m}$ o ângulo que corresponde à aceleração nula. Ainda da Figura 3.57 se verifica que, para $\chi_{11} = \chi_{21} = \chi_{31} = 1$, a derivada da aceleração, em ordem a θ , é sempre nula, e que as áreas acima e abaixo do eixo horizontal, para $\chi_{31} = 0$ e para $\chi_{31} = 0,5$, são iguais. Também se verifica que a derivada da aceleração mínima tende para valores negativos, extremamente elevados, quando $\chi_{31} \rightarrow 0$.

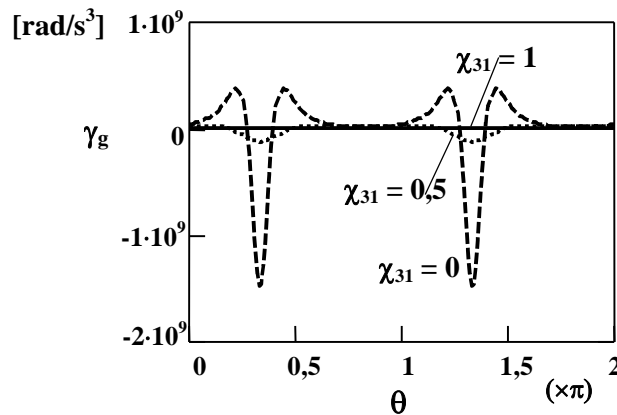


Figura 3.57 - Derivadas da aceleração angular do campo magnético girante γ_g em função de θ .

Número de fases	Disposição dos eixos dos enrolamentos	Sequência das intensidades de corrente	Observações
(2) Bifásico c/ enrolam. em quadratura e correntes desfasadas de $\pi/2$			c. m. circular; $\alpha_e = \pi/2$ $B_{\text{máx}} = B_{\text{mín}} = B_{1M}$ $\bar{b}_\theta = B_{1M} e^{j\theta}$
(2) Bifásico c/ enrolam. em quadratura e correntes desfasadas de $2\pi/3$			c. m. elíptico; $\alpha_e = \pi/2$ $B_{\text{máx}} = 1,225 B_{1M}$ $B_{\text{mín}} = 0,707 B_{1M}$ $\bar{b}_\theta = B_{1M} \left[\cos\theta + j \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \right]$
(3) Trifásico c/ falta de uma fase e com neutro			c. m. elíptico; $\alpha_e = 2\pi/3$ $B_{\text{máx}} = 1,5 B_{1M}$ $B_{\text{mín}} = 0,5 B_{1M}$ $\bar{b}_\theta = B_{1M} \left[\cos\theta + \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) e^{j\frac{2\pi}{3}} \right]$
(3) Trifásico c/ falta de uma fase e sem neutro			c. m. pulsante; $\alpha_e = 2\pi/3$ $B_{\text{máx}} = 1,5 B_{1M}$ $B_{\text{mín}} = 0$ $\bar{b}_\theta = \frac{3}{2} B_{1M} \cos\theta e^{-j\frac{\pi}{6}}$
(3) Trifásico equilibrado			c. m. circular; $\alpha_e = 3\pi/2$ $B_{\text{máx}} = B_{\text{mín}} = 3 B_{1M} / 2$ $\bar{b}_\theta = \frac{3}{2} B_{1M} e^{j\theta}$

Tabela 3.IV- Disposição dos eixos dos enrolamentos e das correntes de alguns tipos de máquinas assíncronas. Esboços dos respectivos campos magnéticos resultantes.

Na Tabela 3.IV apresentam-se campos girantes de tipologias de máquinas eléctricas mais utilizadas, em que se consideram apenas as primeiras harmónicas, bem como simetrias entre correntes, mesmo incluindo situações em que exista falta de fase.

- Com os eixos dos três enrolamentos simetricamente distribuídos no primário, formando-se, entre quaisquer dois deles, ângulos de $2\pi/3$, e supondo que os ângulos de defasagem das correntes, em relação à origem dos tempos (semieixo real), são de $\varphi_{10} = 0$, de $\varphi_{20} = -2\pi/3$ e de $\varphi_{30} = -4\pi/3$, respectivamente, e em que se consideram as seguintes três situações distintas:

- a) $\chi_{11} = \chi_{21} = \chi_{31} = 1$ e $\chi_{13} = \chi_{23} = \chi_{33} = 0,2$ (1^{as} e 3^{as} harmónicas no mesmo sentido);
- b) $\chi_{11} = 1$, $\chi_{21} = 0,9$ e $\chi_{31} = 0,8$ (apenas são consideradas as 1^{as} harmónicas);
- c) $\chi_{11} = \chi_{21} = \chi_{31} = 1$ (também apenas são consideradas as 1^{as} harmónicas).

Perante os dados indicados nas alíneas a), b) e c), para $m_1 = 3$ e $\Theta = 0$, nas Figuras 3.58, 3.59, 3.60, 3.61 e 3.62 são apresentados diversos tipos de gráficos, de acordo com as expressões (3.20), (3.25), (3.29), (3.31), (3.33) e (3.35).

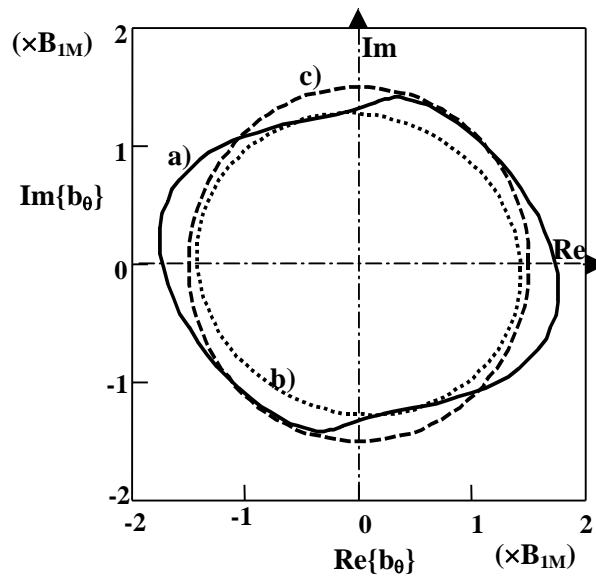


Figura 3.58 - Representação dos lugares geométricos dos campos girantes.

Considerando apenas a existência das primeiras harmónicas, da Figura 3.58, verifica-se que o campo girante do primário é sempre elíptico desde que os coeficientes χ_{11} , χ_{21} e χ_{31} não sejam todos iguais. Com a existência de outras harmónicas, para além das primeiras, os campos passam a ter configurações de aspectos mais complexos, pelo que se torna conveniente um estudo caso a caso.

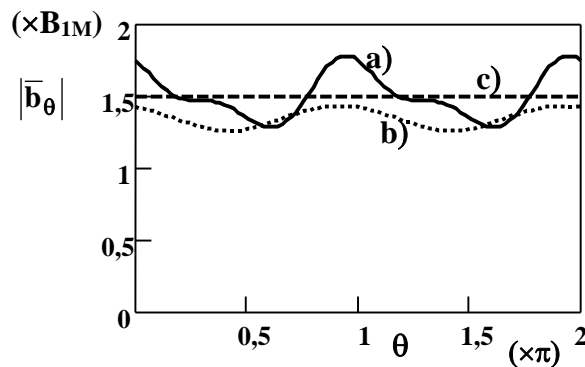


Figura 3.59 - Variação da indução do campo girante, em módulo, em função de θ .

Da Figura 3.59, em que se considera $\mathbf{B}_{1M} \equiv \mathbf{B}_M$, verifica-se que o módulo campo girante apresenta as seguintes características:

- **a)** oscila entre $1,285 \mathbf{B}_M$ e $1,785 \mathbf{B}_M$;
- **b)** oscila entre $1,263 \mathbf{B}_M$ e $1,437 \mathbf{B}_M$;
- **c)** é constante igual a $1,5 \mathbf{B}_M$.

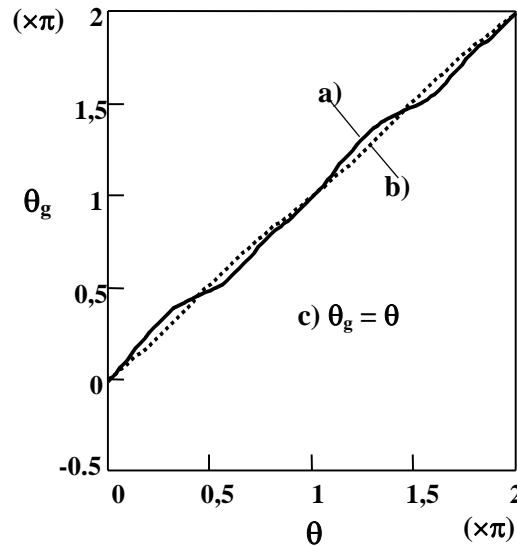


Figura 3.60 - Relação entre a posição do campo girante, θ_g , e a posição angular, θ .

Da Figura 3.60, verifica-se que para $\theta_g = \theta$ apenas para $\chi_{11} = \chi_{21} = \chi_{31} = 1$. Nos casos das alíneas **a)** e **b)** a posição inicial do campo girante é de $\theta_g = -0,049$ e de $\theta_g = -0,030$ rad, respectivamente.

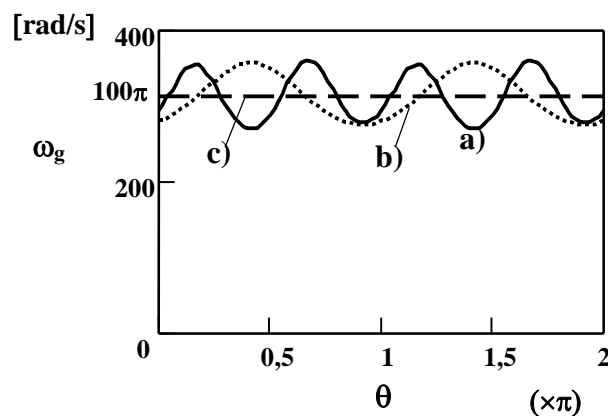


Figura 3.61 - Velocidade angular do campo girante ω_g em função de θ .

Da Figura 3.61 verifica-se que para $\chi_{11} = \chi_{21} = \chi_{31} = 1$, a velocidade angular do campo girante é igual a ω ($f = 50$ Hz). Nos casos das alíneas **a)** e **b)** a velocidade ω_g oscila em torno ω .

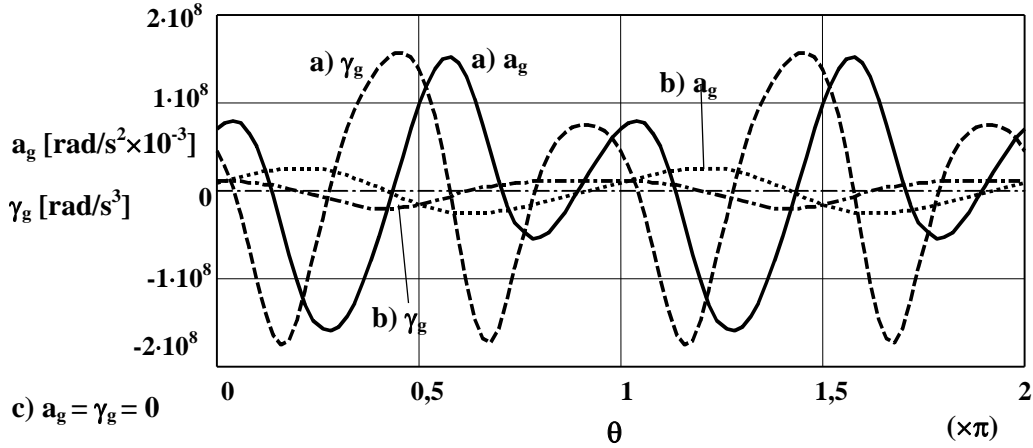


Figura 3.62 - Aceleração angular e derivada da aceleração angular em função de θ

Por observação das Figuras 3.58 a 3.62 verifica-se que outras soluções podem ser obtidas para qualquer sistema trifásico desequilibrado. Portanto, no caso de se considerarem outras harmónicas oriundas da rede ($\nu = \pm 3, \pm 5, \dots$), os campos magnéticos girantes deixam de ser circulares ou elípticos puros para tomarem configurações mais ou menos complexas.

No Anexo B serão estudados os campos girantes a partir das componentes directas, inversas e homopolares dos campos magnéticos trifásicos [62, 75].

3.2 CAMPO MAGNÉTICO VIAJANTE

O campo magnético viajante é análogo ao campo girante estudado anteriormente, com a diferença de que, nos extremos de um ALI (plano ou tubular), a densidade de fluxo possa sofrer frequentes distorções devido ao efeito da variação das características ferromagnéticas nas extremidades.

Dado que, relativamente ao campo magnético girante, a variável complexa $\bar{\mathbf{b}}(\Theta, \theta) \equiv \bar{\mathbf{b}}_{\Theta, \theta}$ é substituída, no caso do campo viajante, por $\bar{\mathbf{b}}(\mathbf{x}, t) \equiv \bar{\mathbf{b}}_{\mathbf{x}, t}$ ou por $\bar{\mathbf{b}}(\mathbf{x}, \theta) \equiv \bar{\mathbf{b}}_{\mathbf{x}, \theta}$ ($\theta = \omega t$). Por vezes, por uma questão de simplificação, pode-se considerar que $\mathbf{b}(\mathbf{x}, t) \equiv \text{Im}\{\bar{\mathbf{b}}(\mathbf{x}, t)\}$, ou ainda mesmo $\mathbf{b}(\mathbf{x}, t) \equiv \text{Re}\{\bar{\mathbf{b}}(\mathbf{x}, t)\}$, de acordo com cada análise específica que seja mais apropriada a um determinado estudo. Este campo viajante, no caso mais geral, será considerado o campo de indução magnética no entreferro, com o secundário em vazio.

Na Figura 3.63 apresenta-se a distribuição do campo viajante de um ALIP trifásico, ao longo de toda a superfície de um primário com 24 cavas e 4 pólos, para $\theta = \pi$ ($\bar{\mathbf{i}}_1 = 0$, $\bar{\mathbf{i}}_2 = +\sqrt{3}/2$ e $\bar{\mathbf{i}}_3 = -\sqrt{3}/2$, em p.u.) [11, 35, 39].

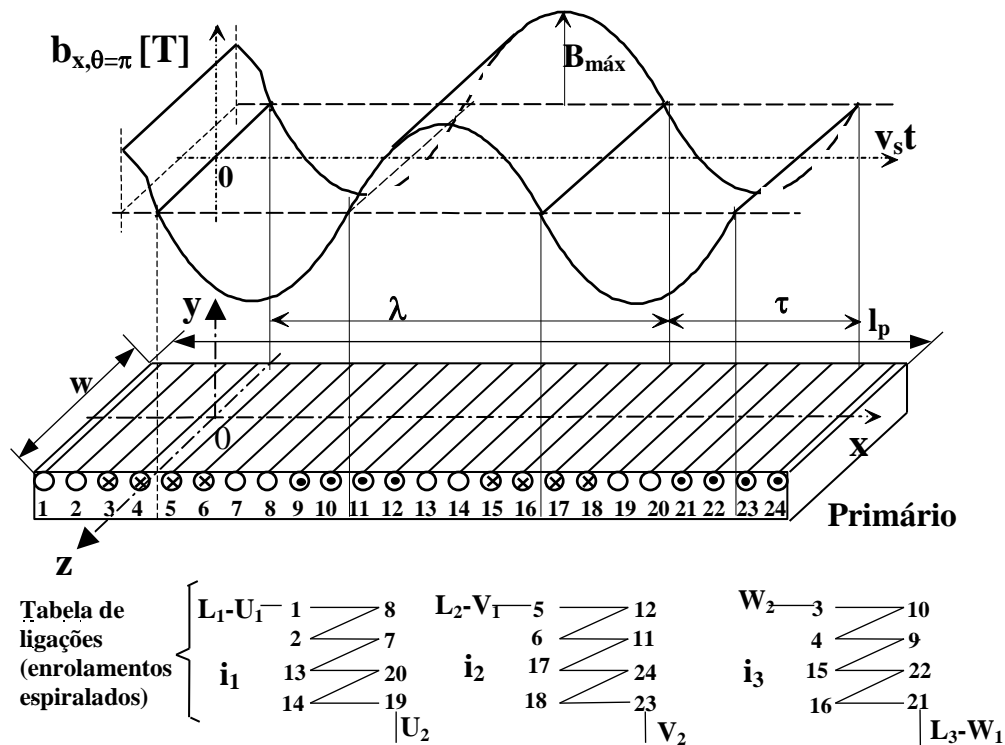


Figura 3.63 - Representação do campo viajante ao longo do plano da superfície do primário de um ALIP trifásico com 4 pólos, para diversos valores de $v_s t$.

Da Figura 3.63, v_s representa a velocidade de sincronismo do campo girante, em **m/s**, λ o comprimento de onda, em **m**, e l_p e w , o comprimento útil e a largura útil do primário, respectivamente. Note-se que, ainda da Figura 3.63, o número de cavas bobinadas por pólo e por fase é igual a dois ($q = 2$).

Representa-se na Figura 3.64, em alçado, o esboço aproximado das l.f.c.m., segundo um plano vertical, criadas pelas correntes de um sistema trifásico.

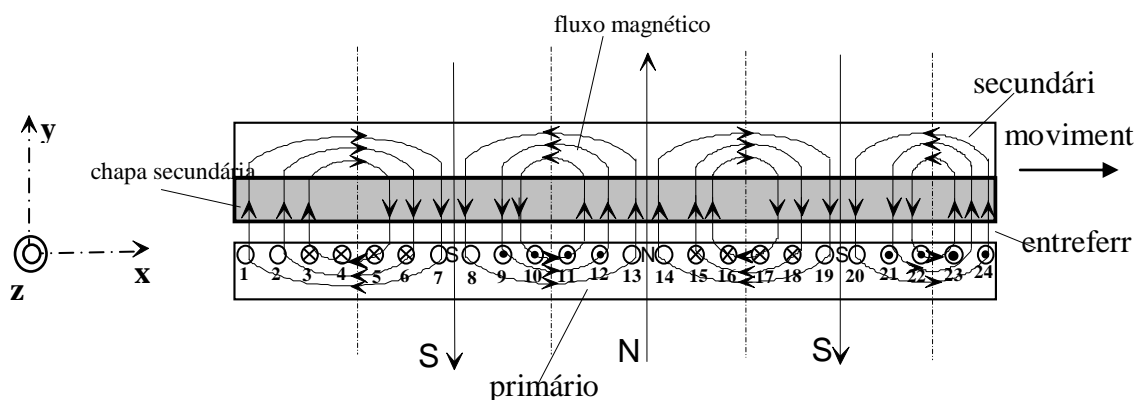


Figura 3.64 - Obtenção do campo viajante de um ALIP com 4 pólos num dado instante. Para inverter o sentido de movimento basta trocar as ligações em quaisquer 2 fases.

Da Figura 3.64, também se verifica que, neste caso, o sentido do movimento do secundário é da esquerda para a direita.

Como se pode observar, pelas Figuras 3.63 e 3.64, existem 4 circuitos magnéticos de campos viajantes, cada um com a largura de um passo polar, excepto nas extremidades onde existem algumas flutuações devido às descontinuidades, em termos espaciais, dos circuitos eléctricos e magnéticos.

- Partindo do princípio que a uma sinusóide completa de quaisquer das correntes primárias, depois de planificada, corresponde a um comprimento de uma onda planificada, λ , de quaisquer dos campos indutores; assim a um ângulo genérico Θ ($0 \leq \Theta \leq 2\pi$), em **rad**, corresponde, depois de planificado, a uma distância linear x , compreendida entre os limites 0 e 2τ (duplo passo polar).

Dado que p designa o número de pares de pólos de uma máquina eléctrica, o ângulo Θ , em grandezas eléctricas, está relacionado com o ângulo Θ_m , em grandezas mecânicas, por $\Theta = p\Theta_m$.

No caso de se considerar um ALI (plano ou tubular), o ângulo Θ é substituído pelo correspondente comprimento do arco planificado, em grandezas eléctricas; para esse efeito pode-se considerar a seguinte regra simples:

$$\begin{aligned} 2\pi \text{ rad} &\longleftrightarrow \lambda \\ \Theta \text{ rad} &\longleftrightarrow x \end{aligned} \quad (3.79)$$

em que λ resulta do produto de π/p pelo diâmetro da circunferência média geométrica do entreferro, D_{me} , de uma máquina de indução rotativa que, depois de planificada, dá origem a um ALI. Para uma máquina de indução com p pares de pólos, depois de planificada, o comprimento de onda, ou do duplo passo polar, será dado por

$$\lambda = 2\tau = \frac{\pi D_{me}}{p} = \frac{l_p}{p} \quad (3.80)$$

sendo τ o passo polar linear (distância entre pólos indutores consecutivos), este pode relacionar-se com o comprimento de onda λ , de (3.80), por $\tau = \lambda/2$. A grandeza τ é sempre constante e, em grandezas eléctricas, igual a π **rad**.

Assim, da relação (3.79), resultará

$$\Theta = \frac{2\pi}{\lambda} x = \frac{\pi}{\tau} x \quad (3.81)$$

Definindo β como uma grandeza que representa o número de onda, virá

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{\tau} \quad (3.82)$$

obtendo-se assim,

$$\Theta = \beta x \quad (3.83)$$

Para se determinarem as induções do campo viajante basta recorrer à expressão (3.17), substituindo-se o valor de Θ obtido na expressão (3.81). Assim, numa primeira análise, considerando que a indução só tem componentes segundo o eixo vertical \mathbf{x} , obtém-se

$$\bar{b}(x, t) = B_{IM} \sum_{i=1}^{m_1} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} \cos(v\theta + \varphi_{iv}) e^{j(\alpha_i - \frac{\pi x}{\tau})} \quad (3.84)$$

A expressão (3.84) é generalizada para toda e qualquer amplitude e ângulo de fase das correntes, incluindo diversas ordens de harmónica, e mesmo até para situações em que os enrolamentos não se encontrem igualmente distanciados uns dos outros. De (3.84), no caso de se considerarem apenas as ondas fundamentais das correntes nas fases, virá

$$\bar{b}(x, t) = B_{IM} \sum_{i=1}^{m_1} \chi_{i1} \cos(\theta + \varphi_{i1}) e^{j(\alpha_i - \frac{\pi x}{\tau})} \quad (3.85)$$

É importante ter em consideração que a expressão (3.84) pode tomar outro aspecto sem que haja perda de generalidade, pois consiste em trocar a função coseno pela função seno, o que significa que a referencia segundo o eixo real passe a ser segundo o eixo imaginário, ou seja,

$$\bar{b}(x, t) = B_{IM} \sum_{i=1}^{m_1} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} \sin(v\theta + \varphi_{iv}) e^{j(\alpha_i - \frac{\pi x}{\tau})} \quad (3.86)$$

Aceitando (3.86) como uma expressão de base de análise, todas as que se seguem irão ter a mesma alteração, isto é, a substituição desta função coseno pela função seno.

De (3.24), no caso de se considerarem apenas as ondas fundamentais ($v = 1$), considerando que $\chi_{11} = \chi_{21} = \dots = \chi_{m_1 1} = 1$ e que as correntes fasoriais, que geram as induções, se encontram igualmente desfasadas umas das outras, para $m_1 = 1, 2, 3, \dots$, e para $\Theta = \pi x / \tau$, obtém-se

$$\bar{\mathbf{b}}(\mathbf{x}, t) = \begin{cases} m_1 B_M e^{-j\frac{\pi x}{\tau}} \cos \theta; & m_1 = 1 \text{ ou } m_1 = 2 (\alpha_e = \pi) \\ \frac{m_1 B_M}{2} e^{j(\theta - j\frac{\pi x}{\tau})}; & m_1 \geq 3 \text{ ou } m_1 = 2 (\alpha_e = \frac{\pi}{2} \wedge \prec(\varphi_{11}, \varphi_{21}) = \pi/2) \end{cases} \quad (3.87)$$

Para $\mathbf{v} = 1$, é importante verificar que a primeira expressão de (3.87), para $\mathbf{m}_1 = 2$, só é válida se os eixos dos dois enrolamentos estiverem em oposição. No caso de os enrolamentos estarem em quadratura ($\alpha_e = \pi/2$), caso vulgar, com as correntes iguais e desfasadas, entre si, também de $\pi/2$, dever-se-á utilizar a segunda expressão de (3.87).

Por outro lado, representando $\mathbf{B}_{\text{máx}}$ a amplitude do campo viajante, para $\mathbf{m}_1 \geq 3$, ou para $\mathbf{m}_1 \geq 2$ com os enrolamentos em quadratura, pode-se considerar que $\mathbf{B}_{\text{máx}} = \mathbf{m}_1 \mathbf{B}_M/2$. Também, para $\mathbf{m}_1 = 1$ ou para $\mathbf{m}_1 = 2$ com os enrolamentos em oposição, pode-se admitir que $\mathbf{B}_{\text{máx}} = \mathbf{m}_1 \mathbf{B}_M/2$. Assim de (3.87) virá

$$\bar{\mathbf{b}}(\mathbf{x}, t) = \begin{cases} 2\mathbf{B}_{\text{máx}} e^{-j\frac{\pi x}{\tau}} \cos \theta; & m_1 = 1 \text{ ou } m_1 = 2 (\alpha_e = \pi) \\ \mathbf{B}_{\text{máx}} e^{j(\theta - j\frac{\pi x}{\tau})}; & m_1 \geq 3 \text{ ou } m_1 = 2 (\alpha_e = \frac{\pi}{2} \wedge \prec(\varphi_{11}, \varphi_{21}) = \pi/2) \end{cases} \quad (3.88)$$

Também para $\mathbf{v} = 1$, a expressão (3.20) pode ser utilizada para o caso específico, em que se considera um ALI bifásico com os enrolamentos em quadratura e as duas correntes iguais e desfasadas, entre si, de $2\pi/3$.

$$\bar{\mathbf{b}}(\mathbf{x}, t) = B_{\text{IM}} \sum_{i=1}^2 \cos \left[\theta - \frac{2\pi(i-1)}{3} \right] e^{j \left[\frac{\pi(i-1)}{2} - \frac{\pi x}{\tau} \right]} \quad (3.89)$$

Das expressões (3.85) ou (3.87), para $\mathbf{v} = 1$, a Figura 3.65 representa a variação das componentes reais do campo viajante, $\text{Re}\{\bar{\mathbf{b}}(\mathbf{x}, t)\}$, em função de \mathbf{x} (para valores compreendidos entre os limites 0 e 2τ), e de \mathbf{t} ou de θ (para valores de $\theta = \omega t$ compreendidos entre os limites 0 e 2π), de um ALI trifásico de correntes equilibradas [57, 73]. De (3.86), para $\mathbf{v} = 1$, a variação das componentes imaginárias do campo viajante, $\text{Im}\{\bar{\mathbf{b}}(\mathbf{x}, t)\}$, estaria em oposição relativamente às componentes apresentadas no gráfico indicado na Figura 3.65.

Para $\mathbf{v} = 1$, a Figura 3.66 representa a variação das componentes imaginárias do campo viajante, $\text{Im}\{\bar{\mathbf{b}}(\mathbf{x}, t)\}$, em função de \mathbf{x} (para valores compreendidos entre os limites 0 e 2τ), e de \mathbf{t} ou de θ (para valores de $\theta = \omega t$ compreendidos entre os limites 0 e 2π), de um ALI trifásico de correntes também equilibradas.

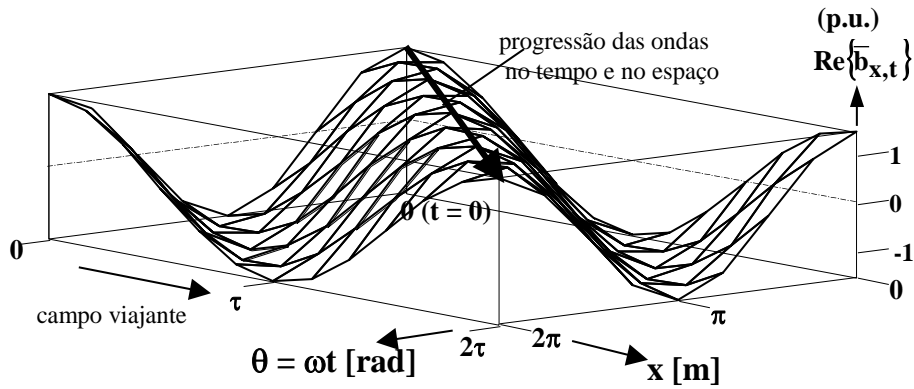


Figura 3.65 - Componentes reais do campo viajante, segundo x e segundo t . ALI trifásico de correntes equilibradas.

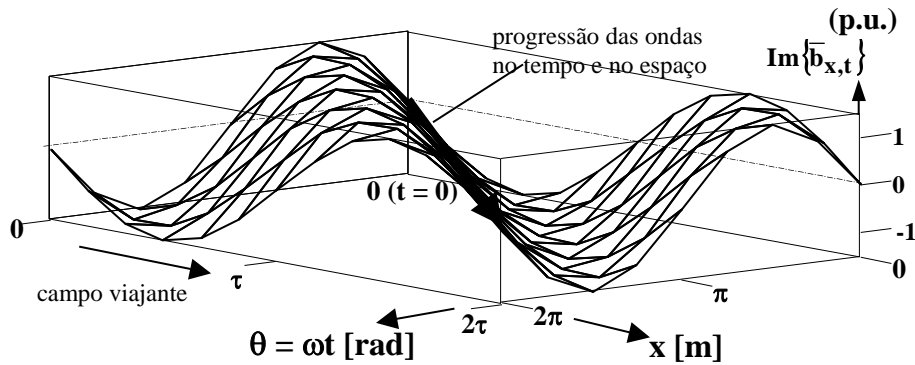


Figura 3.66 - Componentes imaginárias do campo viajante, segundo x e segundo t . ALI trifásico de correntes equilibradas.

Também para a expressão (3.86), para $\mathbf{v} = \mathbf{1}$, a variação das componentes reais do campo viajante, $\text{Re}\{\bar{\mathbf{b}}(\mathbf{x},t)\}$, estaria em fase com as componentes do gráfico indicado na Figura 3.66. Isto significa que os afixos das grandezas obtidas a partir de (3.86) estão deslocados, no sentido directo do plano de Argand, de $\pi/2$ relativamente aos resultados obtidos a partir de (3.84).

Para $\mathbf{v} = \mathbf{1}$, de (3.85), a Figura 3.67 representa a variação das componentes reais do campo viajante, $\text{Re}\{\bar{\mathbf{b}}(\mathbf{x},t)\}$, em função de x (para valores compreendidos entre os limites 0 e 2π), e de t ou de θ (para valores de $\theta = \omega t$ compreendidos entre os limites 0 e 2π), de um ALI trifásico de correntes equilibradas, mas com troca de duas fases (\mathbf{L}_2 com \mathbf{L}_3 , o que corresponde a $\varphi_{21} = -4\pi/3$ e a $\varphi_{31} = -2\pi/3$, sendo $\varphi_{11} = 0$).

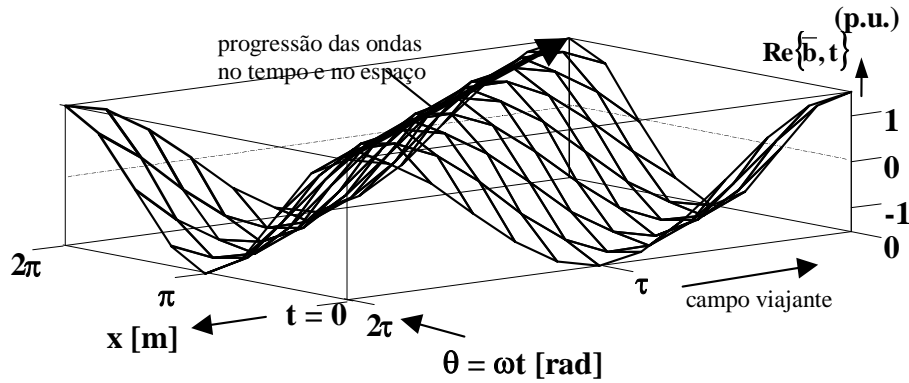


Figura 3.67 - Componentes reais do campo viajante, segundo x e segundo t . ALI trifásico de correntes equilibradas mas com troca de duas fases.

Da Figura 3.67, verifica-se que sentido do campo viajante é invertido, isto é, propaga-se de 2τ para 0 , segundo o eixo x .

Ainda para $\nu = 1$, de (3.85) ou de (3.89), a Figura 3.68 representa a variação das componentes reais do campo viajante, $\text{Re}\{\bar{b}(x, t)\}$, em função de x (para valores compreendidos entre os limites 0 e 2τ), e de t ou de θ (para valores de $\theta = \omega t$ compreendidos entre os limites 0 e 2π), de um ALI bifásico, para $\alpha_e = \pi/2$, e de correntes iguais e desfasadas, entre si, de $2\pi/3$.

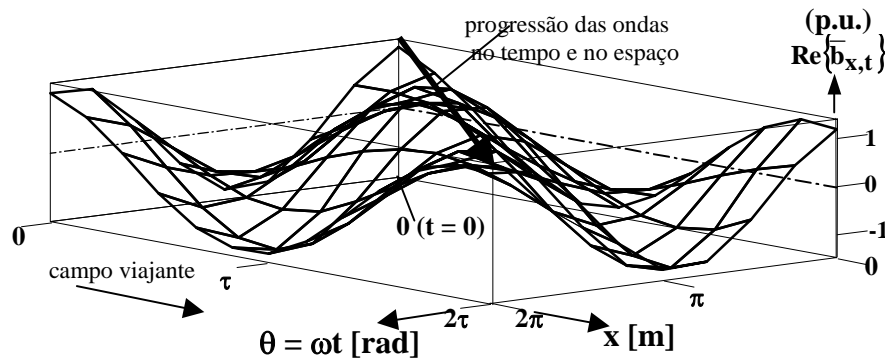


Figura 3.68 - Componentes reais do campo viajante, segundo x e segundo t . ALI bifásico de correntes iguais e de enrolamentos em quadratura.

Da Figura 3.68, pode-se verificar que a crista da onda do campo viajante, compreendida entre os limites $\omega t = 0$ e $\omega t = 2\pi$, não é constante, contrariamente ao que se pode observar através das Figuras 3.65, 3.66 e 3.67.

É importante considerar que, por exemplo, as grandezas posição angular (θ_g), velocidade angular (ω_g), aceleração angular (a_g), e derivada da aceleração angular do campo girante (γ_g), descritas no Subcapítulo 3.1, poderão ser substituídas, relativamente aos campos viajantes (ou passeantes), segundo o eixo x , por posição longitudinal (θ_l),

em \mathbf{m} , velocidade longitudinal (ω_l), em $\mathbf{m/s}$, aceleração longitudinal (\mathbf{a}_l), em $\mathbf{m/s^2}$, e derivada da aceleração longitudinal (γ_l), em $\mathbf{m/s^3}$, respectivamente.

Voltando a considerar que $\Theta = \pi x / \tau$, e dado que o comprimento de um arco de circunferência é igual ao produto do valor desse arco, em **rad**, pelo raio dessa mesma circunferência, sendo τ o passo polar de um ALI, em \mathbf{m} , correspondente a um arco, também chamado polar, de $\pi/2$ **rad**, medido em ângulos eléctricos, então as grandezas θ_l , de (3.29), ω_l , de (3.31), \mathbf{a}_l , de (3.33), e γ_l , de (3.35), serão dadas por

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_l = \frac{2\tau}{\pi} \theta_g = \frac{\lambda}{\pi} \theta_g \\ \omega_l = \frac{2\tau}{\pi} \omega_g = \frac{\lambda}{\pi} \omega_g \\ \mathbf{a}_l = \frac{2\tau}{\pi} \mathbf{a}_g = \frac{\lambda}{\pi} \mathbf{a}_g \\ \gamma_l = \frac{2\tau}{\pi} \gamma_g = \frac{\lambda}{\pi} \gamma_g \end{array} \right. \quad (3.90)$$

• Considerando que a pulsação do campo girante, em grandezas mecânicas, é dada por ω_m , a correspondente velocidade periférica, ou após a planificação do campo viajante, será dada por

$$v_s = \frac{\omega_m D_{me}}{2} = \frac{\omega D_{me}}{2p} \quad (3.91)$$

Esta velocidade linear síncrona de propagação da onda fundamental \mathbf{v}_s , em função do comprimento de onda após a planificação da máquina rotativa ($\lambda = \pi D_{m,ef} / p$, $\omega = 2\pi f$ e $\tau_l = \lambda / 2$), também pode ser igual a

$$v_s = \lambda f = 2\tau f \quad (3.92)$$

De (3.92) verifica-se que a velocidade de sincronismo, originada pelo campo viajante do primário, depende directamente do comprimento do passo polar e da frequência da rede. Ainda de (3.92) verifica-se que a velocidade síncrona do campo viajante é proporcional ao comprimento do passo polar, τ , e à frequência, f . A velocidade de sincronismo, \mathbf{v}_s , também pode ser representada, em função da velocidade angular em grandezas eléctricas, ω , ou em função da velocidade angular em grandezas mecânicas, ω_m , por

$$v_s = \frac{\omega}{\beta} = \frac{p\omega_m}{\beta} \quad (3.93)$$

3.2.1 Campo Magnético Viajante em Actuadores com Número Inteiro de Pólos

Neste subcapítulo começa-se por introduzir a noção de densidade linear de corrente no primário, cuja análise será desenvolvida no Capítulo 4 [11, 39, 41, 59].

Assim, a densidade linear de corrente no primário, que em grandezas instantâneas se representa por \mathbf{j}_1 , em $\mathbf{A/m}$, corresponde teoricamente a uma lâmina (para o caso de ALIPs) ou a um tubo cilíndrico de pequena espessura (para o caso de ALITs) percorridos por corrente, que irá contabilizar parte da corrente, por unidade de comprimento, medida transversalmente ao sentido dessas mesmas linhas de corrente, e que são originadas pelas correntes das fases dos enrolamentos.

Partindo do princípio que a parte imaginária da onda sinusoidal da densidade linear de corrente, para $\mathbf{x} = \mathbf{0}$, está em fase com a origem dos tempos ($\mathbf{t} = \mathbf{0}$), ou seja, $\text{Im}\{\bar{\mathbf{j}}_1(\mathbf{x} = \mathbf{0}, \mathbf{t} = \mathbf{0})\} = \mathbf{0}$, verifica-se que, do mesmo modo, a parte imaginária do campo viajante da indução magnética está desfasada de $\tau/2$, de acordo com a sequência das ligações dos terminais dos enrolamentos à rede. A Figura 3.69 apresenta um gráfico tridimensional da densidade de corrente e do campo viajante (atrasado de $\tau/2$).

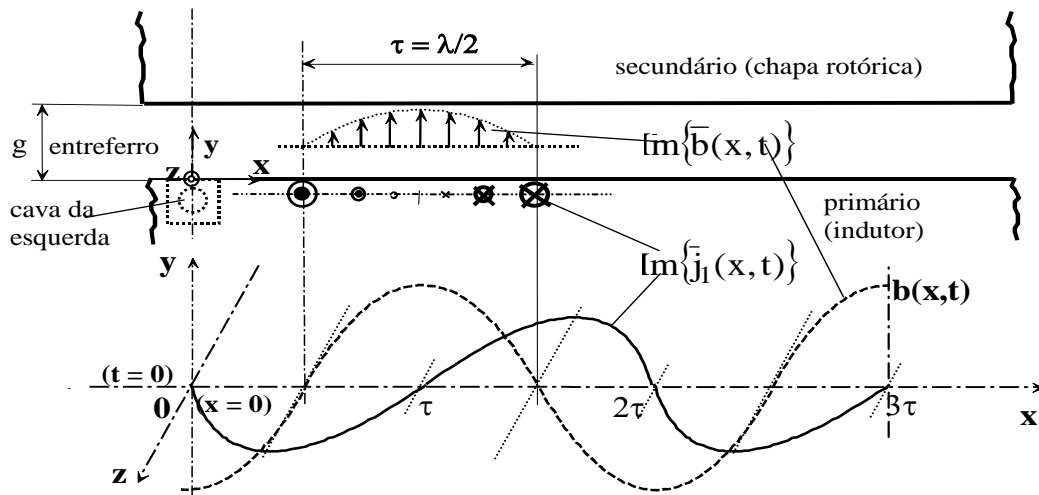


Figura 3.69 - Distribuição aproximada do campo viajante no entreferro e da densidade linear de corrente no primário, para $\omega t = 0$.

Pelo facto de se ter considerado que a corrente $\bar{\mathbf{i}}_1$, de um sistema trifásico, costuma estar em fase com a origem dos tempos, não invalida esta opção quanto à variação de $\bar{\mathbf{j}}_1(\mathbf{x}, \mathbf{t})$, pois a sua variação depende sobretudo da maneira como as fases estão alojadas nas cavas, como já se referiu anteriormente.

Admitindo que a densidade linear de corrente apresenta uma variação sinusoidal, de amplitude $\mathbf{J}_{1\text{máx}}$, tal como a indução magnética do campo viajante, a grandeza instantânea dessa densidade linear de corrente, em que κ representa o índice de harmónica devido à sucessão de cavas e de dentes (considera-se que só existem ondas fundamentais oriundas da rede eléctrica - $\mathbf{v} = \mathbf{1}$), poderá vir a ser dada por

$$\bar{j}_1(x, t) = J_{1\text{máx}} e^{j(\kappa \omega t + \varphi_{j1} - \frac{\pi x}{\tau})} \quad (3.94)$$

Em que φ_{j1} representa o ângulo de fase para $t = 0$ e $x = 0$. Por vezes, por comodidade, é habitual considerar-se $\varphi_{j1} = 0$. Este assunto será estudado, mais em pormenor, no Capítulo 4.

Considerando a Figura 3.70 e aplicando a lei de Ampère ao troço (ABCD) de largura elementar dx , como se indica na Figura 3.69, admite-se que a indução só tem componentes segundo o eixo y [11, 39].

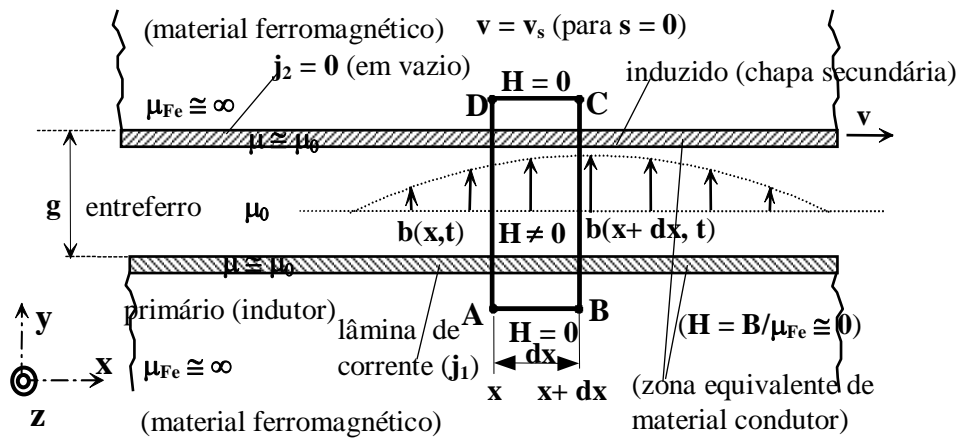


Figura 3.70 - Distribuição aproximada do campo viajante no entreferro em vazio e estudo da variação de indução entre x e $x+dx$, admitindo que, a variação de corrente ao longo do primário é sinusoidal.

Da Figura 3.70, $b(x, t)$ representa a indução magnética do campo viajante ao nível do entreferro, $j_2(x, t)$ a densidade linear de corrente no secundário, b a grandeza instantânea da indução magnética, H o valor eficaz da intensidade do campo magnético, μ_{Fe} a permeabilidade magnética do material ferromagnético, e μ_0 a permeabilidade magnética do ar ou dos materiais condutores, sem se considerar o ferro.

Considerando g_{eq} a espessura equivalente do entreferro, circulando ao longo do caminho fechado (ABCD) e admitindo apenas como variável a posição x ao longo do comprimento do primário, em grandezas complexas, obtém-se

$$\frac{\bar{b}(x + dx, t) - \bar{b}(x, t)}{dx} = \frac{\mu_0 \bar{j}_1(x, t)}{g_{eq}} \quad (3.95)$$

Da expressão (3.95), no limite quando $dx \rightarrow 0$, $\bar{b}(x + dx, t) - \bar{b}(x, t)$ tende para o diferencial $d\bar{b}(x, t)$, Figura 3.70; por isso também de (3.94), simplificando para $\kappa = 1$ e para $\varphi_{j1} = 0$, pode-se escrever

$$d\bar{b}(x, t) = \frac{\mu_0}{g_{eq}} \bar{j}_1(x, t) dx = \frac{\mu_0}{g_{eq}} J_{1máx} e^{j(\omega t - \frac{\pi x}{\tau})} dx \quad (3.96)$$

que, integrando em ordem à variável x , conduz a

$$\bar{b}(x, t) = j \frac{\mu_0 \tau}{\pi g_{eq}} J_{1máx} e^{j(\omega t - \frac{\pi x}{\tau})} + \bar{C}_1 \quad (3.97)$$

Como as linhas de força do campo magnético são fechadas, isto significa que ao longo do comprimento útil primário o balanço dessas l.f.c.m. que atravessam o entreferro é nulo, ou seja, o fluxo algébrico total é igual a zero. Para simplificação, supõe-se que a quantidade de l.f.c.m. fora do comprimento útil do primário, constituído, na sua maior parte, por ar, é praticamente nula. Assim, para se determinar a constante de integração \bar{C}_1 , pode-se considerar a expressão (3.98), em que λ representa o comprimento de onda e p o número de pares de pólos do indutor ou do primário, sendo o comprimento útil do primário igual a $l_p = \lambda \cdot p$.

$$\phi_{l_p} = \int_0^{\lambda p} \bar{b}(x, t) dx = \int_0^{\lambda p} \left[j \frac{\mu_0 \tau}{\pi g_{eq}} J_{1máx} e^{j(\omega t - \frac{\pi x}{\tau})} + \bar{C}_1 \right] dx = 0 \quad (3.98)$$

Feita a integração anterior e efectuando algumas simplificações, obtém-se

$$\bar{C}_1 = - \frac{j \mu_0 \tau J_{1máx} e^{j(\omega t - \pi p)}}{\pi^2 g_{eq} p} \sin \pi p \quad (3.99)$$

De (3.99), substituindo o valor de \bar{C}_1 na expressão (3.97), e considerando que a indução máxima do campo viajante, ao nível do entreferro, é dada por

$$B_{1máx} = \frac{\mu_0 \tau J_{1máx}}{\pi g_{eq}}, \text{ depois de algumas simplificações, resultará}$$

$$\bar{b}(x, t) = B_{1máx} e^{j(\omega t - \frac{\pi x}{\tau} + \frac{\pi}{2})} - \frac{1}{\pi p} B_{1máx} e^{j(\omega t - \pi p + \frac{\pi}{2})} \sin \pi p \quad (3.100)$$

De (3.100) verifica-se, de acordo com a Figura 3.69, que o termo $e^{j\pi/2}$ resulta de desfasagem da indução de $\pi/2$ relativamente à densidade de corrente $\bar{j}_1(x, t)$. Como se considerou que o termo $\phi_{j1} = 0$, também, pela mesma lógica, se pode substituir o termo $e^{j\pi/2}$ por uma unidade. Da Figura 3.69 se, por exemplo, se trocassem as posições relativas do primário com o secundário, o termo $e^{j\pi/2}$ seria substituído por $e^{-j\pi/2}$.

Ainda de acordo com (3.100), considera-se que $\bar{\mathbf{b}}(\mathbf{x}, t)$ tem duas componentes, a primeira dependente do tempo e da posição no primário $\bar{\mathbf{b}}_1(\mathbf{x}, t)$ e a segunda apenas dependente do tempo $\bar{\mathbf{b}}_2(\mathbf{x}, t) \equiv \bar{\mathbf{b}}_2(t)$ e é nula sempre que o número de pares de pólos seja inteiro ($\mathbf{p} \in \mathbf{N}$).

- Para ALIs com um número ímpar de pólos, \mathbf{p} torna-se num número fraccionário múltiplo de $1/2$ e por isso, da expressão (3.100), em que $\sin \pi \mathbf{p} = \pm 1$, a indução $\bar{\mathbf{b}}_2(t)$ pode ser expressa por [11, 39]

$$\bar{\mathbf{b}}_2(t) = \begin{cases} 0; & \mathbf{p} = 1, 2, 3, \dots \\ -\frac{1}{\pi \mathbf{p}} \mathbf{B}_{1\text{máx}} e^{j(\omega t - \pi \mathbf{p} + \frac{\pi}{2})} \sin \pi \mathbf{p}; & \mathbf{p} = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots \end{cases} \quad (3.101)$$

Isto significa que, ao contrário das máquinas rotativas de indução, é possível implementar ALIs, particularmente os tubulares e os planos, para um número ímpar de pólos, ou seja com \mathbf{p} fraccionário múltiplo de $1/2$. Este facto representa uma vantagem relativa deste tipo de actuadores, com excepção dos ALICs, pois permite dispor de uma maior gama de velocidades de sincronismo [19, 39].

Dado que o valor máximo do 1º termo do segundo membro da expressão (3.100) é $\mathbf{B}_{1\text{máx}}$ e o valor máximo do 2º termo da mesma expressão é, por sua vez,

$\mathbf{B}_{2\text{máx}} = \frac{1}{\pi \mathbf{p}} \mathbf{B}_{1\text{máx}}$; portanto a indução resultante, $\bar{\mathbf{b}}(\mathbf{x}, t)$, poderá variar entre o

mínimo e o máximo absolutos, respectivamente; $-\mathbf{B}_{\text{máx}} = -(1 + \frac{1}{\pi \mathbf{p}}) \mathbf{B}_{1\text{máx}}$ e

$+\mathbf{B}_{\text{máx}} = +(1 + \frac{1}{\pi \mathbf{p}}) \mathbf{B}_{1\text{máx}}$, e o mínimo e máximo relativos entre $-(1 - \frac{1}{\pi \mathbf{p}}) \mathbf{B}_{1\text{máx}}$ e

$+(1 - \frac{1}{\pi \mathbf{p}}) \mathbf{B}_{1\text{máx}}$, respectivamente.

De acordo com a expressão (3.100), a Figura 3.71 representa um esquema da distribuição aproximada da parte imaginária do campo viajante no entreferro de um ALI trifásico, $\text{Im}\{\bar{\mathbf{b}}(\mathbf{x}, t)\}$, de correntes equilibradas, em função de \mathbf{x} e para diversos valores de t compreendidos entre os limites 0 e $7T/8$, e apenas com um pólo ($\mathbf{p} = 1/2$).

Da Figura 3.71, verifica-se que o comprimento $\mathbf{l}_p = \tau$ corresponde apenas a meio período, o que significa que cada onda no início segundo meio período apresenta um ângulo de fase indicado no extremo direito da mesma Figura.

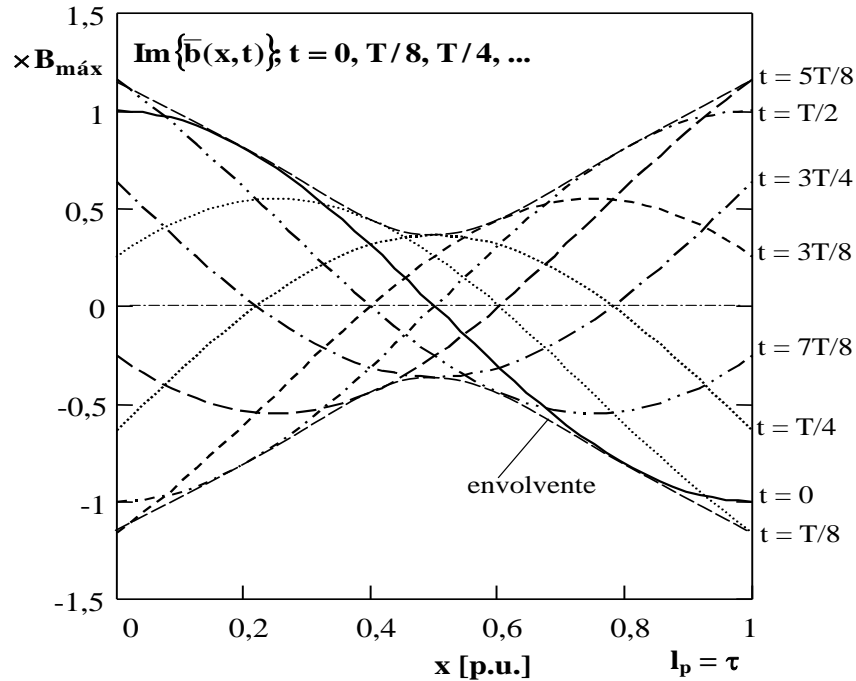


Figura 3.71 - Distribuição aproximada do campo viajante no entreferro em vazio de um ALI trifásico, com apenas um pólo, em função de x .

A Figura 3.72 representa um esquema da distribuição aproximada da parte imaginária do campo viajante no entreferro de um ALI trifásico, $\text{Im}\{\bar{b}(x,t)\}$, de correntes equilibradas, em função de x e para diversos valores de t compreendidos entre 0 e $7T/8$, e com três pólos ($p = 3/2$).

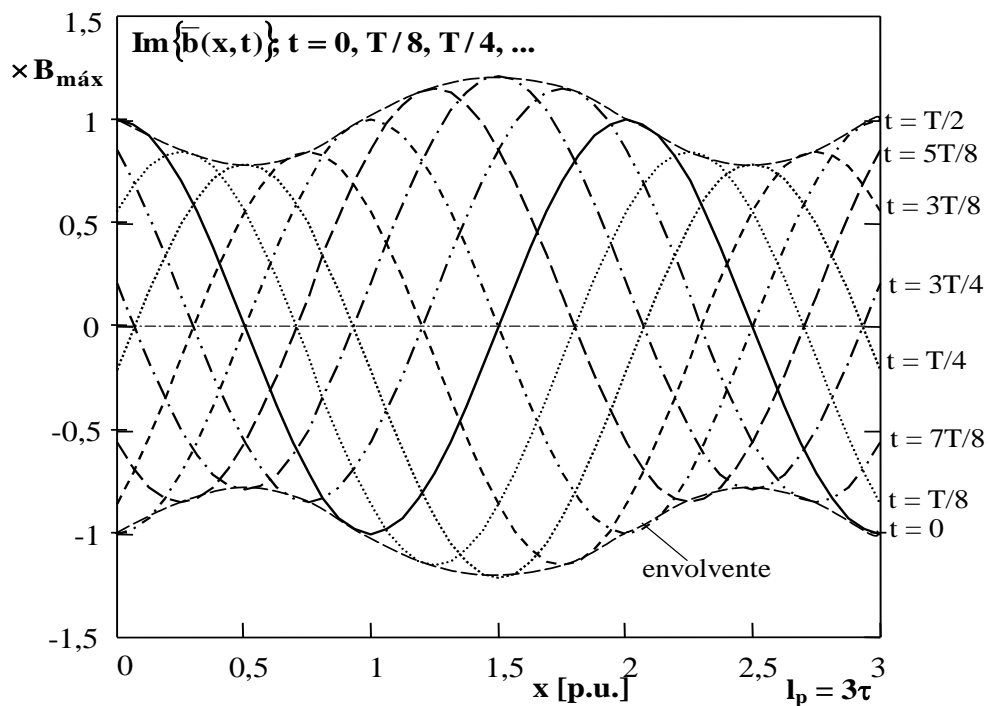


Figura 3.72 - Distribuição aproximada do campo viajante no entreferro em vazio de um ALI trifásico, com três pólos, em função de x .

Da Figura 3.72, verifica-se que o comprimento $l_p = 3\tau$ corresponde a três meios períodos, o que significa que cada onda no início segundo conjunto de três meios períodos apresenta um ângulo de fase indicado também no extremo direito desta Figura.

A Figura 3.73 representa um esquema da distribuição aproximada da parte imaginária do campo viajante no entreferro de um ALI trifásico, $\text{Im}\{\bar{b}(x,t)\}$, de correntes equilibradas, em função de t e para diversos valores de x compreendidos entre 0 e 3τ , e com três pólos ($p = 3/2$).

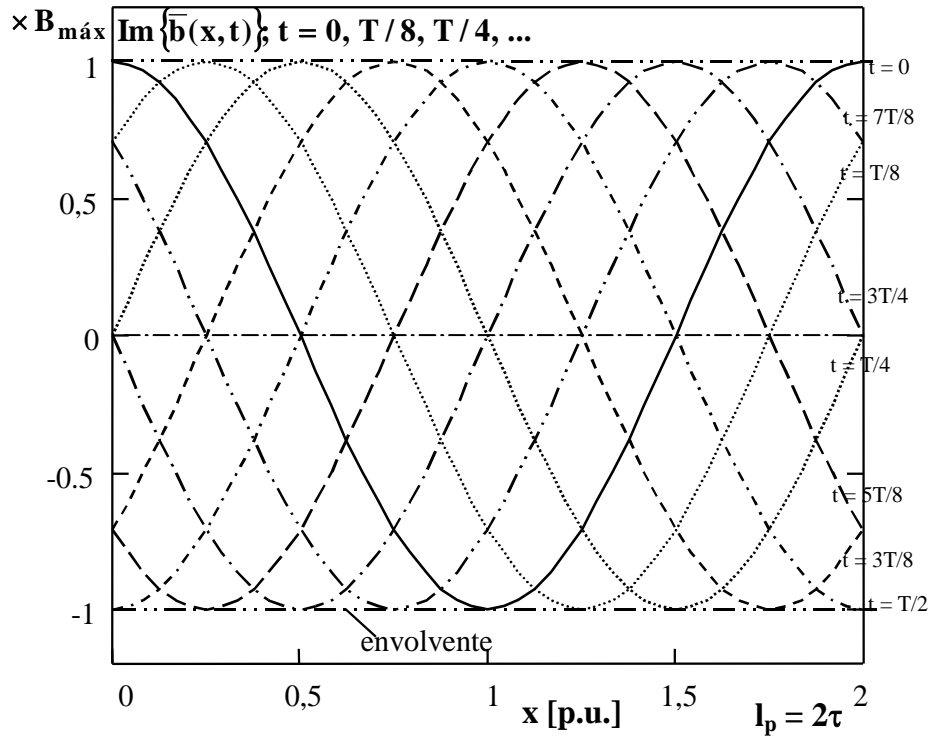


Figura 3.73 - Distribuição aproximada do campo viajante no entreferro em vazio de um ALI trifásico, com dois pólos, em função de x .

A Figura 3.74 representa um esquema da distribuição aproximada da parte imaginária do campo viajante no entreferro de um ALI trifásico, $\text{Im}\{\bar{b}(x,t)\}$, de correntes equilibradas, em função de x e para diversos valores de t compreendidos entre 0 e $7T/8$, e com dois pólos ($p = 1$).

Da Figura 3.74, para p inteiro, verifica-se que não há modulação de amplitude das ondas de indução magnética do campo viajante, em virtude do termo $\bar{b}_2(t)$, representado na expressão (3.101), ser nulo. Para valores de p iguais a 2, 3 e 4, o aspecto das ondas de indução são iguais às representadas na Figura 3.74, mas com 2, 3 e 4 períodos, respectivamente.

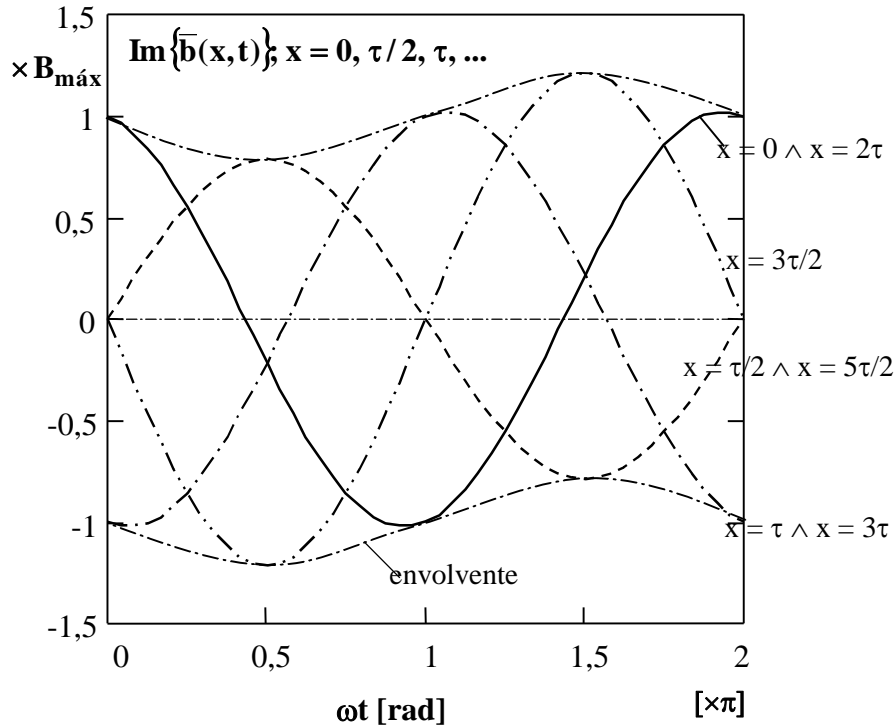


Figura 3.74 - Distribuição aproximada do campo viajante no entreferro em vazio de uma ALI trifásica, com dois pólos, em função de t .

A Figura 3.75 apresenta um gráfico de variação das amplitudes entre os valores máximo absoluto $B_{\text{máx}} = (1 + \frac{1}{\pi p})B_{1\text{máx}}$ e máximo relativo $(1 - \frac{1}{\pi p})B_{1\text{máx}}$, em p.u., para $p = 1/2, 3/2, 5/2$ e $7/2$, em que as taxas de ondulação, dadas por $t_o = \frac{1}{\pi p}$, são **0,637**, **0,212**, **0,127** e **0,091**, respectivamente. No caso de ALIs trifásicos, com um número inteiro de pares de pólos, não existe qualquer variação de amplitude, isto é, $\bar{b}(x,t) = \bar{b}_1(x,t)$.

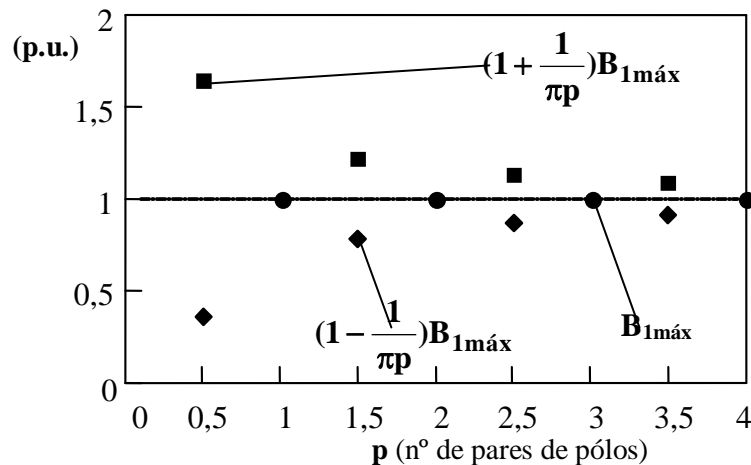


Figura 3.75 - Variação das amplitudes dos campos magnéticos girantes de ALIs trifásicos para $p = 1/2, 1, 3/2, 2, 5/2, 3, 7/2$ e 4 pares de pólos.

Generalizando o comportamento do campo magnético viajante, no entreferro, em actuadores com um número par ou ímpar de pólos, para qualquer número de fases e para quaisquer índices de harmónicas, ν , de (3.84), o fluxo magnético total, ϕ_{lp} , entre as extremidades de um ALI será nulo, como se indica na expressão (3.102)

$$\phi_{lp} = \int_0^{\lambda p} \left[B_{IM} \sum_{i=1}^{m_l} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \chi_{i\nu} \cos(\nu\omega t + \varphi_{i\nu}) e^{j(\alpha_i - \frac{\pi x}{\tau})} + \bar{C}_1 \right] dx = 0 \quad (3.102)$$

De (3.102), contabilizando também a solução que resulta da substituição de $\cos(\nu\omega t + \varphi_{i\nu})$ por $\sin(\nu\omega t + \varphi_{i\nu})$, obtêm-se as seguintes soluções para a constante de integração \bar{C}_1 :

$$\bar{C}_1 = \begin{cases} -\frac{B_{IM}}{\pi p} \sum_{i=1}^{m_l} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \chi_{i\nu} \cos(\nu\omega t + \varphi_{i\nu}) e^{j(\alpha_i - \pi p)} \sin \pi p \\ -\frac{B_{IM}}{\pi p} \sum_{i=1}^{m_l} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \chi_{i\nu} \sin(\nu\omega t + \varphi_{i\nu}) e^{j(\alpha_i - \pi p)} \sin \pi p \end{cases} \quad (3.103)$$

Assim a generalização da expressão (3.100), considerando apenas o termo $\cos(\nu\omega t + \varphi_{i\nu})$ de (3.103), transforma-se em

$$\bar{b}(x, t) = B_{IM} \left(e^{-j\frac{\pi x}{\tau}} - \frac{1}{\pi p} e^{-j\pi p} \sin \pi p \right) \sum_{i=1}^{m_l} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \chi_{i\nu} \cos(\nu\omega t + \varphi_{i\nu}) e^{j\alpha_i} \quad (3.104)$$

Da expressão (3.104), para $\nu = 1$, a Figura 3.76 representa um esquema da distribuição aproximada da parte imaginária do campo viajante no entreferro de um ALI trifásico, $\text{Im}\{\bar{b}(x, t)\}$, com apenas 2 correntes (falta de uma fase - L_1), em função de x e para diversos valores de t , com três pólos ($p = 3/2$).

A Figura 3.77 representa também um esquema da distribuição aproximada da parte imaginária do campo viajante no entreferro de um ALI trifásico, $\text{Im}\{\bar{b}(x, t)\}$, com apenas 2 correntes (falta da fase - L_3), em função de x e para diversos valores de t , com três pólos ($p = 3/2$).

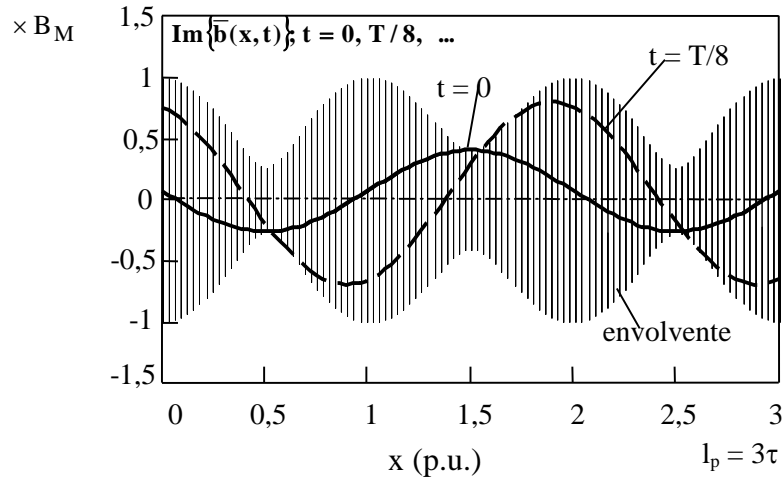


Figura 3.76 - Distribuição aproximada do campo viajante no entreferro em vazio de um ALI trifásico, com três pólos, em função de x , e com falta da fase L_1 .

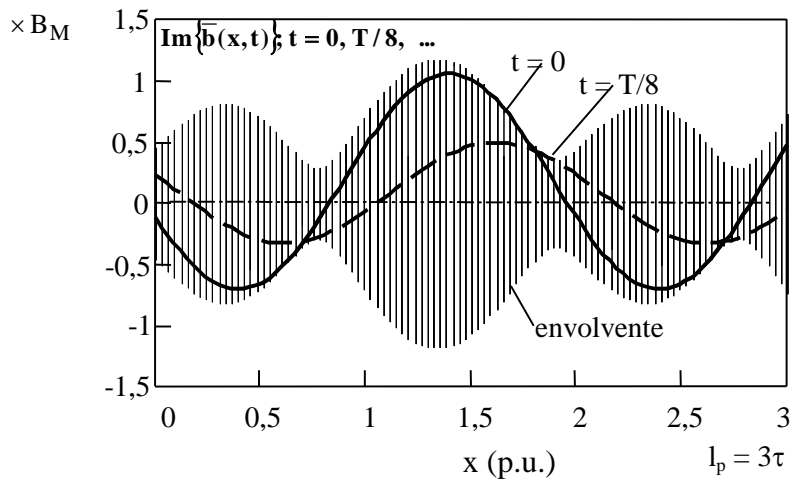


Figura 3.77 - Distribuição aproximada do campo viajante no entreferro em vazio de um ALI trifásico, com três pólos, em função de x , e com falta da fase L_3 .

Por comparação das Figuras 3.76 e 3.77, é importante verificar que dada a sequência estabelecida da ligação das fases nas cavas, segundo a ordem: $+L_1, -L_3, +L_2, -L_1, +L_3, -L_2, +L_1, -L_3, \dots$, a variação do campo magnético viajante sofre alterações de acordo com a fase que pode falhar durante algum tempo, mesmo que inicialmente o sistema seja considerado equilibrado. Relativamente à Figura 3.77, se houver falha da fase L_2 em vez de L_3 , o gráfico apresenta uma simetria relativamente a um eixo vertical que passa pelo ponto $x = 1,5 \text{ p.u.}$

A Figura 3.78 representa um esquema da distribuição aproximada da parte imaginária do campo viajante no entreferro de um ALI trifásico, $\text{Im}\{\bar{b}(x,t)\}$, de apenas 2 correntes (falta de uma fase - L_3), em função de x e para diversos valores de t , com um número de pólos múltiplo de 2 ($p = 1, 2, 3, \dots$).

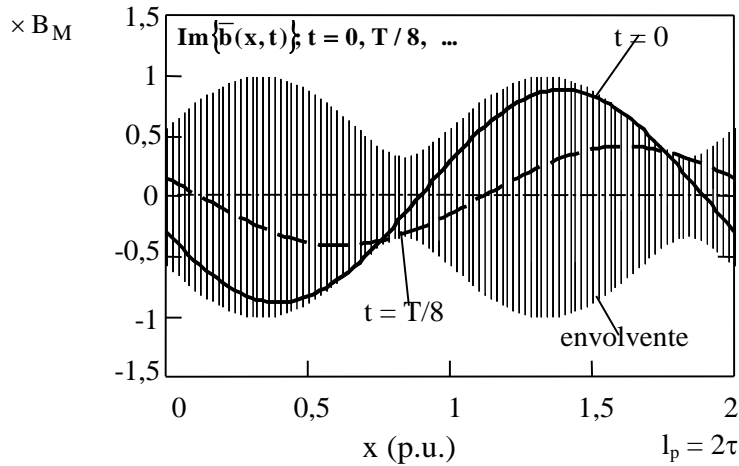


Figura 3.78 - Distribuição aproximada do campo viajante no entreferro em vazio de um ALI trifásico, para um intervalo correspondente a 2 pólos, em função de x , e com falta da fase L_3 .

Simplificando para $m_1 = 3$ e $v = 1$, de (3.104), considerando um sistema trifásico equilibrado, em que $\chi_{11} = \chi_{21} = \chi_{31} = 1$, $\varphi_{11} = 0$, $\varphi_{12} = -2\pi/3$, $\varphi_{13} = -4\pi/3$, $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = 2\pi/3$, e $\alpha_3 = 4\pi/3$, obtém-se

$$\bar{b}(x,t) = \frac{3B_{1M}e^{j\omega t}}{2} \left(e^{-j\frac{\pi x}{\tau}} - \frac{1}{\pi p} e^{-j\pi p} \sin \pi p \right) = B_{1m\acute{a}x} e^{j\omega t} \left(e^{-j\frac{\pi x}{\tau}} - \frac{1}{\pi p} e^{-j\pi p} \sin \pi p \right) \quad (3.105)$$

Por comparação de (3.99) com a primeira expressão de (3.105), verifica-se que os factores $e^{\pm j\frac{\pi}{2}}$ dependem apenas dos valores dos ângulos de fase considerados na origem dos tempos. Também de (3.99) e de (3.105) se pode constatar que, num sistema trifásico equilibrado, $J_{1m\acute{a}x}$ e $B_{m\acute{a}x} = \frac{3}{2} B_{1M}$ estão relacionados por

$$B_{m\acute{a}x} = \frac{\mu_0 \tau J_{1m\acute{a}x}}{\pi g_{eq}} \text{ com indicado em (3.97).}$$

• Da expressão (3.104), o valor de $\bar{b}(x,t)$, em **p.u.**, correspondente a um ALI bifásico de correntes iguais e desfasadas de $2\pi/3$ rad, em que se considera $v = 1$, $\chi_{11} = \chi_{21} = 1$, $\varphi_{11} = 0$, $\varphi_{12} = -2\pi/3$, $\alpha_1 = 0$, e $\alpha_2 = \pi/2$, é representado na Figura 3.79, para $p = 3/2$.

A Figura 3.80 representa a distribuição aproximada da parte imaginária do campo viajante no entreferro de um ALI bifásico, $\text{Im}\{\bar{b}(x,t)\}$, com 2 correntes desfasadas, entre si, de $2\pi/3$ rad, em função de x e para diversos valores de t , com um número de pólos múltiplo de 2 ($p = 1, 2, 3, \dots$). A Figura 3.81 representa um gráfico da distribuição aproximada de um ALI bifásico, $\text{Im}\{\bar{b}(x,t)\}$, com falta de uma fase (esquema análogo ao sistema monofásico).

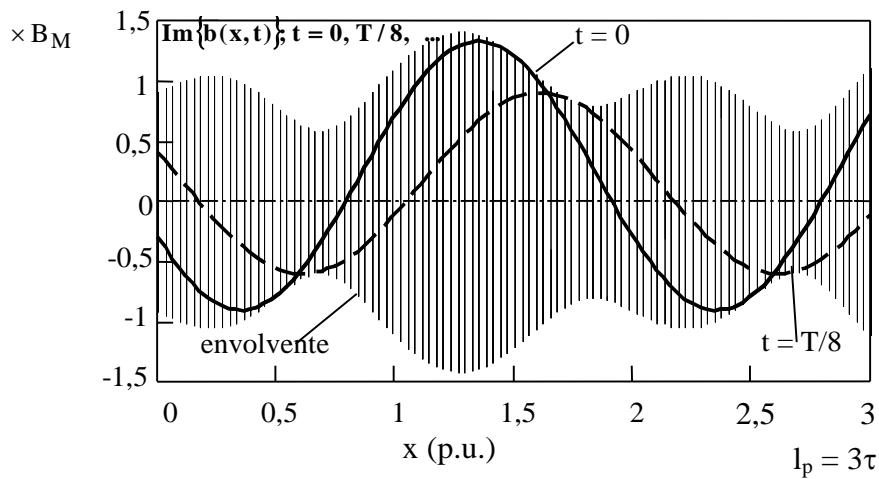


Figura 3.79 - Distribuição aproximada do campo viajante no entreferro em vazio de um ALI bifásico, com 3 pólos, em função de x .

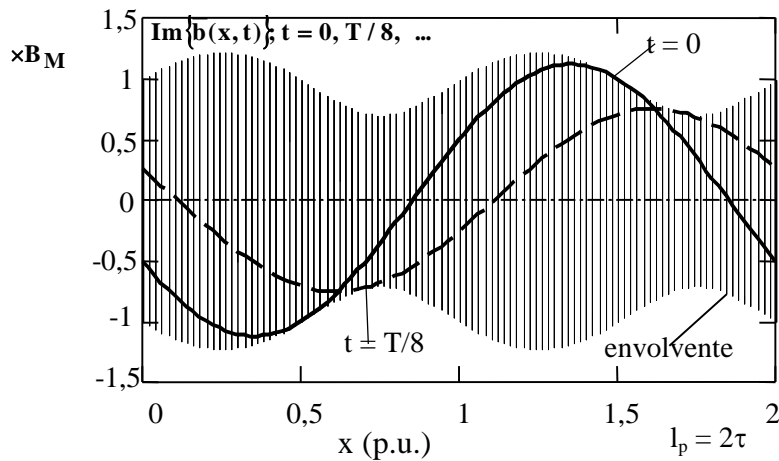


Figura 3.80 - Distribuição aproximada do campo viajante no entreferro em vazio de um ALI bifásico, com 2 pólos, em função de x .

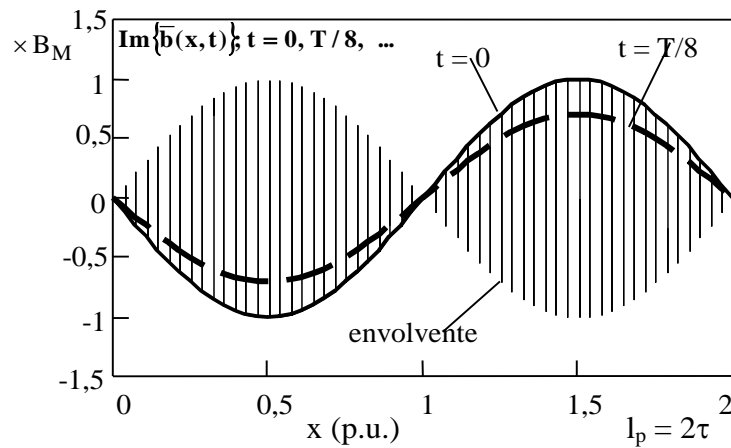


Figura 3.81 - Distribuição aproximada do campo viajante no entreferro em vazio de um ALI bifásico, com falta de uma fase e com 2 pólos, em função de x .

3.2.2 Campo de Indução Viajante no Núcleo Ferromagnético do Primário

Neste subcapítulo pretende-se uma avaliação da variação campo no núcleo do primário com o campo viajante no entreferro. Começa-se considerar um ALIP com um núcleo, em forma de paralelepípedo, de espessura, largura e comprimento úteis simbolizados por e_N , w e l_p , respectivamente.

Na Figura 3.82, apresenta-se uma evolução suposta sinusoidal do campo viajante e a respectiva onda de indução no núcleo ferromagnético do primário eléctrico e magnético de um ALI [11, 39, 41].

Como se pode observar, as induções magnéticas em questão, estão desfasadas, entre si, de $\tau/2$; também, como é lógico supondo que $\mu_{Fe} \cong \infty$, em cada instante verifica-se que, os valores instantâneos dos fluxos magnéticos ϕ e ϕ_N que, atravessam respectivamente as superfícies $S = w \tau/2$ (superfície do entreferro) e $S_N = w e_N$ (superfície do núcleo), são iguais [11, 39, 41].

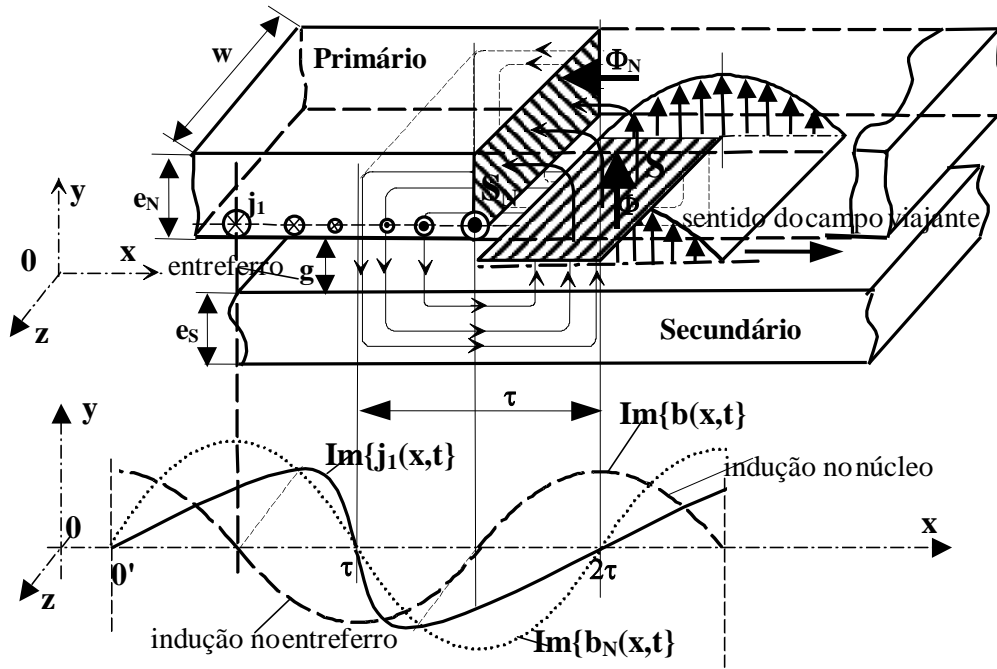


Figura 3.82 - Comparação aproximada, em vazio, entre os campos de indução no entreferro e no núcleo, a partir da densidade linear de corrente de um ALI típico. Representação na face anterior das linhas de indução.

Relativamente à Figura 3.82, dado que, em qualquer instante $\phi = \phi_N$, também se verifica relativamente aos fluxos máximos em questão, $\Phi_{\text{máx}} = \Phi_{N\text{máx}}$ e considerando,

$B_{1\text{máx}} = \frac{\mu_0}{\beta g_{\text{eq}}} J_{1\text{máx}}$; o fluxo máximo através da superfície S será dado por [39]

$$\Phi_{\text{máx}} = B_{\text{méd}} S = \frac{2}{\pi} B_{\text{máx}} S = \frac{\tau w \mu_0}{\pi \beta g_{\text{eq}}} J_{1\text{máx}} \quad (3.106)$$

Por outro lado, o fluxo médio através do núcleo do primário é suposto ser praticamente igual ao fluxo médio através de uma superfície do entreferro, de largura w e de comprimento $\tau/2$, ou seja, $\Phi_{N_{m\acute{a}x}} = \Phi_{m\acute{a}x} \leftrightarrow B_{N_{m\acute{a}x}} S_N = B_{m\acute{e}d} S$. Assim, $B_{N_{m\acute{a}x}}$ está relacionado com $B_{m\acute{a}x}$ e com $J_{1_{m\acute{a}x}}$, segundo Laithwaite [59], por

$$B_{N_{m\acute{a}x}} = -\frac{\mu_0}{\beta^2 g_{eq} e_N} J_{1_{m\acute{a}x}}.$$

Recorrendo à expressão (3.87), em que a indução no entreferro é função da posição espacial e do tempo, $\bar{b}(x,t)$, e ainda por observação da Figura 3.82, verifica-se que a indução no núcleo do primário, $\bar{b}_N(x,t)$, é também função da posição espacial e do tempo, apresentando uma desfasagem de $\tau/2$ face a $\bar{b}(x,t)$, podendo vir a estar em fase ou em posição de fase relativamente à densidade linear de corrente, que é uma função

do tempo e do espaço, ou seja, $\bar{j}_1(x,t) = J_{1_{m\acute{a}x}} e^{j(\omega t - \frac{\pi x}{\tau})}$. Utilizando a função seno, e dado que $\beta\tau/2 = \pi/2$, de acordo com [11, 39, 41], obter-se-á, por exemplo,

$$b = \frac{\mu_0}{\beta^2 g_{eq} e_N} J_{1_{m\acute{a}x}} \sin(\omega t - \beta x) + C, \text{ em que } C \text{ é uma constante de integração dada por}$$

$$C = -\frac{\mu_0}{\beta^2 g_{eq} e_N} J_{1_{m\acute{a}x}} \sin \omega t, \text{ para um número par de pólos } (p = 1, 2, 3, \dots), \text{ e por}$$

$$C = -\frac{\mu_0}{\beta^2 g_{eq} e_N} J_{1_{m\acute{a}x}} \sin \omega t - \frac{1}{\pi p} \frac{\mu_0}{\beta^2 g_{eq} e_N} \cos \omega t, \text{ para um número ímpar de pólos}$$

($p = 1/2, 3/2, 5/2, \dots$) [11, 39]. Deste modo, a indução magnética, para p par ou ímpar, será dada por

$$b = -\frac{2\mu_0}{\beta^2 g_{eq} e_N} J_{1_{m\acute{a}x}} \cos(\omega t - \frac{\beta x}{2}) \sin \frac{\beta x}{2} \quad (3.107)$$

Na Figura 3.83 indica-se um diagrama de distribuição do campo magnético no núcleo de um ALI, para o caso de possuir 4 pólos.

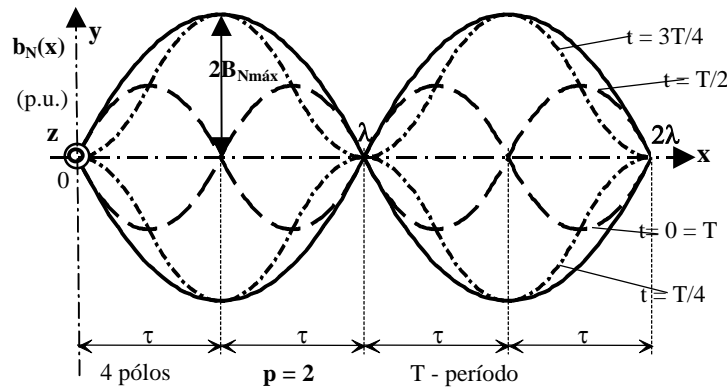


Figura 3.83 - Diagrama de distribuição do campo magnético no núcleo de um ALI com 4 pólos.

Para o caso de ALIs, planos ou tubulares, com número ímpar de pólos, a distribuição do campo de indução ao longo do núcleo torna-se mais complexa, pois passam a existir flutuações nos extremos, e portanto as condições fronteira indicadas anteriormente deixam de ser satisfeitas, porque se num dado instante existe ao longo do primário mais um pólo de um determinado nome (**N** ou **S**), meio período depois inverte-se a situação; isto significa que nos extremos passam a existir ondas reflectidas.

Na realidade para se satisfazer a essas condições, teoricamente é equivalente a duplicar-se o número de pares de pólos e, conseqüentemente o comprimento útil do primário como se refere na Figura 3.84, para o caso específico de um ALI de 3 pólos.

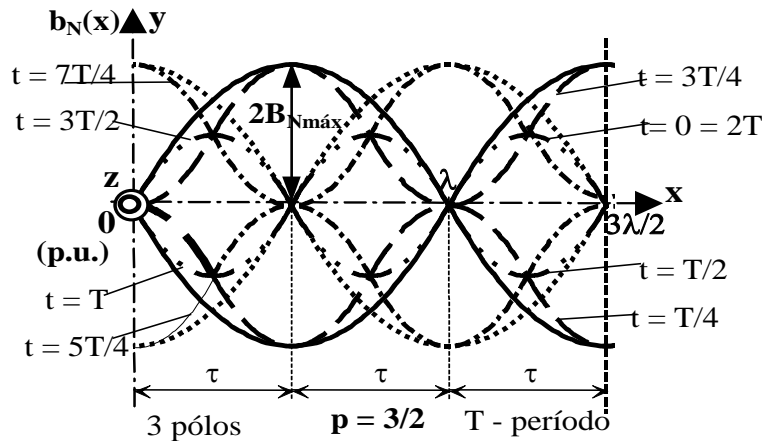


Figura 3.84 - Diagrama de distribuição do campo magnético no núcleo de um ALI com 3 pólos. Como o número de pólos é ímpar são necessários 2 períodos (T) para que 2 ondas sequenciais fiquem em fase.

Em qualquer dos casos anteriores, Figuras 3.82 e 3.83, verifica-se as amplitudes das induções magnéticas, são moduladas entre $-2B_{Nmáx}$ e $+2B_{Nmáx}$. Quanto à secção mínima do núcleo, este deve ser dimensionado de modo que a indução não ultrapasse um valor de, aproximadamente, **0,5T** [59]. A modulação das amplitudes da indução magnética é fundamental para o estudo do efeito das extremidades relativas a um actuador linear de indução.

3.2.3 Campo Magnético Viajante com Escorregamento

Supondo apenas a existência de ondas fundamentais, das tensões ou das correntes, absorvidas pelo primário de um ALI funcionando como motor (em que o respectivo escorregamento, s , se encontra compreendido entre os limites **0** e **1**), estas geram um campo de indução magnética que atravessa o secundário. Este campo gera f.e.m.s induzidas, de amplitudes apreciáveis, se a velocidade do secundário, v , for diferente da velocidade da onda fundamental do campo viajante gerado pelo próprio primário; já que, devido ao facto de existirem cavas e dentes nos ALIs, geram-se outras harmónicas de amplitudes mais reduzidas, que muitas vezes são chamadas de campos parasitas. A velocidade do campo viajante da onda fundamental do campo magnético é chamada velocidade de sincronismo, v_s .

Assim define-se escorregamento ou, segundo alguns autores, deslizamento, s , como a relação entre a diferença da velocidade da onda fundamental do campo viajante gerado pelo primário e a velocidade do secundário (a diferença entre estas duas velocidades também é conhecida por velocidade relativa, $\mathbf{v}_s - \mathbf{v}$) e a velocidade de sincronismo, \mathbf{v}_s , ou seja

$$s = \frac{\mathbf{v}_s - \mathbf{v}}{\mathbf{v}_s} \quad (3.108)$$

sendo o escorregamento uma grandeza adimensional que, por vezes, é representada em percentagem (%). De (3.108), estando o secundário em movimento, relativamente ao primário, com uma velocidade \mathbf{v} , significa que a velocidade relativa, entre o campo do indutor do primário e campo induzido no secundário, é de $s\mathbf{v}_s = \mathbf{v}_s - \mathbf{v}$, com $0 \leq s \leq 1$ (funcionamento como motor).

Se se considerar que a fonte de alimentação ao ALI, para além das ondas fundamentais, contém harmónicas de índices $\nu = -1, \pm 3, \pm 5, \pm 7, \dots$ (as harmónicas de índices com sinais negativos são muito pouco vulgares em rede eléctricas, geralmente só poderão aparecer nas ondas reflectidas oriundas de circuitos com rectificadores). Assim tendo em consideração a existência de todas estas harmónicas, e teoricamente desprezando-se todas as harmónicas, de ordem superior, devidas à existência de cavas e de dentes no primário de um ALI ($\mathbf{k} = 1$), as respectivas velocidades de sincronismo devidas apenas às harmónicas oriundas da rede, $\mathbf{v}_{s\nu, \mathbf{k}=1} \equiv \mathbf{v}_{s\nu 1}$, serão todas iguais porque, por exemplo, os pólos indutores dos alternadores que as geram, ao rodarem, arrastam, em sincronismo, todas as harmónicas com a mesma velocidade, ou seja [56]

$$\mathbf{v}_{s\nu 1} = \mathbf{v}_s \quad (\nu = 1, 3, 5, \dots) \quad \text{ou} \quad \mathbf{v}_{s\nu 1} = -\mathbf{v}_s \quad (\nu = -1, -3, -5, \dots) \quad (3.109)$$

Por exemplo para $\nu = 1, 3, 5, \dots$, a expressão (3.109) também pode ser comprovada por $\mathbf{v}_s = 2\tau_\nu \mathbf{f}_\nu = 2\tau \mathbf{f}$, em que $\tau_\nu = \tau_1 / \nu = \tau / \nu$ e $\mathbf{f}_\nu = \nu \mathbf{f}_1 = \nu \mathbf{f}$. Assim o respectivo escorregamento, $s_{\nu, \mathbf{k}=1} \equiv s_{\nu 1}$, será dado por

$$s_{\nu 1} = \frac{\pm \mathbf{v}_s - \mathbf{v}}{\pm \mathbf{v}_s} = \begin{cases} s & (\nu = 1, 3, 5, \dots) \\ 2 - s & (\nu = -1, -3, -5, \dots) \end{cases} \quad (3.110)$$

Por outro lado, se forem apenas consideradas as harmónicas devidas à sucessão de cavas e de dentes nos primários dos ALIs, voltando a considerar apenas $\nu = 1$, as respectivas velocidades de sincronismo, $\mathbf{v}_{s\nu=1, \mathbf{k}} \equiv \mathbf{v}_{s1\mathbf{k}}$, serão dadas por

$$\mathbf{v}_{s\nu=1, \mathbf{k}} \equiv \mathbf{v}_{s1\mathbf{k}} \equiv \mathbf{v}_{s\mathbf{k}} = \frac{\mathbf{v}_s}{\mathbf{k}} \quad (\mathbf{k} = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots) \quad (3.111)$$

e os respectivos escorregamentos serão iguais a

$$s_{v=1,k} \equiv s_{1k} \equiv s_k = \frac{v_{s_k} - v}{v_{s_k}} = \frac{v_s - kv}{v_s} = 1 - k(1 - s) \quad (k = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots) \quad (3.112)$$

em que $s_{k=1} \equiv s_1 \equiv s$ [para $v = 1, 3, 5, \dots, (s_{vk} \equiv s_k)$]. A Tabela 3.V representa os diversos escorregamentos correspondentes às harmónicas de índices $k = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \pm 7, \dots$, relativas à sucessão de cavas e de dentes no primário de um ALI.

Índice de Harmónica (k)	<i>Escorregamento</i> (s_k)	Índice de Harmónica	<i>Escorregamento</i> (s_k)
$k = 1$ (fundamental)	s ($0 < s \leq 1$)	$k = -1$	$2 - s$ ($2 > s_{-1} \geq 1$)
$k = 3$	$-2 + 3s$ ($-2 < s_3 \leq 1$)	$k = -3$	$4 - 3s$ ($4 > s_{-3} \geq 1$)
$k = 5$	$-4 + 5s$ ($-4 < s_5 \leq 1$)	$k = -5$	$6 - 5s$ ($6 > s_{-5} \geq 1$)
$k = 7$	$-6 + 7s$ ($-6 < s_7 \leq 1$)	$k = -7$	$8 - 7s$ ($8 > s_{-7} \geq 1$)
$k = 9$	$-8 + 9s$ ($-8 < s_9 \leq 1$)	$k = -9$	$10 - 9s$ ($10 > s_{-9} \geq 1$)
...
$k = 2\kappa + 1$ ($\kappa = 0, 1, 2, \dots$)	$-2\kappa + (2\kappa + 1)s$ ($-2\kappa < s_{2\kappa+1} \leq 1$)	$k = -2\kappa - 1$ ($\kappa = 0, 1, 2, \dots$)	$2\kappa + 2 - (2\kappa + 1)s$ ($2\kappa + 2 > s_{-2\kappa-1} \geq 1$)

Tabela 3.V - *Escorregamentos correspondentes às harmónicas de índices $k = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \pm 7, \dots$, para $v = 1, 3, 5, \dots$*

Portanto, para $v = 1, 3, 5, \dots$, na Figura 3.85 podem ser observados os escorregamentos referentes a algumas diversas harmónicas de índices $k = -3, -1, 1$ e 3 , para $v = 0,5 v_s$.

Da Figura 3.85, pelo método da sobreposição, opta-se por estudar as diversas harmónicas, de índice k , separadamente, e, por isso, para $k = -3, -1, 1$ e 3 , foram efectuadas duas escalas independentes, uma referida às harmónicas de índices $k = \pm 1$, e outra às de índices $k = \pm 3$. Partindo do princípio que o primário se encontra fixo, e considerando o secundário a movimentar-se no sentido do campo viajante com uma velocidade v , estudando as harmónicas em separado, verifica-se que para $k = 1$ o respectivo escorregamento situa-se entre os limites 0 e 1 (funcionamento como motor), mas para $k = -1$ o escorregamento ir-se-á situar entre os limites 1 e 2 , isto significa que a força de interacção, entre o primário e o secundário de um ALI, originada por esta harmónica tem a função de travão. Apesar de tudo, verifica-se que para $k = \pm 3$, sendo respectivo passo polar igual a $\tau/3$, os campos viajantes respeitantes a estas harmónicas são três vezes mais lentos do que os campos viajantes correspondentes às harmónicas de índices $k = \pm 1$, e em que para $k = 3$ ($s_3 = -0,5$) funciona como gerador, e para $k = -3$ ($s_{-3} = 2,5$) funciona como travão.

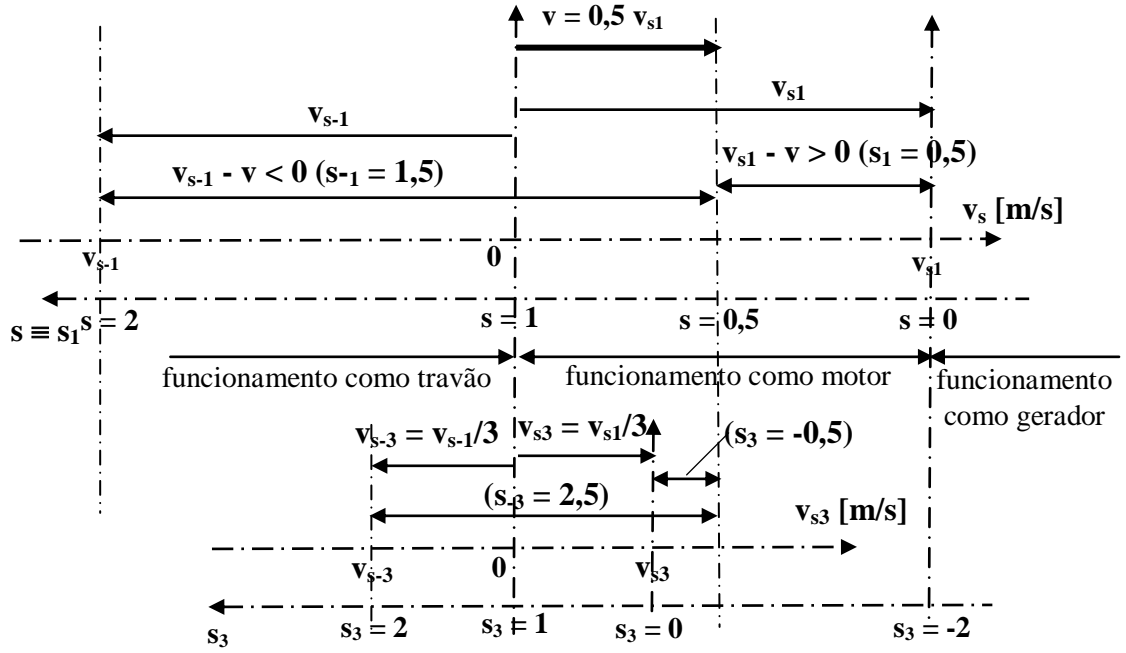


Figura 3.85 - Representação dos escorregamentos s_1 , s_{-1} , s_3 e s_{-3} , para $v = v_s/2$, e para $v = 1, 3, 5, \dots$

Isto significa que os campos indutores viajantes criados pelas harmónicas originam forças em ambos os sentidos, prevalecendo sempre o sentido da harmónica de maior amplitude, ou seja a da 1ª harmónica (excepto em sistemas monofásicos).

- Por vezes também é útil expressar os escorregamentos em relação à harmónica fundamental, de índice $k = 1$, ou seja, para quaisquer valores de $v = 1, 3, 5, \dots$, (cujo escorregamento, neste caso particular, é indiferente do índice v), e que serão dados por

$$s'_{v=1,k} \equiv s'_{1k} \equiv s'_k = \frac{v_{sk} - v}{v_s} = \frac{v_s - kv}{k v_s} \quad (k = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots) \quad (3.113)$$

Por exemplo, para um sistema trifásico equilibrado, face à 1ª harmónica, o escorregamento $s'_1 \equiv s_1 \equiv s$ está compreendido entre 0 e 1 . Os escorregamentos correspondentes às outras harmónicas podem ser dados pela Tabela 3.VI, para a velocidade relativa, v , compreendida entre os limites 0 e v_s .

Na Figura 3.86 podem ser observados, com maior pormenor, os diversos escorregamentos relativos à 1ª harmónica.

Da Figura 3.86 pode-se concluir que contribuem apenas para a força longitudinal, para além da 1ª harmónica, as 7ª, 13ª, 19ª, 25ª, ..., desde que v_{sk} seja maior do que v ($k = 7, 13, 19, 25, \dots$).

Harmónica (k)	Escorregamento (s'_k)
(k = 1) 1ª →	($v = v_s$) $0 < s'_1 \leq 1$ ($v = 0$)
(k = -5) 5ª ←	$-1.2 < s'_{-5} \leq -0.2$
(k = 7) 7ª →	$-0.857 < s'_7 \leq 0.143$
(k = -11) 11ª ←	$-1.091 < s'_{-11} \leq -0.091$
(k = 13) 13ª →	$-0.923 < s'_{13} \leq 0.077$
(k = -17) 17ª ←	$-1.059 < s'_{-17} \leq -0.059$
(k = 19) 19ª →	$-0.947 < s'_{19} \leq 0.053$
....
$k \rightarrow \infty$ (de caract. idênticas à 1ª, 7ª,...)	$-1 < s_\infty \leq 0$
$k \rightarrow \infty$ (de caract. idênticas à 5ª, 11ª,...)	$-1 < s_\infty < 0$

Tabela 3.VI - Escorregamentos correspondentes às harmónicas de índices $k = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \pm 7, \dots$, relativos à 1ª harmónica, $k = 1$, e para $v = 1, 3, 5, \dots$

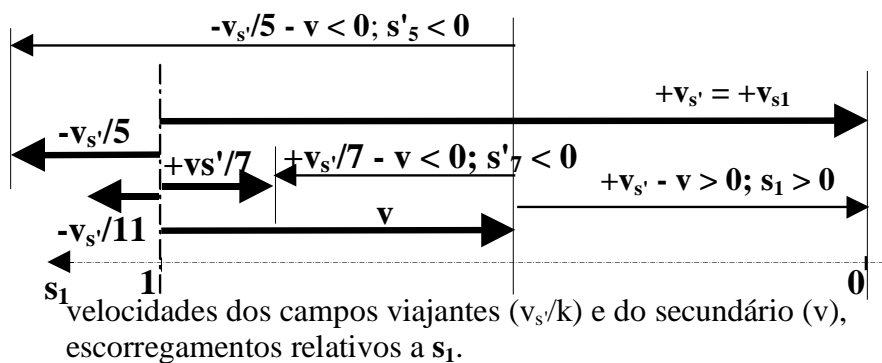


Figura 3.86 - Representação das velocidades dos campos viajantes das diversas harmónicas em relação à velocidade do secundário de um ALI, e dos escorregamentos relativos à 1ª harmónica ($v = 1, 3, 5, \dots$).

Portanto, contribuem para a força longitudinal todas as harmónicas, que para um dado valor de v , correspondam a $s_k > 0$.

Assim se pode verificar que principalmente as harmónicas 5ª ($k = -5$), 11ª ($k = -11$), 17ª ($k = -17$), 23ª ($k = -23$), ..., sempre contrárias à progressão da força, devem ter amplitudes pequenas comparativamente com a 1ª harmónica.

CAPÍTULO 4

GRANDEZAS ELECTROMAGNÉTICAS

Resumo

Neste capítulo estudam-se algumas grandezas electromagnéticas fundamentais à análise do protótipo implementado.

4 GRANDEZAS ELECTROMAGNÉTICAS

Neste capítulo serão estudadas algumas grandezas electromagnéticas que se consideram fundamentais na análise dos actuadores lineares de indução.

4.1 DENSIDADE LINEAR DE CORRENTE NO PRIMÁRIO DOS ACTUADORES LINEARES DE INDUÇÃO

Neste subcapítulo pretende-se fazer uma abordagem, tanto generalizada quanto possível, sobre o comportamento da densidade linear de corrente nos Actuadores Lineares de Indução (ALIs), particularmente nos Actuadores Lineares de Indução Planos (ALIPs) e nos Actuadores Lineares de Indução Tubulares (ALITs) [39, 41, 42, 45, 46, 50, 66].

Posteriormente será feito um estudo sobre a força magnetomotriz (f.m.m.) decorrente da variação, no tempo e no espaço, da própria densidade linear de corrente.

No estudo da variação da densidade linear de corrente no primário, criada por correntes nos enrolamentos de um ALI, um dos objectivos importantes é a determinação da força longitudinal, em que este tipo de máquina se comporta como um accionador ou actuador. Para além disso, o estudo da densidade linear de corrente também é importante na determinação de binários criados nos Motores Rotativos de Indução (MRIs).

Na verdade, para a obtenção da força longitudinal nos ALIs, existem fenómenos com algum grau de complexidade, nomeadamente os efeitos de extremidade, pelo qual se tenta simplificar a partir de alguns modelos aproximados.

- A densidade linear de corrente no primário dos actuadores lineares de indução, variável no tempo e no espaço, representa-se, em valores instantâneos complexos, por $\bar{\mathbf{j}}_1(\mathbf{x}, t)$; algumas vezes, por simplificação de escrita, pode-se considerar $\bar{\mathbf{j}}_1(\mathbf{x}, t) \equiv \bar{\mathbf{j}}_1(\mathbf{x}) \equiv \bar{\mathbf{j}}_1 \equiv \bar{\mathbf{j}}_1$. Esta grandeza é definida em unidades de ampère por metro que, em cada cava, representa o produto do número de condutores pela intensidade de corrente a dividir pela largura da própria cava.

Dada a sucessão de cavas e de dentes, em qualquer tipo de ALI, a densidade linear de corrente não é totalmente sinusoidal, e se a fonte de energia contiver harmónicas, então a solução deste problema torna-se ainda mais exaustiva. Portanto, de qualquer modo, é de considerarem-se harmónicas múltiplas da fundamental, de que se pretende analisar neste subcapítulo, com incidência particular para os ALIPs e os ALITs.

A aplicação de um sistema de \mathbf{m}_1 fases, não necessariamente todas de igual amplitude, e nem com desfasamentos iguais aos enrolamentos do primário de um ALI, em que se supõem sempre igualmente distanciados entre si, dá origem a campos magnéticos viajantes desde que $\mathbf{m}_1 \geq 3$, ou para $\mathbf{m}_1 = 2$ desde que os enrolamentos estejam em quadratura (incluindo um sistema monofásico com enrolamento auxiliar). Caso $\mathbf{m}_1 = 1$

ou $m_1 = 2$ com os enrolamentos em oposição, o campo magnético torna-se simplesmente pulsante.

Por sua vez os campos viajantes do primário induzem outros campos no secundário. A interacção desses campos originam forças que são importantes para o conhecimento das características da máquina. Por isso, o estudo da densidade linear de corrente é importante para a determinação da f.m.m. e, conseqüentemente, da indução magnética do primário.

• Partindo de um ALI com vários pares de pólos, $p > 1$, e designando as fases, no primário, por $L_1, L_2, L_3, \dots, L_{m_1}$ ($m_1 \geq 1$), para um estudo analítico, começa-se por considerar apenas o espaço correspondente a um duplo passo polar, 2τ , ou seja a um comprimento de onda λ , em que se exemplifica um número de cavas bobinadas por pólo e por fase para um caso particular de $q = 1$, representando c a largura de cada cava, d a largura de cada dente, e τ_d o passo de cava que será igual à soma de d com c ($\tau_d = c + d$). Neste caso geralmente o indutor ou primário é fixo e o induzido ou secundário móvel, como se pode observar na Figura 4.1.

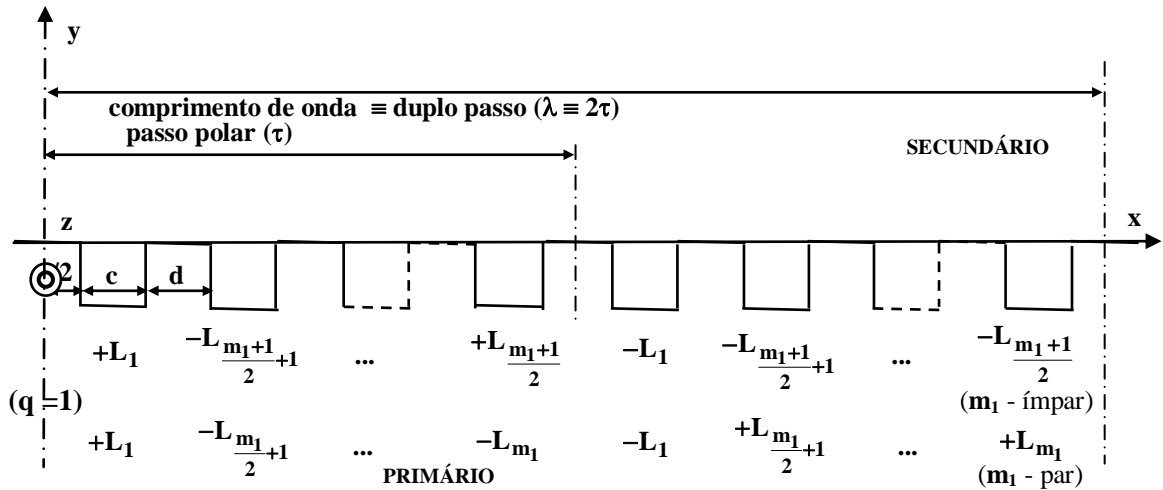


Figura 4.1 - ALI com vários pares de pólos. Estudo particular de um ALIP, com m_1 fases equilibradas e, número de cavas bobinadas por pólo e por fase, $q = 1$.

Independentemente do número de cavas, bobinadas por pólo e por fase, ser igual ou superior a um ($q = 1, 2, 3, \dots$), a disposição generalizada dos enrolamentos no primário de um ALI deve ter, no espaço correspondente a um duplo passo polar, uma sequência de polaridades definidas na Figura 4.1, como também se pode observar na Figura 3.7 e nas Tabelas 3.I e 3.II do Capítulo 3. A sequência generalizada, para m_1 ímpar (ALITs ou ALIPs), é a seguinte:

- Primeiro passo polar $+L_1, -L_{\frac{m_1+1}{2}+1}, +L_2, -L_{\frac{m_1+1}{2}+2}, \dots, -L_{m_1}, +L_{\frac{m_1+1}{2}}$;
($0 \leq x \leq \tau$):
- Segundo passo polar $-L_1, +L_{\frac{m_1+1}{2}+1}, -L_2, +L_{\frac{m_1+1}{2}+2}, \dots, +L_{m_1}, -L_{\frac{m_1+1}{2}}$.
($\tau \leq x \leq 2\tau$):

No entanto se se considerar ALIs para \mathbf{m}_1 par, a sequência de polaridades, de acordo com a Figura 4.1, será dada por:

- Primeiro passo polar $+L_1, -L_{\frac{\mathbf{m}_1}{2}+1}, +L_2, -L_{\frac{\mathbf{m}_1}{2}+2}, \dots, -L_{\mathbf{m}_1}$;
($0 \leq x \leq \tau$):
- Segundo passo polar $-L_1, +L_{\frac{\mathbf{m}_1}{2}+1}, -L_2, +L_{\frac{\mathbf{m}_1}{2}+2}, \dots, +L_{\mathbf{m}_1}$.
($\tau \leq x \leq 2\tau$):

Dado que do primeiro para o segundo passo polar as polaridades das fases são invertidas, define-se uma grandeza ε que é igual à unidade.

Embora sem grande aplicação prática, se a ordem de polaridades, no segundo passo polar for igual à do primeiro passo polar, ou seja, desde que haja uma repetição de polaridades, a grandeza ε toma o valor nulo (só possível em ALITs). Assim, generalizando, a grandeza ε será dada por

$$\varepsilon = \begin{cases} 1; & - \text{ALIT ou ALIP} \\ 0; & - \text{ALIT (de interesse reduzido)} \end{cases} \quad (4.1)$$

Se se utilizarem enrolamentos de passo encurtado e de uma só camada, com particular interesse para os casos em que \mathbf{m}_1 é par, e com o objectivo de serem ocupadas todas as cavas distintas para os diferentes enrolamentos, devem ser efectuados estudos para cada caso específico.

Definindo \mathbf{i} o índice de fase sequencial ($\mathbf{i} = 1, 2, 3, \dots, \mathbf{m}_1$), os valores instantâneos das intensidades de corrente nos enrolamentos, em grandezas complexas, serão dados por

$$\bar{i}_{\mathbf{i}} = \sum_{\mathbf{v}=-\infty}^{\infty} \bar{i}_{\mathbf{i}\mathbf{v}} = \sum_{\mathbf{v}=-\infty}^{\infty} I_{\mathbf{i}\mathbf{v}\mathbf{M}} e^{j(\mathbf{v}\omega t + \varphi_{\mathbf{i}\mathbf{v}})} = \sqrt{2} \sum_{\mathbf{v}=-\infty}^{\infty} I_{\mathbf{i}\mathbf{v}} e^{j(\mathbf{v}\theta + \varphi_{\mathbf{i}\mathbf{v}})} \quad (4.2)$$

Em que $I_{\mathbf{i}\mathbf{v}\mathbf{M}}$ representa o valor máximo da intensidade de corrente respeitante à harmónica de índice \mathbf{v} , $I_{\mathbf{i}\mathbf{v}}$ o respectivo valor eficaz, $\mathbf{v}\omega$ a pulsação angular de cada harmónica oriunda da rede eléctrica, t o tempo decorrido, e $\varphi_{\mathbf{i}\mathbf{v}}$ o ângulo de defasagem entre o fasor da intensidade de corrente de índice \mathbf{i} , correspondente à harmónica de índice \mathbf{v} , e o eixo real. Como já foi estudado no Capítulo 3, por uma questão de simplificação, pode-se admitir que $\varphi_{11} \equiv \varphi_1 = 0$.

Para maior simplicidade, o estudo da densidade linear de corrente do primário de um ALI será feito num intervalo correspondente a um duplo passo polar. Dado que a sequência de ligação das fases nas cavas segue a ordem indicada na Figura 4.1, define-se um novo índice \mathbf{m} , designado por índice de fase não sequencial, que é dado, por exemplo, por $\mathbf{m} = 1, \frac{\mathbf{m}_1 + 1}{2} + 1, 2, \frac{\mathbf{m}_1 + 1}{2} + 2, \dots, \mathbf{m}_1, \frac{\mathbf{m}_1 + 1}{2}$ para \mathbf{m}_1 ímpar, e por

$m = 1, \frac{m_1}{2} + 1, 2, \frac{m_1}{2} + 2, \dots, \frac{m_1}{2}, m_1$, para m_1 par. Todas as outras situações, particularmente com passos de enrolamentos encurtados, para m_1 par, podem ser analisadas caso a caso.

Dado que os enrolamentos, de intensidades de corrente dadas por $\bar{i}_1, \bar{i}_2, \dots, \bar{i}_i, \dots, \bar{i}_{m_1}$, não são colocados nas cavas por esta ordem e nem com a mesma polaridade, particularmente para tipologias com $m_1 \geq 3$, define-se intensidade de corrente \bar{i}_m , que está relacionada com \bar{i}_i , por

$$\begin{cases} \bar{i}_m = (-1)^{i-1} \bar{i}_{\frac{i+1}{2} + \left[\frac{1+(-1)^i}{2} \right] \frac{m_1}{4}} & (m_1 - \text{par}) \\ \bar{i}_m = (-1)^{i-1} \bar{i}_{\frac{i+1}{2} + \left[\frac{1+(-1)^i}{2} \right] \frac{m_1-1}{4}} & (m_1 - \text{ímpar}) \end{cases} \quad (4.3)$$

Quer para m_1 par, quer para m_1 ímpar, designando por $\text{int}(\xi)$ a parte inteira de uma variável ξ (neste caso $\text{int}(\xi) = \text{int}\left(\frac{m_1-1}{2}\right) + \frac{1}{2}$), assim, a expressão (4.3) poderá ser substituída por

$$\bar{i}_m = (-1)^{i-1} \bar{i}_{\frac{i+1}{2} + \left[\frac{1+(-1)^i}{2} \right] \left[\text{int}\left(\frac{m_1-1}{2}\right) + \frac{1}{2} \right]} \quad (4.4)$$

A Tabela 4.I indica-nos uma relação entre \bar{i}_m e \bar{i}_i para diversos valores de m_1 . Da referida Tabela pode-se interpretar, por exemplo para $m_1 = 3$, que a sequência de ligação das fases nas cavas é dada por $+L_1, -L_3$ e $+L_2$ no primeiro passo polar, e por $-L_1, +L_3$ e $-L_2$ no passo polar seguinte, depois no terceiro passo polar será novamente $+L_1, -L_3$ e $+L_2$, e assim sucessivamente.

Uma maneira prática de se saber qual a sequência de ligação, das m_1 fases nas cavas das máquinas eléctricas, consiste em desenhar um polígono com um número de vértices igual ao número de fases, e depois unir sequencialmente os vértices mais afastados, o que impõe sempre duas soluções. Por exemplo, para $m_1 = 3, 4$ e 5 , na Figura 4.2 são apresentadas as possíveis soluções das sequências de ligações das fases nas cavas ($\epsilon = 1$).

Da Figura 4.2, para $m_1 = 3$, a sequência de ligação das fases nas cavas, dada por $+L_1, -L_3, +L_2, -L_1, +L_3, -L_2, +L_1, -L_3, \dots$, corresponde ao movimento do campo viajante no sentido da esquerda para a direita (\rightarrow). Por outro lado, a sequência de ligação das fases nas cavas, dada por $+L_1, -L_2, +L_3, -L_1, +L_2, -L_3, +L_1, -L_2, \dots$, corresponde ao movimento do campo viajante no sentido da direita para a esquerda (\leftarrow). Na prática, a mudança do sentido do campo girante ou viajante, traduz-se pela troca de duas fases (neste caso particular será L_2 com L_3).

Valores de \bar{i}_m												
$m_1 \backslash \bar{i}_i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
\bar{i}_1	\bar{i}_1	\bar{i}_1	\bar{i}_1	\bar{i}_1	\bar{i}_1	\bar{i}_1	\bar{i}_1	\bar{i}_1	\bar{i}_1	\bar{i}_1	\bar{i}_1	\bar{i}_1
\bar{i}_2		$-\bar{i}_2$	$-\bar{i}_3$	$-\bar{i}_3$	$-\bar{i}_4$	$-\bar{i}_4$	$-\bar{i}_5$	$-\bar{i}_5$	$-\bar{i}_6$	$-\bar{i}_6$	$-\bar{i}_7$	$-\bar{i}_7$
\bar{i}_3			\bar{i}_2	\bar{i}_2	\bar{i}_2	\bar{i}_2	\bar{i}_2	\bar{i}_2	\bar{i}_2	\bar{i}_2	\bar{i}_2	\bar{i}_2
\bar{i}_4				$-\bar{i}_4$	$-\bar{i}_5$	$-\bar{i}_5$	$-\bar{i}_6$	$-\bar{i}_6$	$-\bar{i}_7$	$-\bar{i}_7$	$-\bar{i}_8$	$-\bar{i}_8$
\bar{i}_5					\bar{i}_3	\bar{i}_3	\bar{i}_3	\bar{i}_3	\bar{i}_3	\bar{i}_3	\bar{i}_3	\bar{i}_3
\bar{i}_6						$-\bar{i}_6$	$-\bar{i}_7$	$-\bar{i}_7$	$-\bar{i}_8$	$-\bar{i}_8$	$-\bar{i}_9$	$-\bar{i}_9$
\bar{i}_7							\bar{i}_4	\bar{i}_4	\bar{i}_4	\bar{i}_4	\bar{i}_4	\bar{i}_4
\bar{i}_8								$-\bar{i}_8$	$-\bar{i}_9$	$-\bar{i}_9$	$-\bar{i}_{10}$	$-\bar{i}_{10}$
\bar{i}_9									\bar{i}_5	\bar{i}_5	\bar{i}_5	\bar{i}_5
\bar{i}_{10}										$-\bar{i}_{10}$	$-\bar{i}_{11}$	$-\bar{i}_{11}$
\bar{i}_{11}											\bar{i}_6	\bar{i}_6
\bar{i}_{12}												$-\bar{i}_{12}$

Tabela 4.I - Relação entre \bar{i}_m e \bar{i}_i para diversos valores de m_1 ($1 \leq m_1 \leq 12$).

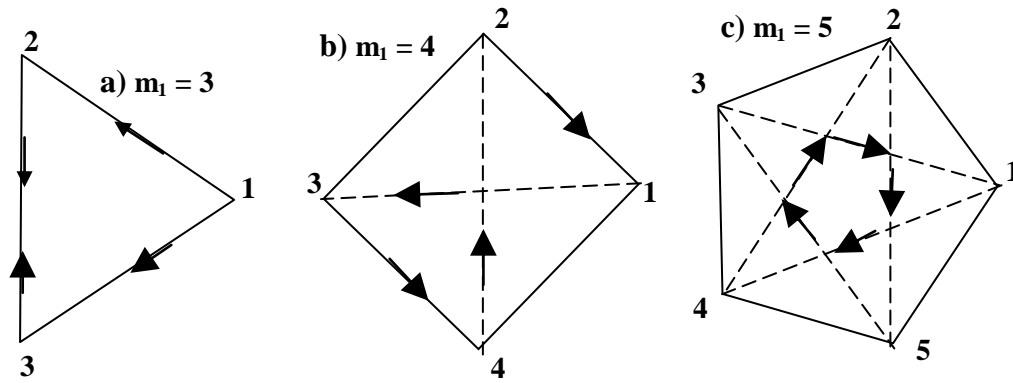


Figura 4.2 - Ligação sequencial das fases nas cavas dos ALIs.

a) $m_1 = 3$; b) $m_1 = 4$; c) $m_1 = 5$.

Ainda da Figura 4.2, para $m_1 = 4$, a sequência de ligação das fases nas cavas será dada por $+L_1, -L_3, +L_2, -L_4, -L_1, +L_3, -L_2, +L_4, +L_1, -L_3, \dots (\rightarrow)$, ou por $+L_1, -L_3, +L_4, -L_2, -L_1, +L_3, -L_4, +L_2, +L_1, -L_3, \dots (\leftarrow)$. Para $m_1 = 5$, a sequência de ligação das fases nas cavas será dada por $+L_1, -L_4, +L_2, -L_5, +L_3, -L_1, +L_4, -L_2, +L_5, -L_3, +L_1, -L_4, \dots (\rightarrow)$, ou por $+L_1, -L_3, +L_5, -L_2, +L_4, -L_1, +L_3, -L_5, +L_2, -L_4, +L_1, -L_3, \dots (\leftarrow)$. Para $m_1 = 4$, a

mudança do sentido do campo girante ou viajante, traduz-se, por exemplo, pela troca de duas fases (neste caso particular será \mathbf{L}_2 com \mathbf{L}_4 , e ainda com a inversão das respectivas polaridades). Para $\mathbf{m}_1 = 5$, a mudança do sentido do campo girante ou viajante, traduz-se pela troca de quatro fases, e ainda pela troca de polaridades.

Para $\mathbf{m}_1 = 2$, a sequência de ligação das fases nas cavas será dada por $+\mathbf{L}_1, -\mathbf{L}_2, -\mathbf{L}_1, +\mathbf{L}_2, +\mathbf{L}_1, -\mathbf{L}_2, \dots (\rightarrow)$, ou por $+\mathbf{L}_1, +\mathbf{L}_2, -\mathbf{L}_1, -\mathbf{L}_2, +\mathbf{L}_1, +\mathbf{L}_2, \dots (\leftarrow)$. A mudança do sentido do campo girante ou viajante, traduz-se apenas pela troca de polaridade, por exemplo, da fase \mathbf{L}_2 .

Para $\mathbf{m}_1 = 1$, a sequência de ligação da fase nas cavas será dada por $+\mathbf{L}_1, -\mathbf{L}_1, +\mathbf{L}_1, \dots$. O sentido do campo girante ou viajante depende da maneira como o enrolamento auxiliar irá ser ligado ao circuito monofásico.

Designando-se por \mathbf{q} o número de cavas bobinadas por pólo e por fase, por \mathbf{x} a variável espacial compreendida entre 0 e 2τ , por \mathbf{n}_v o número de condutores por camada (ou via) em cada cava, por \mathbf{n} o índice de cava ($\mathbf{n} = 0, 1, \dots, 2\mathbf{m}_1\mathbf{q} - 1$), a densidade linear de corrente $\bar{\mathbf{j}}_{1n}(\mathbf{x}, \mathbf{t}) \equiv \bar{\mathbf{j}}_{1n}(\mathbf{x}, \mathbf{t})$, função do espaço longitudinal e do tempo, é dada por

$$\bar{\mathbf{j}}_{1n}(\mathbf{x}, \mathbf{t}) = \begin{cases} (-1)^{\text{int}(\frac{\varepsilon n}{m_1 q})} \frac{n_v \bar{\mathbf{i}}_m}{c}; & \frac{d}{2} + (d+c)n \leq \mathbf{x} < \frac{d}{2} + c + (d+c)n \\ 0; & \frac{d}{2} + c + (d+c)n \leq \mathbf{x} < \frac{d}{2} + (d+c)(n+1) \end{cases} \quad (4.5)$$

em que, considerando $\mathbf{N} \geq 1$, $\bar{\mathbf{i}}_m$ será definido por

$$\bar{\mathbf{i}}_m = \begin{cases} \bar{\mathbf{i}}_1; & 0 \leq n' < \mathbf{Nq} \vee \mathbf{Nm}_1\mathbf{q} \leq n' < \mathbf{N}(\mathbf{m}_1 + 1)\mathbf{q} \\ -\bar{\mathbf{i}}_{2+\text{int}(\frac{m_1-1}{2})}; & \mathbf{Nq} \leq n' < 2\mathbf{Nq} \vee \mathbf{N}(\mathbf{m}_1 + 1)\mathbf{q} \leq n' < \mathbf{N}(\mathbf{m}_1 + 2)\mathbf{q} \\ \bar{\mathbf{i}}_2; & 2\mathbf{Nq} \leq n' < 3\mathbf{Nq} \vee \mathbf{N}(\mathbf{m}_1 + 2)\mathbf{q} \leq n' < \mathbf{N}(\mathbf{m}_1 + 3)\mathbf{q} \\ -\bar{\mathbf{i}}_{3+\text{int}(\frac{m_1-1}{2})}; & 3\mathbf{Nq} \leq n' < 4\mathbf{Nq} \vee \mathbf{N}(\mathbf{m}_1 + 3)\mathbf{q} \leq n' < \mathbf{N}(\mathbf{m}_1 + 4)\mathbf{q} \\ \dots \\ \bar{\mathbf{i}}_{\frac{m_1+1}{2}}; & \mathbf{N}(\mathbf{m}_1 - 1)\mathbf{q} \leq n' < \mathbf{Nm}_1\mathbf{q} \vee \mathbf{N}(2\mathbf{m}_1 - 1)\mathbf{q} \leq n' < 2\mathbf{Nm}_1\mathbf{q} \quad (\mathbf{m}_1 - \text{ímpar}) \\ \text{(ou)} \\ -\bar{\mathbf{i}}_{m_1}; & (\mathbf{m}_1 - 1)\mathbf{q} \leq n' < \mathbf{m}_1\mathbf{q} \vee (2\mathbf{m}_1 - 1)\mathbf{q} \leq n' < 2\mathbf{m}_1\mathbf{q} \quad (\mathbf{m}_1 - \text{par}) \end{cases} \quad (4.6)$$

Em termos de cálculo numérico, o número \mathbf{N} que representa o número de pontos de cálculo relativo à largura de cada conjunto cava + dente, deve ser maior ou igual à unidade. Neste caso o índice de cava $\mathbf{n} = 0, 1, \dots, 2\mathbf{m}_1\mathbf{q} - 1$ é ampliado de \mathbf{N} vezes como se indica em (4.6), ou seja, $n' = 0, 1, \dots, 2\mathbf{m}_1\mathbf{q}\mathbf{N} - 1$. Por outro lado, o índice \mathbf{i} está

relacionado com o índice \mathbf{n} por $i = 1 + \text{int}\left(\frac{\mathbf{n}}{\mathbf{q}}\right) - m_1 \text{int}\left(\frac{\mathbf{n}}{m_1 \mathbf{q}}\right)$. Sendo $\tau_d = \mathbf{c} + \mathbf{d}$, (4.5) pode ser substituída por

$$\bar{j}_{l_{n'}} = \text{if} \left[x_{n'} \geq \tau_d \text{int} \left(\frac{n'}{N} + \frac{d}{2\tau_d} \right) + \frac{d}{2}, (-1)^{\text{int} \left(\frac{\varepsilon n'}{m_1 q N} \right)} \frac{n_v \bar{i}_m}{c}, 0 \right] \quad (4.7)$$

em que $\bar{j}_{l_{n'}}$ representa o valor exacto da densidade linear de corrente na cava, também em função de \mathbf{x} e de \mathbf{t} , de índice $\mathbf{n} = \text{int}(\mathbf{n}'/N)$, e que $\mathbf{d}/(2\tau_d)$ corresponde ao cociente de metade do dente pelo passo de cava τ_d ($\tau_d = \mathbf{d} + \mathbf{c}$). De (4.7), considerando uma máquina trifásica com 3 cavas bobinadas por pólo e por fase, alimentada apenas pelas ondas fundamentais das intensidades de corrente equilibradas (com \bar{i}_1 em fase com a origem dos tempos), a variação da densidade de corrente, ao longo do espaço correspondente a um duplo passo polar do primário é, em grandezas por unidade (**p.u.**), apresentada na Figura 4.3, para $\omega t = 0$ ($\text{Im}\{\bar{i}_1\} = 0, \text{Im}\{\bar{i}_2\} = -\sqrt{3}/2$ e $\text{Im}\{\bar{i}_3\} = +\sqrt{3}/2$), para $\omega t = \pi/6$ ($\text{Im}\{\bar{i}_1\} = +1/2, \text{Im}\{\bar{i}_2\} = -1$ e $\text{Im}\{\bar{i}_3\} = +1/2$), e para $\varepsilon = 1, \mathbf{c}/\mathbf{d} = 1$ e $\mathbf{q} = 2$, em que se supõe que $\mathbf{j}l(\mathbf{x}, \mathbf{t}) = \text{Im}\{\bar{j}l(\mathbf{x}, \mathbf{t})\}$ [07].

No caso particular de $\varepsilon = 0$, a Figura 4.4 apresenta a variação da densidade de corrente para $\omega t = 0$ e para $\omega t = \pi/6$, utilizando a sequência: $+\mathbf{L}_1, -\mathbf{L}_3, +\mathbf{L}_2, -\mathbf{L}_1, +\mathbf{L}_3, -\mathbf{L}_2$. Como se pode verificar, estas soluções apenas poderão ter interesse didáctico.

• Dado que é importante analisar as harmónicas correspondentes à densidade linear de corrente devida à circulação das correntes das fases nas cavas do primário de qualquer máquina eléctrica de indução, ir-se-á estudar o seu comportamento através das séries de Fourier. Consequentemente, da expressão (4.5), utilizando séries de Fourier, obtém-se o coeficiente de Fourier \bar{c}_k , que por uma questão de simplificação da análise, a integração da expressão (4.8) é feita entre $\mathbf{d}/2$ e $\mathbf{d}/2 + 2\tau$. Assim o coeficiente de Fourier \bar{c}_k , com $\mathbf{k} = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$, será dado por

$$\bar{c}_k = \frac{1}{2\tau} \int_{\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2} + 2\tau} \bar{j}_l(\mathbf{x}, \mathbf{t}) e^{-j \frac{k\pi x}{\tau}} dx = \frac{n_v}{2c\tau} \sum_{n=0}^{2m_1 q - 1} (-1)^{\text{int}(\frac{\varepsilon n}{m_1 q})} \bar{i}_m \int_{\frac{d}{2} + (d+c)n}^{\frac{d}{2} + c + (d+c)n} e^{-j \frac{k\pi x}{\tau}} dx \quad (4.8)$$

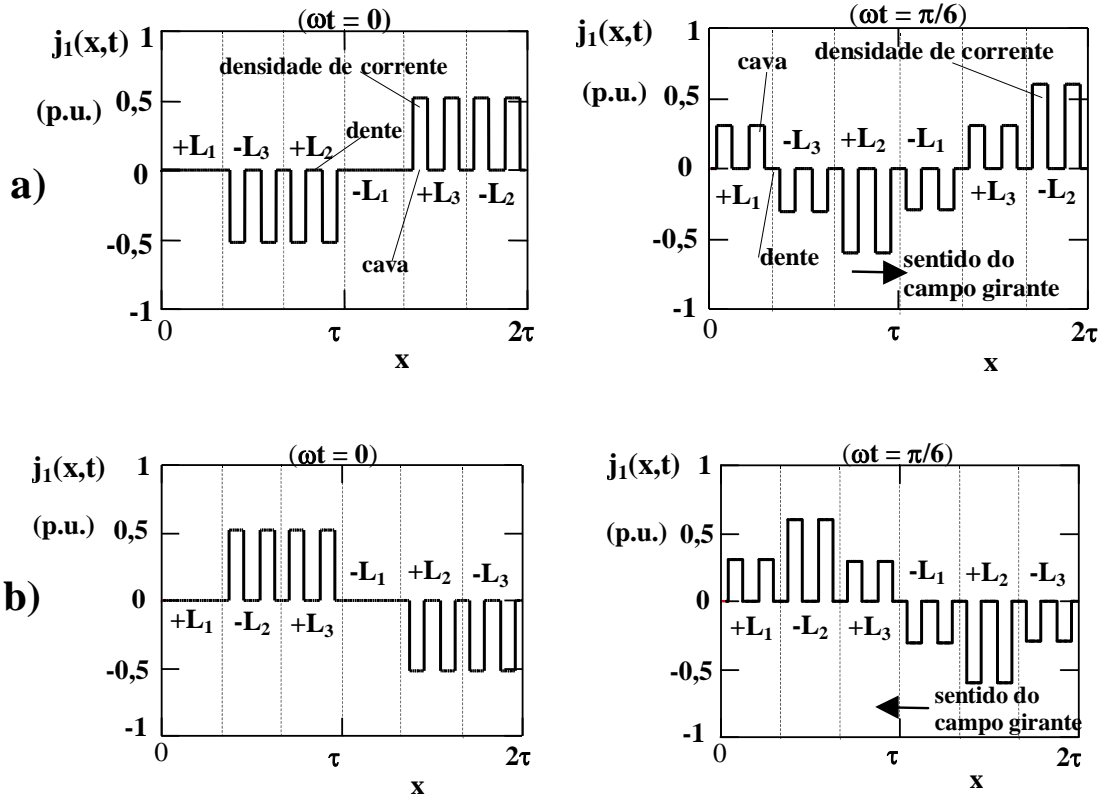


Figura 4.3- Densidade linear de corrente no primário de um ALI trifásico, para $\varepsilon = 1$, $c/d = 1$ e $q = 2$.
a) - Sequência de ligação: $+L_1, -L_3, +L_2, -L_1, +L_3, -L_2$ (ver Tabela 4.I);
b) - Sequência de ligação: $+L_1, -L_2, +L_3, -L_1, +L_2, -L_3$.

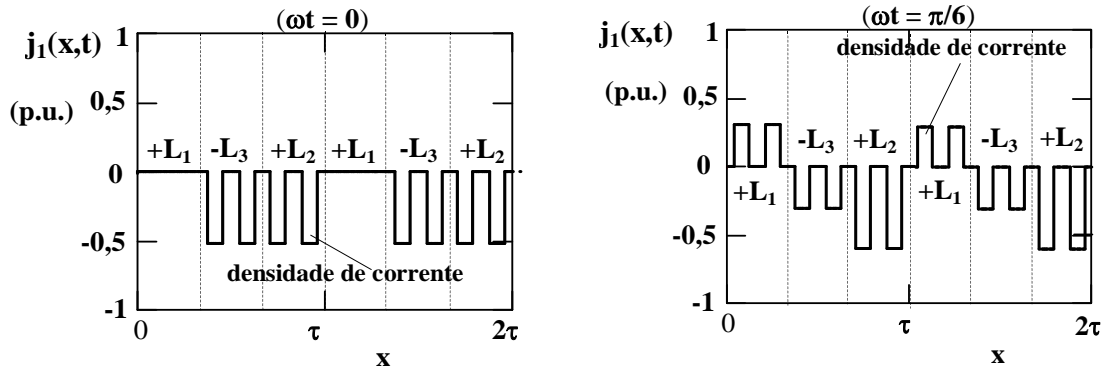


Figura 4.4 - Densidade linear de corrente no primário de um ALI trifásico, para $\varepsilon = 0$, $c/d = 1$ e $q = 2$. Sequência de ligação: $+L_1, -L_3, +L_2, +L_1, -L_3, +L_2$ (ver Tabela 4.I).

Dado que as intensidades de corrente podem não ter iguais amplitudes nem defasagens com igual simetria, estudar-se-á o coeficiente \bar{c}_{ik} relativo à intensidade corrente \bar{i}_m , depois todos os outros coeficientes \bar{c}_{1k} , \bar{c}_{2k} , ..., \bar{c}_{m_1k} facilmente serão determinados. De acordo com o que já foi exposto anteriormente, por exemplo para $m_1 = 5$, no caso de

$\mathbf{i} = \mathbf{4}$, vem, de acordo com a expressão (4.4), $\bar{\mathbf{i}}_{\mathbf{m}} = -\bar{\mathbf{i}}_5$ (sendo a sequência de ligação das fases, da Tabela 4.I, $\bar{\mathbf{i}}_1, -\bar{\mathbf{i}}_4, \bar{\mathbf{i}}_2, -\bar{\mathbf{i}}_5$ e $\bar{\mathbf{i}}_3$).

$$\begin{aligned} \bar{c}_{ik} = & \frac{n_v \bar{i}_m}{2c\tau} \left[\sum_{n=iq-q}^{iq-1} (-1)^{\text{int}(\frac{\varepsilon n}{m_1 q})} \int_{\frac{d}{2}+(d+c)n}^{\frac{d}{2}+c+(d+c)n} e^{-j\frac{k\pi x}{\tau}} dx + \right. \\ & \left. + (-1)^\varepsilon \sum_{n=(i+m_1)q-q}^{(i+m_1)q-1} (-1)^{\text{int}(\frac{\varepsilon n}{m_1 q})} \int_{\frac{d}{2}+(d+c)n}^{\frac{d}{2}+c+(d+c)n} e^{-j\frac{k\pi x}{\tau}} dx \right] \end{aligned} \quad (4.9)$$

ou seja,

$$\bar{c}_{ik} = \frac{j n_v \bar{i}_m}{2k\pi c} \left[\sum_{n=iq-q}^{iq-1} \left[e^{-j\frac{k\pi x}{\tau}} \right]_{\frac{d}{2}+(d+c)n}^{\frac{d}{2}+c+(d+c)n} + (-1)^\varepsilon \sum_{n=(i+m_1)q-q}^{(i+m_1)q-1} \left[e^{-j\frac{k\pi x}{\tau}} \right]_{\frac{d}{2}+(d+c)n}^{\frac{d}{2}+c+(d+c)n} \right] \quad (4.10)$$

Simplificando, obtém-se

$$\bar{c}_{ik} = \frac{2n_v \bar{i}_m e^{-j\frac{k\pi(d+c)}{2\tau}}}{2k\pi c} \left[\frac{e^{j\frac{k\pi c}{2\tau}} - e^{-j\frac{k\pi c}{2\tau}}}{2j} \right] \left[\sum_{n=iq-q}^{iq-1} e^{-j\frac{k\pi(d+c)n}{\tau}} + (-1)^\varepsilon \sum_{n=(i+m_1)q-q}^{(i+m_1)q-1} e^{-j\frac{k\pi(d+c)n}{\tau}} \right] \quad (4.11)$$

Considerando $\tau = m_1 q(d+c)$, virá

$$\bar{c}_{ik} = \frac{n_v \bar{i}_m e^{-j\frac{k\pi}{2m_1 q}} \sin \frac{k\pi c}{2\tau}}{k\pi c} \left[\sum_{n=iq-q}^{iq-1} e^{-j\frac{k\pi n}{m_1 q}} + (-1)^\varepsilon \sum_{n=(i+m_1)q-q}^{(i+m_1)q-1} e^{-j\frac{k\pi n}{m_1 q}} \right] \quad (4.12)$$

Considerando S_{il} o valor do primeiro somatório de (4.12), este será dado por

$$S_{il} = \sum_{n=iq-q}^{iq-1} e^{\frac{-jk\pi n}{m_1 q}} = e^{\frac{jk\pi(1-i)}{m_1}} \left[1 + e^{\frac{-jk\pi}{m_1 q}} + \dots + e^{\frac{-jk\pi(q-1)}{m_1 q}} \right] \quad (4.13)$$

Subtraindo (4.13) de $e^{\frac{-jk\pi}{m_1 q}} S_{il}$, e após algumas manipulações matemáticas, obter-se-á

$$S_{i1} = e^{\frac{jk\pi(q+1-2iq)}{2m_1q}} \frac{\sin \frac{k\pi}{2m_1}}{\sin \frac{k\pi}{2m_1q}} \quad (4.14)$$

Do mesmo modo o valor de S_{i2} , correspondente ao segundo somatório de (4.12), será dado por

$$S_{i2} = \sum_{n=(i+m_1)q-q}^{(i+m_1)q-1} e^{\frac{-jk\pi n}{m_1q}} = e^{\frac{jk\pi[1-(i+m_1)]}{m_1}} \left[1 + e^{\frac{-jk\pi}{m_1q}} + \dots + e^{\frac{-jk\pi(q-1)}{m_1q}} \right] \quad (4.15)$$

Tal como na expressão (4.14), o valor de S_{i2} , correspondente ao valor do segundo somatório de (4.12), é dado por

$$S_{i2} = e^{\frac{jk\pi[q+1-2(i+m_1)q]}{2m_1q}} \frac{\sin \frac{k\pi}{2m_1}}{\sin \frac{k\pi}{2m_1q}} \quad (4.16)$$

Assim, de (4.12), obtém-se

$$\bar{c}_{ik} = \frac{\left[1 + (-1)^\varepsilon e^{-jk\pi} \right] n_v \bar{i}_m e^{-j \frac{k\pi}{2m_1q}} e^{\frac{jk\pi(q+1-2iq)}{2m_1q}} \sin \frac{k\pi c}{2\tau} \frac{\sin \frac{k\pi}{2m_1}}{\sin \frac{k\pi}{2m_1q}}}{k\pi c} \quad (4.17)$$

Ou seja,

$$\bar{c}_{ik} = \left[1 + (-1)^{\varepsilon+k} \right] n_v \bar{i}_m e^{\frac{jk\pi(1-2i)}{2m_1}} \frac{\sin \frac{k\pi c}{2\tau}}{k\pi c} \frac{\sin \frac{k\pi}{2m_1}}{\sin \frac{k\pi}{2m_1q}} \quad (4.18)$$

Para $\varepsilon = 1$, caso tecnologicamente correcto, para que \bar{c}_{ik} seja diferente de zero, as harmónicas originadas pela sucessão de cavas e de dentes devem ser ímpares; em caso contrário, para $\varepsilon = 0$, as harmónicas devem ser pares.

Assim a expressão relativa à densidade de corrente correspondente apenas a um duplo passo polar, 2τ , em função do espaço e do tempo, obtida apenas pela intensidade de corrente \bar{i}_m , é dada por

$$\bar{j}_{il}(x, t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \bar{c}_{ik} e^{j \frac{k\pi x}{\tau}} = \frac{n_v \bar{i}_m}{\pi c} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left[1 + (-1)^{\varepsilon+k} \right] e^{jk\pi \left(\frac{x}{\tau} + \frac{1-2i}{2m_1} \right)} \frac{\sin \frac{k\pi c}{2\tau}}{k} \frac{\sin \frac{k\pi}{2m_1}}{\sin \frac{k\pi}{2m_1 q}} \quad (4.19)$$

Da expressão (4.18), para uma dada harmónica de índice $\mathbf{k} = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$, a grandeza $\bar{j}_{il\mathbf{k}}(\mathbf{x}, \mathbf{t})$ será dada por.

$$\bar{j}_{il\mathbf{k}}(x, t) = \left[1 + (-1)^{\varepsilon+k} \right] n_v \bar{i}_m e^{jk\pi \left(\frac{x}{\tau} + \frac{1-2i}{2m_1} \right)} \frac{\sin \frac{k\pi c}{2\tau}}{k\pi c} \frac{\sin \frac{k\pi}{2m_1}}{\sin \frac{k\pi}{2m_1 q}} \quad (4.20)$$

Assim, $\bar{j}_{l\mathbf{k}}(\mathbf{x}, \mathbf{t})$, que representa a densidade de corrente respeitante à harmónica de índice \mathbf{k} , e que é originada pelas \mathbf{m}_1 fases, será igual a

$$\begin{aligned} \bar{j}_{l\mathbf{k}}(x, t) &= \sum_{i=1}^{m_1} \bar{j}_{il\mathbf{k}}(x, t) = \\ &= \left[1 + (-1)^{\varepsilon+k} \right] n_v e^{jk\pi \left(\frac{x}{\tau} + \frac{1}{2m_1} \right)} \frac{\sin \frac{k\pi c}{2\tau}}{k\pi c} \frac{\sin \frac{k\pi}{2m_1}}{\sin \frac{k\pi}{2m_1 q}} \sum_{i=1}^{m_1} \bar{i}_m e^{-j \frac{k\pi i}{m_1}} \end{aligned} \quad (4.21)$$

A expressão (4.21) é generalizada para qualquer número de enrolamentos igualmente distribuídos e para quaisquer valores das intensidades de corrente nas fases. Se se pretender a contribuição de todas as harmónicas, virá

$$\bar{j}_l(x, t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \bar{j}_{l\mathbf{k}}(x, t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^{m_1} \bar{j}_{il\mathbf{k}}(x, t) \quad (4.22)$$

Da expressão (4.2), sendo $\mathbf{I}_{m\mathbf{v}}$ o valor eficaz da corrente de índice \mathbf{m} (relacionado com o índice \mathbf{i}) e de harmónica de índice \mathbf{v} , a expressão (4.21) poderá vir a ser substituída por

$$\begin{aligned} \bar{j}_l(x, t) &= \\ &= \sqrt{2} \left[1 + (-1)^{\varepsilon+k} \right] n_v e^{jk\pi \left(\frac{x}{\tau} + \frac{1}{2m_1} \right)} \frac{\sin \frac{k\pi c}{2\tau}}{k\pi c} \frac{\sin \frac{k\pi}{2m_1}}{\sin \frac{k\pi}{2m_1 q}} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^{m_1} \mathbf{I}_{m\mathbf{v}} e^{j(v\theta + \varphi_{m\mathbf{v}} - \frac{k\pi i}{m_1})} \end{aligned} \quad (4.23)$$

Em que tal como em (4.4), φ_{mv} está relacionada com φ_{iv} , por

$$\varphi_{mv} = \frac{1 + (-1)^i}{2} \pi + \varphi \left\{ \frac{i+1}{2} + \frac{[1 + (-1)^i]}{2} \left[\text{int}\left(\frac{m_1-1}{2}\right) + \frac{1}{2} \right] \right\}_v \quad (4.24)$$

A expressão (4.23) é generalizada para todas as situações contempladas em (4.21) e ainda para casos de diversas harmónicas oriundas da rede eléctrica.

- No caso dos ALIPs e, em especial, nas máquinas rotativas de indução (MRIs), é possível considerarem-se enrolamentos, de dupla camada, com passos encurtados de uma ou mais cavas. Assim considerando enrolamentos de duas camadas ($N_c = 2$), sendo N_c o número de camadas em cada cava, encurtados de zero ou mais cavas ($\gamma_e \geq 0$), como se ilustra na Figura 4.5, obtêm-se distribuições das densidades lineares de corrente com harmónicas, de ordem superior à primeira, com menor amplitude, em que β_e é o passo do enrolamento encurtado. Ainda relativamente à Figura 4.5, que representa um ALIP trifásico, se se trocarem duas fases, por exemplo L_2 com L_3 , verifica-se que as harmónicas da densidade linear de corrente invertem os seus sentidos.

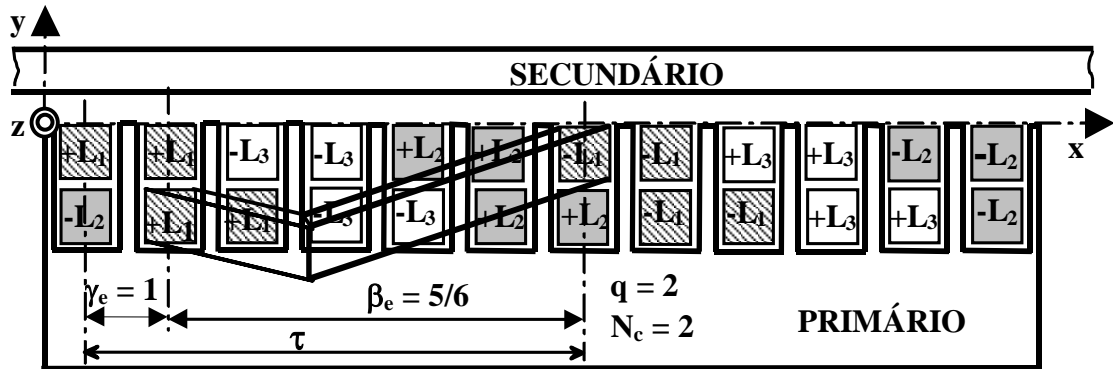


Figura 4.5 - Exemplo de distribuição de parte de um enrolamento trifásico, com duas camadas, correspondente a um duplo passo polar de um ALIP, para $q = 2$ e $\gamma_e = 1$.

No caso de enrolamentos de dupla camada, a sucessão de fases, de um dos lados das camadas (inferior ou superior), se se deslocar de γ_e cavas, por exemplo para a direita, a variação da densidade linear de corrente correspondente, é deslocada, no espaço de

$\pm \frac{\tau \gamma_e}{m_1 q}$, como se representa na expressão (4.25), em que o sinal (+) significa que as

camadas inferiores, face às camadas superiores, estão deslocadas para a esquerda (neste caso os enrolamentos estão inclinados, no sentido descendente, segundo x), e que o sinal (-) significa que as camadas inferiores, face às camadas superiores, estão deslocadas para a direita como se representa na Figura 4.5 (neste caso os enrolamentos estão inclinados, no sentido ascendente, segundo x).

$$\begin{aligned} \bar{j}_{l_k}(x, t) = \\ = \sqrt{2} \left[1 + (-1)^{\varepsilon+k} \right] n_v e^{jk\pi \left(\frac{x}{\tau} + \frac{q \pm 2\gamma_e}{2m_1 q} \right)} \frac{\sin \frac{k\pi c}{2\tau} \sin \frac{k\pi}{2m_1}}{k\pi c \sin \frac{k\pi}{2m_1 q}} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^{m_1} I_{mv} e^{j(v\theta + \varphi_{mv} - \frac{k\pi i}{m_1})} \end{aligned} \quad (4.25)$$

Considerando n_v o número de condutores por camada, a duas camadas sobrepostas correspondem a um número de condutores por cava, n_c , que é dado por $n_c = N_c n_v = 2n_v$. Assim, a soma de (4.23) com (4.25), resultará

$$\begin{aligned} \bar{j}_{l_k}(x, t) = \sqrt{2} \left[1 + (-1)^{\varepsilon+k} \right] n_c \frac{\sin \frac{k\pi c}{2\tau} \sin \frac{k\pi}{2m_1}}{k\pi c \sin \frac{k\pi}{2m_1 q}} \cos \frac{k\pi \gamma_e}{2m_1 q} e^{jk\pi \left(\frac{x}{\tau} + \frac{q \pm \gamma_e}{2m_1 q} \right)} \cdot \\ \cdot \sum_{v=-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^{m_1} I_{mv} e^{j(v\theta + \varphi_{mv} - \frac{k\pi i}{m_1})} \end{aligned} \quad (4.26)$$

Como é de esperar, caso o encurtamento seja nulo ($\gamma_e = 0$), o valor de $\bar{j}_{l_k}(x, t)$ apresentado em (4.26) é duplo dos valores de $\bar{j}_{l_k}(x, t)$ apresentados quer em (4.23) quer em (4.25).

Na maior parte das vezes é conveniente considerar o encurtamento do passo do enrolamento, β_e , que é dado por (2.3), ou seja, $\beta_e = \frac{m_1 q - \gamma_e}{m_1 q}$. Assim substituindo o valor de γ_e em (4.26), obtém-se

$$\begin{aligned} \bar{j}_{l_k}(x, t) = \sqrt{2} \left[1 + (-1)^{\varepsilon+k} \right] n_c \frac{\sin \frac{k\pi c}{2\tau} \sin \frac{k\pi}{2m_1}}{k\pi c \sin \frac{k\pi}{2m_1 q}} \cos \frac{k\pi(1 - \beta_e)}{2} e^{jk\pi \left(\frac{x}{\tau} + \frac{1}{2m_1} \pm \frac{1 - \beta_e}{2} \right)} \cdot \\ \cdot \sum_{v=-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^{m_1} I_{mv} e^{j(v\theta + \varphi_{mv} - \frac{k\pi i}{m_1})} \end{aligned} \quad (4.27)$$

De (4.26) ou de (4.27), define-se factor de encurtamento do passo, para a harmónica de índice k , por

$$K_{\beta k} = \cos \frac{k\pi\gamma_e}{2m_1q} = \cos \frac{k\pi(1-\beta_e)}{2} =$$

$$= \begin{cases} \sin \frac{k\pi}{2} \sin \frac{k\pi\beta_e}{2} = (-1)^{\frac{k-1}{2}} \sin \frac{k\beta_e\pi}{2} = e^{j\frac{k-1}{2}\pi} \sin \frac{k\beta_e\pi}{2}; & k \text{ (ímpar)} \\ \cos \frac{k\pi}{2} \cos \frac{k\beta_e\pi}{2} = (-1)^{\frac{k}{2}} \cos \frac{k\beta_e\pi}{2} = e^{j\frac{k}{2}\pi} \cos \frac{k\beta_e\pi}{2}; & k \text{ (par)} \end{cases} \quad (4.28)$$

Em termos de cálculo numérico, para um enrolamento encurtado de γ_e cavas, a expressão (4.7) poderá ser substituída por

$$\bar{j}_{l_{n'}} = \text{if} \left[x_{n'} \geq \tau_d \text{int} \left(\frac{n'}{N} + \frac{d}{2\tau_d} \right) + \frac{d}{2}, (-1)^{\text{int} \left(\frac{\varepsilon n' \pm \gamma_e N}{m_1 q N} \right)} \frac{n_v \bar{i}_m'}{c}, 0 \right] \quad (4.29)$$

Em que \bar{i}_m' é definido por

$$\bar{i}_m' = \begin{cases} \bar{i}_1; N\gamma_e \leq n' < N(q+\gamma_e) \vee N(m_1+\gamma_e)q \leq n' < N[(m_1+1)q+\gamma_e] \\ -\bar{i}_{2+\text{int}(\frac{m_1-1}{2})}; N(q+\gamma_e) \leq n' < N(2q+\gamma_e) \vee N[(m_1+1)q+\gamma_e] \leq n' < N[(m_1+2)q+\gamma_e] \\ \bar{i}_2; N(2q+\gamma_e) \leq n' < N(3q+\gamma_e) \vee N[(m_1+2)q+\gamma_e] \leq n' < N[(m_1+3)q+\gamma_e] \\ -\bar{i}_{3+\text{int}(\frac{m_1-1}{2})}; N(3q+\gamma_e) \leq n' < N(4q+\gamma_e) \vee N[(m_1+3)q+\gamma_e] \leq n' < N[(m_1+4)q+\gamma_e] \\ \dots \\ \bar{i}_{\frac{m_1+1}{2}}; 0 \leq n' < N\gamma_e \vee [(m_1-1)q+\gamma_e] \leq n' < N(m_1q+\gamma_e) \vee \\ \vee N[(2m_1-1)q+\gamma_e] \leq n' < 2Nm_1q \quad (m_1 - \text{ímpar}) \\ \text{(ou)} \\ -\bar{i}_{m_1}; 0 \leq n' < N\gamma_e \vee [(m_1-1)q+\gamma_e] \leq n' < N(m_1q+\gamma_e) \vee \\ \vee N[(2m_1-1)q+\gamma_e] \leq n' < 2Nm_1q \quad (m_1 - \text{par}) \end{cases} \quad (4.30)$$

Portanto para um estudo correspondente a um duplo passo polar, a densidade linear de corrente total é dada pela soma de (4.7) com (4.29), sendo $\mathbf{n}_v = \mathbf{n}/2$.

A Figura 4.6 representa a parte real da variação das correntes equilibradas de um sistema trifásico, em módulo, num espaço correspondente a um duplo passo polar (2τ) de um ALI com duas cavas bobinadas por pólo e por fase ($q = 2$) com o encurtamento de um passo de cava ($\tau_d = 1$), de acordo com as expressões (4.7) e (4.29), para $\omega t = 0$ ($i_1 \equiv \text{Re}\{\bar{i}_1\} = +1$, $i_2 \equiv \text{Re}\{\bar{i}_2\} = -1/2$ e $i_3 \equiv \text{Re}\{\bar{i}_3\} = -1/2$; grandezas em p.u.), e em que se consideram apenas as harmónicas de índice $v = 1$.

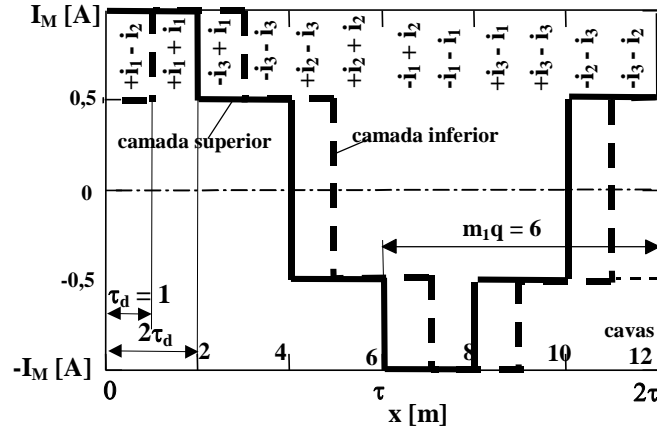


Figura 4.6 - Exemplo de distribuição das correntes equilibradas em parte de um enrolamento, com duas camadas, correspondente a um duplo passo polar de um ALI trifásico, para $q = 2$ e $\gamma_e = 1$ ($\beta_e = 5/6$).

Da Figura 4.6 é importante assinalar que, no segundo passo polar ($\tau \leq x \leq 2\tau$), as correntes são invertidas.

• Por outro lado, para a determinação exacta da densidade linear de corrente, ao longo das cavas do primário, de (4.4), e para quaisquer valores de ν , tendo em atenção a necessidade da inversão de fases segundo uma determinada sequência (por exemplo, $+L_1, -L_3, +L_2, -L_1, +L_3, -L_2, \dots$), definindo i o índice de fase sequencial ($i = 1, 2, 3, \dots, m_1$), o valor instantâneo da corrente $\bar{i}_m \equiv \bar{i}(m, t)$ (ver Tabela 4.I), em vez de (4.6), poderá ser dado por

$$\bar{i}_m = \sqrt{2} I_1 \sum_{\nu} (-1)^{i-1} \chi_{\frac{i+1}{2} + \frac{1+(-1)^i}{2} \text{int}(\frac{m_1-1}{2}) + \frac{1}{2}, \nu} e^{j \left[\nu \omega t + \varphi_{\frac{i+1}{2} + \frac{1+(-1)^i}{2} \text{int}(\frac{m_1-1}{2}) + \frac{1}{2}, \nu} \right]} \quad (4.31)$$

em que $\chi_{\frac{i+1}{2} + \frac{1+(-1)^i}{2} \text{int}(\frac{m_1-1}{2}) + \frac{1}{2}, \nu}$ representada a amplitude relativa da harmónica de face à de índice χ_{11} e $\varphi_{\frac{i+1}{2} + \frac{1+(-1)^i}{2} \text{int}(\frac{m_1-1}{2}) + \frac{1}{2}, \nu}$ o respectivo ângulo de defasagem.

Assim, por métodos computacionais, para qualquer sistema polifásico, de fases de índices $i = 1, 2, 3, \dots, m_1$, de (4.31), verifica-se que para a determinação da distribuição exacta da densidade linear de corrente, nas cavas do primário, em que o índice i é trocado pelo índice m , devem-se utilizar as seguintes condições:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{i}_{m_1, n'} = \text{if} [n' < m_1 qN, \bar{i}_{m_1}, 0] \\ \bar{i}_{m_1-1, n'} = \text{if} [n' < (m_1 - 1) qN, \bar{i}_{m_1-1}, \bar{i}_{m_1}] \\ \bar{i}_{m_1-2, n'} = \text{if} [n' < (m_1 - 2) qN, \bar{i}_{m_1-2}, \bar{i}_{m_1-1}] \\ \dots \\ \bar{i}_{2, n'} = \text{if} [n' < 2 qN, \bar{i}_2, \bar{i}_3] \\ \bar{i}_{1, n'} = \text{if} [n' < qN, \bar{i}_1, \bar{i}_2] \end{array} \right. \quad (4.32)$$

(esta condição contempla todas as anteriores)

em que n' representa o índice de cava ampliado N vezes ($i = 0, 1, \dots, 2mq - 1$), e $\bar{i}_{m_1, n'}, \bar{i}_{m_1-1, n'}, \dots, \bar{i}_{1, n'}$ os novos valores das correntes instantâneas, nas cavas, resultantes da inversão sequencial das fases.

Dado que, por exemplo para um sistema trifásico, do primeiro para o segundo passo polar, é necessário trocarem-se as polaridades das fases, ou seja, por exemplo, de $(+L_1, -L_3, +L_2)$ para $-(+L_1, -L_3, +L_2)$, ir-se-á estabelecer uma nova condição dada por $\bar{i}_{a_{n'}} = \text{if}(n' < m_1 qN, \bar{i}_{1, n'}, \bar{i}_{1, n' - m_1 qN})$, e que para o caso de se considerarem enrolamentos de passo encurtado, existe uma outra solução dada, por exemplo, por $\bar{i}_{b_{n'}} = \text{if}(n' > \gamma_e N, \bar{i}_{a_{n'} - \gamma_e N}, \bar{i}_{a_{2m_1 qN - n'}})$, em que ambas as condições podem ser

expressas, respectivamente, por $\bar{i}_{a_{n'}} = (-1)^{\text{int}(\frac{\varepsilon n'}{m_1 qN})} \bar{i}_m$ e por $\bar{i}_{b_{n'}} = (-1)^{\text{int}(\frac{\varepsilon n' - \gamma_e N}{m_1 qN})} \bar{i}'_m$, sendo \bar{i}_m o valor da corrente instantânea obtido a partir de (4.31), e \bar{i}'_m o resultado obtido a partir de (4.30). Assim as novas densidades lineares de corrente serão dadas,

$$\text{respectivamente, por } \bar{j}l_{a_{n'}} = \text{if} \left[x_{n'} \geq \tau_d \text{int} \left(\frac{n'}{N} + \frac{d}{2\tau_d} \right) + \frac{d}{2}, (-1)^{\text{int} \left(\frac{\varepsilon n'}{m_1 qN} \right)} \frac{n_v \bar{i}_m}{c}, 0 \right]$$

$$(4.6) \text{ e } (4.7), \text{ e por } \bar{j}l_{b_{n'}} = \text{if} \left[x_{n'} \geq \tau_d \text{int} \left(\frac{n'}{N} + \frac{d}{2\tau_d} \right) + \frac{d}{2}, (-1)^{\text{int} \left(\frac{\varepsilon n' - \gamma_e N}{m_1 qN} \right)} \frac{n_v \bar{i}'_m}{c}, 0 \right]$$

(4.29) e (4.30), sendo a densidade linear de corrente resultante, quer para enrolamentos encurtados ou não ($\gamma_e \geq 0$), igual a

$$\bar{j}l_{n'} = \bar{j}l_{a_{n'}} + \bar{j}l_{b_{n'}} \quad (4.33)$$

• Por outro lado, como as soluções para $\varepsilon = 0$ não têm interesse prático, verifica-se então que para $\varepsilon = 1$, quaisquer das expressões (4.20), (4.21), (4.23), (4.25), (4.26) ou (4.27), anulam-se sempre que k seja par, por isso as únicas harmónicas a considerar são as ímpares. Assim, por exemplo, de (4.28) para k ímpar, a expressão (4.27) reduz-se a

$$\bar{j}l_k(x, t) = 2\sqrt{2} n_c \frac{\sin \frac{k\pi c}{2\tau} \sin \frac{k\pi}{2m_1}}{k\pi c \sin \frac{k\pi}{2m_1 q}} \sin \frac{k \beta_e \pi}{2} \cdot e^{jk\pi(\frac{x}{\tau} + \frac{1}{2m_1} \pm \frac{1-\beta_e}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2k})} \cdot \sum_{v=-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^{m_1} I_{mv} e^{j(v\theta + \varphi_{mv} - \frac{k\pi i}{m_1})} \quad (4.34)$$

Se o símbolo (\pm) for substituído apenas pelo sinal (-) e, segundo a maioria dos autores [64, 77], se se considerar a harmónica de índice **1** (e não a de índice **-1**) a de maior amplitude, é também necessário substituir, na expressão (4.34), **k** por **-k**, de que resultará

$$\bar{j}l_k(x, t) = 2\sqrt{2} n_c \frac{\sin \frac{k\pi c}{2\tau} \sin \frac{k\pi}{2m_1}}{k\pi c \sin \frac{k\pi}{2m_1 q}} \sin \frac{k \beta_e \pi}{2} e^{-jk\pi(\frac{x}{\tau} + \frac{1}{2m_1} + \frac{\beta_e}{2} - \frac{1}{2k})} \cdot \sum_{v=-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^{m_1} I_{mv} e^{j(v\theta + \varphi_{mv} + \frac{k\pi i}{m_1})} \quad (4.35)$$

A expressão (4.35) é importante na determinação de todas as harmónicas da densidade linear de corrente de um ALI para qualquer número de cavas bobinadas por pólo e por fase, para qualquer número de fases equilibradas ou desequilibradas, podendo incluir outras harmónicas para além das correspondentes às ondas fundamentais, e com ou sem enrolamentos encurtados, para um espaço correspondente a um duplo passo polar.

As amplitudes das harmónicas face à onda fundamental, **M_k**, em percentagem, são dadas por

$$M_k(\%) = \frac{|\bar{j}l_k(x, t)|}{|\bar{j}l_{1*}(x, t)|} 100 \quad (4.36)$$

e o ângulo de fase, para uma posição **x** no instante **t**, é dado por

$$\varphi_k = \arcsin \frac{\text{Im}\{\bar{j}l_k(x, t)\}}{|\bar{j}l_k(x, t)|} \quad (4.37)$$

Da expressão (4.36), $|\bar{j}l_{1*}(x, t)|$ representa o maior valor, em módulo, de $|\bar{j}l_{\pm 1}(x, t)|$, que corresponde sempre a **k = 1***, isto é, a **k = +1** ou a **k = -1**. Na prática, dado que em sistemas desequilibrados existem duas primeiras harmónicas que viajam em sentidos contrários, opta-se pela densidade de corrente representada por $\bar{j}l_k(x, t)$, que

corresponde à maior densidade de corrente, em módulo, quando o sentido do campo girante ou viajante é da esquerda para a direita (\rightarrow).

De (4.35), define-se factor de distribuição do enrolamento, \mathbf{K}_{dk} , por

$$K_{dk} = \frac{\sin \frac{k\pi}{2m_1}}{q \sin \frac{k\pi}{2m_1 q}} \quad (4.38)$$

Igualmente, de (4.28) e segundo alguns autores, o factor de redução ou de encurtamento do passo, $\mathbf{K}_{\beta k}$, pode ser dado simplesmente por

$$K_{\beta k} = \sin \frac{k \beta_e \pi}{2} \quad (4.39)$$

Ainda de (4.35), considerando uma variável ξ igual à relação cava dente ($\xi = \mathbf{c}/\mathbf{d}$), e voltando a considerar que $\tau = \mathbf{m}q(\mathbf{d} + \mathbf{c})$, depois de alguma manipulação matemática, pode-se definir factor de relação cava dente (\mathbf{K}_{rk}), cujo módulo está compreendido entre os limites $\mathbf{0}$ e $\mathbf{1}$, por

$$K_{rk} = \frac{\sin \frac{k\pi c}{2\tau}}{\frac{k\pi c}{2\tau}} = \frac{\sin \frac{k\pi}{2m_1 q (\frac{1}{\xi} + 1)}}{\frac{k\pi}{2m_1 q (\frac{1}{\xi} + 1)}} \quad (4.40)$$

Ainda de (4.40), segundo alguns autores, se teoricamente considerar-se que o número de cavas bobinadas por pólo e por fase é bastante elevado ($q \gg$), o que significa que a largura de cada cava (c) é bastante inferior ao passo polar (τ), aplicando a regra de l'Hospital ao quociente $\sin \frac{k\pi c}{2\tau} / [k\pi c / (2\tau)]$ quando $c \rightarrow 0$, obtém-se

$$K_{rk} = K_r = \lim_{c \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{k\pi c}{2\tau}}{\frac{k\pi c}{2\tau}} = 1 \quad (4.41)$$

Em que, neste caso, o factor chamado de relação cava dente, \mathbf{K}_{rk} , é independente do índice de harmónica. Introduzido pelo autor, define-se factor de redução (\mathbf{K}_{Rk}), devido à relação cava dente (\mathbf{K}_{rk}) e às características do enrolamento, cujo factor é designado por \mathbf{K}_{Ek} , que será dado por

$$K_{Rk} = K_{rk} K_{Ek} = \frac{\sin \frac{k\pi c}{2\tau}}{\frac{k\pi c}{2\tau}} \frac{\sin \frac{k\pi}{2m_1}}{q \sin \frac{k\pi}{2m_1 q}} \sin \frac{k\beta_e \pi}{2} \quad (4.42)$$

e representando por N_{IP} o número de espiras por fase do primário de um ALIP, e por N_{IT} o número de espiras por fase do primário de um ALIT, estas grandezas serão dadas por

$$\begin{cases} N_{IP} = p q n_c \\ N_{IT} = 2 p q n_c \end{cases} \quad (4.43)$$

Assim, considerando a configuração ALIT, e introduzindo (4.42) e (4.43) em (4.35), obtém-se

$$\bar{j}l_k(x, t) = \frac{\sqrt{2} N_{IT} K_{Rk}}{2 p \tau} e^{-jk\pi(\frac{x}{\tau} + \frac{1}{2m_1} + \frac{\beta_e}{2} - \frac{1}{2k})} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^{m_1} I_{mv} e^{j(v\theta + \varphi_{mv} + \frac{k\pi i}{m_1})} \quad (4.44)$$

Ou ainda considerando a aproximação indicada em (4.41), obter-se-á

$$\bar{j}l_k(x, t) = \frac{\sqrt{2} N_{IT} K_{Ek}}{2 p \tau} e^{-jk\pi(\frac{x}{\tau} + \frac{1}{2m_1} + \frac{\beta_e}{2} - \frac{1}{2k})} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^{m_1} I_{mv} e^{j(v\theta + \varphi_{mv} + \frac{k\pi i}{m_1})} \quad (4.45)$$

• Como exemplo, a Figura 4.7 apresenta, num espaço correspondente a $2\tau = 0,2m$ e para $n_c = 200$ espiras, a variação da densidade linear de corrente num ALI trifásico desequilibrado em que se consideram as seguintes intensidades de corrente,

correspondentes às primeiras harmónicas: $\bar{i}_{11} = I_M e^{j\omega t}$, $\bar{i}_{21} = 1,2 I_M e^{j(\omega t - \frac{2\pi}{3})}$ e

$\bar{i}_{31} = 0,8 I_M e^{j(\omega t - \frac{5\pi}{3})}$, e ainda, correspondentes às terceiras harmónicas:

$\bar{i}_{13} = 0,2 I_M e^{j3\omega t}$, $\bar{i}_{23} = 0,2 I_M e^{j(3\omega t - \frac{2\pi}{3})}$ e $\bar{i}_{33} = 0,2 I_M e^{j(3\omega t - \frac{4\pi}{3})}$. Considera-se ainda a

existência de 2 cavas bobinadas por pólo e por fase ($q = 2$), $I_M = \sqrt{2} A$, $c/d = 1$, $\omega = 100\pi \text{ rad/s}$ e que $\beta_e = 5/6$.

Sendo a sequência de fases dada por $+L_1$; $-L_3$; $+L_2$; $-L_1$; $+L_3$; $-L_2$, de acordo com (4.35), as Figuras 4.6-a e 4.6-b apresentam as variações da densidade linear de corrente no ALI trifásico desequilibrado, de dados indicados anteriormente e num espaço correspondente a um duplo passo polar ($0 \leq x \leq 2\tau$), para $\omega t = 0$ e para $\omega t = \pi/2$, respectivamente, em que se considera, por exemplo, como referência, a projecção das grandezas segundo o eixo imaginário.

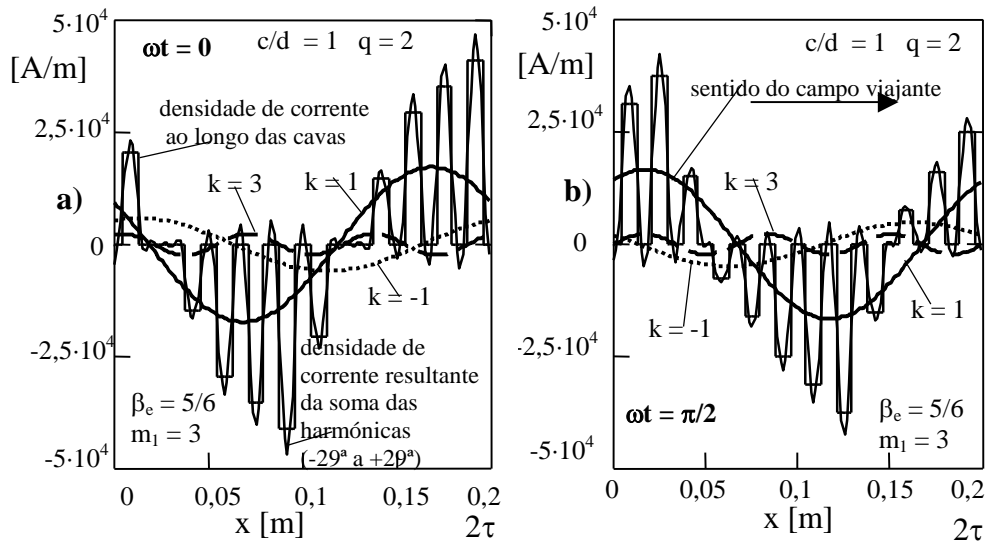


Figura 4.7 - Distribuição da densidade linear de corrente num ALI trifásico com correntes desequilibradas. **a)** $\omega t = 0$; **b)** $\omega t = \pi/2$.

Por observação das Figuras 4.7-a e 4.7-b verifica-se que a harmónica de índice $k = 1$ (de maior amplitude) viaja da esquerda para a direita, enquanto que a harmónica de índice $k = -1$, de menor amplitude, viaja em sentido contrário. De $\omega t = 0$ para $\omega t = \pi/2$ verifica-se que as harmónicas de índices $k = \pm 1$ se deslocaram de $\tau/2$, enquanto que as outras harmónicas deslocam-se de $\tau/(2k)$, $k = \pm 3, \pm 5, \pm 7, \pm 9, \dots$. Também se pode verificar que, em sistemas desequilibrados, quando as correntes no primário possuem harmónicas de índices superiores aos das 1^{as} harmónicas ($v = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$), algumas harmónicas da densidade linear de corrente, de índice k , passam a ter amplitudes moduladas, isto é, tornam-se variáveis em função de ωt .

Para o exemplo indicado na Figura 4.7, a Figura 4.8 apresenta, num plano de Argand, a evolução de diversas harmónicas da densidade linear de corrente em função da variável t , para $x = 0$.

Da expressão (4.35) e da Figura 4.8, uma vez fixado um ponto x ao longo do comprimento de um ALI, as harmónicas da densidade linear de corrente evoluem, no tempo, todas no mesmo sentido e descrevem todas a mesma porção de arco, em ângulos eléctricos.

Também se consta que algumas harmónicas da densidade linear de corrente variam de amplitude em função do tempo. Outras situações de diferente espectro de harmónicas oriundas da rede conduzem a diferentes espectros harmónicos da densidade linear de corrente.

A Figura 4.9 apresenta, num plano de Argand, a evolução de diversas harmónicas da densidade linear de corrente em função da variável x , para $\omega t = 0$.

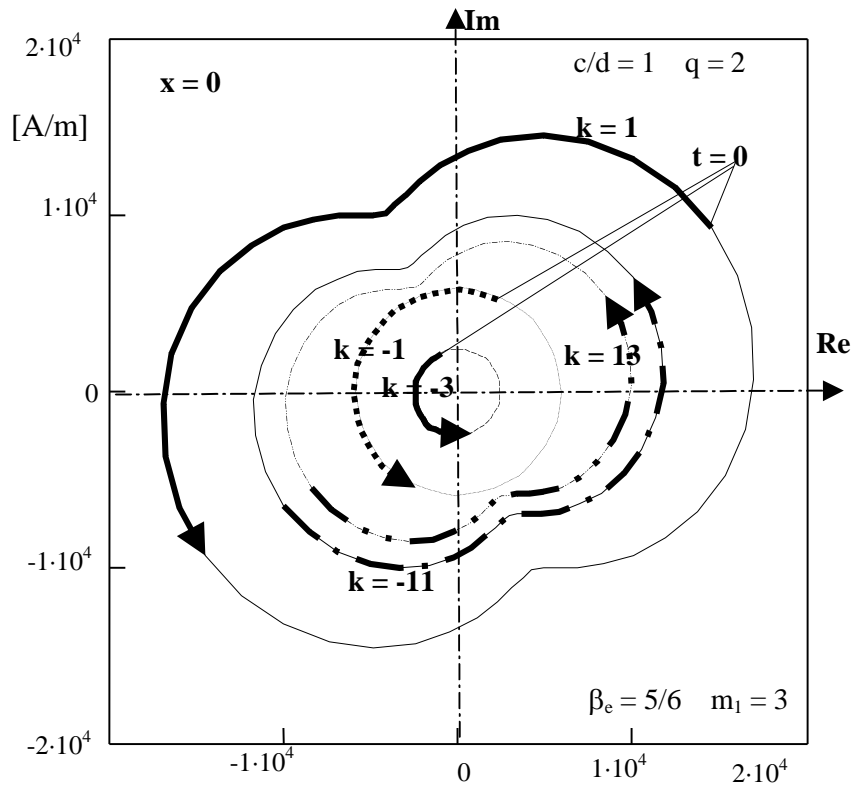


Figura 4.8 - Representação no plano de Argand da variação, no tempo, de diversas harmônicas da densidade linear de corrente, para $x = 0$.

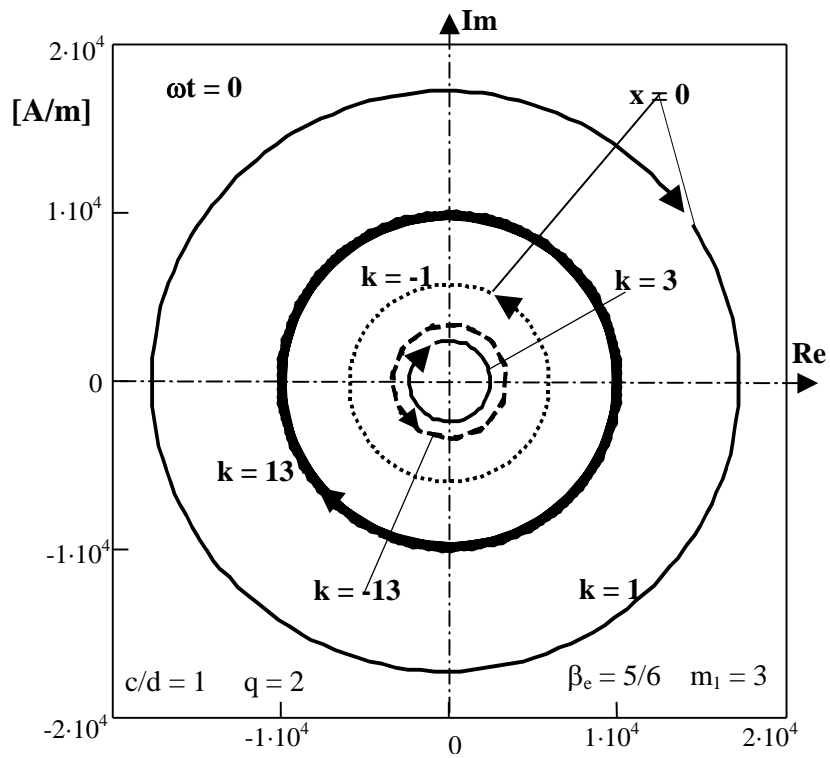


Figura 4.9 - Representação no plano de Argand da variação, no espaço, de diversas harmônicas da densidade linear de corrente, para $\omega t = 0$.

Por observação da Figura 4.9, verifica-se que num determinado intervalo espacial, por exemplo, a um quarto de período para $k = \pm 1$, corresponde a três quartos de período para $k = \pm 3$, ou seja, relativamente à primeira harmónica, a frequência da harmónica, em estudo, vem multiplicada por $|k|$. Ainda da Figura 4.9 verifica-se que as harmónicas afectadas de índice (+) deslocam-se num determinado sentido, que é contrário ao das harmónicas afectadas de índice (-), e que cada harmónica mantém sempre uma amplitude constante, para um tempo considerado fixo.

Por outra palavras, para $v = 1$, todas as harmónicas descrevem arcos iguais em tempos iguais, só que os seus comprimentos de onda variam na razão inversa de k .

Da expressão (4.37), utilizando, por exemplo, a condição $\varphi_k = \text{if} \left(\text{Im}\{\bar{j}l_k(x, t)\} < 0, -\arccos \frac{\text{Re}\{\bar{j}l_k(x, t)\}}{|\bar{j}l_k(x, t)|}, \arccos \frac{\text{Re}\{\bar{j}l_k(x, t)\}}{|\bar{j}l_k(x, t)|} \right)$, a Figura 4.10

representa os ângulos fase das harmónicas para $\omega t = 0$ e $x = 0$. A evolução dos ângulos fase, no tempo e no espaço, difere entre as harmónicas de índices positivos e as harmónicas de índices negativos.

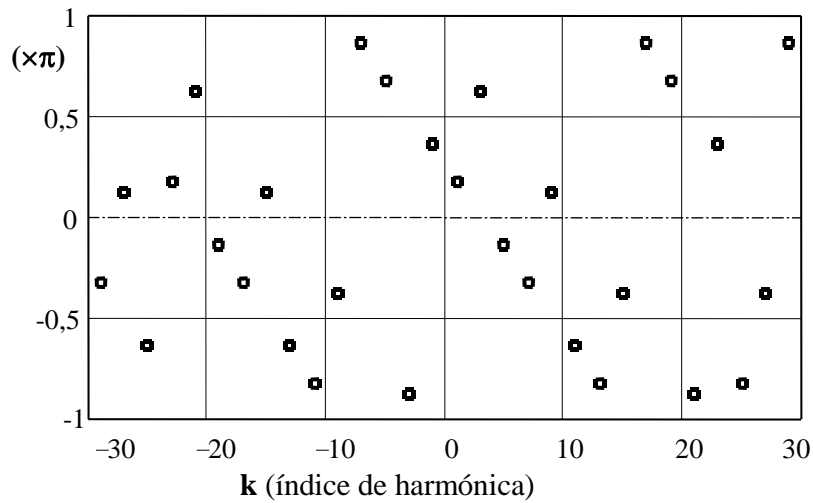


Figura 4.10 - Ângulos de fase das harmónicas, para $\omega t = 0$ e $x = 0$ ($m_l = 3$, $c/d = 1$, $q = 2$, e $\beta_e = 5/6$).

No entanto, deste exemplo anterior, descrito na página 180, se as harmónicas oriundas da rede, de índices diferentes de um, forem todas nulas ($v = 1$), a Figura 4.11 apresenta as variações da densidade linear de corrente, num espaço correspondente a um duplo passo polar ($0 \leq x \leq 2\tau$), para $\omega t = 0$ e para $\omega t = \pi/2$, respectivamente, em que se considera, como referência, a projecção das grandezas segundo o eixo imaginário.

Da Figura 4.11 pode-se constatar que as amplitudes das harmónicas da densidade linear de corrente mantêm-se constantes, para quaisquer valores de ωt .

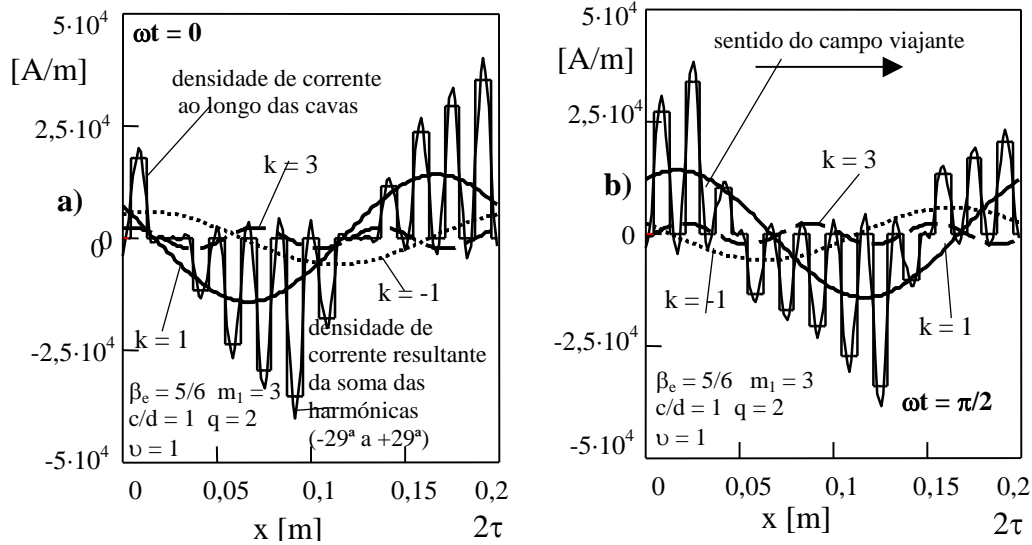


Figura 4.11 - Distribuição da densidade linear de corrente num ALI trifásico com correntes desequilibradas, mas só presentes as 1^{as} harmónicas da rede. **a)** $\omega t = 0$; **b)** $\omega t = \pi/2$.

Da expressão (4.36), a Figura 4.12 representa o espectro das harmónicas ímpares da densidade linear de corrente harmónicas, compreendidas entre $k = -29$ e $k = 29$. Verifica-se que existem todas harmónicas ímpares de índice negativo (\leftarrow) e de índice positivo (\rightarrow).

È importante verificar, em sistemas trifásicos desequilibrados, que as harmónicas de índices $+3$ e -3 têm sempre iguais amplitudes, e que o mesmo se verifica para todas as que sejam múltiplas ímpares de ± 3 ($\pm 9, \pm 15, \pm 21, \pm 27, \dots$).

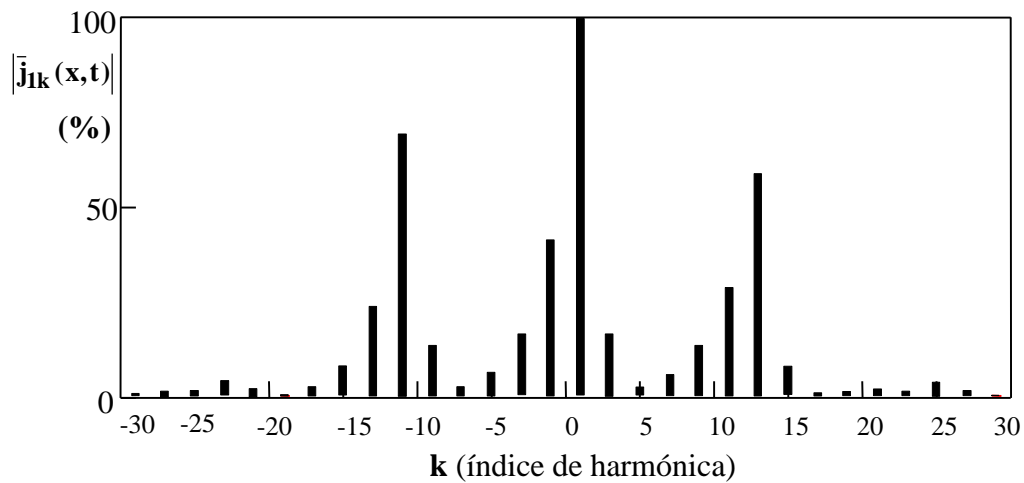


Figura 4.12 - Amplitudes das diversas harmónicas, em percentagem, da densidade linear de corrente ($m_1 = 3$, $c/d = 1$, $q = 2$, $\beta_e = 5/6$, e $v = 1$).

4.1.1 Densidade Linear de Corrente para Tipologias de ALIs com Diversas Fases

Particularizando, de acordo com as tipologias mais diversificadas, para $\varepsilon = 1$, obtêm-se as seguintes soluções:

- ALI monofásico com um só enrolamento e circuito com fase e neutro ($m_1 = 1$).

Sendo a sequência de ligações, no espaço correspondente a um duplo passo polar (2τ), $+L_1$; $-L_1$, neste caso existem todas as harmónicas ímpares e de acordo, por exemplo, com (4.44), sendo $\theta = \omega t$, a densidade linear de corrente no primário é dada por

$$\bar{j}l_k(x, t) = \frac{\sqrt{2}N_f}{2p\tau} \frac{\sin \frac{k\pi c}{2\tau}}{\frac{k\pi c}{2\tau}} \frac{\sin \frac{k\pi}{2}}{q \sin \frac{k\pi}{2q}} \sin \frac{k\pi}{2} e^{-jk\pi(\frac{x}{\tau} - \frac{1-\beta_e}{2} - \frac{1}{2k})} \sum_{v=-\infty}^{\infty} I_{1v} e^{j(v\omega t + \phi_{1v})} \quad (4.46)$$

sendo I_{1v} o valor eficaz da corrente de índice v , e $N_f = N_{1T}$ ou $N_f = 2 \cdot N_{1P}$ (N_f - número de condutores por fase). Dado que em sistemas monofásicos não se justifica encurtarem-se enrolamentos ($\beta_e = 1$), no caso particular de se considerar apenas a onda fundamental oriunda da rede ($v = 1$), e supondo que $I_{1v} = I_{11} = I_1$ e que $\phi_{1v} = \phi_{11} = 0$, de (4.46) virá

$$\bar{j}l_k(x, t) = \frac{\sqrt{2}N_f K_{Rk} I_1}{2p\tau} e^{j\left[\omega t - k\pi\left(\frac{x}{\tau} - \frac{1}{2k}\right)\right]} \quad (4.47)$$

em que o factor de redução K_{Rk} resulta do produto do factor de relação cava dente K_{rk} pelo factor de enrolamento K_{Ek} , que é dado por

$$K_{Rk} = \frac{\sin \frac{k\pi c}{2\tau}}{\frac{k\pi c}{2\tau}} \frac{\sin \frac{k\pi}{2}}{q \sin \frac{k\pi}{2q}} \sin \frac{k\pi}{2} \quad (4.48)$$

Da expressão (4.48) verifica-se que existem todas as harmónicas ímpares ($k = \dots, -9, -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, 9, \dots$), ou seja, $k = 2m_1\kappa + 1 = 2\kappa + 1$, para $\kappa = \dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots$ Isto significa que existem harmónicas de amplitudes iguais, duas a duas, que viajam em sentidos contrários, pelo que se pode concluir que o campo magnético resultante seja pulsante. No entanto, de (4.48), se $kc/(2\tau)$ for um número inteiro, e se k for ímpar, então as respectivas harmónicas de índices $\pm k$ serão nulas.

Na verdade, para qualquer número m_1 de fases, por exemplo de (4.48), pode-se considerar o cociente $\sin \frac{k\pi}{2m_1} / \sin \frac{k\pi}{2m_1 q}$, pelo que se verifica que os índices das harmónicas da densidade linear de corrente no primário, devem ser ímpares para que o valor de $\bar{j}l_k(x, t)$ seja diferente de zero, como se pode observar em (4.49).

$$\begin{cases} \sin \frac{k\pi}{2m_1} \neq 0 \leftrightarrow \frac{k\pi}{2m_1} \neq \kappa\pi \leftrightarrow k \neq 2m_1\kappa \\ \sin \frac{k\pi}{2m_1q} \neq 0 \leftrightarrow \frac{k\pi}{2m_1q} \neq \kappa\pi \leftrightarrow k \neq 2m_1q\kappa \end{cases} \quad \kappa = 0, \pm 1; \pm 2; \pm 3, \dots \quad (4.49)$$

Dado que de (4.49) $2m_1\kappa$ e $2m_1q\kappa$ são sempre pares para κ inteiro, isto significa que todos os valores de k que sejam ímpares tornam o cociente $\frac{\sin \frac{k\pi}{2m_1}}{\sin \frac{k\pi}{2m_1q}}$ diferente de zero; isto é, a solução correspondente será igual a $k = \dots, -5, -3, -1, 1, 3, 5, \dots$. Notar que o campo viajante das harmónicas afectadas com o sinal (-) deslocam-se num determinado sentido e o das harmónicas afectadas de sinal (+) deslocam-se em sentido contrário ao anterior.

Tomando como referência a parte imaginária das grandezas complexas, a Figura 4.13 representa o espectro da densidade linear de corrente, para $\omega t = 0$ e $\omega t = \pi/2$, num espaço correspondente a um duplo passo polar ($2\tau = 1\text{m}$, ou outro valor em p.u.), para uma relação cava dente igual a um ($c/d = 1$), uma corrente $I_1 = 1\text{A}$, um número de condutores por cava $n_c = 100$, e um número de cavas bobinadas por pólo e por fase igual a três ($q = 3$).

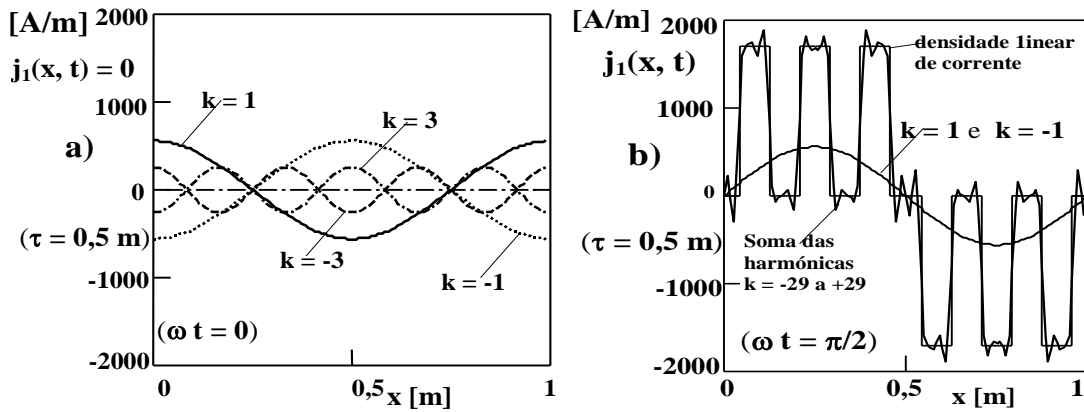


Figura 4.13 - Densidade linear de corrente nas cavas e suas harmónicas, para $m_1 = 1$, $c/d = 1$, e $q = 3$. a) $\omega t = 0$; b) $\omega t = \pi/2$.

Da Figura 4.13 é importante observar que, para $\omega t = 0$ e para $\omega t = \pi/2$, as harmónicas de índices simétricos, de iguais amplitudes, estão em oposição de fase e em fase, respectivamente, o que confirma o teorema de Leblanc, como se pode observar na Figura 4.14.

A Figura 4.14-a representa as amplitudes das diversas harmónicas, em percentagem, e a Figura 4.14-b os respectivos ângulos de fase para $x = 0$, e para $\omega t = 0$ e $\omega t = \pi/2$.

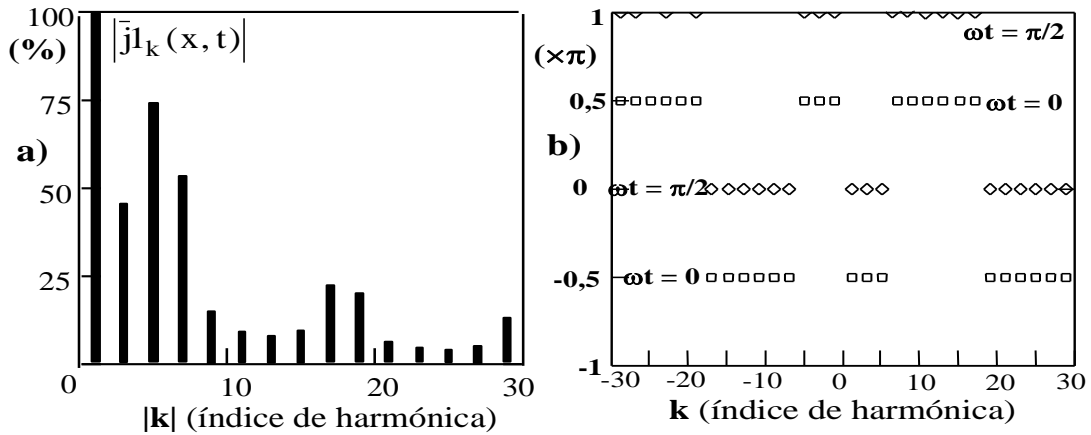


Figura 4.14 - Amplitudes das harmónicas, em percentagem, e ângulos de fase para $x = 0$, $m_1 = 1$, $c/d = 1$, $q = 3$. **a)** $\omega t = 0$; **b)** $\omega t = \pi/2$.

Da Figura 4.14-a verifica-se que para além da maior amplitude da onda fundamental, existem outras harmónicas de maior amplitude relativa para valores de $|k|$ situados na vizinhança de $6 = 2m_1q$ e de $18 = 3 \cdot 2m_1q$, ou seja, os índices das harmónicas de maior amplitude relativa estão directamente relacionados com o número de fases e com o número de cavas bobinadas por pólo e por fase. Da Figura 4.14-b, dado que as harmónicas de índices positivos viajam em sentido contrário ao das harmónicas de índices negativos, verifica-se que para $\omega t = 0$ a soma algébrica trona-se igual a $\pm \pi/2$, mas para $\omega t = \pi/2$ essa soma será duplicada, como também se pode observar pela Figura 4.13.

No caso particular de um ALI monofásico possuir enrolamento auxiliar, o problema pode ser sempre resolvido a partir de (4.32), considerando-se uma máquina bifásica no caso do enrolamento principal ocupar metade das cavas ou, por exemplo, uma máquina trifásica no caso do enrolamento principal ocupar $2/3$ das cavas, isto é, a sequência de ligações das fases nas cavas $+L_1, -L_3, +L_2, -L_1, +L_3, -L_2, \dots$, passa, por exemplo, para $+L_1, +L_1, +L_a, -L_1, -L_1, -L_a, \dots$, como se pode observar na Figura 4.13. Quanto a outras soluções, cada caso deve ser estudado particularmente.

A Figura 4.15 apresenta, em grandezas **p.u.** e para uma relação cava dente igual a **1**, o espectro da densidade linear de corrente, num espaço correspondente a $2\tau_c = 6$ cavas, de um ALI monofásico com $2/3$ das cavas preenchidas com o enrolamento principal e $1/3$ com o enrolamento auxiliar em que se supõe que seja percorrido por uma corrente igual à do enrolamento do primário mas desfasada de $\pi/3$ rad. Pela referida Figura 4.15, verifica-se que, para $\omega t = 0$ só existe corrente no enrolamento auxiliar, e que para $\omega t = \pi/2$, para além de existir corrente no enrolamento principal, também existe corrente no enrolamento auxiliar, pelo facto desta corrente não estar em quadratura com \bar{i}_1 .

Ainda da Figura 4.15, a Figura 4.16 representa as amplitudes relativas das diversas harmónicas em percentagem.

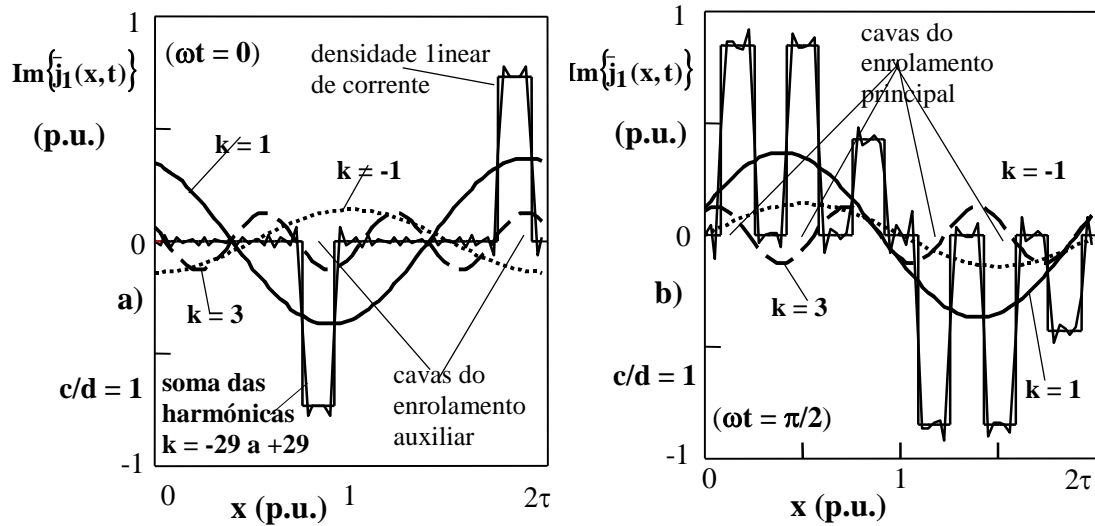


Figura 4.15 - Densidade linear de corrente nas cavas e suas harmónicas, para um ALI monofásico com 2/3 das cavas preenchidas com o enrolamento principal e 1/3 com o enrolamento auxiliar, para $c/d = 1$. **a)** $\omega t = 0$; **b)** $\omega t = \pi/2$.

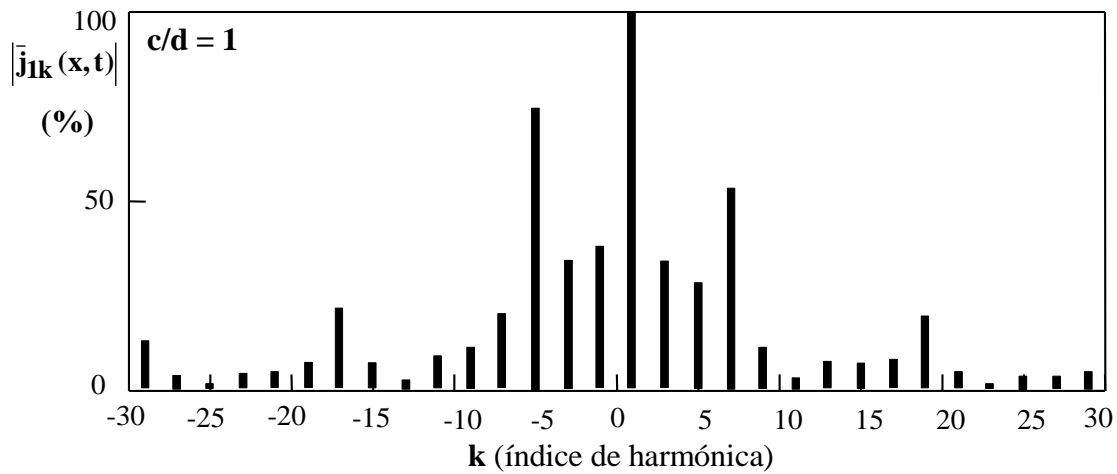


Figura 4.16 - Amplitudes das harmónicas, em percentagem, de um ALI monofásico com 2/3 das cavas preenchidas com o enrolamento principal e 1/3 com o enrolamento auxiliar, para $c/d = 1$.

Ainda da Figura 4.16, a Figura 4.17 representa as amplitudes relativas das diversas harmónicas, em percentagem, para o caso particular de $c/d = 2$. Por comparação de ambas as Figuras, 4.15 e 4.16, verifica-se que, pelo facto de se alterar a relação cava dente, as amplitudes das diversas harmónicas, relativamente à 1ª, variam em módulo.

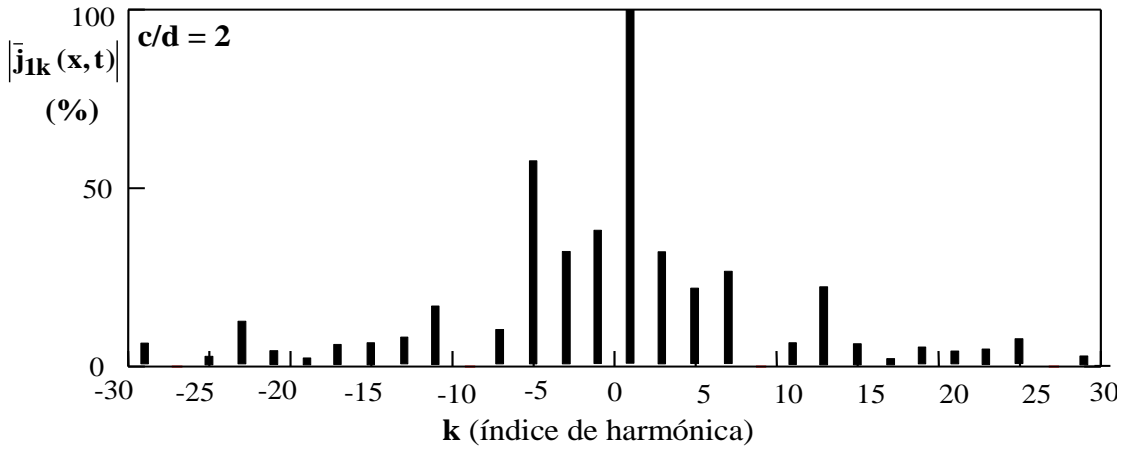


Figura 4.17 - Amplitudes das harmónicas, em percentagem, de um ALI monofásico com 2/3 das cavas preenchidas com o enrolamento principal e 1/3 com o enrolamento auxiliar, para $c/d = 2$.

Da Figura 4.17 verifica-se que as amplitudes das harmónicas de índices $k = \pm 9$ e $k = \pm 27$ são praticamente nulas, isto significa que para estas harmónicas o factor de redução do passo é aproximadamente igual a zero, pois através da expressão

$$K_{rk} = \frac{\sin \frac{k\pi}{2m_1q(1/\xi + 1)}}{k\pi} \cdot \frac{2m_1q(1/\xi + 1)}{2m_1q(1/\xi + 1)}, \text{ sendo } \xi = c/d = 2, \text{ obter-se-á } K_{r(\pm 9)} = K_{r(\pm 27)} \approx 0. \text{ Neste caso}$$

considerou-se que $q = 1$ e $m_1 = 3$, dado que houve partição dos dois enrolamentos nas cavas, numa relação de 2/3 e de 1/3, para o enrolamento principal e para o enrolamento auxiliar, respectivamente.

- ALI bifásico com dois enrolamentos em quadratura e com neutro ($m_1 = 2$), e com as intensidades de corrente desfasadas, entre si, de $\pi/2$.

Para esta tipologia de ALIs, de acordo com (4.44), para $v = 1$, a densidade linear de corrente no primário será dada por

$$\bar{j}_{1k}(x, t) = \frac{\sqrt{2} N_f}{2p\tau} \frac{\sin \frac{k\pi c}{2\tau}}{\frac{k\pi c}{2\tau}} \frac{\sin \frac{k\pi}{4}}{q \sin \frac{k\pi}{4q}} \sin \frac{k\beta_e \pi}{2} e^{-jk\pi(\frac{x}{\tau} + \frac{1}{4} + \frac{\beta_e}{2} - \frac{1}{2k})} \sum_{i=1}^2 I_{mi} e^{j(\theta + \varphi_{mi} + \frac{k\pi i}{2})} \quad (4.50)$$

No caso particular de se considerarem apenas as ondas fundamentais ($v = 1$), como já formulado em (4.50), e supondo que $I_{11} \equiv I_{21} = I_1$, $\varphi_{11} = 0$ e que $\varphi_{21} = -\pi/2$, a expressão (4.50) poderá ser substituída por

$$\bar{j}_{1k}(x, t) = \frac{\sqrt{2} N_f I_1}{p\tau} \frac{\sin \frac{k\pi c}{2\tau}}{\frac{k\pi c}{2\tau}} \frac{\sin \frac{k\pi}{4}}{q \sin \frac{k\pi}{4q}} \sin \frac{k\beta_e \pi}{2} e^{j \left[\omega t - k\pi \left(\frac{x}{\tau} + \frac{2\beta_e + 1}{4} + \frac{1}{k} \right) \right]} \quad (4.51)$$

Da expressão (4.51) passam apenas a existir as harmónicas ímpares ($k = \dots, -11, -7, -3, 1, 5, 9, 13, \dots$), ou seja, $k = 2m_1\kappa + 1 = 4\kappa + 1$, para $\kappa = \dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots$, como pode ser confirmado na Figura 4.18, para as amplitudes relativas das diversas harmónicas, em percentagem, em que $c/d = 1$, $\beta_e = 1$ e $q = 2$.

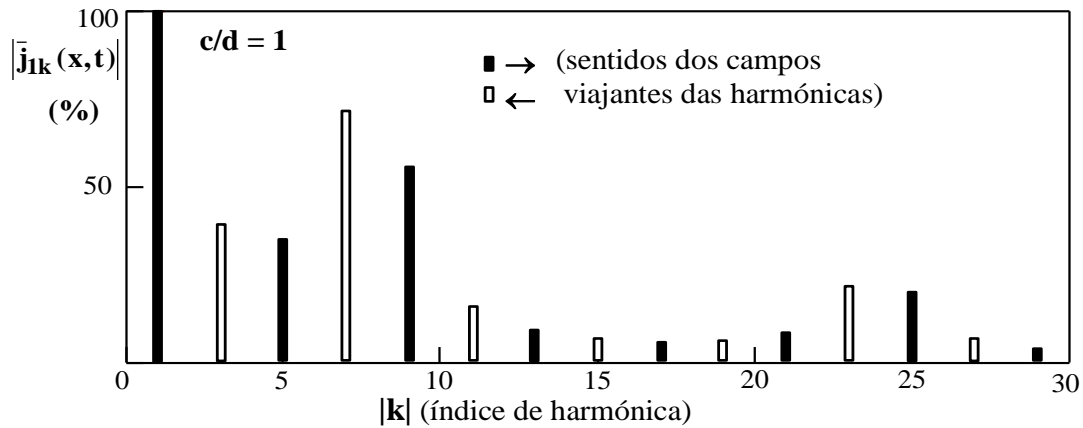


Figura 4.18 - Amplitudes das harmónicas, em percentagem, de um ALI bifásico com as correntes iguais e em quadratura, para $c/d = 1$, $\beta_e = 1$ e $q = 2$.

- ALI bifásico com dois enrolamentos em quadratura e com neutro ($m_1 = 2$), e com as intensidades de corrente desfasadas, entre si, de $2\pi/3$.

De acordo com (4.44), para o caso particular de se considerarem apenas as ondas fundamentais ($v = 1$), e supondo que $I_{11} \equiv I_{21} = I_1$, $\phi_{11} = 0$ e que $\phi_{21} = -2\pi/3$, a densidade de corrente no primário, após algumas manipulações matemáticas, será dada por

$$\bar{j}_{1k}(x, t) = \frac{\sqrt{2} \left[\sqrt{3} + (-1)^{\frac{1-k}{2}} \right] N_f I_1}{4p\tau} \frac{\sin \frac{k\pi c}{2\tau}}{\frac{k\pi c}{2\tau}} \frac{\sin \frac{k\pi}{2}}{q \sin \frac{k\pi}{4q}} \sin \frac{k\beta_e \pi}{2} e^{j \left[\omega t - k\pi \left(\frac{x}{\tau} + \frac{\beta_e + 1}{2} + \frac{2}{3k} \right) \right]} \quad (4.52)$$

De (4.52), tomando como referência os dados relacionados com a Figura 4.18, a Figura 4.19 representa o espectro da densidade linear de corrente no primário, em **p.u.**, para $\omega t = 0$ e para $\omega t = \pi/2$, num espaço correspondente a um duplo passo polar 2τ , para uma relação cava dente igual a um ($c/d = 4$), duas correntes iguais, I_1 e I_2 , e desfasadas, entre si, de $2\pi/3$ rad, com um número de condutores por cava, $n_c = 100$, um número de cavas bobinadas por pólo e por fase igual a três ($q = 3$), e $\beta_e = 8/9$.

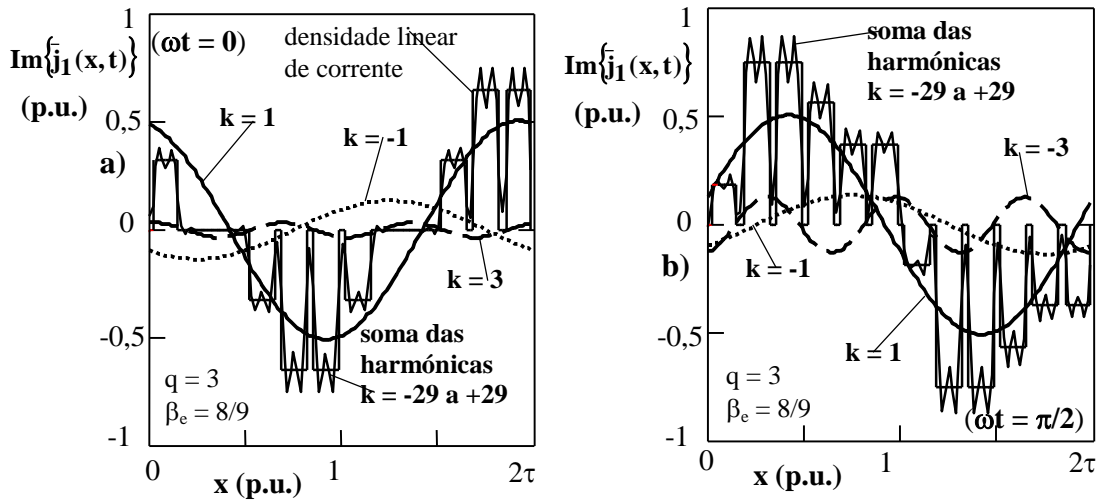


Figura 4.19 - Densidade linear de corrente nas cavas e suas harmónicas, para um ALI bifásico com as correntes iguais e desfasadas de $2\pi/3$, para $c/d = 4$.
a) $\omega t = 0$; b) $\omega t = \pi/2$.

Da Figura 4.19, para ALIs bifásicos com as correntes iguais e desfasadas, entre si, de $2\pi/3$ rad, mesmo as harmónicas de índices ± 3 apresentam amplitudes diferentes, contrariamente a todas as tipologias anteriormente analisadas, mesmo no que se verificava, em cada instante com a introdução de diversos índices de harmónicas oriundas da rede (esta análise só é válida para sistemas trifásicos, ou monofásicos mesmo desequilibrados).

Da Figura 4.19, a Figura 4.20 representa as amplitudes relativas das diversas harmónicas da densidade linear de corrente, em percentagem, para uma relação $c/d = 4$.

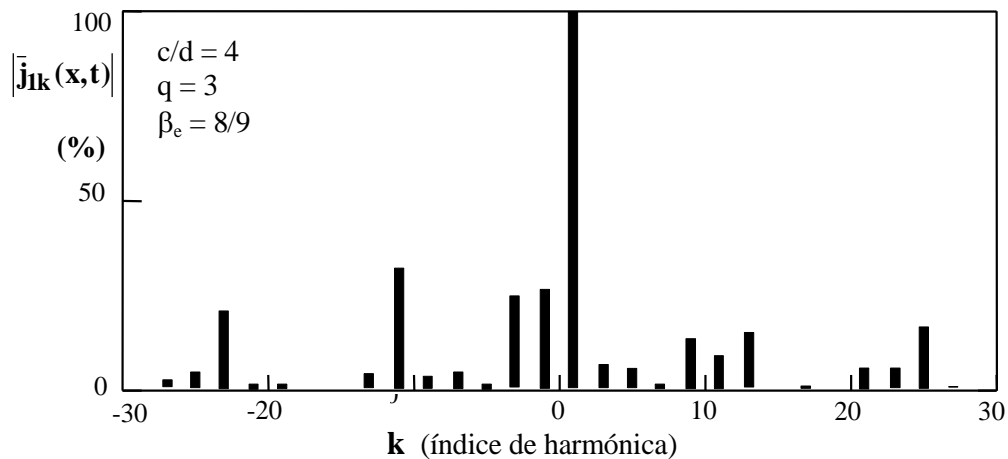


Figura 4.20 - Amplitudes das harmónicas, em percentagem, de um ALI bifásico de correntes iguais e desfasadas de $2\pi/3$, para $c/d = 4$.

Da Figura 4.20, verifica-se que existem todas as harmónicas ímpares ($\mathbf{k} = \dots, -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, \dots$), e por intermédio de cálculos matemáticos, também se verificam que as relações entre as harmónicas com índices simétricos são constantes, segundo uma determinada sequência, como se pode observar na expressão (4.53).

$$\frac{|\bar{j}_{l1}(x, t)|}{|\bar{j}_{l-1}(x, t)|} = \frac{|\bar{j}_{l-3}(x, t)|}{|\bar{j}_{l-5}(x, t)|} = \frac{|\bar{j}_{l5}(x, t)|}{|\bar{j}_{l-7}(x, t)|} = \dots = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1} = 2 + \sqrt{3} \quad (4.53)$$

Neste caso relação entre as amplitudes das harmónicas de índices simétricos é de $2 + \sqrt{3}$ ou de $1/(2 + \sqrt{3})$, sendo o campo viajante resultante imposto pela 1ª harmónica de índice positivo (+), dado que possui maior amplitude.

- ALI trifásico com os enrolamentos dispostos simetricamente e com ou sem neutro ($\mathbf{m}_1 = 3$).

De acordo com (4.44), a densidade linear de corrente no primário será dada por

$$\bar{j}_{lk}(x, t) = \frac{\sqrt{2} N_f}{2 p \tau} \frac{\sin \frac{k \pi c}{2 \tau} \sin \frac{k \pi}{6}}{\frac{k \pi c}{2 \tau} q \sin \frac{k \pi}{6 q}} \sin \frac{k \beta_e \pi}{2} e^{-j k \pi \left(\frac{x}{\tau} + \frac{\beta_e}{2} + \frac{1}{6} - \frac{1}{2k} \right)} \cdot \sum_{v=-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^3 I_{mv} e^{j(v\theta + \varphi_{mv} + \frac{k\pi i}{3})} \quad (4.54)$$

No caso particular de se considerarem apenas as ondas fundamentais ($\mathbf{v} = 1$), e supondo que $\mathbf{I}_{11} \equiv \mathbf{I}_{21} = \mathbf{I}_{31} = \mathbf{I}$, $\varphi_{11} = 0$, $\varphi_{21} = -2\pi/3$ e que $\varphi_{31} = -4\pi/3$, (4.54) será substituída por

$$\bar{j}_{lk}(x, t) = \frac{3\sqrt{2} N_f I_1}{2 p \tau} \frac{\sin \frac{k \pi c}{2 \tau} \sin \frac{k \pi}{6}}{\frac{k \pi c}{2 \tau} \sin \frac{k \pi}{6 q}} \sin \frac{k \beta_e \pi}{2} e^{j \left[\omega t - k \pi \left(\frac{x}{\tau} + \frac{\beta_e}{2} + \frac{1}{2} + \frac{5}{6k} \right) \right]} \quad (4.55)$$

em que passam a existir as harmónicas ímpares ($\mathbf{k} = \dots, -17, -11, -5, 1, 7, 13, 19, \dots$), ou seja, $\mathbf{k} = 2\mathbf{m}_1\mathbf{k} + 1 = 6\mathbf{k} + 1$, para $\mathbf{k} = \dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots$. Tendo em consideração que o factor de redução, \mathbf{K}_{Rk} , é dado por $\mathbf{K}_{Rk} = \mathbf{K}_{rk} \cdot \mathbf{K}_{Ek}$, a expressão (4.55) poderá ser substituída por

$$\bar{j}_{lk}(x, t) = \frac{3\sqrt{2} N_f K_{Rk} I_1}{2 p \tau} e^{j \left[\omega t - k \pi \left(\frac{x}{\tau} + \frac{\beta_e + 1}{2} + \frac{5}{6k} \right) \right]} \quad (4.56)$$

Ainda segundo alguns autores, [11, 15, 77], a expressão (4.54) pode ser simplificada, de modo a que seja considerada apenas a 1ª harmónica, de índice $k = 1$, para $\beta_e \cong 1$ e,

portanto, $\frac{\sin \frac{k\pi c}{2\tau}}{\frac{k\pi c}{2\tau}} \cong 1$, pelo que resultará

$$\bar{j}_{11}(x, t) = \frac{3\sqrt{2} N_f K_{El} I_1}{2\pi\tau} e^{j\left[\omega t - \pi\left(\frac{x}{\tau} - \frac{1}{6}\right)\right]} \cong \frac{3\sqrt{2} N_f K_{El} I_1}{2\pi\tau} e^{j\left(\omega t - \frac{\pi x}{\tau}\right)} \quad (4.57)$$

A Figura 4.21 representa o espectro da densidade linear de corrente no primário de um ALI trifásico, de correntes equilibradas, em p.u., para $\omega t = 0$ e para $\omega t = \pi/2$, num espaço correspondente a um duplo passo polar $2\tau_c = 6$ cavas ($q = 1$), para uma relação cava dente igual a oito ($c/d = 8$ - vulgar em ALITs), e para $\beta_e = 1$.

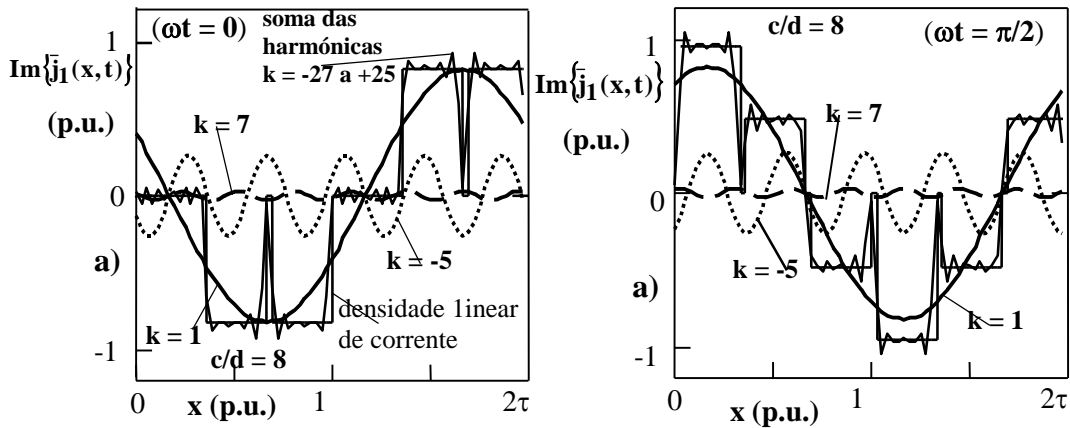


Figura 4.21 - Densidade linear de corrente nas cavas e suas harmónicas, para um ALI trifásico com as correntes equilibradas, para $c/d = 8$, $\beta_e = 1$ e $q = 1$.
a) $\omega t = 0$; b) $\omega t = \pi/2$.

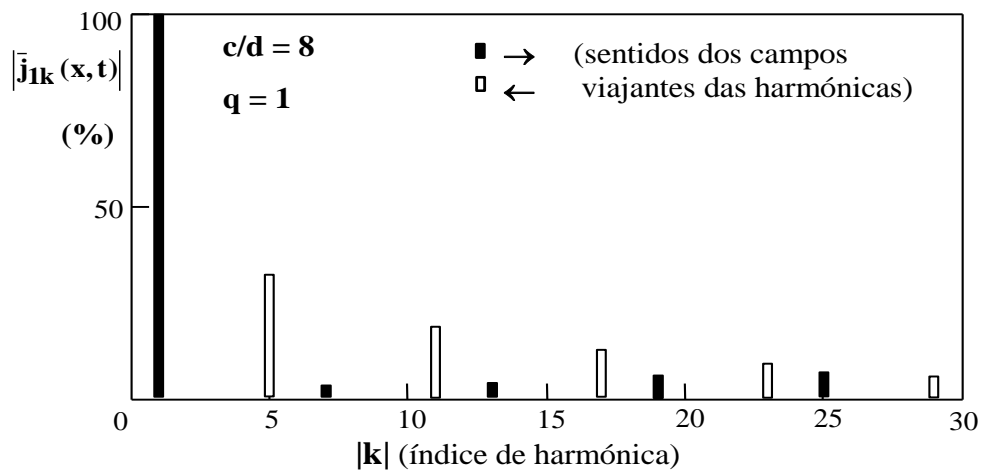


Figura 4.22 - Amplitudes das harmónicas, em percentagem, de um ALI trifásico de correntes equilibradas, para $c/d = 8$, $\beta_e = 1$ e $q = 1$.

A Figura 4.22 representa as amplitudes relativas das diversas harmónicas da densidade linear de corrente, em percentagem, para uma relação $c/d = 8$, $\beta_e = 1$ e $q = 1$.

Relativamente à Figura 4.22, a Figura 4.23 representa as amplitudes relativas das diversas harmónicas da densidade linear de corrente, em percentagem, mas para $q = 2$.

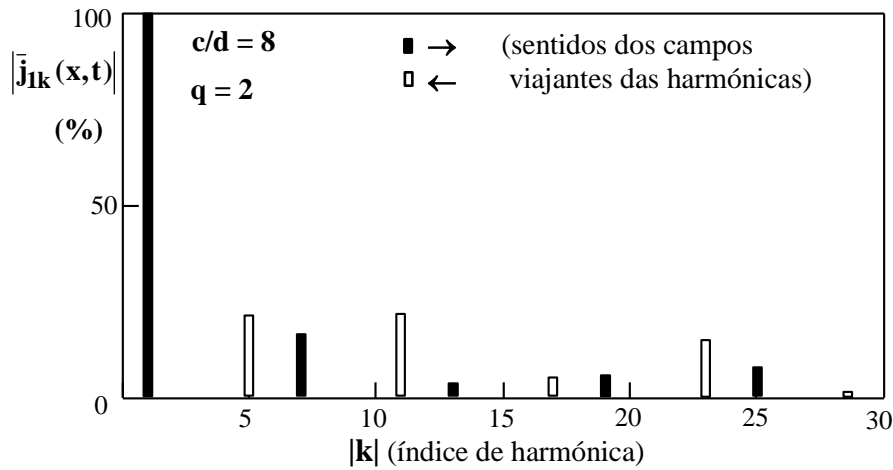


Figura 4.23 - Amplitudes das harmónicas, em percentagem, de um ALI trifásico de correntes equilibradas, para $c/d = 8$, $\beta_e = 1$ e $q = 2$.

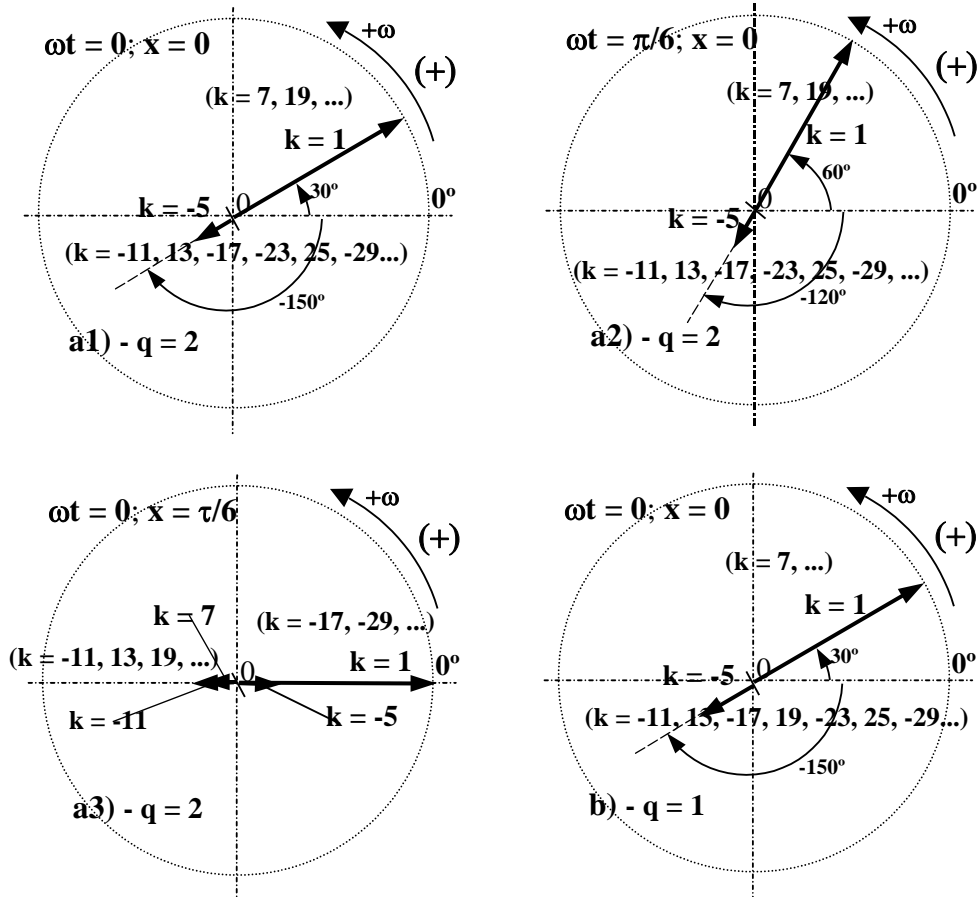
Por comparação das Figuras 4.22 e 4.23, verifica-se que as amplitudes relativas das harmónicas da densidade linear de corrente no primário variam pelo facto de se alterar o número de cavas bobinadas por pólo e por fase.

A Figura 4.24-a1 apresenta as amplitudes relativas e os respectivos ângulos de fase, das diversas harmónicas da densidade linear de corrente no primário, em **p.u.**, para $\omega t = 0$ e $x = 0$, referente a um ALI trifásico de fases equilibradas, para $q = 2$, $c/d = 8$ e $\beta_e = 1$. A Figura 4.24-a2 apresenta as mesmas amplitudes e o novos ângulos de fase, para $\omega t = \pi/6$ e $x = 0$. Ainda a Figura 4.24-a3 apresenta as mesmas amplitudes e os novos ângulos de fase, para $\omega t = 0$ e $x = \tau/6$. Por comparação, a Figura 4.24-b apresenta as amplitudes relativas e os respectivos ângulos de fase, das diversas harmónicas da densidade linear de corrente no primário, em **p.u.**, para $\omega t = 0$ e $x = 0$, referente ao mesmo tipo de ALI trifásico de fases equilibradas, mas para $q = 1$.

Relativamente às Figuras 4.24-a1 e 4.24-a2, verifica-se que, para $x = 0$ e de $\omega t = 0$ para $\omega t = \pi/6$, todas as harmónicas deslocaram-se, no mesmo sentido, de um espaço correspondente a 30° ($\pi/6$ rad) eléctricos. No entanto, em termos de grandezas mecânicas, por exemplo, enquanto que a harmónica de índice $k = -5$ se desloca de $\tau/5$, a harmónica de índice $k = 7$ desloca-se de $\tau/7$.

Por comparação das Figuras 4.24-a1 e 4.24-a3, para $\omega t = 0$ e de $x = 0$ para $x = \tau/6$, verifica-se que as harmónicas de índices positivos deslocam-se todas no mesmo sentido, que é contrário ao das harmónicas de índices negativos. Também de (4.55) verifica-se que, por exemplo, enquanto a 1ª harmónica descreve uma sinusóide, a 5ª

harmónica descreve, em sentido contrário, 5 sinusóides, isto porque o comprimento de onda de cada harmónica, em grandezas espaciais, será dado por $\lambda_k = \lambda_1/|k| = \lambda/|k|$. É evidente que, em valores equivalentes a ângulos mecânicos, a variação é apenas de $\tau/6$ para todas as harmónicas. Isto significa que os campos indutores viajantes criados pelas harmónicas originam forças em ambos os sentidos, prevalecendo o sentido da de maior amplitude, ou seja a 1ª harmónica.



múltiplas ímpares de ± 3 ($\pm 3, \pm 9, \pm 15, \pm 21, \dots$), em as de índices simétricos mantêm sempre amplitudes iguais e constantes. Embora no caso de existirem diversas harmônicas oriundas da rede ($v = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$), verifica-se que as harmônicas da densidade linear de corrente no primário, de índices múltiplos ímpares de ± 3 , são iguais mas, por vezes, variáveis no tempo.

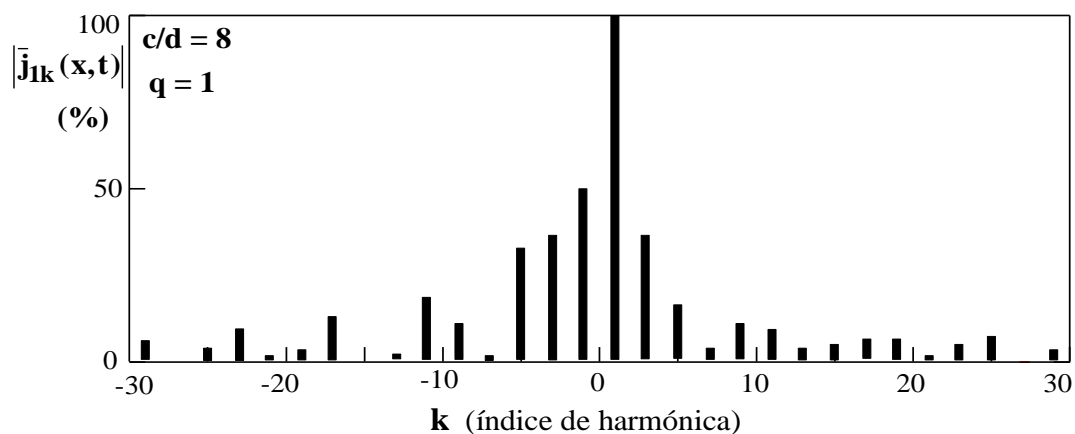


Figura 4.25 - Amplitudes das harmônicas, em percentagem, de um ALI trifásico com neutro e falta de uma fase, para $c/d = 8$, $\beta_e = 1$ e $q = 1$.

De (4.54) e de (4.36), a Figura 4.26 representa as amplitudes relativas das diversas harmônicas da densidade linear de corrente, em percentagem, para $c/d = 8$, $\beta_e = 1$, e para $q = 1$, mas com falta de uma fase, sendo as outras duas de amplitudes iguais e em oposição de fase (sistema trifásico sem neutro - análogo a um sistema monofásico).

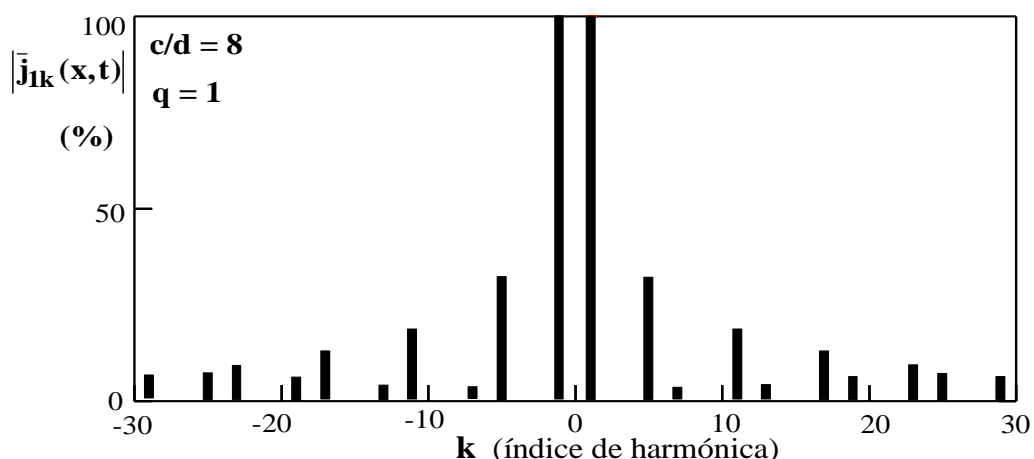


Figura 4.26 - Amplitudes das harmônicas, em percentagem, de um ALI trifásico sem neutro e falta de uma fase, para $c/d = 8$, $\beta_e = 1$ e $q = 1$.

Por comparação das Figuras 4.22 e 4.26, verifica-se que passam a existir todas as harmônicas simétricas das apresentadas na Figura 4.22, mas que continua a não existirem harmônicas múltiplas ímpares de ± 3 . Também é importante verificar que as harmônicas iniciais, apresentadas na Figura 4.22, mantêm a mesma amplitude relativa.

• No caso de se considerar que as correntes I_{1v} , I_{2v} e I_{3v} , para cada índice de harmónica v , não sejam de iguais amplitudes, e que os ângulos de fase, na origem dos tempos, φ_{1v} , φ_{2v} e φ_{3v} , não estejam dispostos simetricamente para o mesmo índice v , a expressão (4.44) determina os valores da densidade linear de corrente no primário. Outra solução pode ser obtida através da de composição das harmónicas das três correntes nas suas componentes directa, inversa e homopolar [75].

Assim as componentes directa, inversa e homopolar estão relacionadas com as correntes instantâneas \bar{i}_1 , \bar{i}_2 e \bar{i}_3 por [75]

$$\begin{bmatrix} \bar{i}_{D1} \\ \bar{i}_{I1} \\ \bar{i}_{H1} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \bar{\alpha} & \bar{\alpha}^2 \\ 1 & \bar{\alpha}^2 & \bar{\alpha} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i}_1 \\ \bar{i}_2 \\ \bar{i}_3 \end{bmatrix} \quad (4.58)$$

em que, considerando apenas as ondas fundamentais ($v = 1$), os novos ângulos de defasagem são iguais a $\varphi_{D2} = -2\pi/3 + \varphi_{D1}$, $\varphi_{D3} = -4\pi/3 + \varphi_{D1}$, $\varphi_{I2} = -4\pi/3 + \varphi_{I1}$, $\varphi_{I3} = -2\pi/3 + \varphi_{I1}$ e a $\varphi_{H1} = \varphi_{H2} = \varphi_{H3}$.

Se se admitir um ALI com falta de uma fase, por exemplo $\bar{i}_3 = 0$, e que as outras, \bar{i}_1 e \bar{i}_2 , de iguais amplitudes e que estão desfasadas de $2\pi/3$, admitindo que $\varphi_{I1} = 0$, verificam-se os seguintes resultados teóricos:

- componentes directas: $I_{D1} = I_{D2} = I_{D3} = \frac{2}{3} I_1$, $\varphi_{D1} = 0$, $\varphi_{D2} = -2\pi/3$ e $\varphi_{D3} = -4\pi/3$; ↶
- componentes inversas: $I_{I1} = I_{I2} = I_{I3} = \frac{1}{3} I_1$, $\varphi_{I1} = \pi/3$, $\varphi_{I2} = -\pi$ e $\varphi_{I3} = -\pi/3$; ↷
- componentes homopolares: $I_{H1} = I_{H2} = I_{H3} = \frac{1}{3} I_1$ e $\varphi_{H1} = \varphi_{H2} = \varphi_{H3} = -\pi/3$. ↘

Assim I_{D1} representa o valor eficaz de qualquer das componentes directas, sendo a respectiva densidade linear de corrente, no primário, dada por

$$\bar{j}_{D1k}(x, t) = \frac{3\sqrt{2} N_f K_{Rk} I_{D1}}{2 p \tau} e^{j \left[\omega t + \varphi_{D1} - k \pi \left(\frac{x}{\tau} + \frac{\beta_e + 1}{2} + \frac{5}{6k} \right) \right]} \quad (4.59)$$

em que os índices das harmónicas da densidade linear de corrente serão dados por $k = 6\kappa + 1$ ($\kappa = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$, e $k = \dots, -11, -5, 1, 7, 13, \dots$). Para as componentes directas, a ordem de ligação das fases nos enrolamentos será dada por: $+L_{1d}$, $-L_{3d}$, $+L_{2d}$, $-L_{1d}$, $+L_{3d}$, $-L_{2d}$, ...; em que o índice d tem o significado de sequência directa.

Sendo I_{I1} o valor eficaz de qualquer componente inversa, a respectiva densidade de corrente, no primário, será dada por

$$\bar{j}_{II_k}(x, t) = \frac{3\sqrt{2} N_f K_{Rk} I_{II}}{2p\tau} e^{j\left[\omega t + \varphi_{II} - k\pi\left(\frac{x}{\tau} + \frac{\beta_e + 1}{2} + \frac{1}{6k}\right)\right]} \quad (4.60)$$

em que os índices das harmónicas da densidade linear de corrente serão dados por $k = 6\kappa - 1$ ($\kappa = \dots, -13, -7, -1, 5, 11, \dots$). Para as componentes inversas, a ordem de ligação das fases nos enrolamentos será dada por: $+L_{1i}, -L_{2i}, +L_{3i}, -L_{1i}, +L_{2i}, -L_{2i}, \dots$; em que o índice i tem o significado de sequência inversa.

Sendo I_H o valor eficaz de qualquer componente homopolar, a respectiva densidade de corrente, no primário, será dada por

$$\bar{j}_{HI_k}(x, t) = \frac{\sqrt{2} N'_f K'_{Rk} I_{HI}}{2p\tau} e^{j\left[\omega t + \varphi_{HI} - k\pi\left(\frac{x}{\tau} + \frac{\beta_e + 1}{2} + \frac{1}{2k}\right)\right]} \quad (4.61)$$

em que os índices das harmónicas da densidade linear de corrente, no primário, serão dados por $k = 3 \cdot (2\kappa - 1)$; ($\kappa = \dots, -21, -15, -9, -3, 3, 9, 15, 21, \dots$). Para as componentes homopolares, a ordem de ligação das fases nos enrolamentos será dada por: $+L_{1h} \equiv +L_{3h} \equiv +L_{2h}, -L_{1h} \equiv -L_{3h} \equiv -L_{2h}, \dots$, em que o índice h tem o significado de sequência homopolar. Da expressão (4.57), $N'_f = 3N_f$ e o factor K'_{Rk} será dado por

$$K'_{Rk} = \frac{\sin \frac{k\pi c}{2\tau}}{\frac{k\pi c}{2\tau}} \frac{\sin \frac{k\pi}{2}}{q' \sin \frac{k\pi}{2q'}} \sin \frac{k\beta_e \pi}{2} \quad (4.62)$$

sendo $q' = 3q$. Dado que as componentes homopolares estão todas em fase, o campo viajante resultante torna-se pulsante, isto é, o sistema será equivalente a um monofásico, em que, inclusive, poderá existir redução do passo do enrolamento ($\beta_e \leq 1$), por isso os valores de k utilizados em (4.61) e (4.62) são iguais a $2\kappa + 1$, com $\kappa = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

Por outro lado, para um sistema trifásico de sequência de ligação das fases nas cavas, dado por $+L_1 (+\bar{i}_{HI}), -L_3 (-\bar{i}_{HI}), +L_2 (+\bar{i}_{HI}), -L_1 (-\bar{i}_{HI}), \dots$, a partir da expressão (4.44) e para $v = 1$, obter-se-á

$$\begin{aligned} \bar{j}_{IH_k}(x, t) &= \frac{\sqrt{2} N_f K_{Rk} I_{HI}}{2p\tau} e^{j\left[\theta + \varphi_{HI} - k\pi\left(\frac{x}{\tau} + \frac{1}{6} + \frac{\beta_e}{2} - \frac{1}{2k}\right)\right]} \sum_{i=1}^{m_I} e^{j \frac{k\pi i}{3}} = \\ &= \frac{\sqrt{2} N_f K_{Rk} I_{HI}}{2p\tau} \frac{\sin \frac{k\pi}{2}}{\sin \frac{k\pi}{6}} e^{j\left[\theta + \varphi_{HI} - k\pi\left(\frac{x}{\tau} + \frac{\beta_e - 1}{2} - \frac{1}{2k}\right)\right]} \end{aligned} \quad (4.63)$$

Em que, neste caso, são considerados todos os índices das harmónicas ímpares ($k = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \pm 7, \dots$). Pelo princípio da sobreposição, a densidade linear de corrente total, no primário, será dada por

$$\bar{j}_{l_k}(x,t) = \bar{j}_{DI_k}(x,t) + \bar{j}_{II_k}(x,t) + \bar{j}_{HI_k}(x,t) \quad (4.64)$$

De (4.64), a Figura 4.27 representa as amplitudes relativas das diversas harmónicas da densidade linear de corrente, em percentagem, para $c/d = 1$, $\beta_e = 1$ e $q = 2$, mas em que a terceira fase apresenta uma amplitude de **70%** relativamente às outras duas (sistema trifásico com neutro).

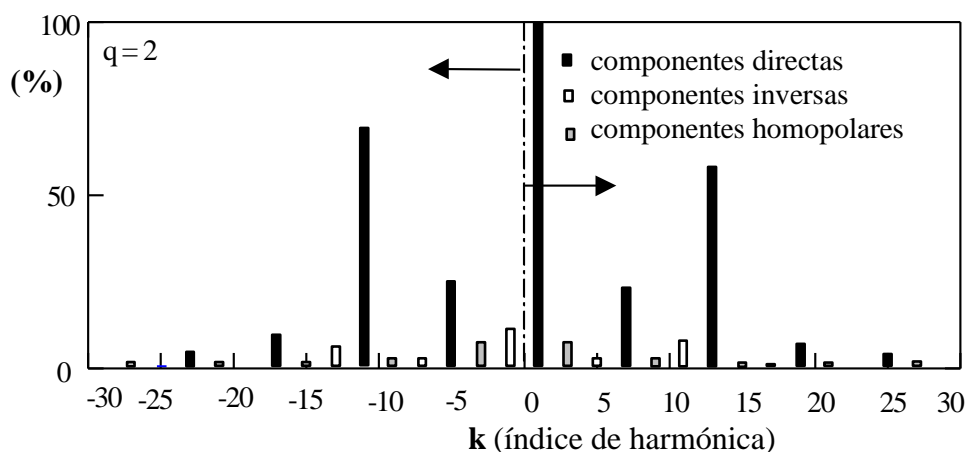


Figura 4.27 - Amplitudes das harmónicas, componentes directas, inversas e homopolares, em percentagem, de um ALI trifásico com neutro e fase L_3 a 70%, para $c/d = 1$, $\beta_e = 1$ e $q = 2$.

Da Figura 4.27, todos os campos viajantes relativos às harmónicas situadas à direita do ponto de referência **0**, do eixo horizontal, deslocam-se da esquerda para direita, e todas as outras deslocam-se da direita para a esquerda.

A Figura 4.28 representa as amplitudes relativas das diversas harmónicas da densidade linear de corrente, em percentagem, com os mesmos dados utilizados para a obtenção da Figura 4.27, com excepção de $c/d = 8$.

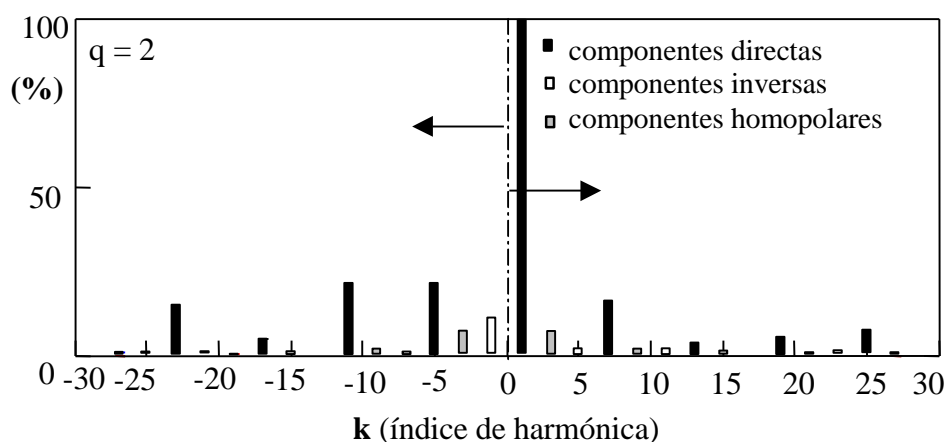


Figura 4.28 - Amplitudes das harmónicas, componentes directas, inversas e homopolares, em percentagem, de um ALI trifásico com neutro e fase L_3 a 70%, para $c/d = 8$, $\beta_e = 1$ e $q = 2$.

Para dados iguais relativos às Figuras 4.27 e 4.28, verifica-se que a relação entre a amplitude da componente directa da primeira harmónica da densidade linear de corrente para $c/d = 8$, e a mesma amplitude para $c/d = 1$, mantém-se praticamente igual à unidade ($\cong 99,4\%$). Também se verifica que para $c/d = 8$ as harmónicas de índices diferentes de 1 são, de um modo geral, de menores amplitudes.

A Tabela 4.II apresenta as densidades lineares de corrente e as respectivas harmónicas para correntes equilibradas e para máquinas com números fases iguais a 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 e 12. Como é natural, nos ALITs o valor de $\beta_e = 1$. Pela mesma Tabela, para m_1 par e para $m_1 \geq 4$ (pois para $m_1 = 2$ os enrolamentos podem estar em quadratura), os enrolamentos igualmente distribuídos têm de estar sobrepostos dois a dois, por isso nestes casos específicos, o factor de distribuição do enrolamento, K_{dk}^* , será dado por

$$K_{dk}^* = \frac{\sin \frac{k\pi}{m_1}}{2q \sin \frac{k\pi}{2m_1q}} \quad (m_1 \geq 4 \quad \wedge \quad m_1 \text{ par}) \quad (4.65)$$

A expressão (4.65) também é válida para $m_1 = 2$ com as correntes desfasadas de $2\pi/3$. Assim o novo factor de enrolamento, para $m_1 \geq 4$ e m_1 par, e ainda para $m_1 = 2$ com as correntes desfasadas de $2\pi/3$, será dado por $K_{Ek}^* = K_{dk}^* K_{\beta k}$ [51]. É evidente que, para $m_1 = 2$ e para as correntes desfasadas de $2\pi/3$, se pode apenas utilizar o factor K_{Ek} em vez de K_{Ek}^* , desde que se multiplique o primeiro factor, K_{Ek} , por $\cos \frac{k\pi}{2m_1}$ (com $m_1 = 2$).

Da Tabela 4.II verifica-se que, em sistemas equilibrados, a expressão geral da densidade linear, para m_1 ímpar, é dada por [51]

$$\bar{j}_{lk}(x, t) = \frac{\sqrt{2}m_1 N_f K_{Rk} I}{2p\tau} e^{j\left[\omega t - k\pi\left(\frac{x}{\tau} + \frac{\beta_e + 1}{2} + \frac{2m_1 - 1}{2m_1 k}\right)\right]} \quad (4.66)$$

e para m_1 par poderão ser adoptadas regras que estão elucidadas na própria Tabela 4.II. Da referida Tabela, as harmónicas da densidade linear de corrente em sistemas polifásicos equilibrados são dadas por

$$k = \begin{cases} 2m_1\kappa + 1 & (m_1 - \text{ímpar} \quad \vee \quad m_1 = 2) \\ m_1\kappa + 1 & (m_1 - \text{par} \quad \wedge \quad m_1 \geq 4) \end{cases} \quad (\kappa = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (4.67)$$



m_1	Densidade linear de corrente no primário	Harmónicas
1	$\bar{j}_{l_k}(x, t) = \frac{\sqrt{2} N_f K_{Rk} I_1}{2p\tau} e^{j\left[\omega t - k\pi\left(\frac{x}{\tau} - \frac{1}{2k}\right)\right]} \quad (\beta_e = 1)$	$k = \dots, -9, -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, 9, \dots$ ($2 \cdot \kappa + 1$)
2 	$\bar{j}_{l_k}(x, t) = \frac{\sqrt{2} N_f K_{Rk} I_1}{p\tau} e^{j\left[\omega t - k\pi\left(\frac{x}{\tau} + \frac{2\beta_e + 1}{4} + \frac{1}{k}\right)\right]}$	$k = \dots, -15, -11, -7, -3, 1, 5, 9, 13, \dots$ ($4 \cdot \kappa + 1$)
2* 	$\bar{j}_{l_k}(x, t) = \frac{\sqrt{2} \left[\sqrt{3} + (-1)^{\frac{1-k}{2}} \right] N_f K_{rk} K_{Ek}^* I_1 e^{j\left[\omega t - k\pi\left(\frac{x}{\tau} + \frac{\beta_e + 1}{2} + \frac{2}{3k}\right)\right]}}{2p\tau}$	$k = \dots, -9, -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, 9, \dots$ ($2 \cdot \kappa + 1$) (*) - $\angle(I_1, I_2) = 2\pi/3$
3	$\bar{j}_{l_k}(x, t) = \frac{3\sqrt{2} N_f K_{Rk} I_1}{2p\tau} e^{j\left[\omega t - k\pi\left(\frac{x}{\tau} + \frac{\beta_e + 1}{2} + \frac{5}{6k}\right)\right]}$	$k = \dots, -17, -11, -5, 1, 7, 13, 19, \dots$ ($6 \cdot \kappa + 1$)
4	$\bar{j}_{l_k}(x, t) = \frac{2\sqrt{2} N_f K_{rk} K_{Ek}^* I_1}{p\tau} e^{j\left[\omega t - k\pi\left(\frac{x}{\tau} + \frac{2\beta_e + 1}{4} + \frac{1}{k}\right)\right]}$	$k = \dots, -11, -7, -3, 1, 5, 9, 13, \dots$ ($4 \cdot \kappa + 1$)
5	$\bar{j}_{l_k}(x, t) = \frac{5\sqrt{2} N_f K_{Rk} I_1}{2p\tau} e^{j\left[\omega t - k\pi\left(\frac{x}{\tau} + \frac{\beta_e + 1}{2} + \frac{9}{10k}\right)\right]}$	$k = \dots, -29, -19, -9, 1, 11, 21, 31, \dots$ ($10 \cdot \kappa + 1$)
6	$\bar{j}_{l_k}(x, t) = \frac{3\sqrt{2} N_f K_{rk} K_{Ek}^* I_1}{p\tau} e^{j\left[\omega t - k\pi\left(\frac{x}{\tau} + \frac{\beta_e + 1}{2} + \frac{5}{6k}\right)\right]}$	$k = \dots, -17, -11, -5, 1, 7, 13, 19, \dots$ ($6 \cdot \kappa + 1$)
7	$\bar{j}_{l_k}(x, t) = \frac{7\sqrt{2} N_f K_{Rk} I_1}{2p\tau} e^{j\left[\omega t - k\pi\left(\frac{x}{\tau} + \frac{\beta_e + 1}{2} + \frac{13}{14k}\right)\right]}$	$k = \dots, -41, -27, -13, 1, 15, 29, 43, \dots$ ($14 \cdot \kappa + 1$)
8	$\bar{j}_{l_k}(x, t) = \frac{4\sqrt{2} N_f K_{rk} K_{Ek}^* I_1}{p\tau} e^{j\left[\omega t - k\pi\left(\frac{x}{\tau} + \frac{4\beta_e - 3}{8} - \frac{1}{4k}\right)\right]}$	$k = \dots, -31, -23, -15, -7, 1, 9, 17, 25, \dots$ ($8 \cdot \kappa + 1$)
9	$\bar{j}_{l_k}(x, t) = \frac{9\sqrt{2} N_f K_{Rk} I_1}{2p\tau} e^{j\left[\omega t - k\pi\left(\frac{x}{\tau} + \frac{\beta_e + 1}{2} + \frac{17}{18k}\right)\right]}$	$k = \dots, -53, -35, -17, 1, 19, 37, 55, \dots$ ($18 \cdot \kappa + 1$)
10	$\bar{j}_{l_k}(x, t) = \frac{5\sqrt{2} N_f K_{rk} K_{Ek}^* I_1}{p\tau} e^{j\left[\omega t - k\pi\left(\frac{x}{\tau} + \frac{\beta_e + 1}{2} + \frac{9}{10k}\right)\right]}$	$k = \dots, -29, -19, -9, 1, 11, 21, 31, \dots$ ($10 \cdot \kappa + 1$)
12	$\bar{j}_{l_k}(x, t) = \frac{6\sqrt{2} N_f K_{rk} K_{Ek}^* I_1}{p\tau} e^{j\left[\omega t - k\pi\left(\frac{x}{\tau} + \frac{6\beta_e - 5}{12} - \frac{1}{6k}\right)\right]}$	$k = \dots, -35, -23, -11, 1, 13, 25, 37, \dots$ ($12 \cdot \kappa + 1$)

Tabela 4.II - Expressões da densidade linear de corrente no primário de ALIs.

Sabendo-se que num sistema desequilibrado qualquer, existem todas as harmónicas ímpares que se movimentam simultaneamente para a esquerda e para a direita, no entanto, a Tabela 4.III indica-nos as harmónicas de sistemas polifásicos supostos totalmente equilibrados, com excepção do sistema de duas fases de iguais amplitudes e desfasadas, entre si, de 120° eléctricos.

Assim, as setas (\rightarrow) significam que as respectivas harmónicas se movimentam, por exemplo, da esquerda para a direita e as setas (\leftarrow) significam que as respectivas harmónicas se movimentam da direita para a esquerda, sendo o movimento do campo viajante resultante, excepto para $m_1 = 1$, no sentido da 1ª harmónica, ou seja, a que corresponde à maior amplitude relativa.

m_1 harm.	1	2	2*	3	4	5	6	7	8	9	10	12
1	\leftrightarrow	\rightarrow	\leftarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow
3	\leftrightarrow	\leftarrow	\leftarrow		\leftarrow							
5	\leftrightarrow	\rightarrow	\leftarrow	\leftarrow	\rightarrow		\leftarrow					
7	\leftrightarrow	\leftarrow	\leftarrow	\rightarrow	\leftarrow		\rightarrow		\leftarrow			
9	\leftrightarrow	\rightarrow	\leftarrow		\rightarrow	\leftarrow			\rightarrow		\leftarrow	
11	\leftrightarrow	\leftarrow	\leftarrow	\leftarrow	\leftarrow	\rightarrow	\leftarrow				\rightarrow	\leftarrow
13	\leftrightarrow	\rightarrow	\leftarrow	\rightarrow	\rightarrow		\rightarrow	\leftarrow				\rightarrow
15	\leftrightarrow	\leftarrow	\leftarrow		\leftarrow			\rightarrow	\leftarrow			
17	\leftrightarrow	\rightarrow	\leftarrow	\leftarrow	\rightarrow		\leftarrow		\rightarrow	\leftarrow		
19	\leftrightarrow	\leftarrow	\leftarrow	\rightarrow	\leftarrow	\leftarrow	\rightarrow			\rightarrow	\leftarrow	
21	\leftrightarrow	\rightarrow	\leftarrow		\rightarrow	\rightarrow					\rightarrow	
23	\leftrightarrow	\leftarrow	\leftarrow	\leftarrow	\leftarrow		\leftarrow		\leftarrow			\leftarrow
25	\leftrightarrow	\rightarrow	\leftarrow	\rightarrow	\rightarrow		\rightarrow		\rightarrow			\rightarrow
27	\leftrightarrow	\leftarrow	\leftarrow		\leftarrow			\leftarrow				
29	\leftrightarrow	\rightarrow	\leftarrow	\leftarrow	\rightarrow	\leftarrow	\leftarrow	\rightarrow			\leftarrow	
31	\leftrightarrow	\leftarrow	\leftarrow	\rightarrow	\leftarrow	\rightarrow	\rightarrow		\leftarrow		\rightarrow	
33	\leftrightarrow	\leftarrow	\leftarrow		\rightarrow				\rightarrow			
35	\leftrightarrow	\rightarrow	\leftarrow	\leftarrow	\leftarrow		\leftarrow			\leftarrow		\leftarrow
37	\leftrightarrow	\leftarrow	\leftarrow	\rightarrow	\rightarrow		\rightarrow			\rightarrow		\rightarrow
39	\leftrightarrow	\rightarrow	\leftarrow		\leftarrow	\leftarrow			\leftarrow		\leftarrow	
41	\leftrightarrow	\leftarrow	\leftarrow	\leftarrow	\rightarrow	\rightarrow	\leftarrow	\leftarrow	\rightarrow		\rightarrow	
43	\leftrightarrow	\rightarrow	\leftarrow	\rightarrow	\leftarrow		\rightarrow	\rightarrow				
45	\leftrightarrow	\leftarrow	\leftarrow		\rightarrow							
47	\leftrightarrow	\rightarrow	\leftarrow	\leftarrow	\leftarrow		\leftarrow		\leftarrow			\leftarrow
49	\leftrightarrow	\leftarrow	\leftarrow	\rightarrow	\rightarrow	\leftarrow	\rightarrow		\rightarrow		\leftarrow	\rightarrow

Tabela 4.III - Sentido de propagação das ondas da densidade linear de corrente no primário, para sistemas polifásicos equilibrados, excepto para os valores indicados na coluna que contém um asterisco (*).

4.2 FORÇA MAGNETOMOTRIZ (f.m.m.)

Dado que, para ALIPs ou para ALITs, existem várias bobinas pertencentes a diversas fases, cujos eixos são dispostos sequencialmente, o estudo sobre a f.m.m., e consequentemente, sobre a variação da indução magnética no entreferro, deverá ser feito no conjunto com as diferentes correntes no primário. Se se admitir que a permeabilidade magnética do material ferromagnético, que constitui o primário e o secundário de um **ALI**, é muito maior do que a do ar ($\mu_{Fe} \gg \mu_0$), analisando, por exemplo, o espaço correspondente a um duplo passo polar (2τ), verifica-se que o valor instantâneo da força f.m.m. referente à harmónica de índice **k** ($k = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots$), $\bar{f}_{1k}(x, t)$, originado pelas bobinas do primário, percorridas por corrente, pode ser obtido por integração de (4.44) em ordem à variável **x**, e de que resultará [22, 41, 45, 46, 49]

$$\bar{f}_{1k}(x, t) = \frac{\sqrt{2} N_f K_{Rk}}{2k\pi p} e^{-jk\pi(\frac{x}{\tau} + \frac{1}{2m_1} + \frac{\beta_e}{2} - \frac{1}{k})} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^{m_1} I_{mv} e^{j(v\theta + \varphi_{mv} + \frac{k\pi i}{m_1})} + \bar{C}_k(t) \quad (4.68)$$

sendo $\bar{C}_k(t)$ uma variável, dependente do índice de harmónica e apenas função do tempo, que, por vezes, toma valores complexos para **p** fraccionário ($p = 1/2, 3/2, 5/2, \dots$), e é sempre nula para **p** inteiro ($p = 1, 2, 3, \dots$), pois admite-se que, no espaço correspondente ao comprimento útil do primário de um ALI, tal como o fluxo, também a f.m.m. total será nula. Assim, por integração de $\bar{f}_{1k}(x, t)$ entre os limites **0** e $2\tau p$, o valor de $\bar{C}_k(t)$, para **p** fraccionário, após algumas manipulações matemáticas, será dado por

$$\bar{C}_k(t) = -\frac{\sqrt{2} N_f K_{Rk} \sin k\pi p}{2k^2 \pi^2 p^2} e^{-jk\pi(p + \frac{1}{2m_1} + \frac{\beta_e}{2} - \frac{1}{k})} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^{m_1} I_{mv} e^{j(v\theta + \varphi_{mv} + \frac{k\pi i}{m_1})} \quad (4.69)$$

Por outro lado, naturalmente que a f.m.m. total será dada por

$$\bar{f}_{1(x, t)} = \sum_k \bar{f}_{1k}(x, t) \quad (4.70)$$

Da expressão (3.68), sendo $N_f = 2pqn_c$, verifica-se que o primeiro termo de $\bar{f}_{1k}(x, t)$ decresce apenas com **k**, enquanto que, de (4.69), $\bar{C}_k(t)$ decresce também com **p**, isto significa, na prática, que para $p = 7/2, 9/2, 11/2, \dots$, o valor de $\bar{C}_k(t)$ torna-se praticamente nulo.

Para um número inteiro de pares de pólos, a Figura 4.29 apresenta, num espaço correspondente apenas a um duplo passo polar, as harmónicas da f.m.m. e o seu valor total para $k = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots, \pm 29$, referente aos dados relativos à Figura 4.7.

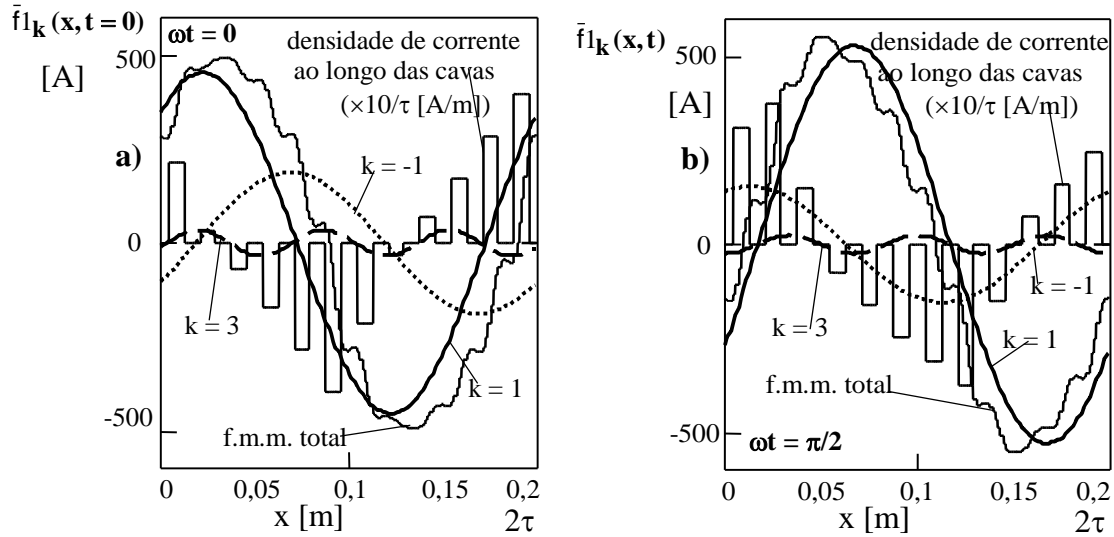


Figura 4.29 - Distribuição da densidade linear de corrente nas cavas e da f.m.m. num ALI trifásico com correntes desequilibradas (primário - $c/d = 1$, $q = 2$, $p = 1$, e $\beta_e = 5/6$). **a)** $\omega t = 0$; **b)** $\omega t = \pi/2$.

Da Figura 4.29 verifica-se que o sentido do campo viajante é da esquerda para a direita, embora as harmónicas sejam moduladas no tempo devido ao facto de se ter considerado $\nu = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$. As harmónicas de índice k negativo ($k = -1, -3, -5, \dots$) deslocam-se da direita para a esquerda, e as de índice positivo ($k = +1, +3, +5, \dots$) deslocar-se-ão no mesmo sentido do campo viajante (da esquerda para a direita). A apresentação da densidade linear de corrente nas cavas serve de referência para se conhecer a evolução da f.m.m. total.

Por comparação das Figuras 4.7 e 4.29, ou das expressões (4.44) e (4.68), verifica-se que, por exemplo para $\omega t = 0$ e $x = 0$, todas as harmónicas da f.m.m., relativamente às respectivas harmónicas da densidade linear de corrente no primário, se deslocaram para a direita de valores iguais a $\tau/(2k)$, embora os campos viajantes das harmónicas de índices negativos se movimentem em sentido contrário às de índices positivos. Por isso pode-se afirmar que umas face às outras tiveram desfasamentos de $\tau/(2k)$ ($k = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots$), isto é, umas atrasadas e outra avançadas. O conceito das harmónicas da f.m.m. estarem avançadas ou atrasadas relativamente às homónimas das da densidade linear de corrente depende, por exemplo, da posição relativa entre o primário e secundário, isto é, com secundário em cima e primário em baixo obtêm-se modelos simétricos aos que resultam da inversão das posições de ambos.

A Figura 4.30 apresenta as harmónicas da f.m.m. ($k = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots, \pm 29$), referente aos dados relativos às Figuras 4.11 e 4.12 ($\nu = 1$).

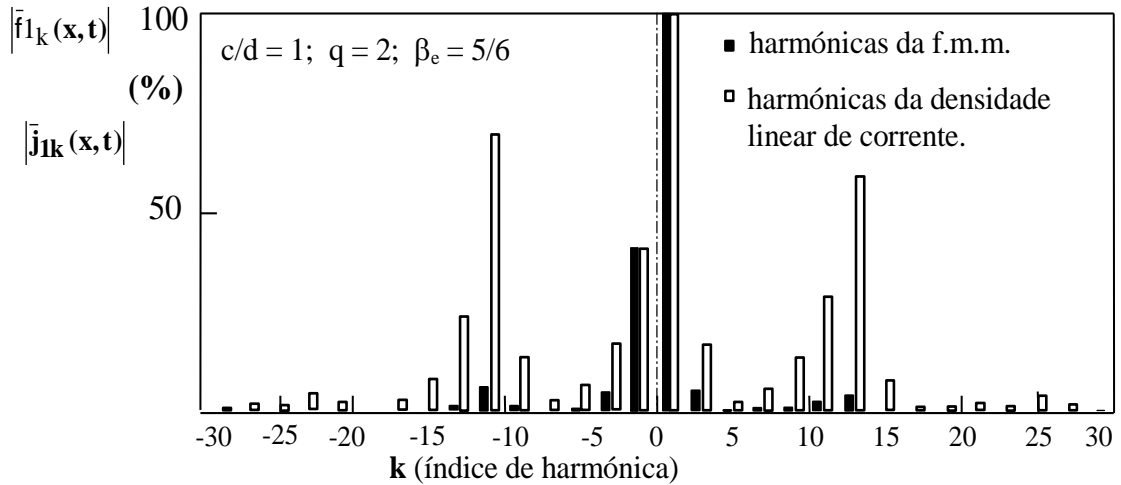


Figura 4.30 - Amplitudes das diversas harmónicas, em percentagem, da f.m.m. e da densidade linear de corrente, originadas pelo primário ($\nu = 1$).

Por observação da Figura 4.30, para os mesmos dados do dimensionamento relativamente aos apresentados na Figura 4.12, verifica-se que as amplitudes relativas às harmónicas de índices $k = \pm 1$ se mantêm iguais, mas para outros valores de k constata-se de que as amplitudes das harmónicas variam, face às das densidade linear de corrente, de $1/|k|$, pelo que muitos autores só analisam o comportamento da harmónica de índice $k = 1$, partindo do princípio que os sistemas, em estudo, são sempre trifásicos e praticamente equilibrados.

Com base na Tabela 4.II, a partir de (4.68) e para $\nu = 1$, a Tabela 4.IV apresenta as harmónicas das f.m.m.s originadas por correntes equilibradas e para máquinas com números fases iguais a 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 e 12, para um número de pares de pólos inteiro ($p = 1, 2, 3, \dots$). Como é natural, nos ALITs o valor de $\beta_e = 1$.

Da Tabela 4.IV, por exemplo, verifica-se que o módulo da expressão da f.m.m. está correcto, para $m_1 = 3$ e para $k = 1$, de acordo com [56].

Ainda da Tabela 4.IV, por exemplo para $m_1 = 2$, com as correntes desfasadas, entre si, de $2\pi/3$, o factor K_{Ek}^* pode ser substituído por K_{Ek} , desde que se multiplique K_{Ek} por $\cos \frac{k\pi}{2m_1}$ ($m_1 = 2$). Pela mesma razão, para $m_1 = 4, 6, 8, 10, \dots$, com todos os

enrolamentos geometricamente distribuídos, K_{Ek}^* pode ser substituído por $K_{Ek} \frac{k\pi}{2m_1}$.

Se o número de pares de pólos for fraccionário ($p = 1/2, 3/2, 5/2, \dots$), de (4.68), como $\bar{C}_k(t)$ pode ser diferente de zero, os valores de $\bar{f}_{1k}(x, t)$, para diversas fases equilibradas, com excepção para $m_1 = 2$ (correntes desfasadas de $2\pi/3$), serão dados na Tabela 4.V.



m_1	Força magnetomotriz (f.m.m.); $p = 1, 2, 3, \dots$	Harmónicas
1	$\bar{f}_{1k}(x, t) = \frac{\sqrt{2} N_f K_{Rk} I_l}{2k\pi p} e^{j\left[\omega t - k\pi\left(\frac{x}{\tau} - \frac{1}{k}\right)\right]}; (\beta_e = 1)$	$k = \dots, -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, \dots (2\cdot\kappa + 1)$
2 	$\bar{f}_{1k}(x, t) = \frac{\sqrt{2} N_f K_{Rk} I_l}{k\pi p} e^{j\left[\omega t - k\pi\left(\frac{x}{\tau} + \frac{2\beta_e + 1}{4} + \frac{1}{2k}\right)\right]}$	$k = \dots, -11, -7, -3, 1, 5, 9, 13, \dots (4\cdot\kappa + 1)$
2* 	$\bar{f}_{1k}(x, t) = \frac{\sqrt{2} \left[\sqrt{3} + (-1)^{\frac{1-k}{2}} \right] N_f K_{rk} K_{Ek}^* I_l}{2k\pi p} e^{j\left[\omega t - k\pi\left(\frac{x}{\tau} + \frac{\beta_e + 1}{2} + \frac{1}{6k}\right)\right]}$	$k = \dots, -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, \dots (2\cdot\kappa + 1)$ (*) - $\angle(I_1, I_2) = 2\pi/3$
3	$\bar{f}_{1k}(x, t) = \frac{3\sqrt{2} N_f K_{Rk} I_l}{2k\pi p} e^{j\left[\omega t - k\pi\left(\frac{x}{\tau} + \frac{\beta_e + 1}{2} + \frac{1}{3k}\right)\right]}$	$k = \dots, -17, -11, -5, 1, 7, 13, \dots (6\cdot\kappa + 1)$
4	$\bar{f}_{1k}(x, t) = \frac{2\sqrt{2} N_f K_{rk} K_{Ek}^* I_l}{k\pi p} e^{j\left[\omega t - k\pi\left(\frac{x}{\tau} + \frac{2\beta_e + 1}{4} + \frac{1}{k}\right)\right]}$	$k = \dots, -11, -7, -3, 1, 5, 9, 13, \dots (4\cdot\kappa + 1)$
5	$\bar{f}_{1k}(x, t) = \frac{5\sqrt{2} N_f K_{Rk} I_l}{2k\pi p} e^{j\left[\omega t - k\pi\left(\frac{x}{\tau} + \frac{\beta_e + 1}{2} + \frac{2}{5k}\right)\right]}$	$k = \dots, -19, -9, 1, 11, 21, 31, \dots (10\cdot\kappa + 1)$
6	$\bar{f}_{1k}(x, t) = \frac{3\sqrt{2} N_f K_{rk} K_{Ek}^* I_l}{k\pi p} e^{j\left[\omega t - k\pi\left(\frac{x}{\tau} + \frac{\beta_e + 1}{2} + \frac{1}{3k}\right)\right]}$	$k = \dots, -17, -11, -5, 1, 7, 13, \dots (6\cdot\kappa + 1)$
7	$\bar{f}_{1k}(x, t) = \frac{7\sqrt{2} N_f K_{Rk} I_l}{2k\pi p} e^{j\left[\omega t - k\pi\left(\frac{x}{\tau} + \frac{\beta_e + 1}{2} + \frac{3}{7k}\right)\right]}$	$k = \dots, -27, -13, 1, 15, 29, \dots (14\cdot\kappa + 1)$
8	$\bar{f}_{1k}(x, t) = \frac{4\sqrt{2} N_f K_{rk} K_{Ek}^* I_l}{k\pi p} e^{j\left[\omega t - k\pi\left(\frac{x}{\tau} + \frac{4\beta_e - 3}{8} - \frac{3}{4k}\right)\right]}$	$k = \dots, -23, -15, -7, 1, 9, 17, \dots (8\cdot\kappa + 1)$
9	$\bar{f}_{1k}(x, t) = \frac{9\sqrt{2} N_f K_{Rk} I_l}{2k\pi p} e^{j\left[\omega t - k\pi\left(\frac{x}{\tau} + \frac{\beta_e + 1}{2} + \frac{4}{9k}\right)\right]}$	$k = \dots, -35, -17, 1, 19, 37, \dots (18\cdot\kappa + 1)$
10	$\bar{f}_{1k}(x, t) = \frac{5\sqrt{2} N_f K_{rk} K_{Ek}^* I_l}{k\pi p} e^{j\left[\omega t - k\pi\left(\frac{x}{\tau} + \frac{\beta_e + 1}{2} + \frac{2}{5k}\right)\right]}$	$k = \dots, -19, -9, 1, 11, 21, \dots (10\cdot\kappa + 1)$
12	$\bar{f}_{1k}(x, t) = \frac{6\sqrt{2} N_f K_{rk} K_{Ek}^* I_l}{k\pi p} e^{j\left[\omega t - k\pi\left(\frac{x}{\tau} + \frac{6\beta_e - 5}{12} - \frac{2}{3k}\right)\right]}$	$k = \dots, -23, -11, 1, 13, 25, \dots (12\cdot\kappa + 1)$

Tabela 4.IV - Expressões da f.m.m. de ALIs para um número inteiro de pares de pólos (primário).



m_1	Força magnetomotriz (f.m.m.); $p = 1/2, 3/2, 5/2, \dots$	Harmó-nicas
1	$\bar{f}_{1_k}(x, t) = \frac{\sqrt{2} N_f K_{Rk} I_1}{2k\pi p} e^{j(\omega t + \pi)} \left(e^{-j\frac{k\pi x}{\tau}} - \frac{\sin k\pi p}{k\pi p} e^{-jk\pi p} \right); (\beta_e = 1)$	Idem Tabela V
2 	$\bar{f}_{1_k}(x, t) = \frac{\sqrt{2} N_f K_{Rk} I_1}{k\pi p} e^{j\left[\omega t - k\pi\left(\frac{2\beta_e + 1}{4} + \frac{1}{2k}\right)\right]} \left(e^{-j\frac{k\pi x}{\tau}} - \frac{\sin k\pi p}{k\pi p} e^{-jk\pi p} \right)$	Idem
2* 	$\bar{f}_{1_k}(x, t) = \frac{\sqrt{2} \left[\sqrt{3} + (-1)^{\frac{1-k}{2}} \right] N_f K_{rk} K_{Ek}^* I_1 e^{j\left[\omega t - k\pi\left(\frac{\beta_e + 1}{2} + \frac{1}{6k}\right)\right]} \left(e^{-j\frac{k\pi x}{\tau}} - \frac{\sin k\pi p e^{-jk\pi p}}{k\pi p} \right)}{2k\pi p}$	Idem
3	$\bar{f}_{1_k}(x, t) = \frac{3\sqrt{2} N_f K_{Rk} I_1}{2k\pi p} e^{j\left[\omega t - k\pi\left(\frac{\beta_e + 1}{2} + \frac{1}{3k}\right)\right]} \left(e^{-j\frac{k\pi x}{\tau}} - \frac{\sin k\pi p}{k\pi p} e^{-jk\pi p} \right)$	Idem
4	$\bar{f}_{1_k}(x, t) = \frac{2\sqrt{2} N_f K_{rk} K_{Ek}^* I_1}{k\pi p} e^{j\left[\omega t - k\pi\left(\frac{2\beta_e + 1}{4} + \frac{1}{k}\right)\right]} \left(e^{-j\frac{k\pi x}{\tau}} - \frac{\sin k\pi p}{k\pi p} e^{-jk\pi p} \right)$	Idem
5	$\bar{f}_{1_k}(x, t) = \frac{5\sqrt{2} N_f K_{Rk} I_1}{2k\pi p} e^{j\left[\omega t - k\pi\left(\frac{\beta_e + 1}{2} + \frac{2}{5k}\right)\right]} \left(e^{-j\frac{k\pi x}{\tau}} - \frac{\sin k\pi p}{k\pi p} e^{-jk\pi p} \right)$	Idem
6	$\bar{f}_{1_k}(x, t) = \frac{3\sqrt{2} N_f K_{rk} K_{Ek}^* I_1}{k\pi p} e^{j\left[\omega t - k\pi\left(\frac{\beta_e + 1}{2} + \frac{1}{3k}\right)\right]} \left(e^{-j\frac{k\pi x}{\tau}} - \frac{\sin k\pi p}{k\pi p} e^{-jk\pi p} \right)$	Idem
7	$\bar{f}_{1_k}(x, t) = \frac{7\sqrt{2} N_f K_{Rk} I_1}{2k\pi p} e^{j\left[\omega t - k\pi\left(\frac{\beta_e + 1}{2} + \frac{3}{7k}\right)\right]} \left(e^{-j\frac{k\pi x}{\tau}} - \frac{\sin k\pi p}{k\pi p} e^{-jk\pi p} \right)$	Idem
8	$\bar{f}_{1_k}(x, t) = \frac{4\sqrt{2} N_f K_{rk} K_{Ek}^* I_1}{k\pi p} e^{j\left[\omega t - k\pi\left(\frac{4\beta_e - 3}{8} - \frac{3}{4k}\right)\right]} \left(e^{-j\frac{k\pi x}{\tau}} - \frac{\sin k\pi p}{k\pi p} e^{-jk\pi p} \right)$	Idem
9	$\bar{f}_{1_k}(x, t) = \frac{9\sqrt{2} N_f K_{Rk} I_1}{2k\pi p} e^{j\left[\omega t - k\pi\left(\frac{\beta_e + 1}{2} + \frac{4}{9k}\right)\right]} \left(e^{-j\frac{k\pi x}{\tau}} - \frac{\sin k\pi p}{k\pi p} e^{-jk\pi p} \right)$	Idem
10	$\bar{f}_{1_k}(x, t) = \frac{5\sqrt{2} N_f K_{rk} K_{Ek}^* I_1}{k\pi p} e^{j\left[\omega t - k\pi\left(\frac{\beta_e + 1}{2} + \frac{2}{5k}\right)\right]} \left(e^{-j\frac{k\pi x}{\tau}} - \frac{\sin k\pi p}{k\pi p} e^{-jk\pi p} \right)$	Idem
12	$\bar{f}_{1_k}(x, t) = \frac{6\sqrt{2} N_f K_{rk} K_{Ek}^* I_1}{k\pi p} e^{j\left[\omega t - k\pi\left(\frac{6\beta_e - 5}{12} - \frac{2}{3k}\right)\right]} \left(e^{-j\frac{k\pi x}{\tau}} - \frac{\sin k\pi p}{k\pi p} e^{-jk\pi p} \right)$	Idem

Tabela 4.V - Expressões da f.m.m. de ALIs para um número fraccionário de pares de pólos (primário).

• Quanto à determinação da f.m.m. total, a partir da densidade linear de corrente nas cavas do primário, como já estudado no Subcapítulo 4.1, esta pode ser obtida a partir das seguintes relações: $\bar{f}'_1 a_{n'} = \frac{n_v \tau \bar{i}'' a_{n'}}{2m_1 N q c}$ e, para enrolamentos encurtados de γ_e cavas,

por $\bar{f}'_1 b_{n'} = \frac{n_v \tau \bar{i}'' b_{n'}}{2m_1 N q c}$, em que a f.m.m. parcial, para $\gamma_e = 0$, será dada por

$$\bar{f}'_1 a_{n'+1} = \text{if} \left[x(n') \geq \tau_d \text{int} \left(\frac{n'}{N} + \frac{d}{2\tau_d} \right) + \frac{d}{2}, (-1)^{\text{int} \left(\frac{n'}{m_1 q N} \right)} \bar{f}'' a_{n'} + \bar{f}' a_{n'}, \bar{f}' a_{n'} \right], \text{ e para } \gamma_e \geq 0,$$

$$\text{por } \bar{f}'_1 b_{n'+1} = \text{if} \left[x(n') \geq \tau_d \text{int} \left(\frac{n'}{N} + \frac{d}{2\tau_d} \right) + \frac{d}{2}, (-1)^{\text{int} \left(\frac{n' - \gamma_e N}{m_1 q N} \right)} \bar{f}'' b_{n'} + \bar{f}' b_{n'}, \bar{f}' b_{n'} \right], \text{ em que}$$

se considera $\bar{f}'_1 a_0 = \bar{f}'_1 b_0 = 0$ (início da integração ou do somatório das contribuições das correntes ao longo das cavas, da esquerda para a direita).

Naturalmente que a f.m.m. total será dada por $\bar{f}'_1 n' = \bar{f}'_1 a_{n'} + \bar{f}'_1 b_{n'}$. Dado que as áreas da f.m.m., acima e abaixo do eixo x , devem ser iguais para que o balanço do fluxo, limitado pelo espaço correspondente a 2τ , seja nulo é necessário efectuar a seguinte correcção:

$$\bar{f}'_1 n' = \bar{f}'_1 n' - \frac{\text{máx}(\bar{f}'_1 n') + \text{mín}(\bar{f}'_1 n')}{2} \quad (4.71)$$

Para validar a análise anteriormente exposta, consideram-se, por exemplo, ALIs alimentados por sistemas tetrafásicos e pentafásicos, em que as grandezas relativas à densidade linear de corrente e à f.m.m. serão dadas em p.u., como se exemplifica nas Figuras 4.31 e 4.32, para $\omega t = 0$, em que $c/d = 1$, $q = 1$ e $\beta_e = 1$.

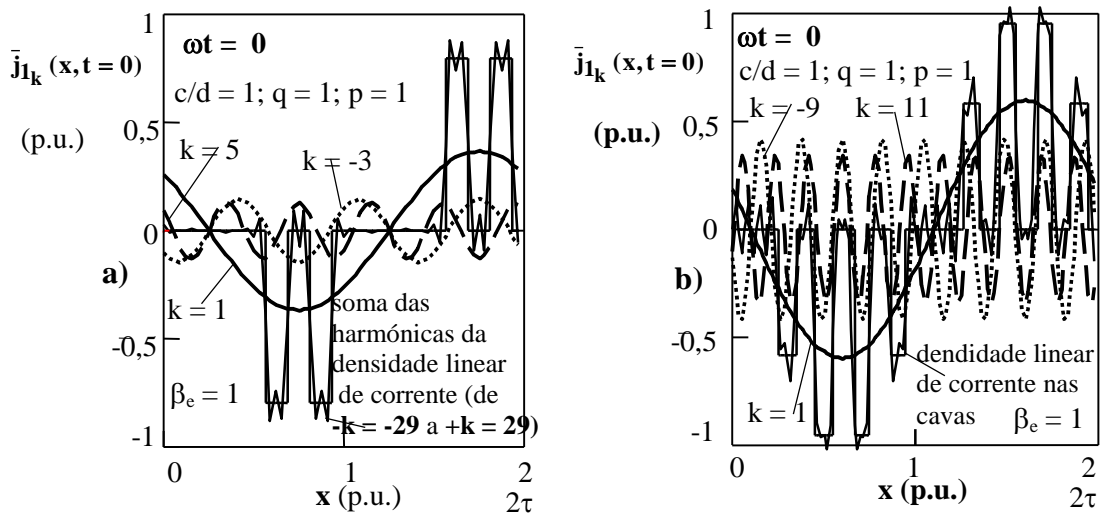


Figura 4.31 - Distribuição da densidade linear de corrente num ALI com correntes equilibradas, para $\omega t = 0$ (primário). **a)** Tetrafásico; **b)** Pentafásico.

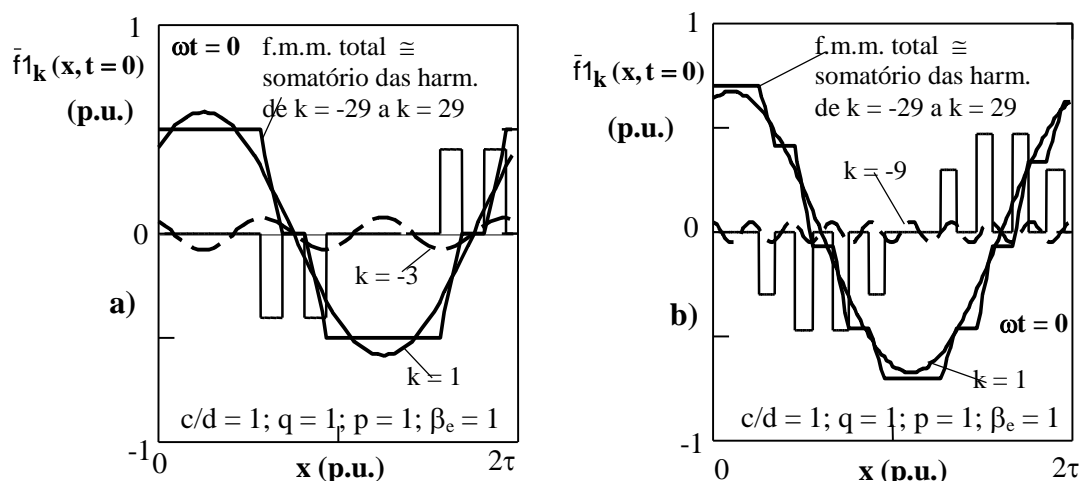


Figura 4.32 - Distribuição da f.m.m. num ALI com correntes equilibradas, para $\omega t = 0$ (primário). a) tetrafásico; b) pentafásico.

Da Figura 4.32 verifica-se que a f.m.m. total obtida por (4.71) é muito aproximadamente igual ao resultado obtido por (4.70). A referida Figura apresenta as harmónicas da densidade linear de corrente nas cavas que foram obtidas de (4.44) e das expressões da Tabela 4.IV. A Figura 4.33 apresenta as amplitudes relativas às 1^{as} harmónicas, quer do sistema tetrafásico quer do sistema pentafásico, ambas consideradas a 100%.

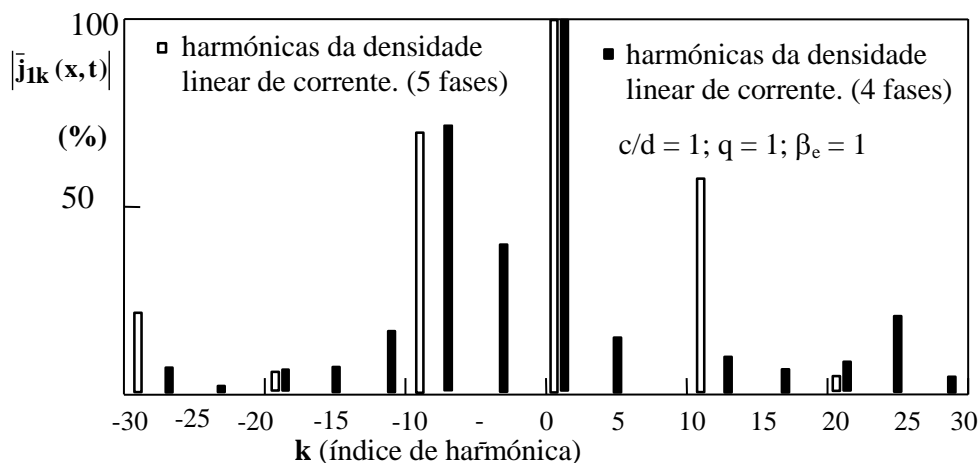


Figura 4.33 - Amplitudes das diversas harmónicas, em percentagem, da densidade linear de corrente, para sistemas equilibrados tetrafásicos e pentafásicos (primário).

Não se indicam as harmónicas da f.m.m, quer para 4 fases quer para 5 fases,. porque estas, em percentagem, são dadas pelo cociente entre as amplitudes das harmónicas da densidade linear de corrente no primário e o valores dos índices $|k|$ indicados na Figura 4.33.

A Figura 4.34 apresenta a distribuição das harmónicas da f.m.m. de um ALI trifásico, para $\omega t = 0$ e para $\omega t = \pi/2$, de correntes iguais e equilibradas, de valores eficazes $I_1 = 5$ A, para uma relação $c/d = 8$, $\beta_e = 1$, $q = 2$ e $\tau = 0,081$ m, em que se utiliza como referência, a distribuição exacta da densidade linear de corrente nas cavas.

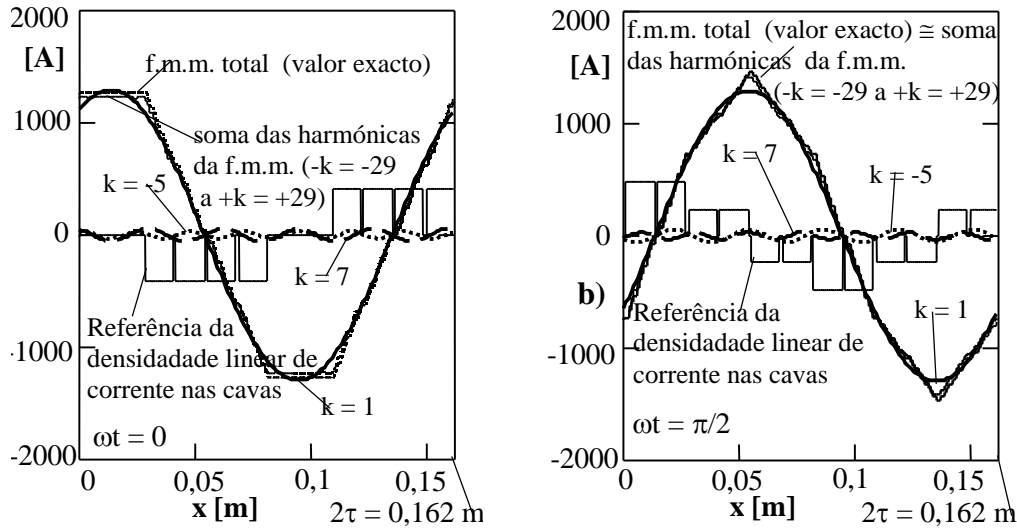


Figura 4.34 - Distribuição da densidade linear de corrente nas cavas e da f.m.m. num ALI trifásico com correntes equilibradas (primário - $q = 2$, $p = 1$, $c/d = 8$, e $\beta_e = 1$). a) $\omega t = 0$; b) $\omega t = \pi/2$.

A Figura 4.35 apresenta a distribuição das harmónicas da f.m.m. de um ALI trifásico com neutro, mas com falta de uma fase (L_3), e com as outras duas correntes, em valores eficazes, iguais a 5 A e desfasadas, entre si, de $2\pi/3$, para uma relação $c/d = 8$, $\beta_e = 1$, $q = 2$ e $\tau = 0,081$ m, para $\omega t = 0$ e para $\omega t = \pi/2$, em que se utiliza como referência, a distribuição exacta da densidade linear de corrente nas cavas.

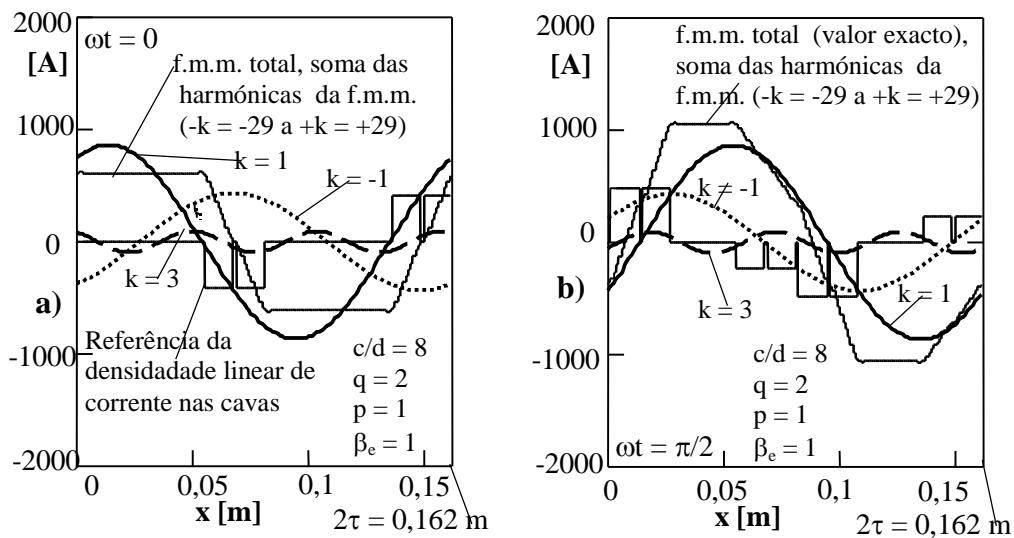


Figura 4.35 - Distribuição da densidade linear de corrente nas cavas e da f.m.m., no primário de um ALI trifásico, com falta de uma fase (L_3). a) $\omega t = 0$; b) $\omega t = \pi/2$.

Das Figuras 4.34 e 4.35, a Figura 4.36 apresenta as amplitudes relativas às 1^{as} harmónicas da densidade linear de corrente e da f.m.m., em percentagem, referentes um ALIT trifásico equilibrado e a um ALI trifásico com neutro mas com falta de uma fase.

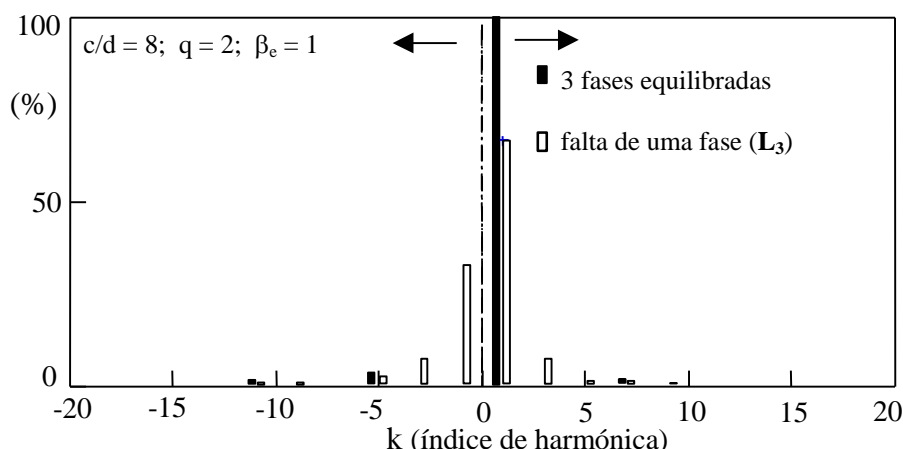


Figura 4.36 - Amplitudes das diversas harmónicas, em percentagem, da f.m.m. (para obtenção da densidade linear de corrente multiplicar por $|k|$) de um ALI trifásico equilibrado e com falta de uma fase (primário).

A Figura 4.37 apresenta a distribuição das harmónicas da f.m.m. de um ALI bifásico, para $\omega t = 0$ e para $\omega t = \pi/2$, de correntes, em valores eficazes, iguais a **5 A** e desfasadas, entre si, de $2\pi/3$, para uma relação $c/d = 8$, $\beta_e = 1$, $q = 2$ e $\tau = 0,054$ m, em que se utiliza como referência, a distribuição exacta da densidade linear de corrente nas cavas.

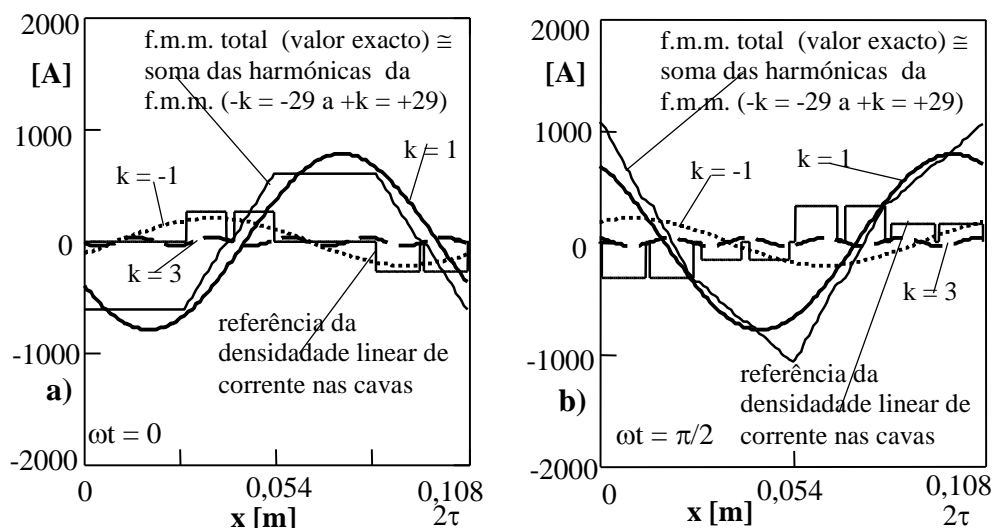


Figura 4.37 - Distribuição da densidade linear de corrente nas cavas e da f.m.m. no primário de um ALI bifásico com as correntes desfasadas de $2\pi/3$ ($q = 2$, $p = 1$, $c/d = 8$, e $\beta_e = 1$). **a)** $\omega t = 0$; **b)** $\omega t = \pi/2$.

Assim, nas Figuras 4.35 e 4.37 são apresentadas algumas harmónicas da f.m.m. que foram obtidas de (4.68), (4.69) e (4.70), e das expressões da Tabela 4.IV.

A Figura 4.38 apresenta as amplitudes relativas às 1^{as} harmónicas, quer da densidade linear de corrente, quer da f.m.m., ambas consideradas a 100%.

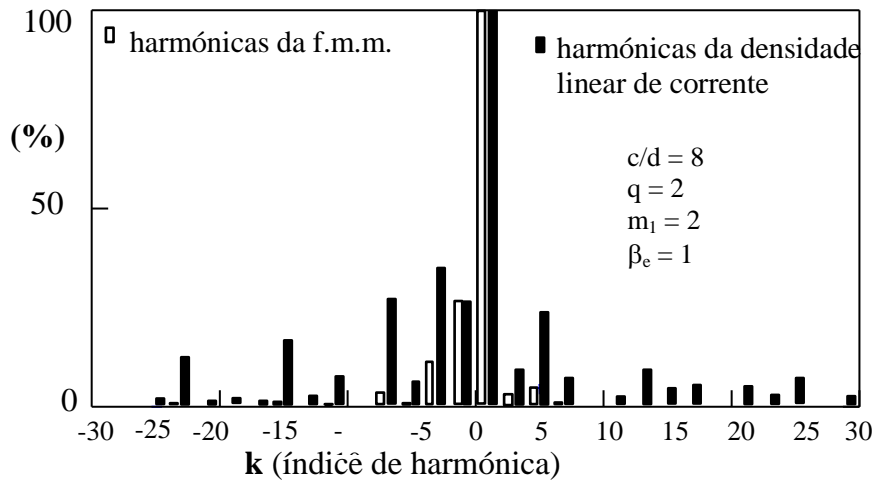


Figura 4.38 - Amplitudes das diversas harmónicas, em percentagem, da f.m.m. e da densidade linear de corrente, de um ALI bifásico com as correntes desfasadas de $2\pi/3$ (primário).

A Figura 4.39 apresenta a distribuição das harmónicas da f.m.m. de um ALI trifásico com 3 pólos ($p = 3/2$), para $\omega t = 0$ e para $\omega t = \pi/2$, de correntes equilibradas e iguais a 5 A, para uma relação $c/d = 8$, $\beta_e = 1$, $q = 2$ e $\tau = 0,054$ m, em que se utiliza como referência, a distribuição exacta da densidade linear de corrente nas cavas.

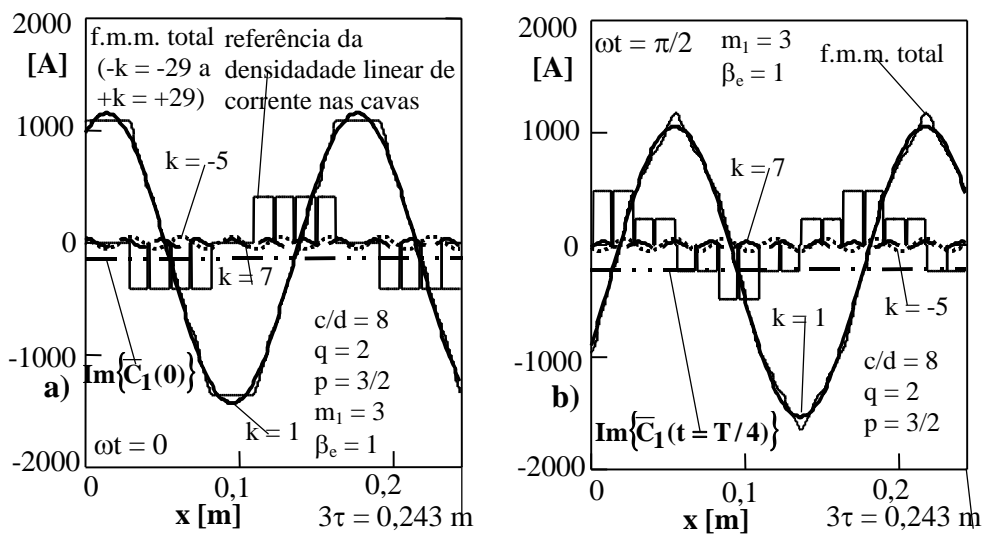


Figura 4.39 - Amplitudes das diversas harmónicas, em percentagem, da f.m.m. de um ALI trifásico de 3 pólos e de correntes equilibradas (primário).
a) $\alpha t = 0$; b) $\alpha t = \pi/2$.

Dos dados relativos à Figura 4.39 e de (4.68), o valor da parte imaginária de $\bar{C}_k(t=0)$, para $\omega t = 0$, pode ser referenciado na Figura 4.40-a. A Figura 4.40-b apresenta, ainda de acordo com os dados relativos à Figura 4.39 ($p = 3/2$), a variação de $\bar{C}_k(t)$ em função de ωt , para as harmónicas de índices $k = 1, -5$ e 7 [51].

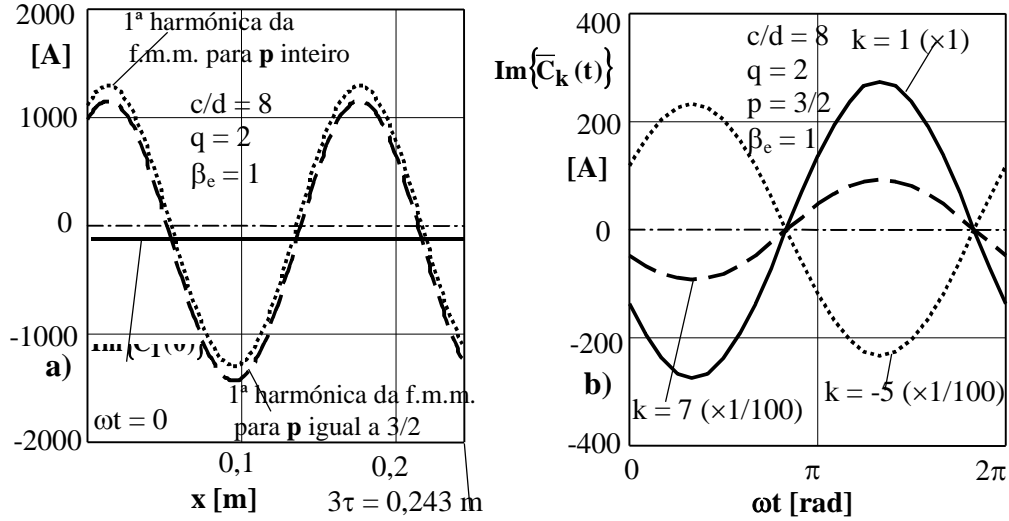


Figura 4.40 - Amplitudes das diversas harmónicas, em percentagem, da f.m.m. de um ALI trifásico de correntes equilibradas (primário).

- a) 1^{as} harmónicas e $\text{Im}\{\bar{C}_k(t)\}$, $t = 0$, em função de x ;
 b) $\text{Im}\{\bar{C}_k(t)\}$ em função de ωt .

Por observação da Figura 4.40-a, correspondente à 1^a harmónica da f.m.m., verifica-se que, para $\omega t = 0$, o valor de $\text{Im}\{\bar{C}_1(t=0)\}$ é negativo, o que implica, para $p = 3/2$, que os valores máximos e mínimos não sejam simétricos em relação ao eixo x . Da Figura 4.40-b verifica-se que $\text{Im}\{\bar{C}_1(t)\}$ tem uma variação sinusoidal no tempo, no entanto os valores de $\text{Im}\{\bar{C}_{-5}(t)\}$ e de $\text{Im}\{\bar{C}_7(t)\}$, ampliados cem vezes, não interferem praticamente na modulação de amplitude da f.m.m. total.

4.3 FORÇA MAGNETOMOTRIZ DE FUGAS NO PRIMÁRIO

O estudo da força magnetomotriz de fugas entre dentes através das cavas é baseado na teoria apresentada nos Subcapítulos 4.1 e 4.2 (análise da densidade linear de corrente e da f.m.m. originada pelo primário dos ALIs). A f.m.m. resultante, no entreferro, como o secundário em vazio, será dada pela diferença entre a f.m.m. total originada pelo primário e a f.m.m. de fugas [22]. Por outro lado, o fluxo magnético, no entreferro, obtém-se a partir do cociente entre a f.m.m. resultante por cada pólo e a respectiva relutância do circuito magnético.

Assim, designando-se por w a largura útil do primário de um ALIP, q o número de cavas bobinadas por pólo e por fase, τ o passo polar, x uma variável espacial

compreendida entre os limites 0 e 2τ , $\tau_d = c + d$ o passo de cava ou de dentadura (c - largura de cada cava e d - largura da cada dente), n_c o número de condutores por cava, n_v o número de condutores por camada em cada cava ($n_v = n_c/2$), $L_{\sigma r}$ o coeficiente de indução de fugas por cava ou ranhura (em que $L_{\sigma ri}$ representa o coeficiente de fugas da camada inferior, $L_{\sigma rs}$ o coeficiente de fugas da camada superior, e $M_{\sigma r}$ o coeficiente de indução mútua entre ambas as camadas), por n o índice de cava ($n = 0, 1, \dots, 2m_1q - 1$), m_1 o número de fases do primário, e por \bar{i}_m o valor instantâneo da corrente na cava de índice m , $\bar{i}_m = (-1)^{i-1} \bar{i}_{\frac{i+1}{2} + \frac{1+(-1)^i}{2} \left[\text{int}(\frac{m_1-1}{2}) + \frac{1}{2} \right]}$, em que i

representa o índice de fase ($i = 1, 2, \dots, m_1$), e $\text{int}(\frac{m_1-1}{2})$ a parte inteira de $\frac{m_1-1}{2}$, sendo a indução magnética de fugas entre dentes através das do primário, $\bar{b}_{\sigma 1}(x, t)$, função do espaço longitudinal, x , e do tempo, t , dada por

$$\bar{b}_{\sigma 1}(x, t) = \begin{cases} (-1)^{\text{int}(\frac{\varepsilon n}{m_1 q})} \frac{L_{\sigma r} \bar{i}_m}{n_c w d}; & -\frac{d}{2} + (d+c)n \leq x < \frac{d}{2} + (d+c)n \\ 0; & \frac{d}{2} + (d+c)n \leq x < \frac{d}{2} + c + (d+c)n \end{cases} \quad (4.72)$$

A Figura 4.41 exemplifica a indução $\bar{b}_{\sigma 1}(x, t)$ através de um determinado dente do primário, em que, por simplificação, se considera que não há encurtamento do passo.

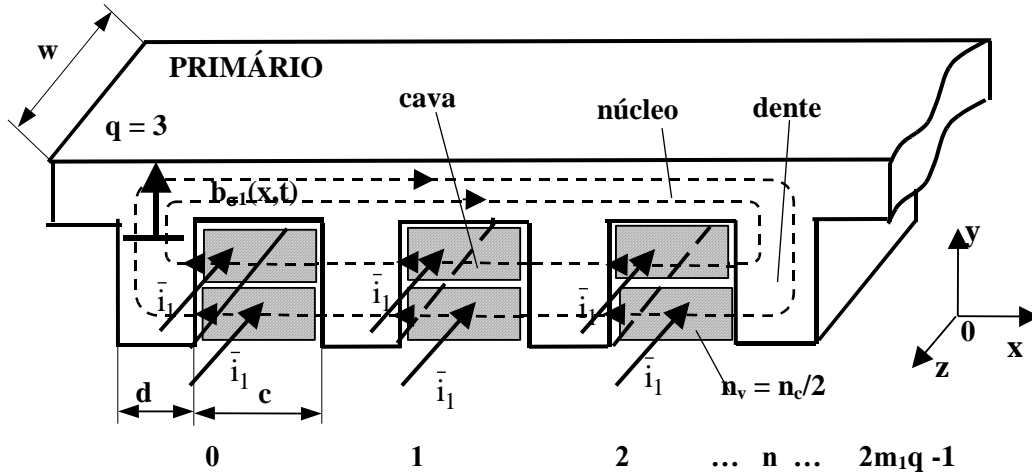


Figura 4.41 - Indução de fugas através dos dentes para $q = 3$.

Dado que é importante analisar as harmônicas correspondentes à indução de fugas que são devidas à circulação das correntes das fases nas cavas do primário de qualquer motor de indução, estuda-se o seu comportamento através das séries de Fourier. Consequentemente, da expressão (4.72), utilizando séries de Fourier, obtém-se o coeficiente $\bar{c}1_k$, que por uma questão de simplificação da análise, a integração da expressão que se segue é feita entre os limites $-d/2$ e $-d/2 + 2\tau$. Assim o coeficiente de Fourier $\bar{c}1_k$, com $|k| = 0, 1, 2, 3, \dots$, será dado por

$$\begin{aligned}\bar{c}l_k &= \frac{1}{2\tau} \int_{-\frac{d}{2}}^{-\frac{d}{2}+2\tau} \bar{b}_{\sigma l}(x, t) e^{-j\frac{k\pi x}{\tau}} dx = \\ &= \frac{L_{\sigma l} \bar{i}_m}{2n_c w d \tau} \sum_{n=0}^{2m_l q-1} (-1)^{\text{int}(\frac{\varepsilon n}{m_l q})} \int_{-\frac{d}{2}+(d+c)n}^{\frac{d}{2}+(d+c)n} e^{-j\frac{k\pi x}{\tau}} dx\end{aligned}\quad (4.73)$$

Dado que as intensidades de corrente podem não ter iguais amplitudes nem desfasagens com igual simetria, estudar-se-á o coeficiente $\bar{c}l_{ik}$ relativo à intensidade corrente \bar{i}_m (ver Subcapítulo 4.1), todos os outros coeficientes $\bar{c}l_{1k}$; $\bar{c}l_{2k}$; ...; $\bar{c}l_{m_l k}$ facilmente serão determinados.

$$\bar{c}l_{ik} = \frac{jL_{\sigma l} \bar{i}_m}{2n_c w k \pi d} \left\{ \sum_{n=iq-q}^{iq-1} \left[e^{-j\frac{k\pi x}{\tau}} \right]_{-\frac{d}{2}+(d+c)n}^{\frac{d}{2}+(d+c)n} + (-1)^{\varepsilon} \sum_{n=(i+m_l)q-q}^{(i+m_l)q-1} \left[e^{-j\frac{k\pi x}{\tau}} \right]_{-\frac{d}{2}+(d+c)n}^{\frac{d}{2}+(d+c)n} \right\} \quad (4.74)$$

Considerando $\tau = m_l q(d+c) = m_l q \tau_d$, e após algumas simplificações, virá

$$\bar{c}l_{ik} = \frac{n_v L_{\sigma l} \bar{i}_m}{n_c w k \pi d} \sin \frac{k\pi d}{2\tau} \left[\sum_{n=iq-q}^{iq-1} e^{-j\frac{k\pi n}{m_l q}} + (-1)^{\varepsilon} \sum_{n=(i+m_l)q-q}^{(i+m_l)q-1} e^{-j\frac{k\pi n}{m_l q}} \right] \quad (4.75)$$

Assim, de (4.75), após algumas manipulações matemáticas, obtém-se

$$\bar{c}l_{ik} = \frac{[1 + (-1)^{\varepsilon+k}] L_{\sigma l} \bar{i}_m}{2\tau n_c w} \frac{\sin \frac{k\pi d}{2\tau}}{\frac{k\pi d}{2\tau}} \frac{\sin \frac{k\pi}{2m_l}}{\sin \frac{k\pi}{2m_l q}} e^{j\frac{k\pi(q+1)}{2m_l q}} e^{-j\frac{k\pi i}{m_l}} \quad (4.76)$$

Se $\varepsilon = 1$, de (4.76) verifica-se que $\bar{c}l_{ik}$ é sempre nulo para k par. Por isso, a expressão relativa à indução de fugas correspondente apenas a um duplo passo polar (2τ), em função do espaço e do tempo, obtida apenas pela intensidade de corrente \bar{i}_m , virá dada por

$$\begin{aligned}\bar{b}_{\sigma l_i}(x, t) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \bar{c}l_{ik} e^{j\frac{k\pi x}{\tau}} = \\ &= \frac{L_{\sigma l} \bar{i}_m}{n_c w \pi d} \sum_{k=-\infty}^{\infty} [1 + (-1)^{\varepsilon+k}] e^{jk\pi(\frac{x}{\tau} + \frac{q+1}{2m_l q})} e^{-j\frac{k\pi i}{2m_l}} \frac{\sin \frac{k\pi d}{2\tau}}{k} \frac{\sin \frac{k\pi}{2m_l}}{\sin \frac{k\pi}{2m_l q}}\end{aligned}\quad (4.77)$$

O valor de $\bar{b}_{\sigma 1}(\mathbf{x}, t)$, que representa a indução de fugas respeitante a todas as harmónicas, será dado por

$$\begin{aligned} \bar{b}_{\sigma 1}(\mathbf{x}, t) &= \sum_{i=1}^{m_1} \bar{b}_{\sigma 1_i}(\mathbf{x}, t) = \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\left[1 + (-1)^{\varepsilon+k}\right] L_{\sigma} e^{jk\pi\left(\frac{x}{\tau} + \frac{q+1}{2m_1q}\right)} \sin \frac{k\pi d}{2\tau}}{2\tau n_c w \frac{k\pi d}{2\tau}} \frac{\sin \frac{k\pi}{2m_1}}{\sin \frac{k\pi}{2m_1q}} \sum_{i=1}^{m_1} \bar{i}_m e^{-j \frac{k\pi i}{m_1}} \end{aligned} \quad (4.78)$$

De (4.78), o termo $\frac{\sin \frac{k\pi d}{2\tau}}{\frac{k\pi d}{2\tau}}$ representa o factor de relação entre dente e cava, relativo

às fugas (\mathbf{K}_{rfk}), que será estudado, em pormenor, no Capítulo 5. Ainda de (4.78), a indução de fugas calculada, $\bar{b}_{\sigma 1}(\mathbf{x}, t)$, é apresentada em esboço na Figura 4.42-a. A Figura 4.42-b apresenta a indução de fugas, $\bar{b}_{\sigma 2}(\mathbf{x}, t)$, determinada entre os limites $-\mathbf{d}/2 + \tau_d$ e $-\mathbf{d}/2 + \tau_d + 2\tau$. Da diferença algébrica entre os dados apresentados nas Figuras 4.42-a e 4.42-b, obtém-se a indução de fugas resultante ao longo do primário de um determinado ALI, isto é, $\bar{b}_{\sigma}(\mathbf{x}, t) = \bar{b}_{\sigma 1}(\mathbf{x}, t) - \bar{b}_{\sigma 2}(\mathbf{x}, t)$, como se pode observar na Figura 4.42-c. De acordo com a Figura 4.42-b, a indução de fugas, entre os limites $-\mathbf{d}/2 + \tau_d$ e $-\mathbf{d}/2 + \tau_d + 2\tau$, será dada por

$$\bar{b}_{\sigma 2}(\mathbf{x}, t) = \begin{cases} (-1)^{\text{int}(\frac{\varepsilon n}{m_1q})} \frac{L_{\sigma} \bar{i}_m}{n_c w d}; & -\frac{d}{2} + (d+c)(n+1) \leq x < \frac{d}{2} + (d+c)(n+1) \\ 0; & \frac{d}{2} + (d+c)(n+1) \leq x < \frac{d}{2} + c + (d+c)(n+1) \end{cases} \quad (4.79)$$

Da expressão (4.79), utilizando séries de Fourier, obtém-se o coeficiente $\overline{c2_k}$, que por uma questão de simplificação da análise, a integração da expressão que se segue é feita entre $-\mathbf{d}/2 + \tau_d$ e $-\mathbf{d}/2 + \tau_d + 2\tau$. Assim, o coeficiente de Fourier $\overline{c2_k}$, com $|\mathbf{k}| = 0, 1, 2, 3, \dots$, será dado por

$$\begin{aligned} \overline{c2_k} &= \frac{1}{2\tau} \int_{-\frac{d}{2} + \tau_d}^{-\frac{d}{2} + \tau_d + 2\tau} \bar{b}_{\sigma 2}(\mathbf{x}, t) e^{-j \frac{k\pi x}{\tau}} dx = \\ &= \frac{L_{\sigma} \bar{i}_m}{2n_c w d \tau} \sum_{n=0}^{2m_1q-1} (-1)^{\text{int}(\frac{\varepsilon n}{m_1q})} \int_{-\frac{d}{2} + (d+c)(n+1)}^{\frac{d}{2} + (d+c)(n+1)} e^{-j \frac{k\pi x}{\tau}} dx \end{aligned} \quad (4.80)$$

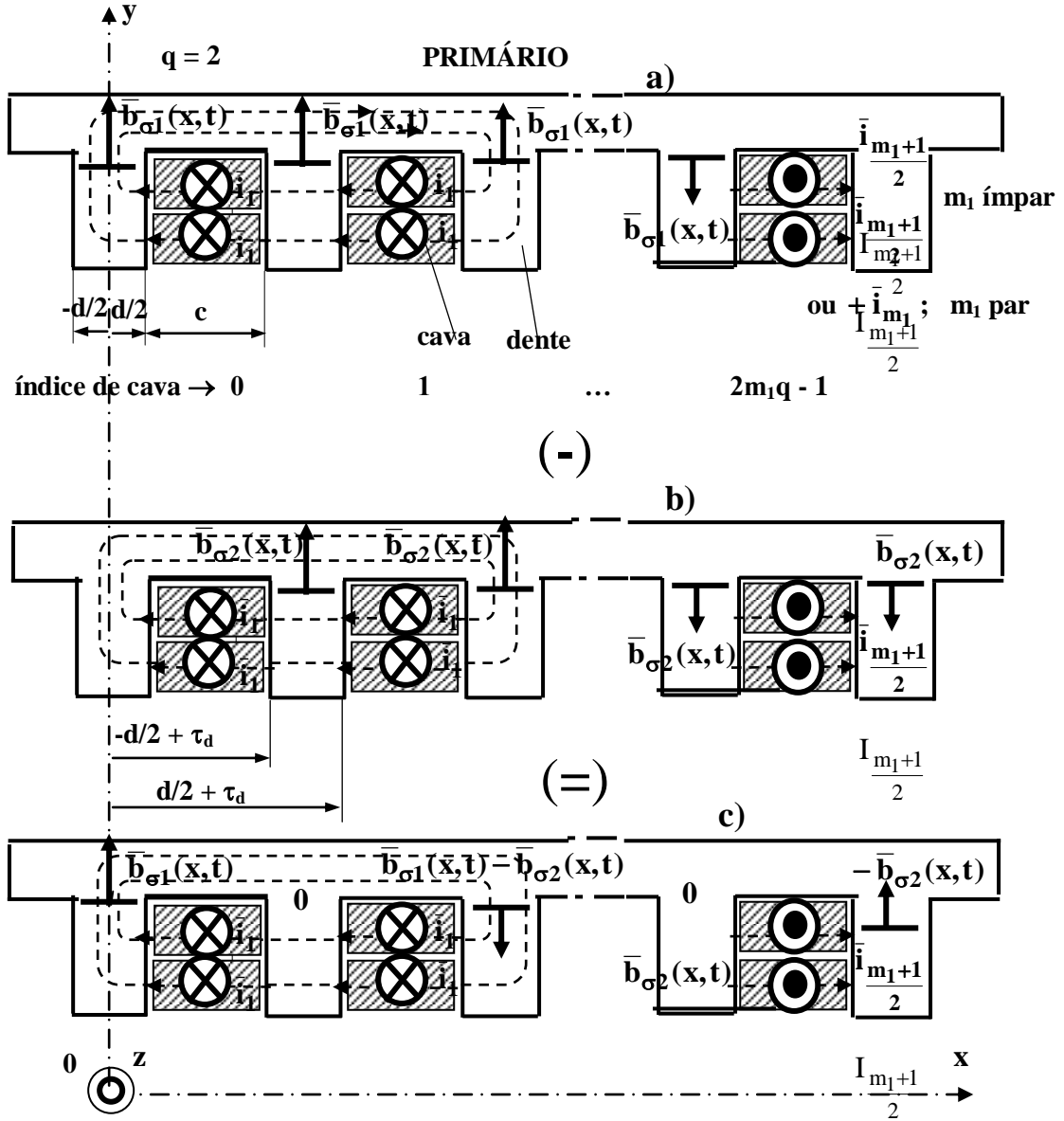


Figura 4.42 - Indução de fugas através dos dentes para $q = 2$. a) F.m.m. de fugas (lado esquerdo de cada cava); b) F.m.m. de fugas (lado direito de cada cava); c) F.m.m. de fugas total.

O valor de $\bar{b}_{\sigma 2}(x, t)$, que representa a f.m.m. de fugas respeitante a todas as harmónicas, após algumas manipulações matemáticas, será dado por

$$\begin{aligned} \bar{b}_{\sigma 2}(x, t) &= \sum_{i=1}^{m_1} \bar{b}_{\sigma 2_i}(x, t) = \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{[1 + (-1)^{\varepsilon+k}] L_{\sigma r} e^{jk\pi(\frac{x}{\tau} + \frac{q-1}{2m_1q})} K_{rfk} \sin \frac{k\pi}{2m_1}}{2\tau n_c w \sin \frac{k\pi}{2m_1q}} \sum_{i=1}^{m_1} \bar{i}_m e^{-j\frac{k\pi i}{m_1}} \end{aligned} \quad (4.81)$$

A diferença entre $\bar{b}_{\sigma 1}(x, t)$ e $\bar{b}_{\sigma 2}(x, t)$, dada pela subtracção de (4.78) com (4.81), será igual a

$$\bar{b}_{\sigma}(x, t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{[1 + (-1)^{\varepsilon+k}] L_{\sigma r} e^{jk\pi(\frac{x}{\tau} + \frac{1}{2m_1} + \frac{1}{2k})} K_{rfk} K_{dk}}{n_c \tau w} \sum_{i=1}^{m_1} \bar{i}_m e^{-j \frac{k\pi i}{m_1}} \quad (4.82)$$

A expressão (4.83) representa, de uma forma generalizada, a indução de fugas através dos dentes. No caso particular de $\varepsilon = 1$ e de k ser ímpar, (4.82) pode ser substituída por

$$\bar{b}_{\sigma}(x, t) = \frac{2L_{\sigma r}}{n_c w \tau} \sum_{k=-\infty}^{\infty} K_{rfk} \sin \frac{k\pi}{2m_1} e^{jk\pi(\frac{x}{\tau} + \frac{1}{2m_1} + \frac{1}{2k})} \sum_{i=1}^{m_1} \bar{i}_m e^{-j \frac{k\pi i}{m_1}} \quad (4.83)$$

O resultado da expressão (4.83) refere-se apenas a uma única camada, caso particular dos ALITs. Para os ALIPs, quando há encurtamento do passo é necessário refazer os cálculos respeitantes ao desvio das correntes nas cavas como se indica no Subcapítulo 4.1, cujo resultado se adiciona ao da expressão (4.83). A Figura 4.43 apresenta, em valores **p.u.**, a indução de fugas respeitante a um duplo passo polar de um ALIP trifásico, em que $q = 2$, $c/d = 1$, $\beta_e = 5/6$. No caso da Figura 4.43 são contabilizados os

coeficientes de fugas da camada inferior, $L_{\sigma ri} = \frac{\mu_0 n_c^2 q w}{4c} (\frac{4h}{3} + h_1 + h_2)$, da camada

superior, $L_{\sigma rs} = \frac{\mu_0 n_c^2 q w}{4c} (\frac{h}{3} + h_2)$, e dos respectivos coeficientes de indução mútua

entre ambas as camadas, $M_{\sigma r} = \frac{\mu_0 n_c^2 q w}{4c} (\frac{h}{2} + h_2)$ [56].

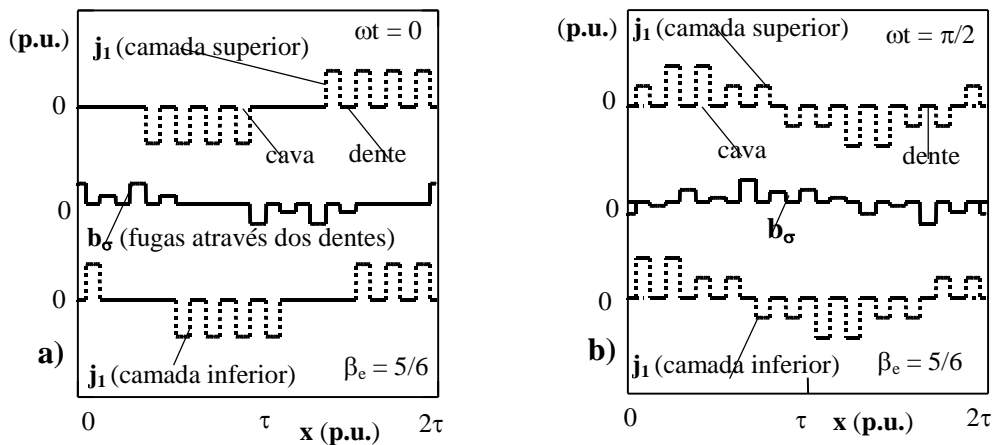


Figura 4.43 - Indução de fugas através dos dentes de um ALIP trifásico ($q = 2$, $c/d = 1$, $\beta_e = 5/6$). a) $\omega t = 0$; b) $\omega t = \pi/2$.

A Figura 4.44 apresenta, em valores **p.u.**, a indução de fugas respeitante a um duplo passo polar de um ALIT trifásico, em que $m_1 = 3$, $q = 2$, $c/d = 8,666$, $\beta_e = 1$. Neste caso pode-se utilizar, apenas a expressão (4.83) e o valor de $L_{\sigma r}$ relativo ao coeficiente de fugas do ALIT.

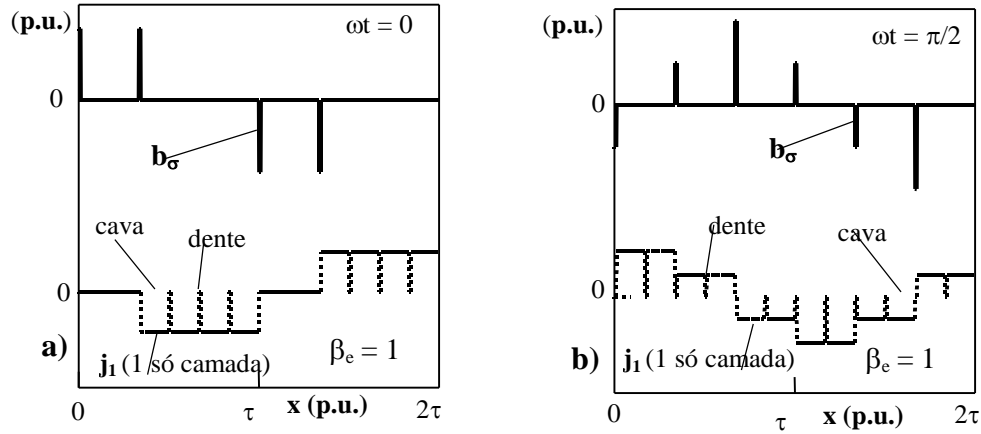


Figura 4.44 - Indução de fugas através dos dentes de um ALIT trifásico ($q = 2$, $p = 1$, $c/d = 8,666$, $\beta_e = 1$). **a)** $\omega t = 0$; **b)** $\omega t = \pi/2$.

Por observação da Figura 4.44, verifica-se que as induções de fugas nos dentes são muito elevadas, o que origina facilmente a saturação magnética nas zonas dos dentes junto ao entreferro.

Assim, de (4.83), a grandeza de $f_{\sigma_k}(x, t)$, que representa a f.m.m. de fugas respeitante às harmónicas de índices k e v , será dada por

$$f_{\sigma_k}(x, t) = \sqrt{2} \, 2 n_c K_{rfk} K_{dk} e^{jk\pi\left(\frac{x}{\tau} + \frac{1}{2m_1} + \frac{1}{2k}\right)} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^{m_1} I_{mv} e^{j(v\theta + \phi_{mv})} e^{-j\frac{k\pi i}{m_1}} \quad (4.84)$$

Em que o valor eficaz da corrente I_{mv} e o argumento ϕ_{mv} foram já estudados no Subcapítulo 4.1. Para uma só camada, a expressão (4.84) é generalizada para qualquer número de enrolamentos igualmente distribuídos e para quaisquer valores das intensidades de corrente nas fases. Se se pretender a contribuição de todas as harmónicas, virá

$$f_{\sigma}(x, t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f_{\sigma_k}(x, t) \quad (4.85)$$

A Figura 4.45-a apresenta a f.m.m. no entreferro com o secundário em vazio, para $\omega t = 0$, resultante da correcção devida à f.m.m. de fugas, relativamente a um ALIP, em que se considera $m_1 = 3$, $q = 2$, $c/d = 1$, $\beta_e = 1$. A Figura 4.45-b apresenta a f.m.m. no

entreferro, para $\omega t = 0$, resultante da correcção devida à f.m.m. de fugas, relativamente a um ALIP, em que se considera $m_1 = 3$, $q = 2$, $c/d = 1$, e $\beta_e = 5/6$.

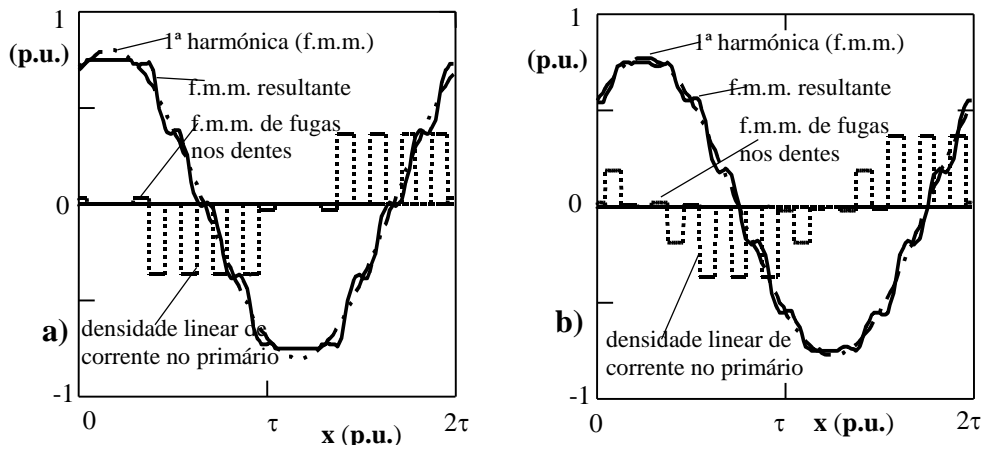


Figura 4.45 - *F.m.m. no entreferro, em que são contabilizadas as fugas nos dentes, para $\omega t = 0$ ($m_1 = 3$, $c/d = 1$, $q = 2$, e $p = 1$). a) $\beta_e = 1$; b) $\beta_e = 5/6$.*

Por observação da Figura 4.45, verifica-se que as fugas diminuem em situações de encurtamento do passo.

A Figura 4.46 apresenta a f.m.m. no entreferro, para $\omega t = 0$ e para $\omega t = \pi/2$, resultante da correcção devida à f.m.m. de fugas, relativamente a um ALIT, em que se considera $m_1 = 3$, $q = 2$, $c/d = 8,666$, e $\beta_e = 1$.

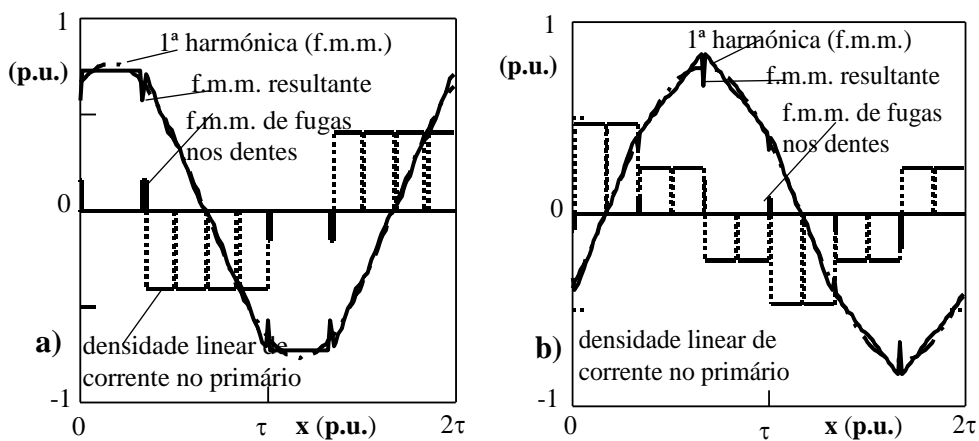


Figura 4.46 - *F.m.m. no entreferro, em que são contabilizadas as fugas nos dentes, para $\beta_e = 1$ ($m_1 = 3$, $c/d = 8,666$, $q = 2$, e $p = 1$). a) $\omega t = 0$; b) $\omega t = \pi/2$.*

Por observação da Figura 4.46, verifica-se que, no entreferro, a f.m.m. apresenta grandes variações de amplitude na zona dos dentes do ALIT. Esta análise é importante na determinação do coeficiente de fugas por fase.

CAPÍTULO 5

DIMENSIONAMENTO

Resumo

Este capítulo será subdividido em três partes, distribuídas por factores de correcção, parâmetros de dimensionamento, e dimensionamento do protótipo.

5 DIMENSIONAMENTO

Com o objectivo de se apresentarem parâmetros relacionados com o ALIT implementado, neste capítulo serão feitas, por vezes, abordagens comparativas entre ALITs e ALIPs.

5.1 FACTORES DE CORRECÇÃO

Neste subcapítulo serão estudados diversos factores de correcção que têm importância no dimensionamento do ALI modular implementado. Assim, de uma forma generalizada, serão abordados os factores de encurtamento do passo ($\mathbf{K}_{\beta k}$ - apenas com maior interesse para os ALIPs), de distribuição do enrolamento (\mathbf{K}_{dk}), de enrolamento ($\mathbf{K}_{Ek} = \mathbf{K}_{dk} \times \mathbf{K}_{\beta k}$ - pois dada a topologia dos ALIs, considera-se que os factores de enviesamento, \mathbf{K}_{envk} [48], e de distribuição do campo, \mathbf{K}_{Bk} [39], independentemente do índice de harmónica, de \mathbf{k} ou mesmo de \mathbf{v} , são ambos praticamente iguais à unidade), de relação cava dente (\mathbf{K}_{rk}), de redução ($\mathbf{K}_{Rk} = \mathbf{K}_{rk} \times \mathbf{K}_{Ek}$), de relação dente cava relativamente às fugas no primário (\mathbf{K}_{rfk}), de Carter ou de entreferro (\mathbf{K}_{ck}) e de qualidade (\mathbf{Q}_k).

5.1.1 Factor de Encurtamento do Passo ($\mathbf{K}_{\beta k}$)

O estudo o factor de encurtamento do passo só tem interesse para valores de \mathbf{k} que sejam ímpares (já que para valores de \mathbf{k} pares resulta sempre o anulamento do resultado da densidade linear de corrente no primário), e para o caso do dimensionamento de ALIPs, que é dado por

$$\mathbf{K}_{\beta k} = \sin \frac{k\beta_e \pi}{2} \quad (5.1)$$

Considerando o encurtamento do passo, β_e , compreendido entre os limites $2/3$ (que corresponde a $\gamma_e = \mathbf{m}_1 \mathbf{q}/3$) e 1 (que corresponde a $\gamma_e = 0$). A Figura 5.1 apresenta o factor de encurtamento do passo, em módulo, para $2/3 \leq \beta_e \leq 1$ e para as harmónicas de índices $|\mathbf{k}| = 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17$ e 19 .

No caso particular dos ALITs o valor de β_e é sempre igual à unidade, isto significa que para harmónicas de índices $\mathbf{k} = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \pm 7, \dots$, os factores de encurtamento do passo serão iguais a $\mathbf{K}_{\beta k} = \pm 1, \mp 1, \pm 1, \mp 1, \dots$, respectivamente. Por observação da Figura 5.1, verifica-se que o factor de encurtamento do passo está compreendido entre os limites -1 e 1 , e que a amplitude relativa da primeira harmónica é máxima para $\beta_e = 1$ (principalmente para ALITs). No entanto outras harmónicas, particularmente as que apresentam um índice próximo de ± 1 , e que viajam em sentido contrário ao da primeira harmónica, devem ter amplitudes próximas de zero. Assim, a Tabela 5.I indica os valores de β_e mais apropriados para que as harmónicas mais próximas da fundamental sejam anuladas.

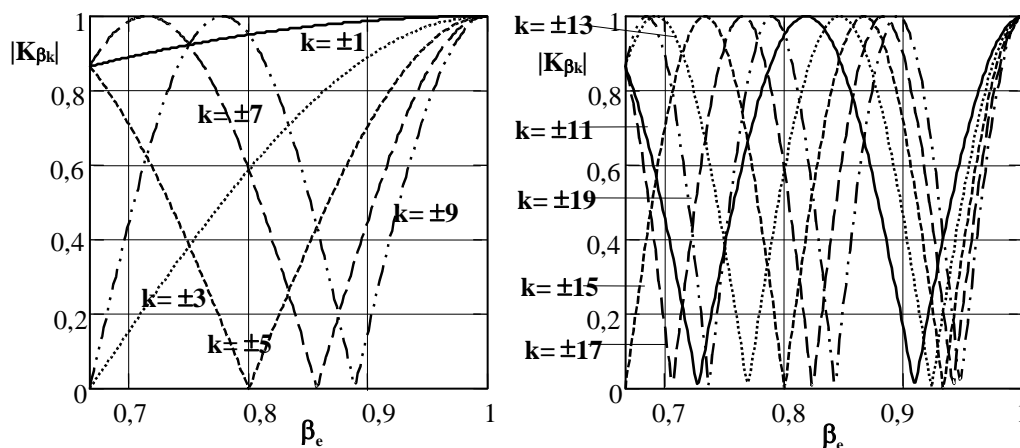


Figura 5.1 - Factor de encurtamento do passo, em módulo, para $2/3 \leq \beta_e \leq 1$, e para k ímpar compreendido entre 1 e 19.

Nº de fases (m_1)	Índices das principais harmónicas que devem ser atenuadas ($ k $)	Respectivos valores de β_e
1, 2, 4	3 e 5	$2/3 < \beta_e < 0,80$
3, 6	5 e 7	$0,80 < \beta_e < 0,86$
5, 10	9 e 11	$0,89 < \beta_e < 0,91$
7	13 e 15	$0,92 < \beta_e < 0,94$
8	7 e 9	$0,85 < \beta_e < 0,90$
9	17 e 19	$0,94 < \beta_e < 0,95$
12	11 e 13	$0,90 < \beta_e < 0,93$

Tabela 5.I - Valores de β_e que correspondem a amplitudes menores das harmónicas de índices próximos da onda fundamental.

5.1.2 Factor de Distribuição (K_{dk})

O factor de distribuição do enrolamento (K_{dk}), para m_1 ímpar ou para $m_1 = 2$ (com as 2 correntes desfasadas, entre si, de $\pi/2$), é dado por

$$K_{dk} = \frac{\sin \frac{k\pi}{2m_1}}{q \sin \frac{k\pi}{2m_1 q}} \quad (5.2)$$

Para m_1 par e para $m_1 \geq 4$, ou mesmo para $m_1 = 2$ (com as 2 correntes desfasadas, entre si, por exemplo, de $2\pi/3$), o factor de distribuição será dado por

$$K_{dk}^* = \frac{\sin \frac{k\pi}{m_1}}{2q \sin \frac{k\pi}{2m_1 q}} \quad (5.3)$$

Para qualquer valor de $q \geq 1$, os valores máximos relativos do factor de distribuição podem ser obtidos igualando o denominador de (5.2) ou de (5.3) a zero, ou seja

$$\sin \frac{k\pi}{2m_1 q} = 0 \leftrightarrow \frac{k}{2m_1 q} = \kappa \leftrightarrow k = 2m_1 q \kappa \quad (\kappa = \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots) \quad (5.4)$$

Considerando que os valores das harmónicas são sempre ímpares, verifica-se que os numeradores e os denominadores de (5.2) e de (5.3) nunca se anulam, pelo que, de (5.4), as harmónicas situadas na vizinhança de $k = 2m_1 q \kappa$ são as de maior amplitude relativa, já que $2m_1 q \kappa$ é sempre um número par.

Teoricamente, admitindo que o número de cavas bobinadas por pólo e por fase tende para infinito ($q \rightarrow \infty$), como o factor de distribuição depende essencialmente de q , tendendo portanto para um valor limite, assim, de (5.2), K_{dk} será, nessas circunstâncias,

$$\text{dado por } \lim_{q \rightarrow \infty} K_{dk} = \lim_{q \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{k\pi}{2m_1}}{q \sin \frac{k\pi}{2m_1 q}} = \frac{\sin \frac{k\pi}{2m_1}}{\infty \cdot 0}. \text{ Como } q \sin \frac{k\pi}{2m_1 q} = \frac{\sin \frac{k\pi}{2m_1 q}}{\frac{1}{q}},$$

$$\text{vem } \lim_{q \rightarrow \infty} q \sin \frac{k\pi}{2m_1 q} = \lim_{q \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{k\pi}{2m_1 q}}{\frac{1}{q}} = \frac{0}{0}. \text{ Levantando a indeterminação, por}$$

aplicação da regra de l'Hospital, ter-se-á

$$\lim_{q \rightarrow \infty} q \sin \frac{k\pi}{2m_1 q} = \lim_{q \rightarrow \infty} \frac{-\frac{2k\pi m_1}{4m_1^2 q^2} \cos \frac{k\pi}{2m_1 q}}{-\frac{1}{q^2}} = \lim_{q \rightarrow \infty} \frac{k\pi}{2m_1} \cos \frac{k\pi}{2m_1 q} = \frac{k\pi}{2m_1} \quad (5.5)$$

Assim, o factor de distribuição, para $q = \infty$, será dado, para m_1 ímpar ou para $m_1 = 2$, com correntes desfasadas, entre si, de $\pi/2$, por

$$K_{dk(q=\infty)} = \lim_{q \rightarrow \infty} K_{dk} = \frac{\sin \frac{k\pi}{2m_1}}{\frac{k\pi}{2m_1}} \quad (5.6)$$

e para m_1 par e para $m_1 \geq 4$, ou ainda para $m_1 = 2$, com correntes desfasadas, entre si, de $2\pi/3$, o factor de distribuição será dado por

$$K_{dk(q=\infty)}^* = \lim_{q \rightarrow \infty} K_{dk}^* = \frac{\sin \frac{k\pi}{m_1}}{\frac{k\pi}{m_1}} \quad (5.7)$$

A Figura 5.2 representa o factor de distribuição, em módulo, em função das harmónicas ímpares, de índices compreendidos entre $k = 1$ e $k = 29$, para $q = 1, 2, 3, 4$ e ∞ .

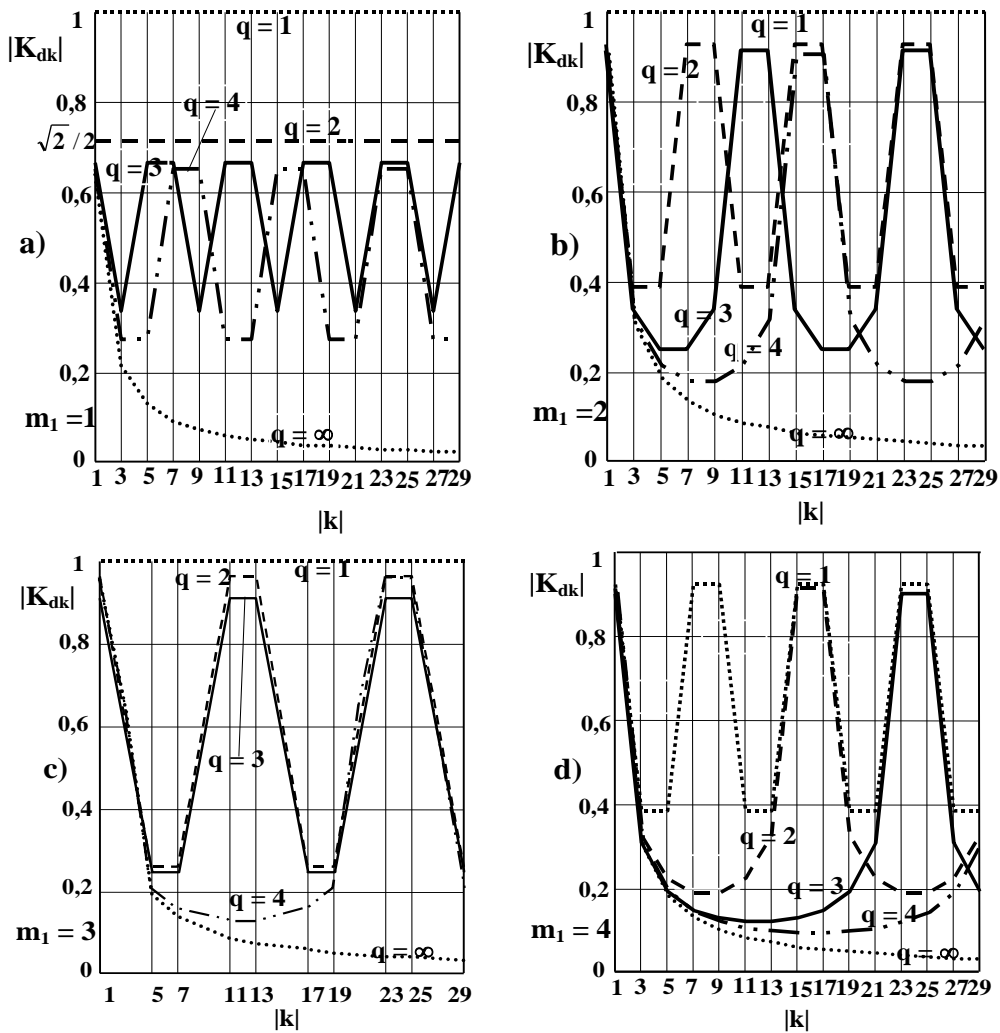


Figura 5.2 - Factor de distribuição, em módulo, para $|k|$ ímpar, compreendido entre os limites 1 e 29, e para $q = 1, 2, 3, 4$ e ∞ .
a) $m_1 = 1$; **b)** $m_1 = 2$; **c)** $m_1 = 3$; **d)** $m_1 = 4$.

Como já foi referido anteriormente, da Figura 5.2 verifica-se que as amplitudes das harmónicas apresentam valores máximos relativos para valores de $|k|$ situados na vizinhança de $2m_1q\kappa$ ($\kappa \in \mathbb{Z}$).

5.1.3 Factor de Enrolamento (K_{Ek})

Para m_1 ímpar ou para $m_1 = 2$ ($\angle(\bar{I}_1, \bar{I}_2) = \pi/2$), o factor de enrolamento (K_{Ek}), cujo módulo se encontra compreendido entre os limites **0** e **1**, será dado por

$$K_{Ek} = K_{dk} K_{\beta k} = \frac{\sin \frac{k\pi}{2m_1}}{q \sin \frac{k\pi}{2m_1 q}} \sin \frac{k\beta_e \pi}{2} \quad (m_1 - \text{ímpar} \vee m_1 = 2) \quad (5.8)$$

e para m_1 par e $m_1 \geq 4$, ou ainda para $m_1 = 2$ ($\angle(\bar{I}_1, \bar{I}_2) = 2\pi/3$), será dado por

$$K_{Ek}^* = K_{dk}^* K_{\beta k} = \frac{\sin \frac{k\pi}{m_1}}{2q \sin \frac{k\pi}{2m_1 q}} \sin \frac{k\beta_e \pi}{2} \quad (m_1 - \text{par} \wedge m_1 \geq 4) \quad (5.9)$$

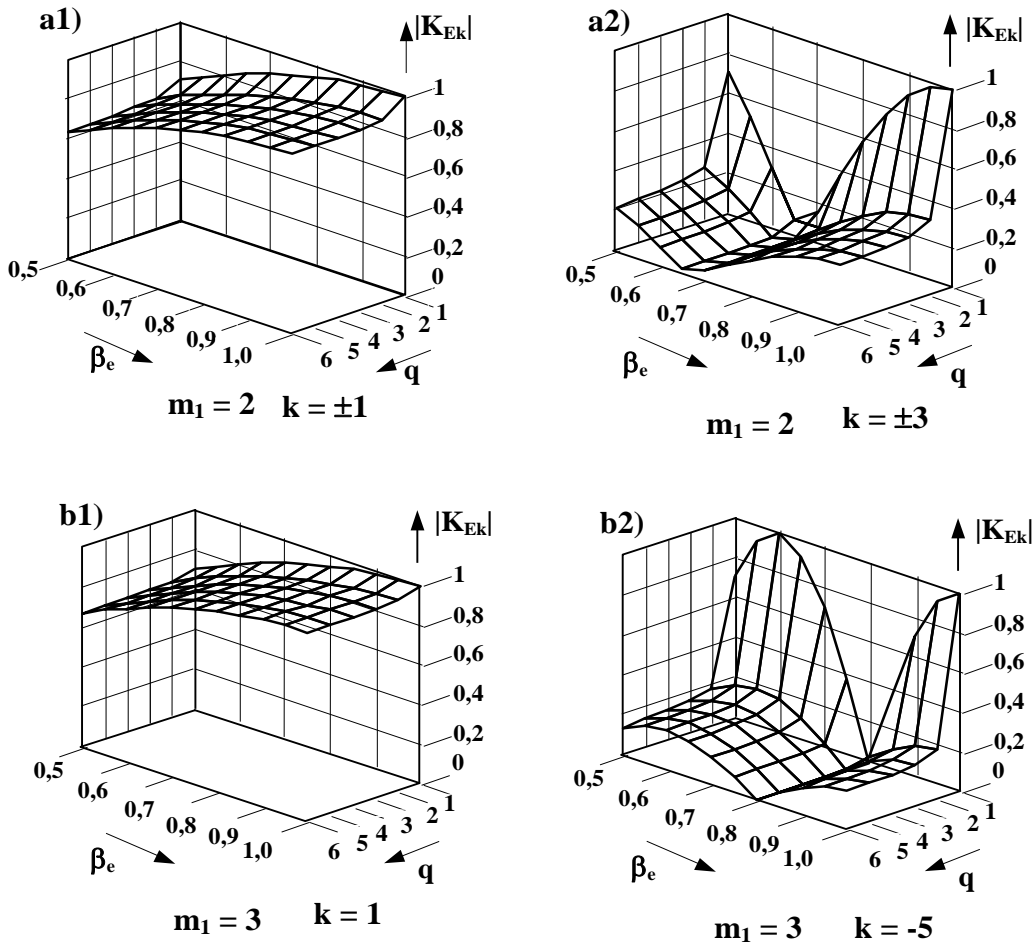


Figura 5.3 - Factor de enrolamento, em módulo, em função de β_e e de q .

a1) $m_1 = 2, k = \pm 1$; **a2)** $m_1 = 2, k = \pm 3$;

b1) $m_1 = 3, k = 1$; **b2)** $m_1 = 3, k = 5$.

A Figura 5.3 representa o factor de enrolamento (\mathbf{K}_{Ek}), em módulo, em função de $q = 1, 2, 3, 4, 5$ e 6 , e de $2/3 \leq \beta_e \leq 1$, para $m_1 = 2$ ($k = \pm 1$ e $k = \pm 3$) e para $m_1 = 3$ ($k = \pm 1$ e $k = \pm 5$).

Embora o objectivo principal deste trabalho seja o estudo do ALIT, é contudo interessante que, por observação da Figura 5.3, existem valores de β_e que minimizam algumas harmónicas de ordem superior à da harmónica fundamental. Na verdade, para o caso específico de ALITs, sendo $\beta_e = 1$, o factor de enrolamento torna-se igual ao factor de distribuição do enrolamento ($\mathbf{K}_{Ek} = \mathbf{K}_{dk}$), pois neste caso consideram-se que os factores de enviesamento, \mathbf{K}_{env} , e de campo, \mathbf{K}_B , são iguais à unidade.

5.1.4 Factor de Relação entre Cava e Dente (\mathbf{K}_{rk})

Considerando que a relação entre cava e dente (ξ) é dada por

$$\xi = \frac{c}{d} \quad (5.10)$$

e dado que o passo polar (τ) está relacionado com o passo de cava ($\tau_c = c + d$) por

$$\tau = m_1 q (c + d) \quad (5.11)$$

Define-se factor de relação entre cava e dente (\mathbf{K}_{rk}), cujo módulo se encontra compreendido entre os limites 0 e 1 , por

$$\mathbf{K}_{rk} = \frac{2\tau \sin \frac{k\pi c}{2\tau}}{k\pi c} = \frac{\sin \frac{k\pi c}{2\tau}}{\frac{k\pi c}{2\tau}} = \frac{\sin \frac{k\pi c}{2m_1 q (c + d)}}{\frac{k\pi c}{2m_1 q (c + d)}} \quad (5.12)$$

e da expressão (5.10), (5.12) pode ser substituída por

$$\mathbf{K}_{rk} = \frac{\sin \frac{k\pi \xi}{2m_1 q (\xi + 1)}}{\frac{k\pi \xi}{2m_1 q (\xi + 1)}} = \frac{\sin \frac{k\pi}{2m_1 q (1 + 1/\xi)}}{\frac{k\pi}{2m_1 q (1 + 1/\xi)}} \quad (5.13)$$

em que a expressão (5.13) traduz o factor de relação entre cava e dente. Embora o denominador de (5.13) nunca se anule, este tem o seu valor mínimo, o que corresponde a \mathbf{K}_{rk} máximo, para $1/\xi = \infty$, ou seja para $d \gg c$. Assim, o valor de \mathbf{K}_{rk} só será anulado para

$$\sin \frac{k\pi\xi}{2m_1q(\xi+1)} = 0 \leftrightarrow \frac{k}{2m_1q(1+1/\xi)} = \kappa \leftrightarrow 1/\xi = \frac{k}{2m_1q\kappa} - 1 \quad (\kappa \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}) \quad (5.14)$$

A Tabela 5.II indica os valores de $1/\xi = d/c$ positivos (o que implica $|k| > 2m_1q|\kappa|$), em função dos parâmetros q e m_1 , que anulam o factor de relação entre dente e cava (K_{rk}). Da expressão (5.14), dado que $2m_1q$ representa o número de cavas bobinadas por cada duplo passo polar, ou em cada par de pólos ($Q_p = 2m_1q$), e é sempre maior ou igual a 2, verifica-se que, por exemplo, para o índice de harmónica $|k| = 1$ não existe nenhum valor positivo de $1/\xi$, ou de d/c , que anule a expressão $\sin \frac{k\pi\xi}{2m_1q(\xi+1)}$.

Valores de $1/\xi$ (representados à esquerda) que anulam K_{rk} para diferentes valores de $ \kappa $ positivos (representados à direita)									
$2m_1q$	$ k = 3$	$ k = 5$	$ k = 7$	$ k = 9$	$ k = 11$	$ k = 13$	$ k = 15$	$ k = 17$	$ k = 19$
2	0,5; 1	1,5; 1 0,25; 2	2,5; 1 0,75; 2 0,167; 3	3,5; 1 1,25; 2 0,5; 3 0,125; 4	4,5; 1 1,75; 2 0,833; 3 1,167; 3 0,375; 4 0,1; 5	5,5; 1 2,25; 2 1,167; 3 0,625; 4 0,3; 5 0,083; 6	6,5; 1 2,75; 2 1,5; 3 0,875; 4 0,5; 5 0,25; 6 0,071; 7	7,5; 1 3,25; 2 1,833; 3 1,125; 4 0,7; 5 0,417; 6 0,214; 7 0,063; 8	8,5; 1 3,75; 2 2,167; 3 1,375; 4 0,9; 5 0,583; 6 0,357; 7 0,188; 8 0,056; 9
4		0,25; 1	0,75; 1	1,25; 1 0,125; 2	1,75; 1 0,375; 2	2,25; 1 0,625; 2 0,083; 3	2,75; 1 0,875; 2 0,25; 3	3,25; 1 1,125; 2 0,417; 3 0,063; 4	3,75; 1 1,375; 2 0,583; 3 0,188; 4
6			0,167; 1	0,5; 1	0,833; 1	1,167; 1 0,083; 2	1,5; 1 0,25; 2	1,833; 1 0,417; 2	2,167; 1 0,583; 2 0,056; 3
8				0,125; 1	0,375; 1	0,625; 1	0,875; 1	1,125; 1 0,063; 2	1,375; 1 0,188; 2
10					0,1; 1	0,3; 1	0,5; 1	0,7; 1	0,9; 1
12						0,083; 1	0,25; 1	0,417; 1	0,583; 1
14							0,071; 1	0,214; 1	0,357; 1
16								0,063; 1	0,188; 1
18									0,056; 1

Tabela 5.II - Valores de $1/\xi$ que anulam o factor de relação cava dente tendo como parâmetro o dobro do produto de m_1 por q ($Q_p = 2m_1q$).

Da Tabela 5.II verifica-se que, por exemplo, para $Q_p = 2m_1q$ maior do que **18**, apenas as harmónicas de índices, em módulo, maiores do que **19** poderão ser anuladas para determinados valores positivos de $1/\xi$.

A Figura 5.4 representa o factor de relação cava dente em função de ξ , para $Q_p = 4$ (exemplo: $m_1 = 1$ e $q = 2$ ou $m_1 = 2$ e $q = 1$), **6, 8 e 12**, tendo como parâmetros as harmónicas de índices $|k| = 1, 3, 5$ e **7**.

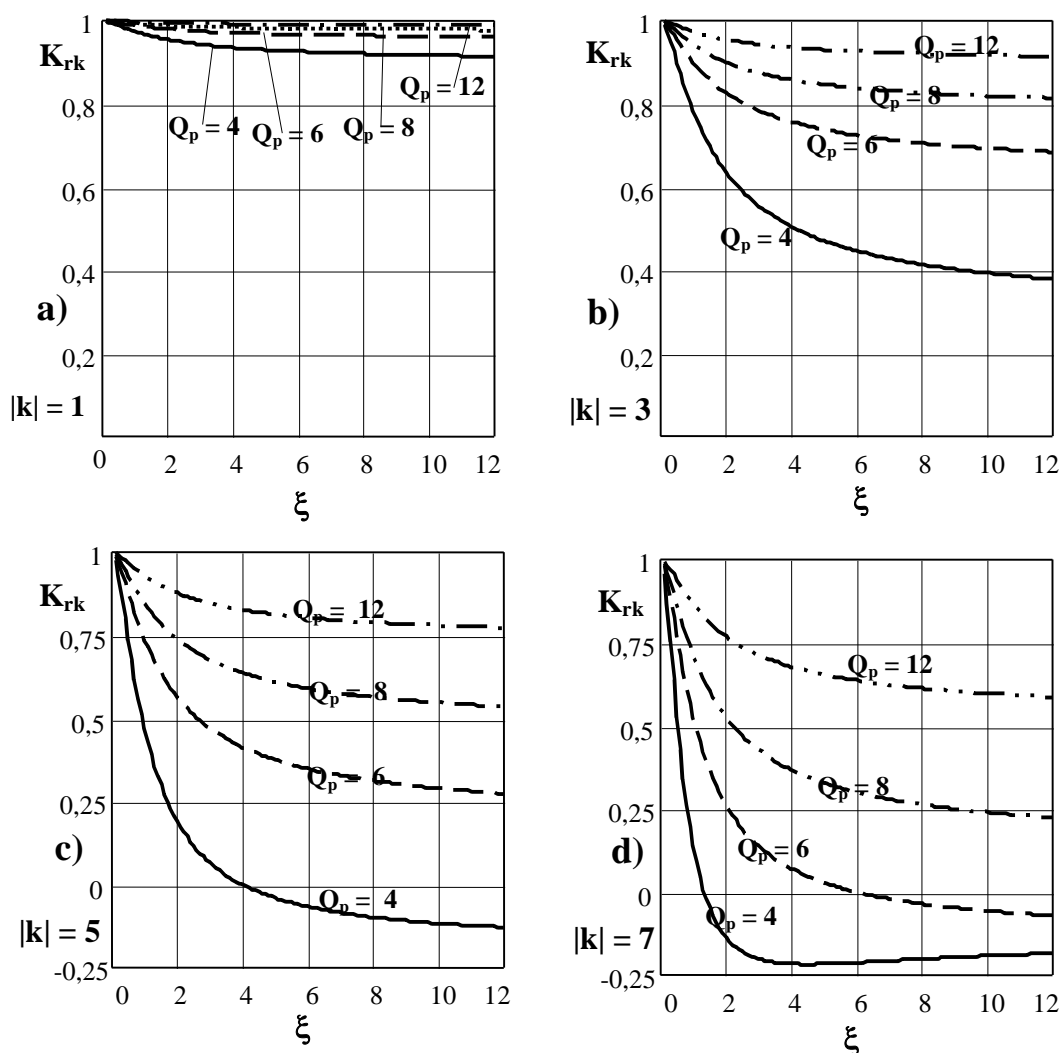


Figura 5.4 - Factor de relação cava dente para $0 \leq \xi \leq 12$ e para $Q_p = 4, 6, 8$ e **12**.
a) $|k| = 1$; b) $|k| = 3$; c) $|k| = 5$; d) $|k| = 7$.

Por observação da Figura 5.4-c, verifica-se que as harmónicas de índices $k = \pm 5$ anulam-se para $Q_p = 4$ (exemplo: $m_1 = 2$ e $q = 1$) e para $\xi = c/d = 4$. Da Figura 5.4-d, verifica-se que as harmónicas de índices $k = \pm 7$ anulam-se para $Q_p = 6$ (exemplo: $m_1 = 3$ e $q = 1$) e para $\xi = c/d = 6$.

A Figura 5.5 representa o factor de relação cava dente em função de $1 \leq \xi \leq 10$ (em escala semilogarítmica), para $Q_p = 16$ (exemplo: $m_1 = 2$ e $q = 4$ ou $m_1 = 4$ e $q = 2$), **24, 30 e 36**, tendo ainda como parâmetros as harmónicas de índices $|k| = 5$ e **7**.

Por observação das Figuras 5.4 e 5.5 pode-se verificar que o factor de relação cava dente (K_{rk}) é tanto mais próximo da unidade quanto menor for a relação cava dente (ξ) e quanto maior o número de cavas bobinadas por cada duplo passo polar ($Q_p = 2m_1q$), por outro lado, este factor será tanto menor quanto maior for o índice de harmónica a ter em consideração.

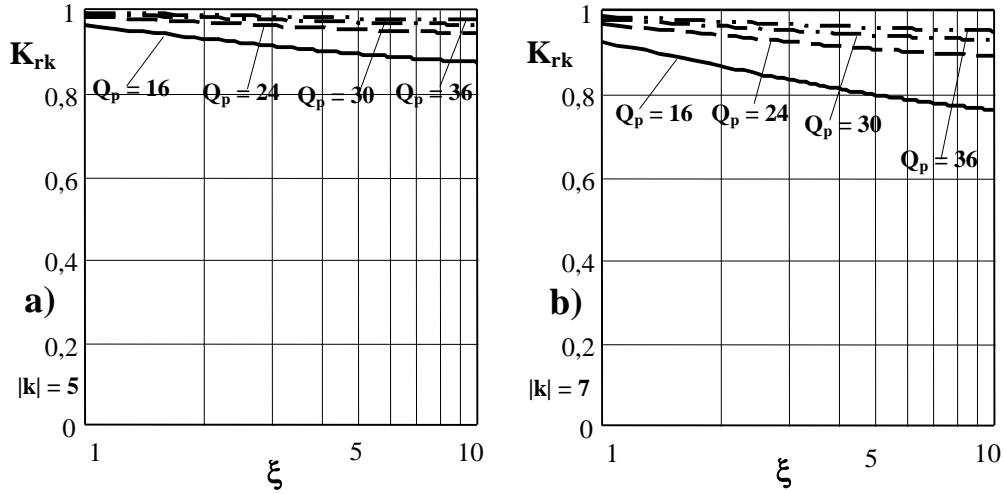


Figura 5.5 - Factor de relação cava dente para $1 \leq \xi \leq 10$ e para $Q_p = 16, 24, 30$ e 36 .
a) $|k| = 5$; b) $|k| = 7$.

Particularmente para o caso de ALITs, se se admitir que $\xi \rightarrow \infty$ ($c \gg d$), de (5.13) resultará

$$K_{rk(\xi=\infty)} = \lim_{\xi \rightarrow \infty} K_{rk} = \lim_{\xi \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{k\pi}{2m_1q(1 + \frac{1}{\xi})}}{\frac{k\pi}{2m_1q(1 + \frac{1}{\xi})}} = \frac{\sin \frac{k\pi}{2m_1q}}{\frac{k\pi}{2m_1q}} = \frac{\sin \frac{k\pi}{Q_p}}{\frac{k\pi}{Q_p}} \quad (5.15)$$

Da expressão (5.15) verifica-se que o factor de relação cava dente $K_{rk(\xi=\infty)}$, quando $\xi \rightarrow \infty$, é igual ao factor de distribuição $K_{dk(q=\infty)}$, quando $q \rightarrow \infty$, para m_1 ímpar ou para $m_1 = 2$. Por outro lado, se se considerar que a relação cava dente tende para zero ($\xi \rightarrow 0$), obter-se-á

$$K_{rk(\xi=0)} = \lim_{\xi \rightarrow 0} K_{rk} = \lim_{\xi \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{k\pi}{2m_1q(1 + 1/\xi)}}{\frac{k\pi}{2m_1q(1 + 1/\xi)}} = 1 \quad (5.16)$$

Se teoricamente considerar-se que o número de cavas por pólo e por fase é bastante elevado ($q \gg$), o que significa que a largura de cada cava (c) e de cada dente (d) são bastante inferiores ao passo polar (τ), aplicando a regra de l'Hospital, de (5.16), virá

$$\begin{aligned}
 K_{rk(q=\infty)} &= \lim_{q \rightarrow \infty} K_{rk} = \lim_{q \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{k\pi\xi}{2m_1q(1+\xi)}}{\frac{k\pi\xi}{2m_1q(1+\xi)}} = \\
 &= \lim_{q \rightarrow \infty} \frac{-\frac{k\pi\xi}{2m_1q^2(1+\xi)} \cos \frac{k\pi\xi}{2m_1q(1+\xi)}}{-\frac{k\pi\xi}{2m_1q^2(1+\xi)}} = 1
 \end{aligned} \tag{5.17}$$

Alguns autores, talvez pelo facto de apenas analisarem a primeira harmónica não atribuem qualquer significado ao factor de relação cava dente, ou por outras palavras, admitem que este seja igual à unidade, como se pode até admitir em casos excepcionais de acordo com as expressões (5.16) e (5.17).

5.1.5 Factor de Redução Total (K_{Rk})

Se se efectuar o produto do factor de relação cava dente (K_{rk}) pelo factor de enrolamento (K_{Ek} - m_1 ímpar ou $m_1 = 2$, ou K_{Ek}^* - m_1 par e $m_1 \geq 4$), obtém-se um novo factor que pode ser chamado de redução total (K_{Rk} e K_{Rk}^*), devido simultaneamente às características do enrolamento e à relação cava dente, ou seja

$$\begin{cases} K_{Rk} = K_{rk} K_{Ek} & (m_1 \text{ ímpar} \vee m_1 = 2) \\ K_{Rk}^* = K_{rk} K_{Ek}^* & (m_1 \text{ par} \wedge m_1 \geq 4) \end{cases} \tag{5.18}$$

A Figura 5.6 representa o factor de redução total (K_{Rk}) em função de ξ (compreendido entre os limites 0 e 12), e de $q = 1, 2, 3, 4, 5$ e 6, para $m_1 = 2$ e $k = 1$, e para $m_1 = 2$ e $k = 5$. Para valores de $k = -1$ e de $k = -5$, os resultados são simétricos dos apresentados na Figura 5.6.

A Figura 5.7 representa o factor de redução total (K_{Rk}) em função de ξ (compreendido entre os limites 0 e 12), e de $q = 1, 2, 3, 4, 5$ e 6, para $m_1 = 3$ e $k = 1$, e para $m_1 = 3$ e $k = 5$. Para valores de $k = -1$ e de $k = -5$, os resultados são simétricos dos apresentados na Figura 5.7.

Por observação das Figuras 5.6 e 5.7, pode-se verificar que o factor de redução total (K_{Rk}), para $q = 1$, é tanto mais próximo da unidade quanto menor for a relação cava dente (ξ). Por outro lado, este factor diminui com o aumento do número de cavas bobinadas por pólo e por fase (q).

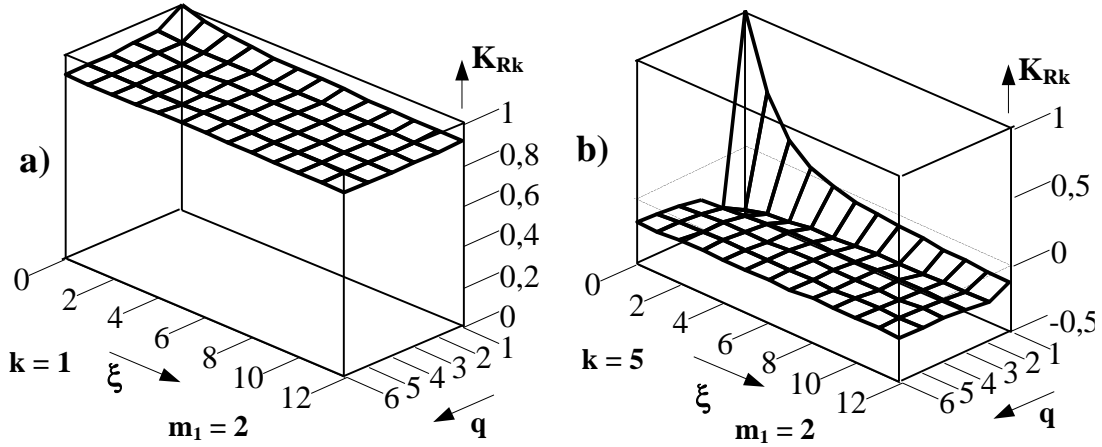


Figura 5.6 - Factor de redução total para $0 \leq \xi \leq 12$ e para $q = 1, 2, 3, 4, 5$ e 6 .
a) $m_1 = 2$ e $k = 1$; **b)** $m_1 = 2$ e $k = 5$.

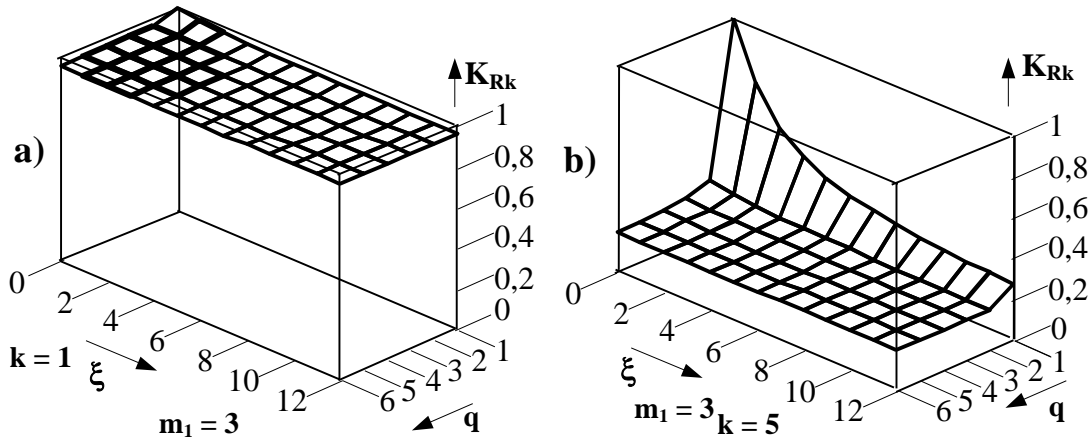


Figura 5.7 - Factor de redução total para $0 \leq \xi \leq 12$ e para $q = 1, 2, 3, 4, 5$ e 6 (p.u.).
a) $m_1 = 3$ e $k = 1$; **b)** $m_1 = 3$ e $k = 5$.

5.1.6 Factor de Relação entre Dente e Cava Relativo às Fugas no Primário (K_{rfk})

Definindo o factor de relação entre dente e cava relativo às fugas no primário (K_{rfk}), cujo módulo se encontra compreendido entre os limites **0** e **1**, que de acordo com (5.12), será dado por

$$K_{rfk} = \frac{2\tau \sin \frac{k\pi d}{2\tau}}{k\pi d} = \frac{\sin \frac{k\pi d}{2m_1 q(c+d)}}{\frac{k\pi d}{2m_1 q(c+d)}} = \frac{\sin \frac{k\pi}{2m_1 q(\xi+1)}}{\frac{k\pi}{2m_1 q(\xi+1)}} \quad (5.19)$$

em que a expressão (5.19) traduz o factor de relação entre dente e cava relativo às fugas no primário. Dado que o denominador de (5.19) nunca se anula ($c/d = \xi > 0$), o valor de K_{rfk} só será anulado para

$\sin \frac{k\pi}{2m_1q(\xi+1)} = 0 \leftrightarrow \frac{k}{2m_1q(\xi+1)} = \kappa \leftrightarrow \xi = \frac{k}{2m_1q\kappa} - 1 \quad (\kappa \in \mathbb{Z} \setminus \{0\})$. Particularmente para o caso de ALITs, se se admitir que $\xi \rightarrow \infty$, de (5.19) resultará

$$K_{rk(\xi=\infty)} = \lim_{\xi \rightarrow \infty} K_{rk} = \lim_{\xi \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{k\pi}{2m_1q(\xi+1)}}{\frac{k\pi}{2m_1q(\xi+1)}} = 1 \quad (5.20)$$

Por outro lado, se teoricamente considerar-se que o número de cavas por pólo e por fase é bastante elevado ($q \gg$), o que significa que a largura de cada cava (c) e de cada dente (d) são bastante inferiores ao passo polar (τ), aplicando a regra de l'Hospital ao quociente dado por (5.19), obtém-se

$$K_{rk(q=\infty)} = \lim_{q \rightarrow \infty} K_{rk} = \lim_{q \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{k\pi}{2m_1q(\xi+1)}}{\frac{k\pi}{2m_1q(\xi+1)}} = 1 \quad (5.21)$$

Contrariamente ao que acontece em relação ao coeficiente de relação cava dente (K_{rk}), este novo factor (K_{rk}), quando $\xi \rightarrow 0$, é igual a

$$K_{rk(\xi=0)} = \lim_{\xi \rightarrow 0} K_{rk} = \lim_{\xi \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{k\pi}{2m_1q(\xi+1)}}{\frac{k\pi}{2m_1q(\xi+1)}} = \frac{\sin \frac{k\pi}{2m_1q}}{\frac{k\pi}{2m_1q}} \quad (5.22)$$

Na Figura 5.8 apresentam-se as variações de K_{rk} e de K_{rk} , em função da relação cava dente (ξ), para $|k| = 1$ e para $|k| = 5$.

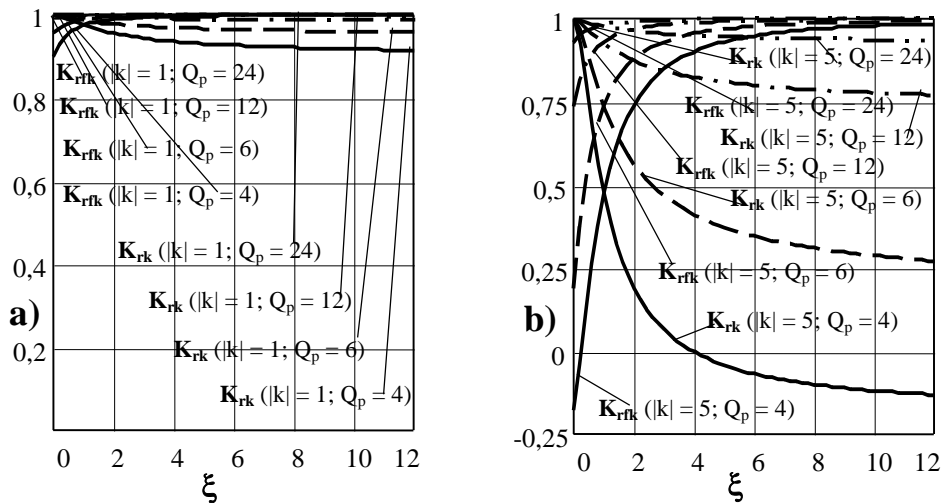


Figura 5.8 - Estudo comparativo entre K_{rk} e K_{rk} para $Q_p = 4, 6, 12$ e 24 .
a) $|k| = 1$; b) $|k| = 5$.

Por observação da Figura 5.8 pode-se verificar que K_{rk} e K_{rfk} aumenta o número de cavas bobinadas por pólo e por fase ($Q_p = 2m_1q$). Enquanto que K_{rk} diminui com a relação cava dente, K_{rfk} aumenta com essa relação.

5.1.7 Factor de Carter (K_c)

Devido ao facto do primário ser construído com uma sequência de dentes e de cavas, o comprimento real do entreferro g , em termos de cálculo, deve sofrer uma correcção para um valor um pouco superior, a que se chama entreferro equivalente (g_{eq}).

A relação entre o entreferro citado anteriormente é dada pela expressão (5.23), em que $K_c > 1$ é o chamado factor de Carter ou de entreferro [04, 07, 11, 39, 50, 56],

$$g_{eq} = K_c g \quad (5.23)$$

Considere-se, em particular, um ALI onde, por simplificação teórica, o número de cavas bobinadas por pólo e por fase, q , é igual ou superior a 1; isto é, considera-se um conjunto de dentes e de cavas tal que, num dado instante, a indução máxima ($B_{m\acute{a}x}$), seja dada pela média entre o valor máximo absoluto, $[B_{m\acute{a}x(abs)}]$, e os respectivo valor máximo relativo, $[B_{m\acute{a}x(rel)}]$, como se indica na Figura 5.9.

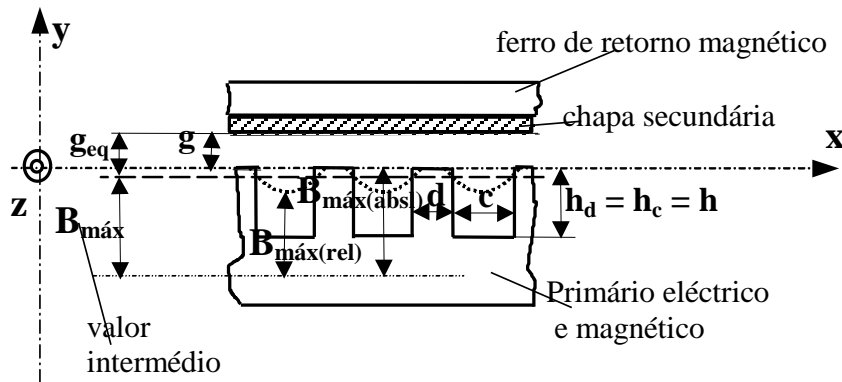


Figura 5.9 - Esboço de variação da indução entre cavas e dentes, supondo que, para $q \geq 1$, existe uma zona em que a indução máxima intermédia $B_{m\acute{a}x}$, oscila entre valores máximo absoluto $B_{m\acute{a}x(abs)}$ e $B_{m\acute{a}x(rel)}$, respectivamente.

Em relação aos ALIPs, na maior parte dos casos, a relação c/d está compreendida entre os limites 1 e 3. E em relação aos ALITs, esta relação, c/d , situa-se habitualmente entre os limites 4 e 20.

Relativamente à Figura 5.9, representando h a altura útil de cada dente ou de cada cava, e atendendo a que l_p traduz o comprimento útil do primário e Q_t o número total de cavas, o passo de dentadura ou de cava, em unidades métricas, será dado por

$\tau_d = c + d = l_p / Q_t$, em que **d** representa a largura de cada dente e **c** a largura de cada cava.

Admitindo o andamento da indução magnética, variável segundo troços aproximadamente sinusoidais, é possível determinar, com alguma exactidão, uma expressão para o cálculo do factor de Carter, que é dada por [07, 39, 50]

$$K_c = \frac{\tau_d}{\tau_d - \frac{c^2}{5g + c}} \quad (5.24)$$

De (5.24), na Figura 5.10 apresenta-se um gráfico de variação de **K_c** em função de **c/d**, compreendido entre os limites **1** e **10**, para valores fixos do passo de dentadura (**$\tau_d = c + d$**) e do entreferro real **g** compreendido entre os limites **0** e **τ_d** , podendo concluir-se que o factor de Carter é sempre superior à unidade.

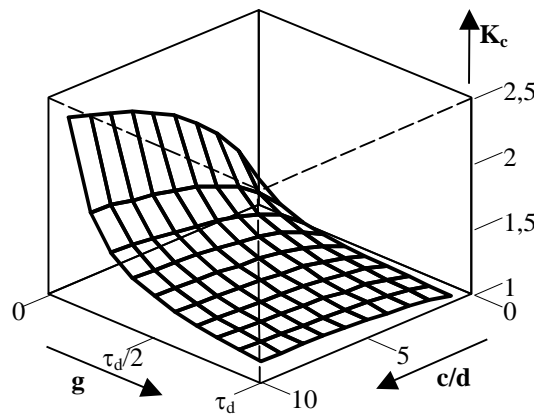


Figura 5.10 - Gráfico de variação do factor de Carter em função da relação $1 \leq c/d \leq 10$, e do entreferro real $0 < g \leq \tau_d$.

Da Figura 5.10 verifica-se que para grandes entreferros, independentemente da relação **c/d**, o factor de Carter é pouco superior à unidade. Relativamente ao ALIT implementado, **$K_c \cong 1,8$** e **$g_{eq} \cong 4,77$ mm**.

O factor de Carter pode ser obtido ainda por uma outra forma empírica, dada por [04, 56]

$$K_c = \frac{\tau_d + 10g}{d + 10g} \quad (5.25)$$

Segundo a expressão (5.25), para **$g = 2,65$ mm**, **$\tau_d = 14,5$ mm** e **$d = 1,5$ mm**, virá para **K_c** o valor de **1,464**, pelo que o valor de **g_{eq}** segundo esta diferente fórmula será igual a **3,88 mm**. De facto, este último resultado está mais em conformidade com os resultados experimentais.

5.1.8 Factor de Qualidade

Segundo [06, 11, 39, 58] e para um esquema equivalente em T, considerando $\mathbf{v} = \mathbf{1}$ e $\mathbf{k} = \mathbf{1}$, o factor de qualidade será definido por

$$Q = \frac{X_m}{R'_2} \quad (5.26)$$

em que X_m representa a reactância de magnetização (circuito de ligação magnética entre o primário e o secundário - X_{mp}) e R'_2 do secundário reduzida aos primário. Nos ALITs, para o caso de se considerar um campo viajante com harmónicas, o factor de qualidade Q_k (k - índice da harmónica), respeitante a cada harmónica, será dado por

$$Q_k = \frac{X_m}{R'_{2k}} = \frac{2\mu_0\tau_k^2 f}{\pi\rho_S g'_{eq}} = \frac{2\mu_0\tau^2 f}{\pi k^2 \rho_S g'_{eq}} \quad (5.27)$$

De (5.27), para o caso de se considerar apenas a onda fundamental do campo viajante, à frequência f , o factor de qualidade será igual a $Q = \frac{2\mu_0\tau^2 f}{\pi\rho_S g'_{eq}}$. Um estudo mais aprofundado do factor de qualidade será descrito no Anexo C [06, 11, 58].

5.2 PARÂMETROS DE DIMENSIONAMENTO

Tal como no motor rotativo de indução, os parâmetros do esquema equivalente, em T, do ALIT são análogos aos do esquema de Steinmetz para o transformador. Pois considerando um sistema de fases equilibrado no primário, por simplificação, é suficiente analisar-se apenas o estudo de cada fase e multiplicar determinados parâmetros pelo número de fases. Em situações de fases desequilibradas o estudo pode ser efectuado, por exemplo, por decomposição das correntes em componentes de sequência directa, inversa e homopolar [75].

Em certos aspectos, o ALIT comporta-se como um transformador, com a diferença do secundário comportar f.e.m.s induzidas, de frequência sf ($0 < s \leq 1$, quando funciona como motor).

5.2.1 Resistência Eléctrica do Primário (R_1)

Independentemente de se considerar a resistência eléctrica do primário de um ALIP (R_{1P}), ou um ALIT (R_{1T}), a resistência dos enrolamentos do primário, por fase, será dada por [11, 26, 39].

$$R_1 = \rho_{Cu} \frac{l_f}{S_f} N_1 \rightarrow \begin{cases} R_{IP} = \rho_{Cu} \frac{l_f}{S_f} pq & (\text{ALIP}) \\ R_{IT} = 2 \rho_{Cu} \frac{l_f}{S_f} pq & (\text{ALIT}) \end{cases} \quad (5.28)$$

em que:

ρ_{Cu} - resistividade volúmica do cobre à temperatura de funcionamento -

- ($\rho_{Cu} \cong 0,01724 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$ - na prática, à temperatura ambiente, é usual considerar-se $\rho_{Cu} \cong 0,02 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$);

l_f - comprimento total do fio de cobre de cada bobina do primário ($l_f \cong 19,35 \text{ m}$ - ALIT);

S_f - secção recta dos condutores de cobre das bobinas sem isolamento ($S_f = 0,785 \text{ mm}^2$ - ALIT);

p - número de pares de pólos ($1 \leq p \leq 12$ - ALIT bifásico);

q - número de cavas bobinadas por pólo e por fase ($1 \leq q \leq 12$ - ALIT bifásico).

No caso do ALIT implementado, a resistência de cada bobina é igual a

$$R_B = \rho_{Cu} \frac{l_f}{S_f} = 0,425 \Omega \quad (\text{ver Subcapítulo 5.3}).$$

Assim, a resistência por fase, do primário, considerando-se que as bobinas se encontram ligadas em série e que o conjunto em estrela com ou sem neutro ($m_1 = 3$), ou em **L** obrigatoriamente com neutro ($m_1 = 2$), será dada por

$$\begin{cases} R_{IP} = \frac{Q_t R_B}{2 m_1} & (\text{ALIP de uma só camada}) \\ R_{IT} = \frac{Q_t R_B}{m_1} & (\text{ALIT}) \end{cases} \quad (5.29)$$

em que Q_t representa o número total de cavas do primário ($Q_t = 2m_1pq$). Assim, por exemplo, para $Q_t = 24$, $R_{IT} = 3,4 \Omega$ ($m_1 = 3$), e $R_{IT} = 5,1 \Omega$ ($m_1 = 2$).

5.2.2 Resistência do Tubo Condutor do Secundário (R'_2)

Neste estudo começa-se por apresentar uma solução respeitante à resistência do tubo condutor do secundário de um ALIT, como se pode observar na Figura. 5.11 [39, 78]. A determinação da resistência equivalente pode ser a partir da configuração apresentada na Figura. 5.11, em que se representam as correntes induzidas no secundário e as induções normais ao eixo **x** [39]. Assim, relativamente à Figura. 5.11, o diâmetro da circunferência média do tubo condutor do secundário do ALIT é igual a

$$D_{mC} = \frac{D_{eC} + D_{iC}}{2}.$$

Ainda da Figura 5.11, a condutância elementar, dG , através do tubo cilíndrico de espessura dp , à distância p do eixo **x** e de largura τ , será dada por

$$dG = \frac{1}{\rho_C} \frac{\tau d\rho}{2\pi\rho} \quad (5.30)$$

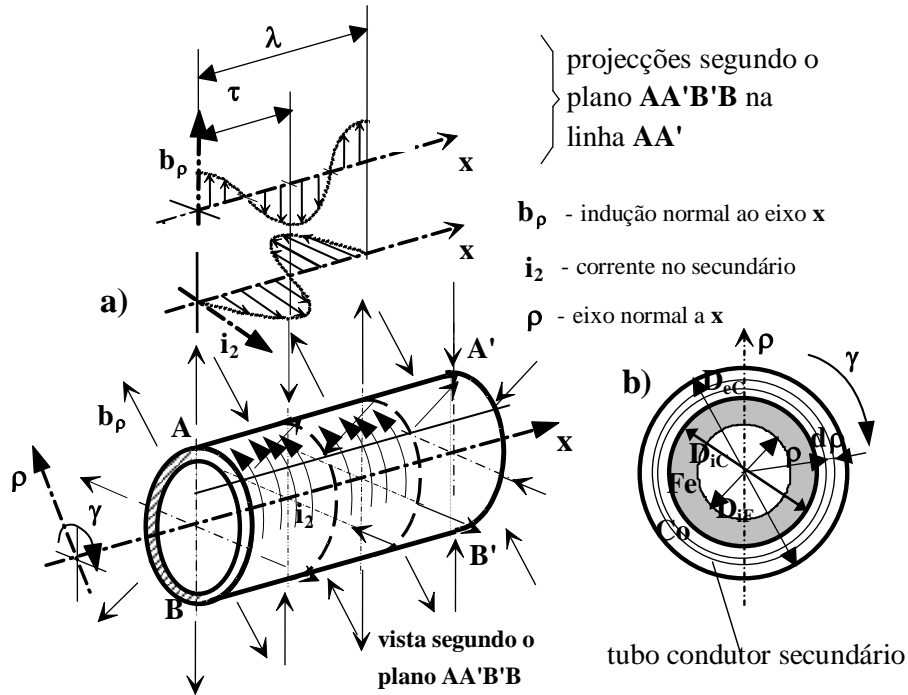


Figura 5.11 - Linhas de corrente no tubo secundário de um ALIT. Visualização comparativa entre a indução e a corrente no secundário.
a) - Vista do tubo condutor do secundário em perspectiva;
b) - Vista segundo um plano perpendicular a AA'B'B (perfil).

Integrando a expressão anterior entre os limites $D_{iC}/2$ e $D_{eC}/2$ e, ainda, considerando que a espessura do tubo condutor do secundário (e_C), que não inclui a parte ferromagnética, é igual a $e_C = \frac{D_{eC} - D_{iC}}{2}$, então a condutância, G , será dada por

$$G = \frac{\tau}{2\pi\rho_C} \ln\left(1 + \frac{2e_C}{D_{iC}}\right) \cong \frac{\tau}{\pi\rho_C} \left[\frac{e_C}{D_{iC}} - \left(\frac{e_C}{D_{iC}}\right)^2 + \frac{4}{3} \left(\frac{e_C}{D_{iC}}\right)^3 - \dots \right] \quad (5.31)$$

A expressão (5.31) pode ser simplificada se se considerar a planificação de uma linha média, ao nível do tubo condutor do secundário, de diâmetro D_{mC} , que é tanto mais aproximada quanto maior for a relação D_{iC}/e_C , isto é, $e_C \ll D_{iC} \vee D_{eC}$. Assim pode-se obter

$$G \cong \frac{2\tau e_C}{\pi\rho_C (D_{eC} + D_{iC})}.$$

Como o inverso da condutância, G , representa a resistência do tubo condutor do secundário, R_{2C} , de perímetro médio πD_{mC} , então

$$R_{2C} = \frac{2\pi\rho_C}{\tau \ln\left(1 + \frac{2e_C}{D_{iC}}\right)} \cong \frac{\pi\rho_C (D_{eC} + D_{iC})}{2\tau e_C} = \frac{\pi\rho_S (D_{eC} + D_{iC})}{2\tau} \quad (5.32)$$

Como se pode observar pela Figura 5.11, a expressão (5.32) apresenta um valor apenas aproximado da resistência do tubo condutor do secundário. Visto que, dada a geometria do ALIT, a variação da indução magnética junto ao tubo de ferro é maior do que na vizinhança exterior do tubo condutor do secundário (modelo unidimensional e bidimensional). Por isso, se se imaginar o tubo condutor do secundário dividido em n tubos, de espessuras iguais a e_c/n e envolvidos uns nos outros sem intervalos de ar, as correntes induzidas serão de maior amplitude junto ao ferro, e de menor amplitude na periferia exterior. Ora, consequentemente, as correntes induzidas num dos tubos subdivididos, junto ao ferro, são de maior amplitude porque a resistência torna-se menor devido a um menor percurso dessas correntes. Este estudo torna-se ainda mais complexo se se considerarem os efeitos peliculares devidos às variações, no tempo, das correntes eléctricas [75], pelo facto da frequência ser já considerada apreciável, $f = 50$ Hz, que, por outro lado, tende a aumentar a densidade superficial de corrente junto à periferia do próprio secundário.

Dado que a corrente circular no secundário, através do tubo condutor, é sinusoidal, então a resistência obtida em (5.32) deve sofrer uma correcção que corresponde, em termos geométricos, à relação semiarco de circunferência - diâmetro, isto é, a um valor igual a $\pi/2$. De acordo com o protótipo implementado, para $\tau = 43,5$ mm (o que corresponde a $q = 1$ e a $m_1 = 3$), considerando que $\rho_{Cu} \cong 0,01724 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$, e que $\rho_{Al} \cong 0,0286 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$, as resistências calculadas por (5.32), afectadas do factor $\pi/2$, serão iguais a $R_{2Cu} = 65,52 \mu\Omega$ (cobre) e a $R_{2Al} = 108,68 \mu\Omega$ (alumínio).

Nesta ordem de ideias, admitindo que num modelo unidimensional, as f.e.m.s induzidas dependem da variação do fluxo magnético, no tempo, são iguais em toda a região, como se pode observar na Figura 5.12-a, a Figura 5.12-b apresenta um esboço de variação das l.f.c.m. no tubo de ferro do secundário [26, 27].

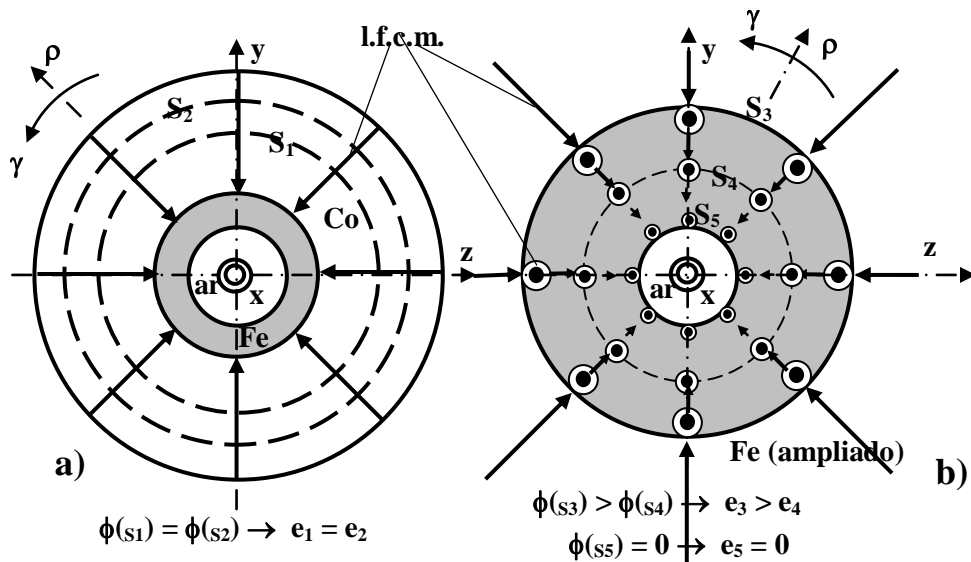


Figura 5.12 - a) *L.f.c.m. no tubo condutor do secundário;*

b) *L.f.c.m. no tubo de Fe do secundário. Dado o fecho das l.f.c.m. na superfície transversal, verifica-se que o campo magnético é atenuado da periferia exterior, D_{eF} , até à periferia interior, D_{iF} , onde se anula.*

Da Figura 5.12-a, dado que as f.e.m.s induzidas são iguais em todas as camadas de espessura e_C/n , pode-se concluir que a expressão (5.32) é praticamente exacta.

Dado que o ferro é um razoável condutor eléctrico, existem também correntes induzidas na parte interior do secundário, e, por isso, é conveniente considerar o tubo de Fe dividido em n tubos, de espessuras iguais a e_F/n e envolvidos uns nos outros sem intervalos de ar. Partindo do princípio que a indução magnética, segundo o eixo ρ , na fronteira entre o tubo de Fe e o tubo de material condutor (Al ou Cu), não sofre atenuações nem distorções (modelo unidimensional), esta irá diminuir progressivamente até à periferia interior do Fe ($\mu_{Fe} \gg \mu_0$).

Supondo que a indução magnética, segundo o eixo ρ , diminui linearmente desde a periferia exterior, D_{eF} , à periferia interior do Fe, D_{iF} (onde se anula - Figura 5.12), esta

indução pode ser dada por $\bar{b}_\rho(i) = \frac{i}{n} \bar{b}_\rho(n)$, em que i representa o índice de camada,

$i = 1, 2, \dots, n$, (n - número de tubos de Fe ou de camadas), $\bar{b}_\rho(n)$ a indução na fronteira entre o tubo de Fe e o tubo condutor do secundário, e $\bar{b}_\rho(0) = 0$ a indução junto à periferia interior do tubo de Fe. Por outro lado, a superfície cilíndrica, correspondente a um passo polar, de raio $D_{iF}/2 \leq \rho < D_{eF}/2$, em termos do índice de camada, será igual a

$S_\rho(i) = \pi \left[D_{iF} + \frac{(D_{eF} - D_{iF})i}{n} \right] \tau$. Sendo o fluxo magnético, segundo o eixo ρ , para a

camada de índice i , dado por $\bar{\Phi}_\rho(i) = \bar{b}_\rho(i) S_\rho(i)$, então, em valores eficazes por unidade (p.u.), a Figura 5.13 apresenta as características de variação da indução magnética, $B_\rho(i)$, da superfície, $S_\rho(i)$, do fluxo, $\Phi_\rho(i)$, e do fluxo segundo o eixo x , $\Phi_x(i)$ - Figura 5.12, em que relativamente à camada de índice i , será dado por $\Phi_x(i) = \Phi_\rho(i) - \Phi_\rho(i-1)$.

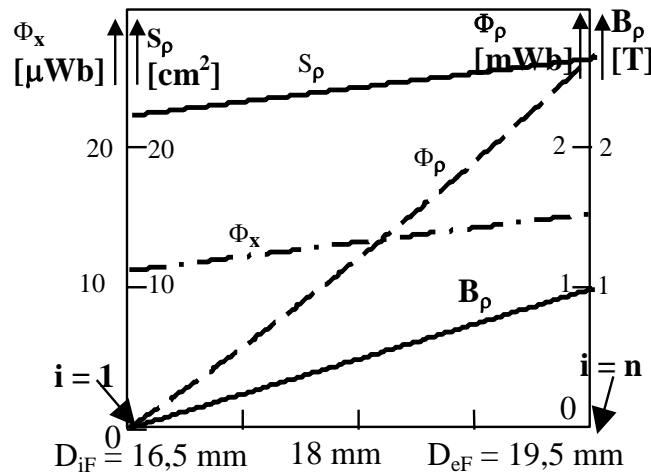


Figura 5.13 - Características $B_\rho(i)$, $S_\rho(i)$, $\Phi_\rho(i)$ e $\Phi_x(i)$, para ρ compreendido entre os limites D_{iF} e D_{eF} .

Relativamente à Figura 5.13 considerou-se que $B_\rho(n) = 1 \text{ T}$. Para $\tau = 43,5 \text{ mm}$ (que corresponde a $q = 1$ e a $m_1 = 3$ - ALIT), e considerando que $\rho_{Fe} \cong 0,125 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$, a

resistência calculada por (5.32), com o factor de correcção igual a $\pi/2$, será igual a $\mathbf{R'_{2Fe} = 170,12 \mu\Omega}$ (ferro). Como a f.e.m. induzida, na camada de índice \mathbf{i} , é proporcional ao fluxo $\Phi_p(\mathbf{i})$, isto é, $\mathbf{E_p(i) \approx \Phi_p(i)}$ [$\mathbf{E_p(i)}$ - f.e.m. na camada \mathbf{i} , à distância \mathbf{p} do eixo longitudinal do ALIT], a potência, por efeito de Joule, nas \mathbf{n} camadas, de acordo com (5.32) será igual a

$$P_{2Fej} = \sum_{i=1}^n \frac{E_p^2(i)}{\pi \rho_{Fe} \frac{(2D_{iF} + \frac{2e_F i}{n})}{2\tau e_F}} \quad (5.33)$$

Por outro lado, de acordo com o modelo unidimensional, a potência por efeito de Joule posta em jogo na resistência equivalente do Fe é dada por

$$P_{2Fej} = \frac{E_p^2(n)}{R_{2Fe}} \quad (5.34)$$

Igualando (5.33) a (5.34), para $\mathbf{n = 2000}$, obtém-se, com o factor de correcção igual a $\pi/2$, $\mathbf{R_{2Fe} = 540,35 \mu\Omega}$ (ferro). Dado que as correntes induzidas no tubo de Fe são mais intensas na periferia do que no interior junto ao ar, o valor de $\mathbf{R_{2Fe}}$ pode-se considerar praticamente exacto. É interessante verificar que $\mathbf{R_{2Fe}/R'_{2Fe} = 3,175 \cong \pi}$.

Assim considerando o paralelo das resistências $\mathbf{R_{2Cu}}$ com $\mathbf{R_{2Fe}}$, obtém-se um valor igual a $\mathbf{R_{2Cu} (corrigido) = 37,2 \mu\Omega}$, pelo que o respectivo factor de correcção será de $\mathbf{K_{Cu} = R_{2Cu} (corrigido)/R_{2Cu} = 0,892}$. Por outro lado, relativamente ao tubo condutor de alumínio, considerando o paralelo das resistências $\mathbf{R_{2Al}}$ com $\mathbf{R_{2Fe}}$, obtém-se um valor igual a $\mathbf{R_{2Al} (corrigido) = 57,60 \mu\Omega}$, pelo que o respectivo factor de correcção será de $\mathbf{K_{Al} = R_{2Al} (corrigido)/R_{2Al} = 0,833}$.

Por outro lado, dado que as l.f.c.m. sofrem mudanças de direcção, como se pode observar na Figura 5.12-b, estas irão ser responsáveis pelas correntes de Foucault, que se opõem às correntes originadas pelo campo viajante, segundo o eixo \mathbf{p} (lei de Lenz), em cada intervalo aproximadamente igual a τ (segundo o eixo \mathbf{x}), que originam as perdas no ferro, e que serão contabilizadas no parâmetro relativo à resistência de magnetização do esquema equivalente em T.

• Enquanto que nos ALIPs o número de fases secundárias é igual ao dobro do número de pólos, isto é, $\mathbf{m_{2P} = 2P = 4p}$, nos ALITs, o número de fases do secundário será apenas igual ao número de pólos, isto é,

$$m_{2T} = P = 2p \quad (\text{ALIT}) \quad (5.35)$$

Relativamente aos ALIPs, dado que **2** barras consecutivas correspondem a **1** espira na chapa secundária e a **2** fases, pode-se concluir que o número de espiras por fase no

secundário é igual a $N_{2P} = \frac{1}{2}$ [11, 56]. Por outro lado, em relação aos ALITs, dado que um passo polar τ corresponde a 1 espira e a 1 fase, pode-se concluir que o número de espiras por fase, no secundário do ALIT, é $N_{2T} = 1$. No caso particular dos ALITs, o número de espiras por fase é dado por $N_{1T} = 2pq n_c = 2N_{1P} \equiv 2N_1 = N_f$, em que n_c representa o número de condutores por cava, e N_{1P} o número de espiras por fase para o caso de ALIPs.

Sendo m_1 o número de fases do primário e m_{2P} o número de fases do secundário de qualquer tipo de ALIP, I_2 e R_{2P} representaram, respectivamente, a corrente e a resistência, também de cada fase, referidas ao primário. Como as potências postas em jogo, por efeito de Joule, devem ser iguais em ambas as situações (I_2 e R_{2P} , e I'_2 e R'_{2P}), obtém-se a seguinte igualdade [11, 39, 56]

$$m_1 R'_{2P} I_2^2 = m_{2P} R_{2P} I_2'^2 \quad (5.36)$$

Considerando apenas as harmónicas de índice $k = 1$, tal como acontece em relação às tensões, também as correntes I_2 e I'_2 estão relacionadas pela relação de transformação $r_t = I_2 / I'_2$, em que r_t habitualmente é superior à unidade. Como a resistência do secundário, reduzida ao primário, possui N_{1P} espiras por fase (tal como a resistência por fase do primário R_1 - no esquema equivalente em T), e os factores de redução do enrolamento ($K_{Rk} = K_{rk} K_{Ek}$), do primário e do secundário, que são representados respectivamente por K_{R1} e por K_{R2} ($k = 1$), r_t pode-se apresentada por

$$r_t = \frac{I_2}{I'_2} = \frac{m_1 N_{1P} K_{R1}}{m_{2P} N_{2P} K_{R2}} \quad (5.37)$$

Assim, explicitando o valor da resistência R'_{2P} na expressão (5.36), fazendo $N_{2P} = 1/2$ e $m_{2P} = 4p$, e admitindo que, pela simplicidade de configuração geométrica, o factor de enrolamento do secundário é dado por $K_{R2} = 1$, obtém-se a resistência do secundário reduzida ao primário, que é dada por $R'_{2P} = \frac{m_1}{p} (N_{1P} K_{R1})^2 R_{2P}$ (ALIP).

Considerando as resistências de um ALIT, também correspondentes a um passo polar, τ , e dado que $N_{1T} = 2N_{1P}$, virá

$$R'_{2T} = \frac{m_1}{4p} (N_{1T} K_{R1})^2 R_{2T} \quad (5.38)$$

Finalmente, substituindo o valor de $R_{2T} = \pi R''_{2C}/2$, em que R''_{2C} é a resistência corrigida devida apenas a meio passo polar, isto é, $R''_{2C} = 2R_{2C}$, expressão (5.32), e ainda o factor de correcção do condutor do secundário devido à presença de ferro, também condutor, K_{Co} (K_{Cu} ou K_{Al}), de (5.38), obtém-se

$$R'_{2T} = \frac{\pi^2 m_1 K_{Co} \rho_C (N_{IT} K_{R1})^2 (D_{eC} + D_{iC})}{8p\tau e_C} =$$

$$= \frac{\pi^2 m_1 K_{Co} \rho_S (N_{IT} K_{R1})^2 (D_{eC} + D_{iC})}{8p\tau} \quad (5.39)$$

Considerando que o comprimento útil do primário é dado por $l_p = 2p\tau$, e ainda que, para cada harmónica de índice $|k| = 1, 3, 5, \dots$, $\tau_k = \frac{\tau}{|k|}$ e $p_k = |k|p$, então, para qualquer harmónica de índice $|k|$, R'_{2T_k} será dado por

$$R'_{2T_k} = \frac{\pi^2 m_1 K_{Co} \rho_S (N_{IT} K_{Rk})^2 (D_{eC} + D_{iC})}{4 l_p} \quad (5.40)$$

De (5.40), é importante assinalar, de acordo com (5.32) e (5.35), que R_{2C_k} e m_{2T_k} aumentam proporcionalmente com $|k|$, e por isso $R'_{2T_k} = \frac{K_{Rk}^2}{K_{R1}^2} R'_{2T}$.

De acordo com o dimensionamento do ALIT, a Tabela 5.III apresenta diversos factores de redução do enrolamento K_{Rk} , em módulo, para valores de k iguais a $|k| = 1, 3, 5, 7, 11$ e 13 , para uma relação $c/d = 8,667$ (largura de cada cava - $c = 13$ mm, largura de cada dente - $d = 1,5$ mm), para $q = 1, 2, 3$ e 4 , e para $m_1 = 1, m_1 = 2$ e $m_1 = 3$.

$ K_{Rk} $		$ k = 1$	$ k = 3$	$ k = 5$	$ k = 7$	$ k = 11$	$ k = 13$
$m_1 = 1$	$q = 1$	0,701	0,209	0,098	0,043	0,014	0,028
	$q = 2$	0,650	0,287	0,074	0,140	0,091	0,021
	$q = 3$	0,642	0,234	0,203	0,029	0,116	0,020
	$q = 4$	0,640	0,223	0,151	0,166	0,047	0,059
$m_1 = 2$	$q = 1$	0,919	0,406	0,105	0,198	0,128	0,029
	$q = 2$	0,905	0,315	0,213	0,235	0,066	0,083
	$q = 3$	0,902	0,306	0,192	0,148	0,187	0,027
	$q = 4$	0,901	0,304	0,186	0,138	0,103	0,105
$m_1 = 3$	$q = 1$	0,964	0,701	0,304	0,044	0,174	0,029
	$q = 2$	0,957	0,650	0,203	0,157	0,199	0,029
	$q = 3$	0,956	0,642	0,196	0,144	0,102	0,096
	$q = 4$	0,955	0,640	0,194	0,140	0,094	0,083

Tabela 5.III - Diversos factores de redução do enrolamento, $|K_{Rk}|$, para $m_1 = 1$, $m_1 = 2$, e $m_1 = 3$.

A Tabela 5.IV apresenta os diversos valores da resistência do secundário reduzida ao primário, R'_{2T} , em Cu e em Al, para $m_1 = 1$, sem enrolamento auxiliar, para $|k| = 1, 3$ e 5 , $Q_t = 12$ e 24 , e para $q = 1, 2, 3$ e 4 (ou seja, $\tau = 14,5; 29; 43,5$ e 58 mm).

$R'_{2T} \equiv R'_2 [\Omega]$		$Q_t = 24$			$Q_t = 12$		
		$ k = 1$	$ k = 3$	$ k = 5$	$ k = 1$	$ k = 3$	$ k = 5$
$m_1 = 1$ (Cu)	$q = 1, P = 24^*$	20,68	1,84	0,40	10,34	0,92	0,20
	$q = 2, P = 12^*$	17,78	3,47	0,23	8,89	1,73	0,12
	$q = 3, P = 8^*$	17,34	2,30	1,73	8,67	1,15	0,87
	$q = 4, P = 4^*$	17,24	2,09	0,96	8,62	1,05	0,48
$m_1 = 1$ (Al)	$q = 1, P = 24^*$	32,03	2,85	0,63	16,02	1,42	0,31
	$q = 2, P = 12^*$	27,54	5,37	0,36	13,77	2,69	0,18
	$q = 3, P = 8^*$	26,87	3,57	2,69	13,43	1,79	1,34
	$q = 4, P = 4^*$	26,70	3,24	1,49	13,35	1,62	0,74

*- Para $Q_t = 12$, P é dividido por 2.

Tabela 5.IV - Valores da resistência do secundário reduzida ao primário, R'_{2T} , em Cu e em Al, para $m_1 = 1$, $|k| = 1, 3$ e 5 , e para $Q_t = 12$ e 24 .

De acordo com os parâmetros do protótipo implementado, a Tabela 5.V apresenta os diversos valores da resistência do secundário reduzida ao primário, R'_{2T} , em Cu e em Al, para $m_1 = 2$, $|k| = 1, 3$ e 5 , $Q_t = 16$ e 24 , e para $q = 1, 2, 3$ e 4 (ou seja, $\tau = 29, 58, 87$ e 116 mm).

$R'_{2T} \equiv R'_2 [\Omega]$		$Q_t = 24$			$Q_t = 16$		
		$ k = 1$	$ k = 3$	$ k = 5$	$ k = 1$	$ k = 3$	$ k = 5$
$m_1 = 2$ (Cu)	$q = 1, P = 12^*$	17,77	3,47	0,23	11,85	2,31	0,16
	$q = 2, P = 6^*$	17,23	2,09	0,96	11,49	1,39	0,64
	$q = 3, P = 4^*$	17,12	1,97	0,78	-	-	-
	$q = 4, P = 3^*$	17,08	1,94	0,73	11,39	1,30	0,49
$m_1 = 2$ (Al)	$q = 1, P = 12^*$	27,53	5,37	0,36	18,35	3,58	0,24
	$q = 2, P = 6^*$	26,70	3,23	1,48	17,80	2,16	0,99
	$q = 3, P = 4^*$	26,52	3,05	1,20	-	-	-
	$q = 4, P = 3^*$	26,46	3,01	1,13	17,64	2,01	0,75

*- Para $Q_t = 16$, P é dividido por 2/3.

Tabela 5.V - Valores da resistência do secundário reduzida ao primário, R'_{2T} , em Cu e em Al, para $m_1 = 2$, $|k| = 1, 3$ e 5 , e para $Q_t = 16$ e 24 .

Da Tabela 5.V, verifica-se que, para valores iguais de q e de τ , a resistência do secundário reduzida ao primário, R'_{2T} , depende directamente do número total de cavas, Q_t .

Para os parâmetros do protótipo implementado, a Tabela 5.VI apresenta os diversos valores da resistência do secundário reduzida ao primário, R'_{2T} , em Cu e em Al, para $m_1 = 3$, $|k| = 1, 3, 5, 7, 11$ e 13 , $Q_t = 24$ e 18 , e para $q = 1, 2, 3$ e 4 (ou seja, $\tau = 43,5; 87; 130,5$; e 174 mm).

$R'_{2T} \equiv R'_2 [\Omega]$		$Q_t = 24$					
		$ k = 1$	$ k = 3$	$ k = 5$	$ k = 7$	$ k = 11$	$ k = 13$
$m_1 = 3$ (Cu)	$q = 1, P = 8$	13,03	6,89	1,30	0,03	0,43	0,01
	$q = 2, P = 4$	12,85	5,93	0,58	0,35	0,56	0,01
	$q = 2, P = 3$	9,61*	4,34*	0,40*	0,22*	0,11*	0,10*
	$q = 4, P = 2$	12,79	5,75	0,53	0,28	0,12	0,10
$m_1 = 3$ (Al)	$q = 1, P = 8$	20,19	10,68	2,01	0,04	0,66	0,02
	$q = 2, P = 4$	19,90	9,18	0,90	0,54	0,86	0,02
	$q = 2, P = 3$	14,89*	6,72*	0,63*	0,34*	0,17*	0,15*
	$q = 4, P = 2$	19,82	8,90	0,82	0,43	0,19	0,15

* - Valores para $Q_t = 18$.

Tabela 5.VI - Valores da resistência do secundário reduzida ao primário, R'_{2T} , em Cu e em Al, para $m_1 = 3$, $|k| = 1, 3, 5, 7, 11$ e 13 , e $Q_t = 18$ e 24 .

Pelo exposto nas Tabelas 5.IV, 5.V e 5.VI verifica-se que para o mesmo número total de cavas, Q_t , as resistências do secundário, reduzidas ao primário, diminuem com o número de fases.

Das Tabelas 5.IV, 5.V e 5.VI, para $Q_t = 24$, a Tabela 5.VII apresenta as relações entre $R'_2 (m_1 = 1)$ e $R'_2 (m_1 = 3)$, e entre $R'_2 (m_1 = 2)$ e $R'_2 (m_1 = 3)$, para $|k| = 1$.

$Q_t = 24 (k = 1)$		$R'_2 (m_1 = 1) / R'_2 (m_1 = 3)$	$R'_2 (m_1 = 2) / R'_2 (m_1 = 3)$
(Cu) ou (Al)	$q = 1$	1,59	1,36
	$q = 2$	1,38	1,34
	$q = 4$	1,35	1,34

Tabela 5.VII - Relações entre as resistências $R'_2 (m_1 = 1)$ e $R'_2 (m_1 = 3)$, e entre $R'_2 (m_1 = 2)$ e $R'_2 (m_1 = 3)$, para $Q_t = 24$.

5.2.3 Reactância de Fugas no Primário ($X_{\sigma 1}$)

Neste subcapítulo pretende-se generalizar o estudo da reactância de fugas para qualquer topologia de ALIs, e, depois, particularizar para os ALITs.

De acordo com [11, 26, 39, 56], a reactância de fugas compreende a dispersão entre dentes através das cavas, nas partes frontais das zonas não activas das cabeças das bobinas e ainda a dispersão diferencial entre cavas e dentes. A Figura 5.14 indica esboços de linhas de força do campo magnético (l.f.c.m.) de um ALIP, correspondentes a essas fugas de dispersão, em que X_{σ} representa as respectivas reactâncias de fugas.

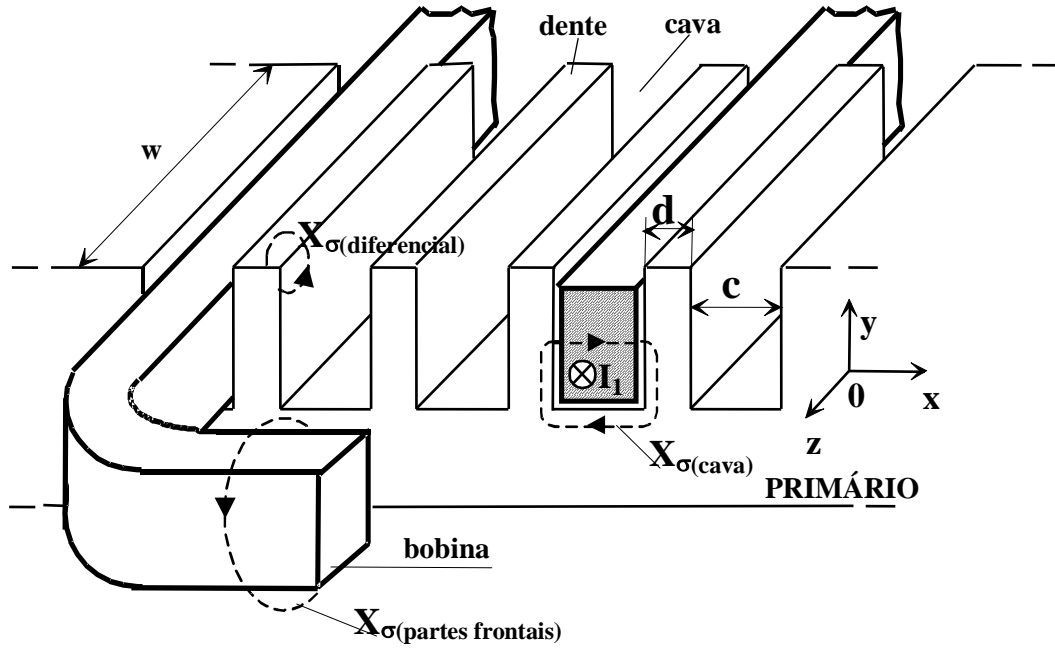


Figura 5.14 - Indicação das l.f.c.m. no primário de um ALIP.

Considerando as expressões habitualmente utilizadas para motores de indução rotativos com rotor em gaiola [11, 26, 39, 56], e tendo em atenção a geometria do ALIP, a reactância de fugas por fase do primário, $X_{\sigma P}$, será dada por

$$X_{\sigma P} = 4\pi f \mu_0 K_e \frac{w}{pq} (\lambda_c + \lambda_d + q\lambda_f \frac{l_c}{w}) N_{IP}^2 \quad (5.41)$$

sendo K_e o factor de empilhamento das laminações do primário (que se admite igual à unidade), l_c o comprimento das cabeças das bobinas, e λ_c , λ_d , λ_f , as permeâncias específicas de fugas respectivamente nas cavas, $\lambda_c \cong \frac{h}{12c} (3\beta_e + 1)$, nas cabeças das

bobinas, $\lambda_f l_c \cong 0,3(3\beta_e - 1)\tau$, e diferencial, $\lambda_d = \frac{m_1 q K_{R1}^2 \tau}{\pi^2 K_{\mu} g'_{eq}} K_d$; sendo K_d o factor

de fugas diferencial dado por $K_d \cong \frac{1}{K_{E1}^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{K_{Ek}^2}{k^2} - 1$.

A Figura 5.15-a apresenta o factor de fugas diferencial relativo a um actuador trifásico equilibrado (harmónicas de índices $|k| = 1, 5, 7, 11, 13, 17, \dots$) [26, 56], e desequilibrado com falta de uma fase (harmónicas de índices $|k| = 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots$). A Figura 5.15-b apresenta o factor de fugas diferencial relativo a um actuador bifásico equilibrado (correntes desfasadas, entre si, de $\pi/2$ - harmónicas de índices $|k| = 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots$), e bifásico desequilibrado (correntes desfasadas, entre si, de $2\pi/3$ - harmónicas de índices $k = 1, -3, 5, -7, 9, -11, 13, \dots$ - multiplicadas pelo factor $\sqrt{3} - 1$, e de índices $k = -1, 3, -5, 7, -9, 11, -13, \dots$ - multiplicadas pelo factor $\sqrt{3} + 1$).

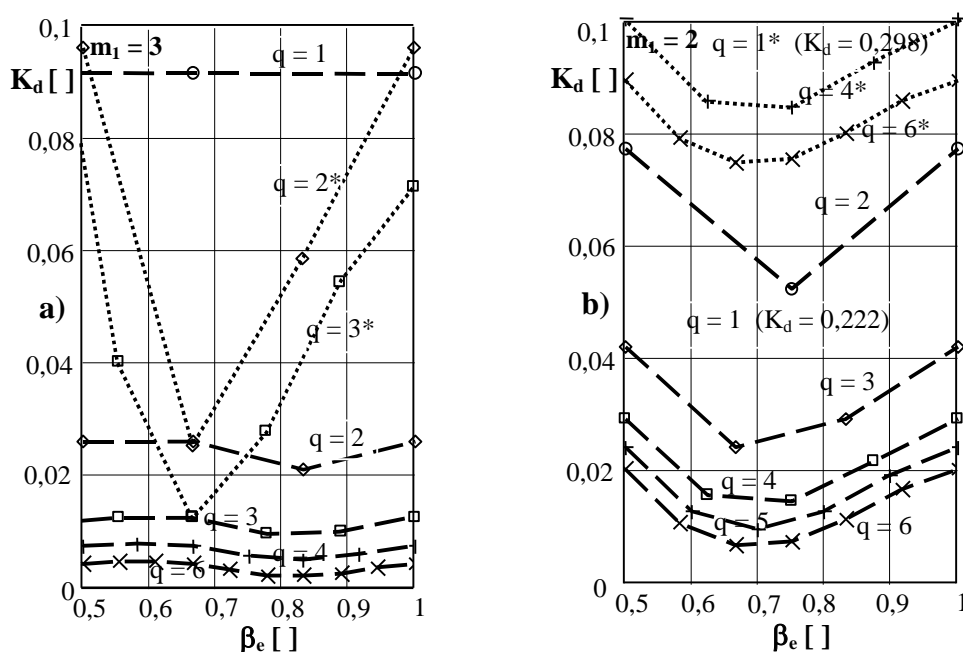


Figura 5.15 - Factor de fugas diferencial.

a) $m_l = 3$ (* falta de uma fase);

b) $m_l = 2$ com correntes desfasadas de $\pi/2$ (* correntes desfasadas de $2\pi/3$).

Não serão abordados, em pormenor, as permeâncias específicas de fugas nas cabeças das bobinas e diferencial, devido ao facto de este trabalho incidir particularmente nos ALITs. Assim, neste subcapítulo, será feita uma análise às fugas entre dentes através das cavas, começando-se por generalizar o estudo para enrolamentos de dupla camada e, posteriormente, particularizar para enrolamentos de uma só camada, de acordo com a topologia do ALIT.

Como se sabe, existe um fluxo de fugas entre dentes através das cavas, que é de maior importância nos materiais ferromagnéticos não laminados (embora nos materiais laminados, por vezes, haja dificuldade em ligar lâminas segundo planos perpendiculares que sejam diferentes ou mesmo criar intervalos de ar ou de outros materiais equivalentes isolantes), como se poderá elucidar na Figura 5.16 [56].

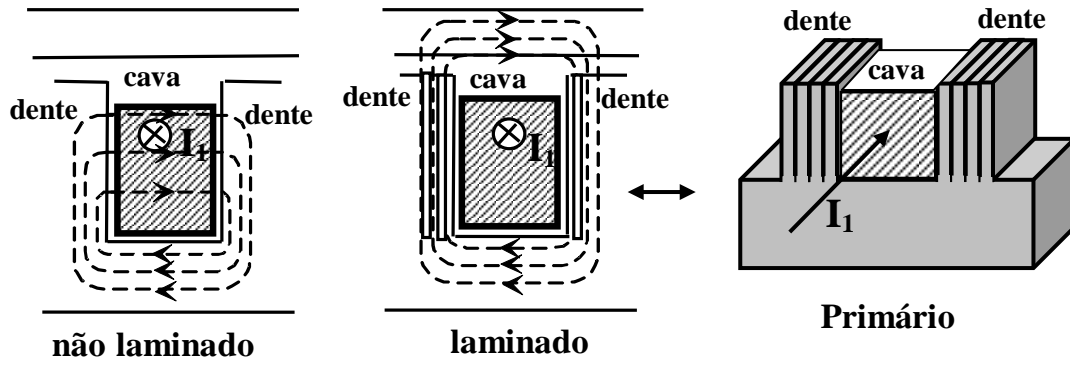


Figura 5.16 - Esboço comparativo das l.f.c.m. para dentes laminados e não laminados.

• Dispersão em cavas de dupla camada

Quanto ao estudo das fugas nas cavas de dupla camada, a Figura 5.17 apresenta, em corte longitudinal, uma cava com os feixes de condutores em dupla camada, em que se supõe que ambas as camadas têm alturas iguais a h e que a largura de cada cava é constante e igual a c , sendo h_t a altura total de cada cava e w o seu comprimento (largura útil do primário) [56].

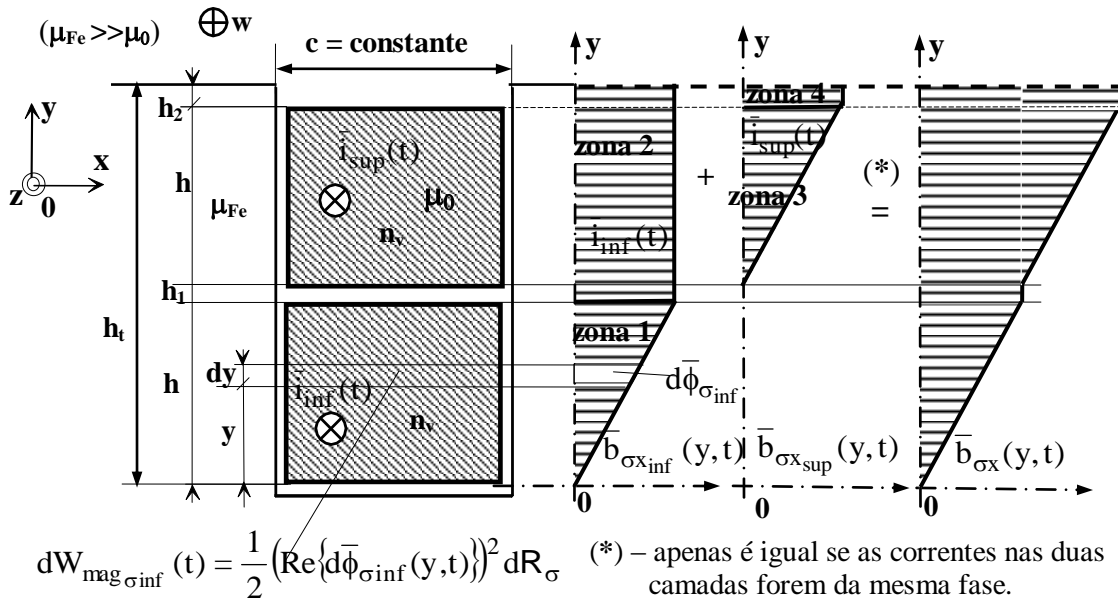


Figura 5.17 - Cava de forma rectangular aberta, de um ALIP, com 2 camadas.

Do lado direito da Figura 5.17 são apresentados gráficos respeitantes à variação da indução magnética de fugas, $\bar{b}_{\sigma x}(y,t) \equiv \bar{b}_{\sigma}(y,t)$, devido às intensidades de corrente, em valores complexos, nos condutores da camada inferior, $\bar{i}_{\text{inf}}(t)$, e nos condutores da camada superior, $\bar{i}_{\text{sup}}(t)$. O número de condutores por camada é designado por n_v , que

é igual a metade do número total de condutores por cava, n_c , pois supõe-se que ambas as camadas têm igual número de condutores. Ainda da Figura 5.17, h_1 representa a espessura entre camadas e h_2 o intervalo entre a camada superior e a periferia dos dentes, sendo o fluxo de fugas proporcional à área representada à direita.

Dado o sentido das correntes nos condutores representados na Figura 5.17, e admitindo que o campo de fugas se desloca unicamente no sentido positivo do eixo x , a Figura 5.18 indica a secção elemental dS , perpendicular a essas linhas de fugas, que é dada por $dS = w dy$.

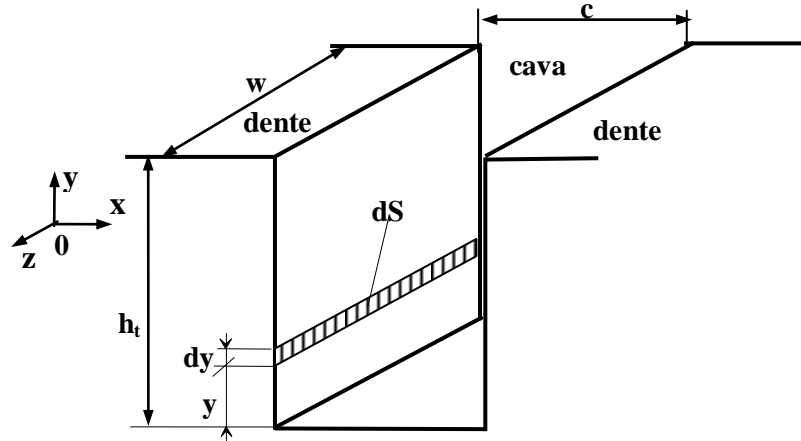


Figura 5.18 - Pormenores da superfície elemental que é perpendicular às l.f.c.m. de fugas.

Relativamente às zonas 1 e 2, representadas na Figura 5.17, em que apenas se considera a camada inferior percorrida pela corrente $\bar{i}_{inf}(t)$, verifica-se que a respectiva indução magnética, $\bar{b}_{\sigma x inf}(y, t) \equiv \bar{b}_{\sigma inf}(y, t)$, por aplicação da lei de Ampère, é dada por

$$\bar{b}_{\sigma inf}(y, t) = \begin{cases} \frac{\mu_0 n_y \bar{i}_{inf}(t)}{c}; & 0 \leq y \leq h \quad (\text{zona 1}) \\ \frac{\mu_0 n_v \bar{i}_{inf}(t)}{c}; & h \leq y \leq 2h + h_1 + h_2 \quad (\text{zona 2}) \end{cases} \quad (5.42)$$

Em que n_y está relacionado com o número de condutores por camada ou por via, n_v , por

$$n_y = \frac{y}{h} n_v; \quad 0 \leq y \leq h \quad (\text{camada inferior}) \quad (5.43)$$

Substituindo (5.43) em (5.42), e considerando a secção elemental perpendicular às linhas do campo magnético de dispersão ($d\vec{S} \uparrow \uparrow \bar{b}_{\sigma x}$), verifica-se que o fluxo elemental abraçado, $d\bar{\phi}_{\sigma inf}(y, t)$, à altura y da cava e com a espessura dy , para y compreendido entre os limites 0 e $2h + h_1 + h_2$, será dado por

$$d\bar{\phi}_{\sigma\text{inf}}(y,t) = \bar{b}_{\sigma\text{inf}}(y,t)dS = \begin{cases} \frac{\mu_0 n_v w \bar{i}_{\text{inf}}(t) y dy}{hc}; & 0 \leq y \leq h \\ \frac{\mu_0 n_v w \bar{i}_{\text{inf}}(t) dy}{c}; & h \leq y \leq 2h + h_1 + h_2 \end{cases} \quad (5.44)$$

Por integração de (5.44), o fluxo de fugas, nas zonas **1** e **2** (Figura 5.17), será dado por

$$\bar{\phi}_{\sigma\text{inf}}(t) = \frac{\mu_0 n_v w (3h + 2h_1 + 2h_2) \bar{i}_{\text{inf}}(t)}{2c} \quad (5.45)$$

De (5.45) se verifica que o fluxo de fugas $\bar{\phi}_{\sigma\text{inf}}(t)$ é proporcional à corrente $\bar{i}_{\text{inf}}(t)$. De uma forma generalizada, considerando $\mu_{\text{Fe}} \gg \mu_0$, designa-se por $d\bar{f}_{\sigma}(y,t)$, em grandezas complexas, a f.m.m. elementar à altura y e que corresponde à espessura elementar dy , $d\bar{f}_{\sigma}(y,t) = d\bar{\phi}_{\sigma}(y,t)dR_{\sigma}$, e por dR_{σ} a respectiva relutância elementar de fugas ($dR_{\sigma} = \frac{c}{\mu_0 w dy}$; neste caso dR_{σ} toma um valor infinitamente grande, no

entanto o seu inverso, isto é, a permeância elementar, $dP_{\sigma} = \frac{\mu_0 w dy}{c}$, terá um valor infinitamente pequeno).

Assim, de (5.44), a energia magnética elementar, variável no tempo, e que é devida às correntes na camada inferior, para y compreendido entre os limites **0** e **2h + h₁ + h₂** (zonas **1** e **2**), será dada por

$$\begin{aligned} dW_{\text{mag}_{\sigma\text{inf}}}(t) &= \frac{1}{2} \text{Re}\{d\bar{f}_{\sigma\text{inf}}(y,t)\} \text{Re}\{d\bar{\phi}_{\sigma\text{inf}}(y,t)\} = \frac{1}{2} \left(\text{Re}\{d\bar{\phi}_{\sigma\text{inf}}(y,t)\} \right)^2 dR_{\sigma} = \\ &= \begin{cases} \frac{1}{2} \frac{\mu_0^2 n_v^2 w^2 \left(\text{Re}\{\bar{i}_{\text{inf}}(t)\} \right)^2 y^2 dy^2 c}{h^2 c^2 \mu_0 w dy} = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 n_v^2 w \left(\text{Re}\{\bar{i}_{\text{inf}}(t)\} \right)^2 y^2 dy}{h^2 c}; & 0 \leq y \leq h \\ \frac{1}{2} \frac{\mu_0^2 n_v^2 w^2 \left(\text{Re}\{\bar{i}_{\text{inf}}(t)\} \right)^2 dy^2 c}{c^2 \mu_0 w dy} = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 n_v^2 w \left(\text{Re}\{\bar{i}_{\text{inf}}(t)\} \right)^2 dy}{c}; & h \leq y \leq 2h + h_1 + h_2 \end{cases} \quad (5.46) \end{aligned}$$

Por intermédio de (5.46), admite-se que $\text{Re}\{d\bar{\phi}_{\sigma\text{inf}}(y,t)\} = d\Phi_{\sigma\text{inf}_M}(y) \cos \omega t$, sendo $d\Phi_{\sigma\text{inf}_M}(y)$ o fluxo de fugas elementar máximo, isto é, para $\omega t = 0$, e dado que a corrente que o gera também é variável no tempo (por outro lado, o resultado seria também equivalente se se utilizasse o termo $d\Phi_{\sigma\text{inf}_M}(y) \sin \omega t$ em vez de $d\Phi_{\sigma\text{inf}_M}(y) \cos \omega t$). Da Figura 5.17, integrando (5.46) entre os limites **0** e **2h + h₁ + h₂**, obtém-se

$$W_{\text{mag}\sigma\text{inf}}(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} \frac{\mu_0 n_v^2 w h (\text{Re}\{\hat{i}_{\text{inf}}(t)\})^2}{3c}; & (\text{zona 1}) \\ \frac{1}{2} \frac{\mu_0 n_v^2 w (h + h_1 + h_2) (\text{Re}\{\hat{i}_{\text{inf}}(t)\})^2}{c}; & (\text{zona 2}) \end{cases} \quad (5.47)$$

De acordo com o descrito anteriormente ($\text{Re}\{\bar{d}\Phi_{\sigma\text{inf}}(y,t)\} = d\Phi_{\sigma\text{inf}M}(y)\cos\omega t$), considera-se que $\text{Re}\{\hat{i}_{\text{inf}}(t)\} = I_{\text{inf}M} \cos\omega t = \sqrt{2} I_{\text{inf}} \cos\omega t$, logo se deduz que $(\text{Re}\{\hat{i}_{\text{inf}}(t)\})^2 = I_{\text{inf}}^2 (1 + \cos 2\omega t)$, em que $I_{\text{inf}M}$ representa o valor máximo e I_{inf} o valor eficaz da corrente na camada inferior; então o valor médio da energia magnética de fugas será dado por

$$W_{\text{mag}\sigma\text{inf}} = \begin{cases} \frac{1}{2} \frac{\mu_0 n_v^2 w h I_{\text{inf}}^2}{3c}; & (\text{zona 1}) \\ \frac{1}{2} \frac{\mu_0 n_v^2 w (h + h_1 + h_2) I_{\text{inf}}^2}{c}; & (\text{zona 2}) \end{cases} \quad (5.48)$$

De acordo com (5.47) e (5.48), a Figura 5.19 apresenta um esboço da variação da energia magnética de fugas, respeitante à soma das zonas 1 e 2, e o respectivo valor médio, em que se admite que $h_1 \cong h_2 \cong 0$.

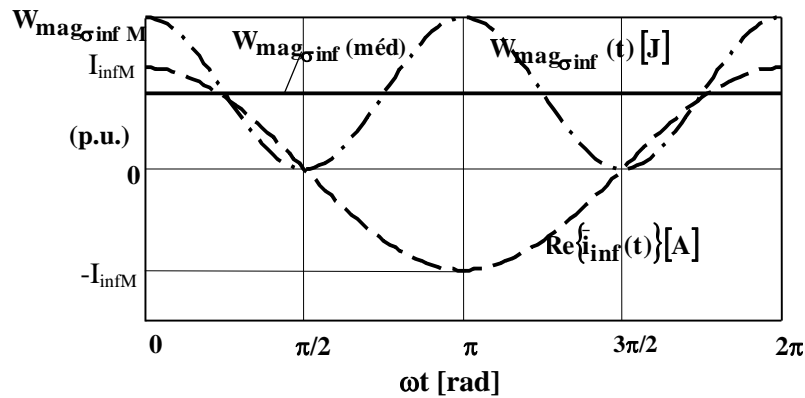


Figura 5.19 - Esboço de variação, no tempo (ωt), da corrente na camada inferior e da energia magnética de fugas na camada inferior.

Por observação da Figura 5.19, verifica-se que a energia magnética de fugas, entre cavas e dentes, varia entre um valor máximo, $W_{\text{mag}\sigma\text{inf}M}$, e um valor nulo e de frequência dupla da frequência da corrente. Também de (5.45) se verifica que o fluxo de fugas, $\bar{\Phi}_{\sigma\text{inf}}(t)$, é proporcional à corrente $\hat{i}_{\text{inf}}(t)$.

Como, de uma forma generalizada, a energia magnética, $\mathbf{W}_{\text{mag}\sigma}$, está relacionada com o coeficiente de indução de fugas, entre cavas e dentes, por $\mathbf{W}_{\text{mag}\sigma} = \frac{1}{2} \mathbf{L}_{\sigma} \mathbf{I}^2$, de (5.48) tira-se que

$$\begin{cases} \mathbf{L}_{\sigma \text{inf}_1} = \frac{\mu_0 n_v^2 w h}{3c}; & (\text{zona 1}) \\ \mathbf{L}_{\sigma \text{inf}_2} = \frac{\mu_0 n_v^2 w (h + h_1 + h_2)}{c}; & (\text{zona 2}) \end{cases} \quad (5.49)$$

Assim o coeficiente de dispersão devido apenas à camada inferior, considerando que $\mathbf{n}_v = \frac{1}{2} \mathbf{n}_c$, é dado pela soma de das parcelas de (5.49), respeitantes às zonas **1** e **2**, ou seja [56]

$$\mathbf{L}_{\sigma \text{inf}} = \mathbf{L}_{\sigma \text{inf}_1} + \mathbf{L}_{\sigma \text{inf}_2} = \mu_0 n_v^2 w \left(\frac{4h}{3c} + \frac{h_1 + h_2}{c} \right) = \mu_0 n_c^2 w \left(\frac{h}{3c} + \frac{h_1 + h_2}{4c} \right) \quad (5.50)$$

- Relativamente às zonas **3** e **4** da Figura 5.17, em que apenas se considera a camada superior percorrida pela corrente $\bar{\mathbf{i}}_{\text{sup}}(\mathbf{t})$, verifica-se que a respectiva indução magnética $\bar{\mathbf{b}}_{\sigma \text{sup}}(\mathbf{y}, \mathbf{t}) \equiv \bar{\mathbf{b}}_{\sigma \text{sup}}(\mathbf{y}, \mathbf{t})$, por aplicação da lei de Ampère, será dada por

$$\bar{\mathbf{b}}_{\sigma \text{sup}}(\mathbf{y}, \mathbf{t}) = \begin{cases} \frac{\mu_0 n_y \bar{\mathbf{i}}_{\text{sup}}(\mathbf{t})}{c}; & h + h_1 \leq y \leq 2h + h_1 \quad (\text{zona 3}) \\ \frac{\mu_0 n_v \bar{\mathbf{i}}_{\text{sup}}(\mathbf{t})}{c}; & 2h + h_1 \leq y \leq 2h + h_1 + h_2 \quad (\text{zona 4}) \end{cases} \quad (5.51)$$

em que \mathbf{n}_y está relacionado com o número de condutores por camada ou por via (\mathbf{n}_v) por

$$\mathbf{n}_y = \frac{y - h - h_1}{h} \mathbf{n}_v; \quad h + h_1 \leq y \leq 2h + h_1 \quad (\text{camada superior}) \quad (5.52)$$

Substituindo (5.52) em (5.51), verifica-se que o fluxo elementar abraçado $d\bar{\Phi}_{\sigma \text{sup}}(\mathbf{y}, \mathbf{t})$, à altura \mathbf{y} da cava e com a espessura $d\mathbf{y}$, para \mathbf{y} compreendido entre os limites $h + h_1$ e $2h + h_1 + h_2$, será dado por

$$d\bar{\Phi}_{\sigma \text{sup}}(\mathbf{y}, \mathbf{t}) = \begin{cases} \frac{\mu_0 n_v w \bar{\mathbf{i}}_{\text{sup}}(\mathbf{t})(y - h - h_1) dy}{hc}; & h + h_1 \leq y \leq 2h + h_1 \quad (\text{zona 3}) \\ \frac{\mu_0 n_v w \bar{\mathbf{i}}_{\text{sup}}(\mathbf{t}) dy}{c}; & 2h + h_1 \leq y \leq 2h + h_1 + h_2 \quad (\text{zona 4}) \end{cases} \quad (5.53)$$

Por integração de (5.53), o fluxo de fugas, nas zonas **3** e **4**, será dado por

$$\bar{\phi}_{\sigma\text{sup}}(t) = \frac{\mu_0 n_v w (h + 2h_2) \bar{i}_{\text{sup}}(t)}{2c} \quad (5.54)$$

Somando (5.45) com (5.54), obtém-se o fluxo total de fugas através de cada cava, que será dado por

$$\begin{aligned} \bar{\phi}_{\sigma}(t) &= \bar{\phi}_{\sigma\text{inf}}(t) + \bar{\phi}_{\sigma\text{sup}}(t) = \\ &= \frac{\mu_0 n_c w}{4c} \left[(3h + 2h_1 + 2h_2) \bar{i}_{\text{inf}}(t) + (h + 2h_2) \bar{i}_{\text{sup}}(t) \right] \end{aligned} \quad (5.55)$$

Por outro lado, a energia magnética elementar, que é devida às correntes na camada superior, à altura y da cava e de espessura dy , para y compreendido entre os limites $h + h_1$ e $2h + h_1 + h_2$ (zonas **3** e **4**), é dada por

$$dW_{\text{mag}\sigma\text{sup}}(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} \frac{\mu_0 n_v^2 w (\text{Re}\{\bar{i}_{\text{sup}}(t)\})^2 (y - h - h_1)^2 dy}{h^2 c}; & h + h_1 \leq y \leq 2h + h_1 \\ \frac{1}{2} \frac{\mu_0 n_v^2 w (\text{Re}\{\bar{i}_{\text{sup}}(t)\})^2 dy}{c}; & 2h + h_1 < y \leq 2h + h_1 + h_2 \end{cases} \quad (5.56)$$

Da Figura 5.17, integrando (5.56) entre os limites $h + h_1$ e $2h + h_1 + h_2$, obtém-se a energia magnética em função do tempo, cujo valor médio será dado por

$$W_{\text{mag}\sigma\text{sup}} = \begin{cases} \frac{1}{2} \frac{\mu_0 n_v^2 w h I_{\text{sup}}^2}{3c}; & \text{(zona 3)} \\ \frac{1}{2} \frac{\mu_0 n_v^2 w h_2 I_{\text{sup}}^2}{c}; & \text{(zona 4)} \end{cases} \quad (5.57)$$

de (5.57) conclui-se que

$$\begin{cases} L_{\sigma\text{sup}3} = \frac{\mu_0 n_v^2 w h}{3c}; & \text{(zona 3)} \\ L_{\sigma\text{sup}4} = \frac{\mu_0 n_v^2 w h_2}{c}; & \text{(zona 4)} \end{cases} \quad (5.58)$$

Assim o coeficiente de dispersão, devido apenas à camada superior, é dado pela soma das parcelas de (5.58) respeitantes às zonas **3** e **4**, ou seja

$$L_{\sigma\text{sup}} = L_{\sigma\text{sup}3} + L_{\sigma\text{sup}4} = \mu_0 n_v^2 w \left(\frac{h}{3c} + \frac{h_2}{c} \right) = \frac{\mu_0 n_c^2 w}{4} \left(\frac{h}{3c} + \frac{h_2}{c} \right) \quad (5.59)$$

A indução magnética de fugas através da camada superior, $\bar{b}_{\sigma\text{supPinf}}(\mathbf{y},t) \equiv \bar{b}_{\sigma\text{supPinf}}$, criada pela corrente da camada inferior, $\bar{\mathbf{i}}_{\text{inf}}(t)$, é dada por (5.42) para a zona 2 (Figura 5.17). Assim, o fluxo elementar de fugas através da camada superior, $d\bar{\Phi}_{\sigma\text{supPinf}}(\mathbf{y},t)$, criado pela corrente na camada inferior, $\bar{\mathbf{i}}_{\text{inf}}(t)$, para \mathbf{y} compreendido entre os limites $\mathbf{h} + \mathbf{h}_1$ e $2\mathbf{h} + \mathbf{h}_1 + \mathbf{h}_2$, será dado por

$$d\bar{\Phi}_{\sigma\text{supPinf}}(\mathbf{y},t) = \bar{b}_{\sigma\text{supPinf}} w dy = \frac{\mu_0 n_v w \bar{\mathbf{i}}_{\text{inf}}(t) dy}{c}; \quad \mathbf{h} + \mathbf{h}_1 \leq \mathbf{y} \leq 2\mathbf{h} + \mathbf{h}_1 + \mathbf{h}_2 \quad (5.60)$$

e o fluxo elementar através da camada superior, criado pela própria corrente na camada superior, é dado por (5.54). Assim, a energia magnética elementar que é devida a ambas as correntes, determinada à altura \mathbf{y} da cava e de espessura $d\mathbf{y}$, para \mathbf{y} compreendido entre $\mathbf{h} + \mathbf{h}_1$ e $2\mathbf{h} + \mathbf{h}_1 + \mathbf{h}_2$, é dada por

$$dW_{\text{mag}\sigma\text{supPinf}}(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} \frac{\mu_0 n_v^2 w (\text{Re}\{\bar{\mathbf{i}}_{\text{inf}}(t)\})(\text{Re}\{\bar{\mathbf{i}}_{\text{sup}}(t)\})(\mathbf{y} - \mathbf{h} - \mathbf{h}_1) dy}{hc}; & \mathbf{h} + \mathbf{h}_1 \leq \mathbf{y} \leq 2\mathbf{h} + \mathbf{h}_1 \\ \frac{1}{2} \frac{\mu_0 n_v^2 w (\text{Re}\{\bar{\mathbf{i}}_{\text{inf}}(t)\})(\text{Re}\{\bar{\mathbf{i}}_{\text{sup}}(t)\}) dy}{c}; & 2\mathbf{h} + \mathbf{h}_1 \leq \mathbf{y} \leq 2\mathbf{h} + \mathbf{h}_1 + \mathbf{h}_2 \end{cases} \quad (5.61)$$

Integrando (5.61) entre os limites $\mathbf{h} + \mathbf{h}_1$ e $2\mathbf{h} + \mathbf{h}_1 + \mathbf{h}_2$, obtém-se

$$W_{\text{mag}\sigma\text{supPinf}}(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} \frac{\mu_0 n_v^2 w h \text{Re}\{\bar{\mathbf{i}}_{\text{inf}}(t)\} \text{Re}\{\bar{\mathbf{i}}_{\text{sup}}(t)\}}{2c}; & \text{(zona 3)} \\ \frac{1}{2} \frac{\mu_0 n_v^2 w h_2 \text{Re}\{\bar{\mathbf{i}}_{\text{inf}}(t)\} \text{Re}\{\bar{\mathbf{i}}_{\text{sup}}(t)\}}{c}; & \text{(zona 4)} \end{cases} \quad (5.62)$$

De acordo com o que já foi descrito atrás ($\text{Re}\{d\bar{\Phi}_{\sigma\text{inf}}(\mathbf{y},t)\} = d\Phi_{\sigma\text{infM}}(\mathbf{y}) \cos \omega t$), e considerando que $\text{Re}\{\bar{\mathbf{i}}_{\text{inf}}(t)\} = \mathbf{I}_{\text{infM}} \cos \omega t = \sqrt{2} \mathbf{I}_{\text{inf}} \cos \omega t$ e que $\text{Re}\{\bar{\mathbf{i}}_{\text{sup}}(t)\} = \mathbf{I}_{\text{supM}} \cos \omega t = \sqrt{2} \mathbf{I}_{\text{sup}} \cos(\omega t + \varphi_{\text{seq}})$, em que φ_{seq} é o ângulo de defasagem entre as duas correntes anteriores (pode-se chamar ângulo de sequência por estar relacionado com a ordem de ligação das fases nos enrolamentos); assim, deduz-se que $\text{Re}\{\bar{\mathbf{i}}_{\text{inf}}(t)\} \text{Re}\{\bar{\mathbf{i}}_{\text{sup}}(t)\} = \mathbf{I}_{\text{inf}} \mathbf{I}_{\text{sup}} [\cos \varphi_{\text{seq}} + \cos(2\omega t + \varphi_{\text{seq}})]$, em que \mathbf{I}_{inf} e \mathbf{I}_{sup} representam os valores eficazes das correntes nas camadas inferior e superior, respectivamente. O valor médio da energia magnética será então dado por

$$W_{\text{mag}\sigma\text{supPinf}} = \begin{cases} \frac{1}{2} \frac{\mu_0 n_v^2 w h \mathbf{I}_{\text{inf}} \mathbf{I}_{\text{sup}} \cos \varphi_{\text{seq}}}{2c}; & \text{(zona 3)} \\ \frac{1}{2} \frac{\mu_0 n_v^2 w h_2 \mathbf{I}_{\text{inf}} \mathbf{I}_{\text{sup}} \cos \varphi_{\text{seq}}}{c}; & \text{(zona 4)} \end{cases} \quad (5.63)$$

Considerando uma cava de dupla camada, em que duas das três correntes de um sistema trifásico, supostas com iguais amplitudes e com iguais defasagens, que alimentam uma máquina eléctrica cuja sequência de ligações é dada por $+L_1, -L_3, +L_2, -L_1, +L_3, -L_2$, e supondo que uma camada inferior é percorrida pela corrente $\bar{i}_1(t) = I_{1M} e^{j\omega t}$ e a respectiva camada superior pela corrente $-\bar{i}_3(t) = I_{1M} e^{j(\omega t - \frac{2\pi}{3} + \pi)} = I_{1M} e^{j(\omega t + \frac{\pi}{3})}$ (em que $\phi_{seq} = \frac{\pi}{3}$; dada a sequência de ligações, verifica-se que o valor de ϕ_{seq} é constante, pois para outros sistemas polifásicos ir-se-á obter novos valores para ϕ_{seq}), a Figura 5.20 apresenta a parte real dos valores instantâneos das correntes $\bar{i}_1(t)$ e $-\bar{i}_3(t)$, bem como o produto de ambas, e ainda o fluxo de fugas para $h_1 = h_2 = 0,1$ h.

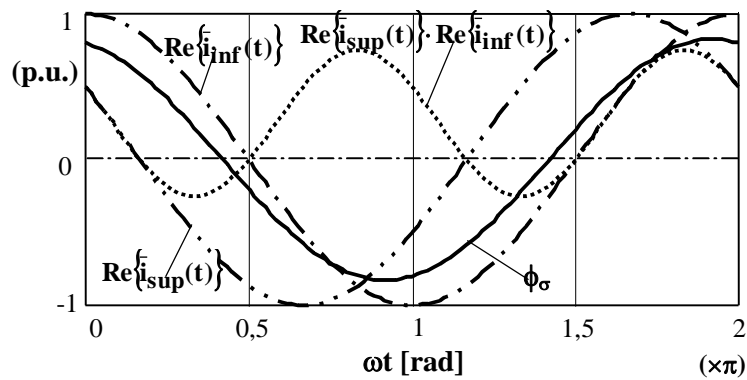


Figura 5.20 - Esboço de variação, no tempo, das correntes nas duas camadas de uma cava, do produto de ambas, e do fluxo de fugas (ALIP).

Da Figura 5.20, verifica-se que o valor máximo do fluxo de fugas se situa entre os máximos das correntes apresentadas, mas mais próximo do máximo da corrente da camada inferior.

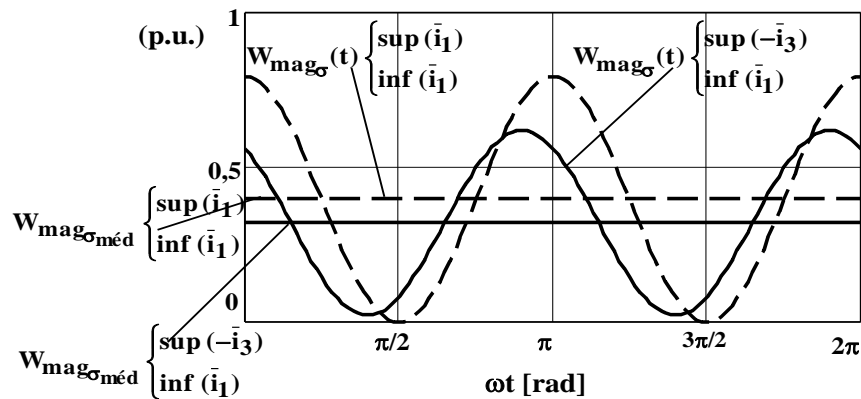


Figura 5.21 - Esboço de variação, no tempo, da energia magnética de fugas numa cava de duas camadas, para a mesma corrente e para correntes de fases diferentes.

De acordo com (5.47), (5.57) e (5.63) e com os valores, em **p.u.**, apresentados na Figura 5.20, a Figura 5.21 representa um esboço da variação da energia magnética de fugas

numa cava de duas camadas, de correntes $\bar{i}_1(t)$, inferior, e $-\bar{i}_3(t)$, superior, e o respectivo valor médio (por exemplo, $\beta_e = 5/6$ - ALIPs), e ainda para o caso das duas camadas serem percorridas pela corrente da mesma fase (por exemplo, $\beta_e = 1$ - ALIPs e ALITs), para $h_1 = h_2 = 0,1 h$, e para $m_1 = 3$.

Assim, a energia magnética, $W_{\text{mag}\sigma\text{supinf}}$, está relacionada com o coeficiente de indução mútua de fugas nas cavas, $M_{\sigma\text{supinf}}$, por

$W_{\text{mag}\sigma\text{supinf}} = \frac{1}{2} M_{\text{mag}\sigma\text{supinf}} I_{\text{inf}} I_{\text{sup}} \cos \varphi_{\text{seq}}$. Portanto, de (5.63), tira-se que

$$\begin{cases} M_{\sigma\text{supinf}3} = \frac{\mu_0 n_v^2 w h}{2c} \cos \varphi_{\text{seq}} = \frac{\mu_0 n_c^2 w h}{8c} \cos \varphi_{\text{seq}} & (\text{zona 3}) \\ M_{\sigma\text{supinf}4} = \frac{\mu_0 n_v^2 w h_2}{c} \cos \varphi_{\text{seq}} = \frac{\mu_0 n_c^2 w h_2}{4c} \cos \varphi_{\text{seq}} & (\text{zona 4}) \end{cases} \quad (5.64)$$

e o coeficiente de dispersão na camada superior devido à corrente na camada inferior, é dado pela soma de das parcelas de (5.64) respeitantes às zonas 3 e 4, ou seja

$$M_{\sigma\text{supinf}} = M_{\sigma\text{supinf}3} + M_{\sigma\text{supinf}4} = \frac{\mu_0 n_c^2 w}{4} \left(\frac{h}{2c} + \frac{h_2}{c} \right) \cos \varphi_{\text{seq}} \quad (5.65)$$

Pelo princípio da reciprocidade, verifica-se que $M_{\sigma\text{supinf}} = M_{\sigma\text{infsup}} = M_{\sigma r}$, em que $M_{\sigma r}$ é o coeficiente de fugas mútuo entre duas camadas da mesma cava ou ranhura. Assim o coeficiente de fugas total, $L_{\sigma r}$, correspondente a um passo de cava, τ_e , dado pela soma de (5.50) com (5.59), e com o dobro de (5.65), será igual a

$$L_{\sigma r} = L_{\sigma\text{inf}} + L_{\sigma\text{sup}} + 2M_{\sigma r} = \frac{\mu_0 n_c^2 w}{4} \left[\frac{5h}{3c} + \frac{h_1 + 2h_2}{c} + \left(\frac{h}{c} + \frac{2h_2}{c} \right) \cos \varphi_{\text{seq}} \right] \quad (5.66)$$

No caso particular das duas camadas serem percorridas pela mesma corrente ($\varphi_{\text{seq}} = 0$), o coeficiente de fugas dessa cava será dado por

$$L_{\sigma r} = \frac{\mu_0 n_c^2 w}{4} \left(\frac{8h}{3c} + \frac{h_1 + 4h_2}{c} \right) \quad (5.67)$$

De (5.66) e de (5.67), o factor de correcção de fugas ($K_{\text{cf}})$, devido a correntes de fases diferentes na mesma cava, é igual a

$$K_{\text{cf}} = \frac{5h + 3h_1 + 6h_2 + (3h + 6h_2) \cos \varphi_{\text{seq}}}{8h + 3h_1 + 12h_2} \quad (5.68)$$

Como num sistema trifásico, de correntes equilibradas, se uma cava, com **2** camadas, for percorrida por correntes de fases distintas, então $\cos \varphi_{\text{seq}} = \cos \frac{\pi}{3} = 0,5$ e (5.68) reduz-se a

$$K_{\text{cf}} = \frac{13h + 6h_1 + 18h_2}{16h + 6h_1 + 24h_2} \quad (5.69)$$

A Tabela 5.VIII apresenta diversos valores de φ_{seq} respeitantes a ALIPs com um número de fases igual ou superior a **2** (para $m_1 = 1$ não se justifica encurtarem enrolamentos, pois os efeitos de correntes em oposição acabavam por se anularem praticamente).

Número de fases (m_1)	φ_{seq} [rad]	$\cos \varphi_{\text{seq}}$
2	$\pm \frac{\pi}{2}; \bar{i}_1 \perp \bar{i}_2$	0
	$\pm \frac{\pi}{3}$ ou $\pm \frac{2\pi}{3}; (\bar{i}_1, \bar{i}_2) = \frac{2\pi}{3}$	0,5 ou -0,5
3	$\pm \frac{\pi}{3}; (\bar{i}_1, \bar{i}_2) = (\bar{i}_2, \bar{i}_3) = (\bar{i}_3, \bar{i}_1) = \frac{2\pi}{3}$	0,5
4	$\pm \frac{\pi}{2}; \bar{i}_1 \perp \bar{i}_2 \perp \bar{i}_3 \perp \bar{i}_4$	0
5	$\pm \frac{\pi}{5}; (\bar{i}_1, \bar{i}_2) = \dots = (\bar{i}_5, \bar{i}_1) = \frac{2\pi}{5}$	0,809
6	$\pm \frac{\pi}{3}; (\bar{i}_1, \bar{i}_2) = (\bar{i}_2, \bar{i}_3) = (\bar{i}_3, \bar{i}_1) = \frac{2\pi}{3}$	0,5
7	$\pm \frac{\pi}{7}; (\bar{i}_1, \bar{i}_2) = \dots = (\bar{i}_7, \bar{i}_1) = \frac{2\pi}{7}$	0,901
8	$\pm \frac{\pi}{4}; (\bar{i}_1, \bar{i}_2) = \dots = (\bar{i}_8, \bar{i}_1) = \frac{\pi}{4}$	$\sqrt{2} / 2$
12	$\pm \frac{\pi}{6}; (\bar{i}_1, \bar{i}_2) = \dots = (\bar{i}_{12}, \bar{i}_1) = \frac{\pi}{6}$	$\sqrt{3} / 2$

Tabela 5.VIII - Valores de φ_{seq} para enrolamentos de dupla camada em relação a m_1 (ALIP).

A Figura 5.22-a representa, em valores relativos, o coeficiente de fugas de uma cava de dupla camada no caso das correntes pertencerem à mesma fase e no caso de pertencerem a fases diferentes, para valores de h_1 e de h_2 compreendidos entre os limites **0** e **40%** de h , e a Figura 5.22-b representa o factor de correcção de fugas para o das correntes serem de fases diferentes.

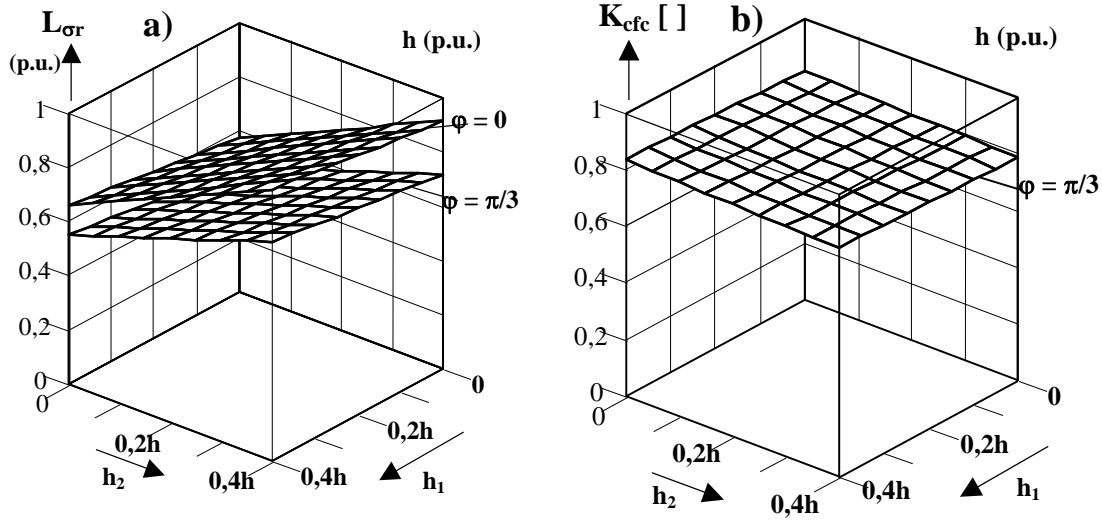


Figura 5.22 - a) Coeficiente de fugas de uma cava ($L_{\sigma r}$) para $\varphi = 0$ e para $\varphi = \pi/3$;
b) Factor de correcção de fugas (K_{cfc}) para $\varphi = \pi/3$.

Por observação da Figura 5.22-a verifica-se que $L_{\sigma r}$ aumenta com h_1 e com h_2 , ambos relativamente a h , e, para além disso, depende muito mais de h_2 do que h_1 . Da Figura 5.22-b verifica-se que $K_{cfc} \cong 0,8$. No caso particular de se considerar $h_1 = 0$ e apenas uma camada de altura h em vez de $2h$, como se indica na Figura 5.17. Assim, a expressão (5.67) será substituída por

$$L_{\sigma r} = \mu_0 n_c^2 w \left(\frac{h}{3c} + \frac{h_2}{c} \right) \quad (5.70)$$

No caso de enrolamentos de passo encurtado, como já se constatou anteriormente, algumas das camadas da mesma cava são percorridas por correntes de fases diferentes e, neste caso, por vezes, é conveniente dividir (5.67) em duas parcelas, uma respeitante à camada inferior e a outra à camada superior, como se indica na expressão (5.71)

$$\begin{cases} L'_{\sigma r_{inf}} = L_{\sigma_{inf}} + M_{\sigma r} = \frac{\mu_0 n_c^2 w}{4} \left(\frac{11h}{6c} + \frac{h_1 + 2h_2}{c} \right); & \text{(camada inferior)} \\ L'_{\sigma r_{sup}} = L_{\sigma_{sup}} + M_{\sigma r} = \frac{\mu_0 n_c^2 w}{4} \left(\frac{5h}{6c} + \frac{2h_2}{c} \right); & \text{(camada superior)} \end{cases} \quad (5.71)$$

De (5.71), se se considerar que h_1 e h_2 são muito menores do que h , verifica-se a seguinte relação

$$L'_{\sigma r_{inf}} \cong \frac{11}{5} L'_{\sigma r_{sup}} \quad (5.72)$$

• Dispersão em cavas de camada simples

Quanto às fugas em cavas de camada simples, com particular interesse no estudo dos ALITs, a Figura 5.23 representa uma cava de simples camada.

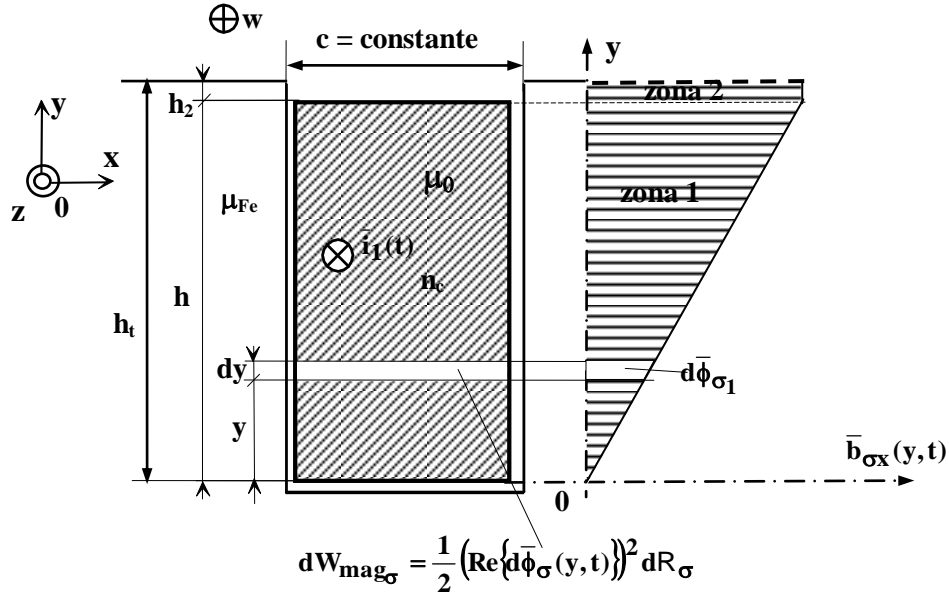


Figura 5.23 - Cava de forma rectangular aberta, de um ALIP, com 1 camada.

Da Figura 5.23, relativamente às zonas 1 e 2, sendo $\bar{i}_1(t)$, por exemplo, em valores complexos, a única intensidade de corrente através dos condutores de uma determinada cava do primário, verifica-se que a respectiva indução magnética, $\bar{b}_{\sigma x}(y, t) \equiv \bar{b}_\sigma(y, t)$, por aplicação da lei de Ampère, é dada por

$$\bar{b}_\sigma(y, t) = \begin{cases} \frac{\mu_0 n_y \bar{i}_1(t)}{c}; & 0 \leq y \leq h \quad (\text{zona 1}) \\ \frac{\mu_0 n_c \bar{i}_1(t)}{c}; & h \leq y \leq h + h_2 \quad (\text{zona 2}) \end{cases} \quad (5.73)$$

em que n_y está relacionado com o número de condutores por cava (n_c) por

$$n_y = \frac{y}{h} n_c; \quad 0 \leq y \leq h \quad (5.74)$$

Substituindo (5.74) em (5.73), verifica-se que o fluxo elementar abraçado $d\bar{\phi}_\sigma(y, t)$, à altura y da cava e com a espessura dy , para y compreendido entre os limites 0 e $h + h_2$, será dado por

$$d\bar{\phi}_{\sigma}(y,t) = \bar{b}_{\sigma}(y,t)dS = \begin{cases} \frac{\mu_0 n_c w \bar{i}_1(t) y dy}{hc}; & 0 \leq y \leq h \quad (\text{zona 1}) \\ \frac{\mu_0 n_c w \bar{i}_1(t) dy}{c}; & h \leq y \leq h + h_2 \quad (\text{zona 2}) \end{cases} \quad (5.75)$$

Por integração de (5.75), o fluxo de fugas, nas zonas **1** e **2**, será dado por

$$\bar{\phi}_{\sigma}(t) = \frac{\mu_0 n_c w (h + 2h_2) \bar{i}_1(t)}{2c} \quad (5.76)$$

Como $d\bar{f}_{\sigma}(y,t)$ é a f.m.m. elementar à altura y , que corresponde à espessura elementar dy ($d\bar{f}_{\sigma}(y,t) = d\bar{\phi}_{\sigma}(y,t)dR_{\sigma}$), e dR_{σ} a respectiva relutância elementar de fugas ($dR_{\sigma} = \frac{c}{\mu_0 w dy}$), assim, de (5.75), a energia magnética elementar, para y compreendido entre os limites **0** e $h + h_2$ (zonas **1** e **2**), é dada por

$$dW_{\text{mag}\sigma}(t) = \frac{1}{2} \text{Re}\{d\bar{f}_{\sigma}(y,t)\} \text{Re}\{d\bar{\phi}_{\sigma}(y,t)\} = \begin{cases} \frac{1}{2} \frac{\mu_0 n_c^2 w (\text{Re}\{\bar{i}_1(t)\})^2 y^2 dy}{h^2 c}; & 0 \leq y \leq h \\ \frac{1}{2} \frac{\mu_0 n_c^2 w (\text{Re}\{\bar{i}_1(t)\})^2 dy}{c}; & h \leq y \leq h + h_2 \end{cases} \quad (5.77)$$

Da Figura 5.10, integrando (5.77) entre os limites **0** e $h + h_2$, obtém-se

$$W_{\text{mag}\sigma}(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} \frac{\mu_0 n_v^2 w h (\text{Re}\{\bar{i}_1(t)\})^2}{3c}; & (\text{zona 1}) \\ \frac{1}{2} \frac{\mu_0 n_v^2 w h_2 (\text{Re}\{\bar{i}_1(t)\})^2}{c}; & (\text{zona 2}) \end{cases} \quad (5.78)$$

Sendo I_1 o valor eficaz da corrente numa determinada cava, o valor médio da energia magnética de fugas será dado por

$$W_{\text{mag}\sigma} = \begin{cases} \frac{1}{2} \frac{\mu_0 n_v^2 w h I_1^2}{3c}; & (\text{zona 1}) \\ \frac{1}{2} \frac{\mu_0 n_v^2 w h_2 I_1^2}{c}; & (\text{zona 2}) \end{cases} \quad (5.79)$$

De (5.79) conclui-se que

$$\begin{cases} L_{\sigma 1} = \frac{\mu_0 n_c^2 w h}{3c}; & (\text{zona 1}) \\ L_{\sigma 2} = \frac{\mu_0 n_c^2 w h_2}{c}; & (\text{zona 2}) \end{cases} \quad (5.80)$$

Assim o coeficiente de dispersão na cava é dado pela soma de das parcelas de (5.80) respeitantes às zonas **1** e **2**, ou seja

$$L_{\sigma r} = L_{\sigma 1} + L_{\sigma 2} = \mu_0 n_c^2 w \left(\frac{h}{3c} + \frac{h_2}{c} \right) \quad (5.81)$$

Como se pode observar, a expressão (5.81) é igual a (5.70). Da Figura 5.23 verifica-se que a f.m.m., correspondente às fugas entre cavas e dentes, calculada por intermédio de tubos elementares, de secção transversal rectangular, de dimensões **w****dy**, e de comprimento **c** que, de acordo com (5.75) e (5.78), é dada por

$$d\bar{f}_{\sigma}(y, t) = d\bar{\phi}_{\sigma}(y, t) dR_{\sigma} = \begin{cases} \frac{n_c \bar{i}_1(t) y}{h}; & 0 \leq y \leq h \quad (\text{zona 1}) \\ n_c \bar{i}_1(t); & h < y \leq h + h_2 \quad (\text{zona 2}) \end{cases} \quad (5.82)$$

De (5.82), como **dφ_σ(y,t)** é um infinitamente pequeno e **dR_σ** um infinitamente grande, constata-se que **df_σ(y,t)** pode ser substituída por **f_σ(y,t)** que tem o valor máximo, igual a **n_c i₁(t)**, junto ao entreferro.

- Para o caso particular de actuadores de topologia cilíndrica, da Figura 5.23, sendo **i₁(t)** a única intensidade de corrente através dos condutores de uma determinada cava do primário de um ALIT, e admitindo que **μ_{Fe} >> μ₀**, verifica-se que a respectiva indução magnética, **b_{σx}(ρ,t) ≡ b_σ(ρ,t)**, por aplicação da lei de Ampère, é dada por

$$\bar{b}_{\sigma}(\rho, t) = \begin{cases} \frac{\mu_0 n_c \bar{i}_1(t)}{c}; & \frac{D_{id}}{2} \leq \rho \leq \frac{D_{id}}{2} + h_2 \\ \frac{\mu_0 n_p \bar{i}_1(t)}{c}; & \frac{D_{id}}{2} + h_2 < \rho \leq \frac{D_{id}}{2} + h + h_2 \\ 0; & \frac{D_{id}}{2} + h + h_2 < \rho \leq \frac{D_{id}}{2} + h + h_2 + h_3 \end{cases} \quad (5.83)$$

em que **n_p** representa o número de espiras à distância **ρ** do eixo do ALIT. Sendo **D_{id}** o diâmetro interior dos dentes do ALIT, **n_p** está relacionado com o número de condutores por cava, **n_c**, por

$$n_{\rho} = \frac{\frac{D_{id}}{2} + h + h_2 - \rho}{h} n_c; \quad \frac{D_{id}}{2} + h_2 < \rho \leq \frac{D_{id}}{2} + h + h_2 \quad (5.84)$$

A Figura 5.24 representa a variação da indução de fugas nas cavas de um ALIT, em valores relativos, entre os limites $\frac{D_{ib}}{2}$ e $\frac{D_{ib}}{2} + h_2 + h$.

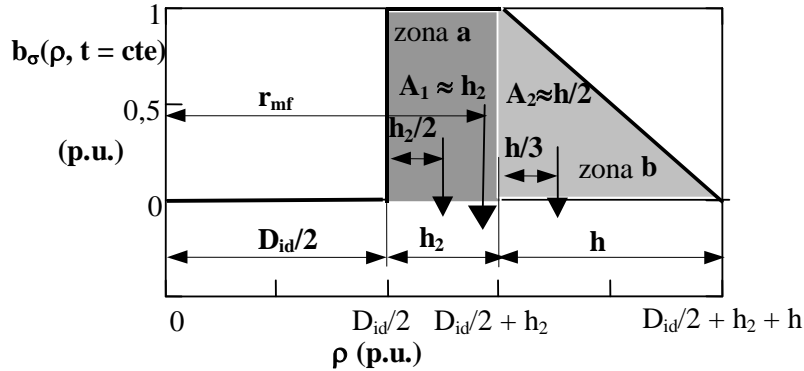


Figura 5.24 - Variação da indução de fugas nas cavas de um ALIT.

Da Figura 5.24, a área A_1 representa o fluxo na zona **a** da cava que é proporcional (\approx) à altura h_2 , e a área A_2 representa o fluxo na zona **b** da cava que é proporcional à altura $h/2$. Considerando que r_{mf} representa a distância média entre o eixo do ALIT e a linha média da indução magnética (raio médio das fugas), o respectivo diâmetro médio relativo às fugas no primário, $D_{mf} = 2r_{mf}$, será dado por

$$D_{mf} = \frac{6D_{id}h_2 + 6h_2^2 + 3D_{id}h + 3hh_2 + 2h^2}{3(h + 2h_2)} \quad (5.85)$$

O valor de D_{mf} é útil para a determinação da relutância do circuito magnético do ferro quando se deixa de considerar $\mu_{Fe} \gg \mu_0$. Perante os parâmetros indicados na expressão (5.85), relativamente ao ALIT implementado, o valor de D_{mf} é de **28,5 mm**. Ainda relativamente à Figura 5.24, verifica-se a superfície elementar dS , à distância ρ do eixo e de espessura $d\rho$, é dada por $dS = 2\pi\rho d\rho$.

De (5.43) e de (5.44), verifica-se que o fluxo elementar abraçado $d\bar{\phi}_{\sigma}(\rho, t)$, a uma distância do eixo igual a ρ e com a espessura $d\rho$, para ρ compreendido entre os limites $\frac{D_{id}}{2}$ e $\frac{D_{id}}{2} + h + h_2 + h_3$, será dado por

$$d\bar{\phi}_{\sigma}(\rho, t) = \bar{b}_{\sigma}(\rho, t)dS = \begin{cases} \frac{2\pi\mu_0 n_c \bar{i}_1(t)\rho d\rho}{c}; & \frac{D_{id}}{2} \leq \rho \leq \frac{D_{id}}{2} + h_2 \\ \frac{2\pi\mu_0 n_c \bar{i}_1(t)(\frac{D_{id}}{2} + h + h_2 - \rho)\rho d\rho}{hc}; & \frac{D_{id}}{2} + h_2 < \rho \leq \frac{D_{id}}{2} + h + h_2 \\ 0; & \frac{D_{id}}{2} + h + h_2 < \rho \leq \frac{D_{id}}{2} + h + h_2 + h_3 \end{cases} \quad (5.86)$$

Por integração de (5.86), entre $\frac{D_{id}}{2}$ e $\frac{D_{id}}{2} + h + h_2 + h_3$, o fluxo de fugas será dado por

$$\bar{\phi}_{\sigma}(t) = \frac{\pi\mu_0 n_c (2h^2 + 3D_{id}h + 6D_{id}h_2 + 6h_2^2 + 6hh_2) \bar{i}_1(t)}{6c} \quad (5.87)$$

De (5.87) pode-se verificar que o fluxo de fugas depende, para além do número de espiras de cada cava, n_c , do diâmetro interior dos dentes, D_{id} , da distância útil das bobinas às periferia dos dentes, h_2 , e da altura das bobinas, h , e, para além disso, é inversamente proporcional à largura de cada cava.

Como $d\bar{f}_{\sigma}(\rho, t)$ representa a f.m.m. elementar à distância ρ do eixo do ALIT, que corresponde à espessura elementar $d\rho$ ($d\bar{f}_{\sigma}(\rho, t) = d\bar{\phi}_{\sigma}(\rho, t)dR_{\sigma}$) e dR_{σ} a respectiva relutância elementar de fugas ($dR_{\sigma} = \frac{c}{2\pi\mu_0\rho d\rho}$).

Assim, de (5.86), a energia magnética elementar, para ρ compreendido entre os limites $\frac{D_{id}}{2}$ e $\frac{D_{id}}{2} + h + h_2 + h_3$, será dada por

$$dW_{mag_{\sigma}}(t) = \frac{1}{2} \text{Re}\{d\bar{\phi}_{\sigma}(\rho, t)dR_{\sigma}\} \text{Re}\{d\bar{\phi}_{\sigma}(\rho, t)\} = \begin{cases} \frac{\pi\mu_0 n_c^2 (\text{Re}\{\bar{i}_1(t)\})^2 \rho d\rho}{c}; & \frac{D_{id}}{2} \leq \rho \leq \frac{D_{id}}{2} + h_2 \\ \frac{\pi\mu_0 n_c^2 (\text{Re}\{\bar{i}_1(t)\})^2 (\frac{D_{id}}{2} + h + h_2 - \rho)^2 \rho d\rho}{h^2 c}; & \frac{D_{id}}{2} + h_2 < \rho \leq \frac{D_{id}}{2} + h + h_2 \\ 0; & \frac{D_{id}}{2} + h + h_2 < \rho \leq \frac{D_{id}}{2} + h + h_2 + h_3 \end{cases} \quad (5.88)$$

Da Figura 5.24, considerando a zona **a** situada entre os limites $\frac{D_{id}}{2}$ e $\frac{D_{id}}{2} + h_2$, a zona **b** entre $\frac{D_{id}}{2} + h_2$ e $\frac{D_{id}}{2} + h + h_2$, e a zona **c** entre $\frac{D_{id}}{2} + h + h_2$ e $\frac{D_{id}}{2} + h + h_2 + h_3$, integrando (5.88) entre os limites $\frac{D_{id}}{2}$ e $\frac{D_{id}}{2} + h + h_2 + h_3$, obtém-se

$$W_{mag\sigma}(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} \frac{\pi\mu_0 n_c^2 h_2 (D_{id} + h_2) \left(\text{Re}\{\tilde{i}_1(t)\}\right)^2}{c}; & \text{(zona a)} \\ \frac{1}{2} \frac{\pi\mu_0 n_c^2 h (D_{id} + \frac{h}{2} + 2h_2) \left(\text{Re}\{\tilde{i}_1(t)\}\right)^2}{3c}; & \text{(zona b)} \\ 0; & \text{(zona c)} \end{cases} \quad (5.89)$$

Sendo I_1 o valor eficaz da corrente na cava, o valor médio da energia magnética de fugas será dado por

$$W_{mag\sigma} = \begin{cases} \frac{1}{2} \frac{\pi\mu_0 n_c^2 h_2 (D_{id} + h_2) I_1^2}{c}; & \text{(zona a)} \\ \frac{1}{2} \frac{\pi\mu_0 n_c^2 h (D_{id} + \frac{h}{2} + 2h_2) I_1^2}{3c}; & \text{(zona b)} \\ 0; & \text{(zona c)} \end{cases} \quad (5.90)$$

Considerando $L_{\sigma 1T}$ e $L_{\sigma 2T}$ os coeficientes de indução de fugas respeitantes às zonas **a** e **b** do ALIT, de (5.90) conclui-se que

$$\begin{cases} L_{\sigma 1T} = \frac{\pi\mu_0 n_c^2 h_2 (D_{id} + h_2)}{c}; & \text{(zona a)} \\ L_{\sigma 2T} = \frac{\pi\mu_0 n_c^2 h (D_{id} + \frac{h}{2} + 2h_2)}{3c}; & \text{(zona b)} \end{cases} \quad (5.91)$$

O resultado de (5.91) é idêntico ao de (5.80), desde que se considere

$$w = \begin{cases} \pi(D_{id} + h_2); & \text{(zona a)} \\ \pi(D_{id} + \frac{h}{2} + 2h_2); & \text{(zona b)} \end{cases} \quad (5.92)$$

Em que as zonas **a** e **b**, Figura 5.24, são análogas às zonas **2** e **1**, Figura 5.23, respectivamente. Admitindo a inexistência de tubo de aço inoxidável e que $h_2 \cong 0$, na Figura 5.25 é apresentada uma analogia entre um ALIT e um ALIP, para os correspondentes valores aproximados de $\pi(D_{id} + \frac{h}{2})$ e de w , respectivamente.

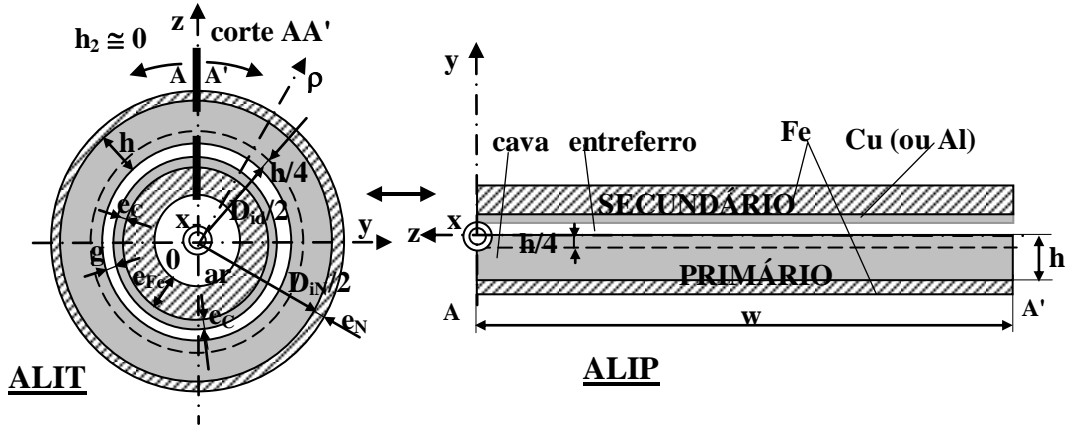


Figura 5.25 - Analogias entre um ALIT e um ALIP.

Da Figura 5.25, e_N representa a espessura do núcleo do primário (anéis de Fe do ALIT - $e_N = \frac{D_{eN} - D_{iN}}{2} = 5 \text{ mm}$), g o entreferro real ($g = \frac{D_{id} - D_{eC}}{2} = 2,75 \text{ mm}$), e_C a espessura do tubo condutor do secundário (Cu ou Al - $e_C = \frac{D_{eC} - D_{iC}}{2} = 0,6 \text{ mm}$), e e_{Fe} a espessura do tubo de ferro do secundário ($e_{Fe} = \frac{D_{eF} - D_{iF}}{2} = 2 \text{ mm}$).

Assim o coeficiente de dispersão na cava é dado pela soma de das parcelas de (5.91) respeitantes às zonas **a** e **b**, ou seja

$$L_{\sigma cT} = \frac{\pi \mu_0 n_c^2 [h(2D_{id} + h + 4h_2) + 6h_2(D_{id} + h_2)]}{6c} \quad (5.93)$$

Enquanto que da expressão (5.80), mantendo n_c , c , h e h_2 constantes, o coeficiente de indução de fugas varia proporcionalmente com w , em (5.93) essa variação deixa de ser proporcional a πD_{id} , como se apresenta, em valores relativos, na Figura 5.26.

Para determinação do coeficiente de fugas por pólo e por fase, continuando a considerar cavas com uma só camada, quando parte de um enrolamento, correspondente a um passo polar, τ , e a uma determinada fase, está distribuído por várias cavas, $q > 1$, então o coeficiente de dispersão total aumentará q vezes, como se ilustra na Figura 5.27, em que se exemplifica para $q = 3$ [56].

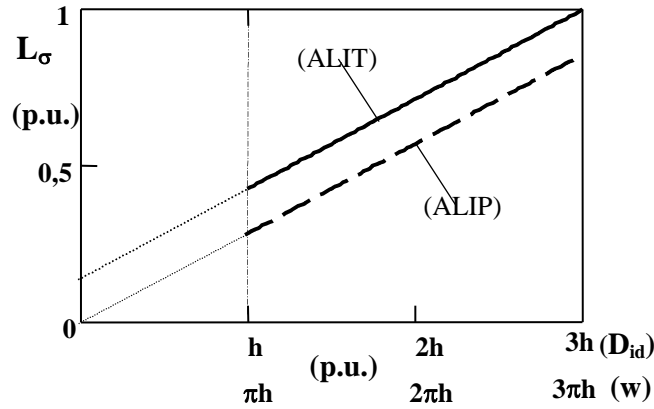


Figura 5.26 - Comparação, em valores relativos, dos coeficientes de fugas nos ALIPs e nos ALITs.

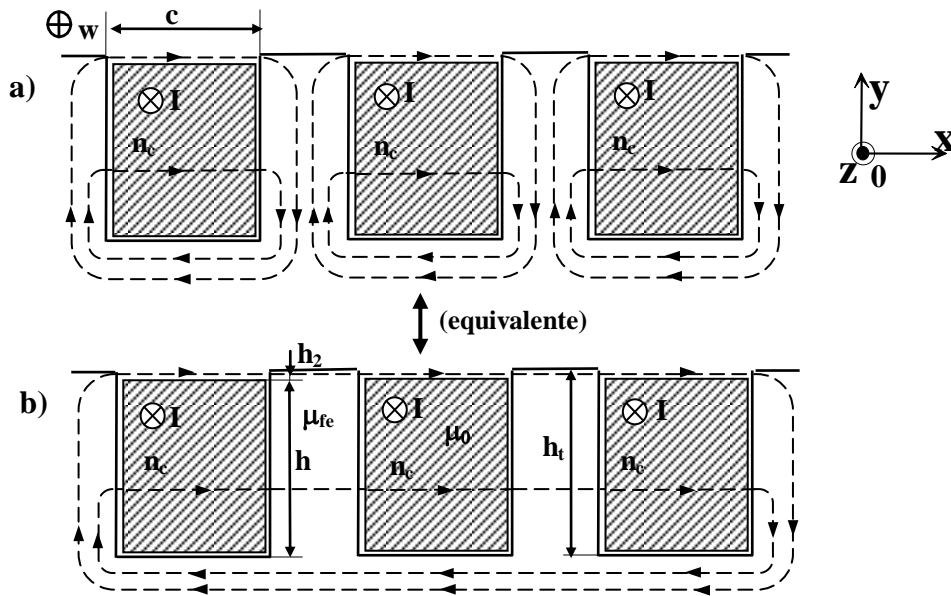


Figura 5.27 - Campo magnético de dispersão num ALI devido à sucessão de cavas e dentes para $q = 3$;

- a) L.f.c.m. que se anulam nos dentes, entre cavas da mesma fase;
- b) Esquema de l.f.c.m. equivalentes.

Quando se considera $\mu_{fe} \gg \mu_0$, verifica-se que a queda de tensão magnética no interior dos dentes, situados entre cavas sucessivas que comportam a mesma fase, é nula, por isso a Figura 5.27.b pode ser substituída por outra equivalente representada na Figura 5.28.

Da Figura 5.28, para $\mu_{fe} \gg \mu_0$, verifica-se que uma cava de largura c passou a ser equivalente a uma outra de largura qc . Sendo $\bar{i}_1(t)$, a única intensidade de corrente através dos condutores nas q cavas correspondentes à mesma fase, da Figura 5.28, por exemplo, para $q = 3$, verifica-se que a respectiva indução magnética de fugas $[\bar{B}_{\sigma x}(y, t)]$, por aplicação da lei de Ampère, é dada por

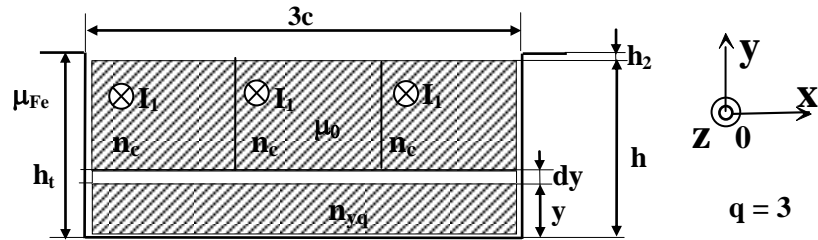


Figura 5.28 - Esquema equivalente a um conjunto de 3 cavas bobinadas por pólo e por fase ($q = 3$) de um ALIP, com 1 camada.

$$\bar{b}_{\sigma x}(y, t) = \begin{cases} \frac{\mu_0 q n_y \bar{i}_1(t)}{qc} = \frac{\mu_0 n_y \bar{i}_1(t)}{c}; & 0 \leq y \leq h \\ \frac{\mu_0 q n_c \bar{i}_1(t)}{qc} = \frac{\mu_0 n_c \bar{i}_1(t)}{c}; & h < y \leq h + h_2 \end{cases} \quad (5.94)$$

em que \mathbf{n}_y está relacionado com o número de condutores por cava (\mathbf{n}_c) por (5.74). Como se pode verificar de (5.94), a indução de fugas mantém-se idêntica ao resultado apresentado em (5.83). Substituindo (5.74) em (5.94), verifica-se que o fluxo elementar abraçado $d\overline{\Phi}_\sigma(y,t)$ será dado por (5.75). Do mesmo modo, o fluxo de fugas será idêntico a (6.37). Como a relutância aumenta de \mathbf{q} vezes, consequentemente a energia magnética de fugas também irá aumentar de \mathbf{q} vezes. Assim, de acordo com (5.81) e com (5.93), o coeficiente de dispersão por pólo e por fase, correspondente a \mathbf{q} cavas, será dado por

$$\begin{cases} L_{\sigma q} = \mu_0 q n_c^2 w \left(\frac{h}{3c} + \frac{h_2}{c} \right); & (\text{ALIP} - 1 \text{ só camada}) \\ L_{\sigma qT} = \frac{\pi \mu_0 q n_c^2 [h(2D_{id} + h + 4h_2) + 6h_2(D_{id} + h_2)]}{6c}; & (\text{ALIT}) \end{cases} \quad (5.95)$$

Relativamente ao ALIT, estudado com maior pormenor neste trabalho, perante os materiais ferromagnéticos utilizados, é de admitir que o valor de μ_{Fe} seja finito, o que perante alguns ensaios implementados, e de acordo com alguns autores [34, 35, 57, 73], verifica-se que o valor da permeabilidade relativa é da ordem de $\mu_r \cong 300$. No entanto, se o valor da intensidade do campo magnético aumentar, para além de um determinado limite, a curva $\mathbf{B} = \mathbf{f}(\mathbf{H})$ deixa de ser linear para dar lugar ao fenómeno chamado saturação, em que μ_r passa a tomar valores bem inferiores a 300.

O grau de saturação do material ferromagnético, utilizado na construção do ALIT, depende diretamente da amplitude intensidade de corrente absorvida e, com maior importância na determinação das perdas por histerese e por correntes de Foucault, da sua variação no tempo. A variação do valor aproximado da relutância ao longo dos

dentes (aletas) pode ser dado pela integração entre os limites $D_{id}/2$ e $D_{mN}/2$ (D_{mN} - diâmetro médio do núcleo ferromagnético), como se indica na Figura 5.29.

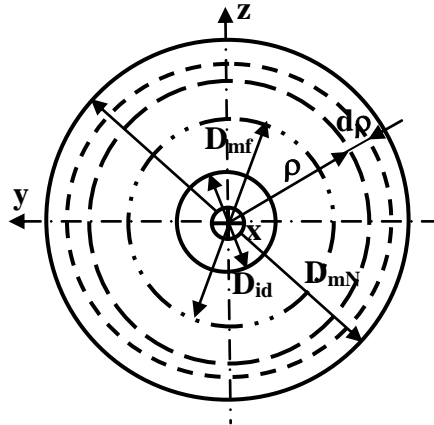


Figura 5.29 - Obtenção de relutância nas aletas por integração entre os limites $D_{mf}/2$ e $D_{mN}/2$.

Da Figura 5.29, sendo d a largura de cada dente (ou de cada aleta), um valor aproximado da relutância de fugas, em parte dos dentes, pode ser contabilizado entre o diâmetro médio das l.f.c.m. de fugas, D_{mf} , e o diâmetro médio do núcleo do primário, D_{mN} - anéis de ferro, cujo valor será dado por $R'_{\sigma 1} = \frac{1}{2\pi\mu_{Fe}d} \ln \frac{D_{mN}}{D_{mf}}$. Assim, por aproximação, as linhas médias do campo de fugas pode ser representada na Figura 5.30.

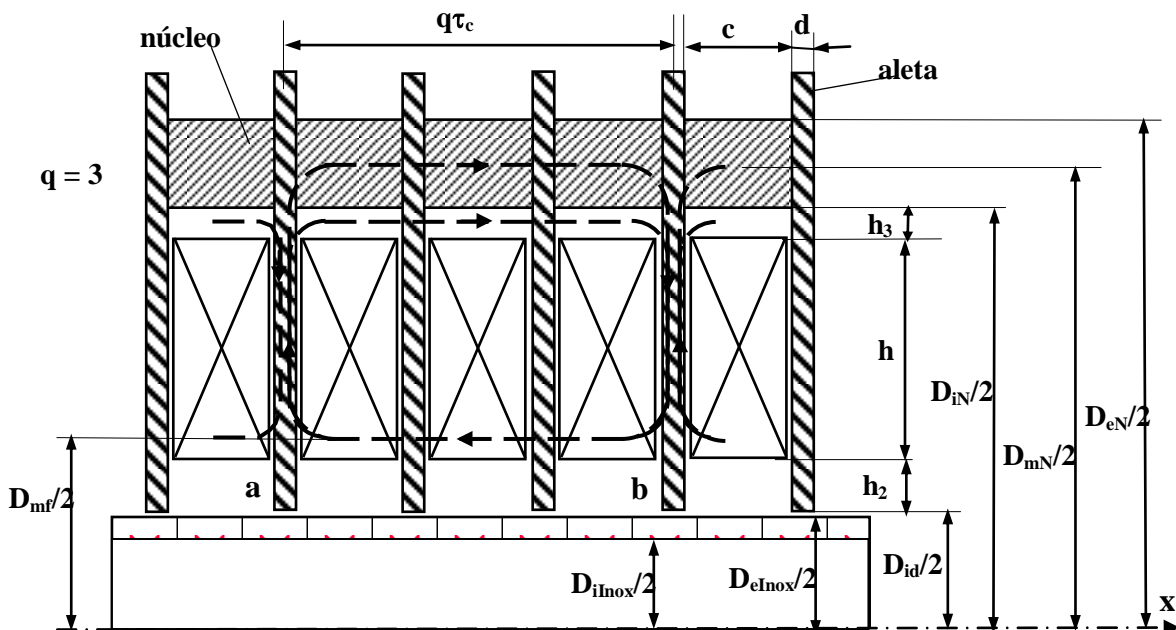


Figura 5.30 - Indicação das l.f.c.m respeitantes às fugas de um ALIT trifásico.

Para um sistema trifásico equilibrado, $m_1 = 3$, e para $q = 3$, da Figura 5.30, verifica-se que nas aletas **a** e **b** existe um retorno das l.f.c.m. através do núcleo do primário e da camada equivalente ao ar, de altura h_3 . Considerando que à esquerda de **a** existe a corrente \bar{i}_1 e à direita de **a** a corrente $-\bar{i}_3$, verifica-se que o ângulo de defasagem entre estas duas correntes é de $\pi/3$. Assim, na aleta **a** da Figura 5.30, a indução de fugas resultante será dada por $\bar{i}_1 - (-\bar{i}_3) = \bar{i}_1 + \bar{i}_3$, ou seja, o afixo no plano de Argand tem a amplitude igual a I_{1M} (correntes equilibradas), como se pode verificar na Figura 5.31.

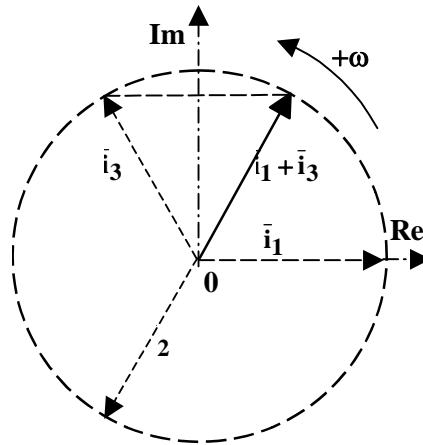


Figura 5.31 - Intensidades de corrente trifásicas num plano de Argand.

Assim, de acordo com a Figura 5.30, em valores aproximados, a relutância dos troços do circuito magnético, em que se considera $\mu_{Fe} = \mu_0 \mu_r < \infty$ (μ_r - permeabilidade relativa do ferro em relação ao ar), não entrando em consideração com a espessura das paredes das balizas de nylon ($e_{bNy} \cong 0$), pode ser descrita de acordo com a Figura 5.32.

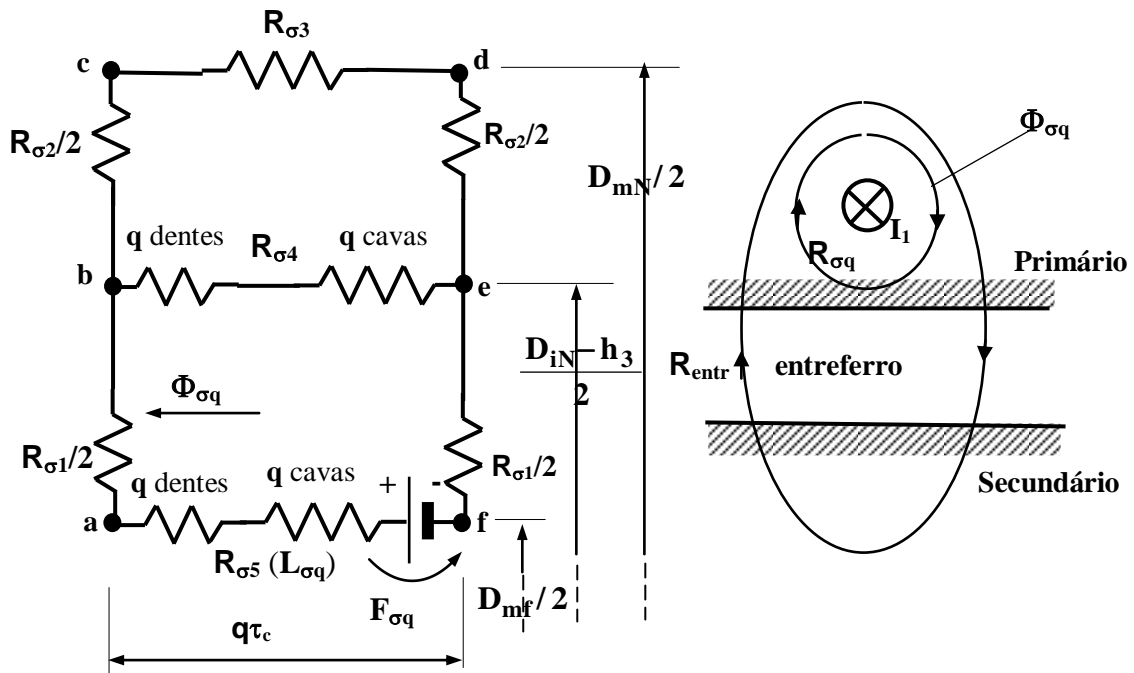


Figura 5.32 - Circuito magnético de um ALIT.

Troço	Designação	Expressão
$\overline{ab + ef}$	Relutância de fugas através dos dentes. Duas vezes o troço entre o diâmetro médio das linhas do campo de fugas (D_{mf}) e o diâmetro interior do núcleo do primário (D_{iN}) menos h_3 .	$R_{\sigma 1} = \frac{1}{\pi \mu_{Fe} K_{sdr} d} \ln \frac{D_{iN} - h_3}{D_{mf}} *$
$\overline{bc + de}$	Relutância de fugas através dos dentes. Duas vezes o troço entre $D_{iN} - h_3$ e D_{mN} .	$R_{\sigma 2} = \frac{1}{\pi \mu_{Fe} K_{sdr} d} \ln \frac{D_{mN}}{D_{iN} - h_3}$
\overline{cd}	Relutância de fugas através do núcleo. Troço de comprimento $q\tau_c$ e compreendido entre D_{iN} e D_{eN} .	$R_{\sigma 3} = \frac{4q\tau_c}{\pi \mu_{Fe} K_{sn} (D_{eN}^2 - D_{iN}^2)}$
\overline{be}	Relutância de fugas através do ar (cavas) e das aletas (dentes). Troço de comprimento $q\tau_c$ e compreendido entre D_{eB} e D_{mN} .	$R_{\sigma 4} = \frac{4q}{\pi \mu_0 (D_{mN}^2 - D_{eB}^2)} \left(c + \frac{d}{K_{sdl} \mu_r} \right)$
\overline{fa}	Relutância de fugas nas q cavas bobinadas por pólo e por fase.	$R_{\sigma 5} = \frac{6q}{\pi \mu_0} \left(c + \frac{d}{\mu_r K_{sdl}} \right) \cdot \frac{1}{h(2D_{id} + h + 4h_2) + 6h_2(D_{id} + h_2)}$
\overline{bcde}	Relutância de fugas correspondente a $R_{\sigma 2}$ e $R_{\sigma 3}$ em série.	$R_{\sigma 23} = R_{\sigma 2} + R_{\sigma 3}$
$\overline{bcde // be}$	Relutância equivalente ao paralelo entre $R_{\sigma 23}$ e $R_{\sigma 4}$.	$R_{\sigma 234} = \frac{R_{\sigma 23} R_{\sigma 4}}{R_{\sigma 23} + R_{\sigma 4}}$
Total ou Equiv.	Relutância de fugas nas q cavas bobinadas por pólo e por fase.	$R_{\sigma q} = \frac{6q}{\pi \mu_0} \left(c + \frac{d}{\mu_r K_{sdl}} \right) \cdot \frac{1}{h(2D_{id} + h + 4h_2) + 6h_2(D_{id} + h_2)} + R_{\sigma 1} + R_{\sigma 234}$
	Coeficiente de fugas corrigido ($L_{\sigma q Tc}$) nas q cavas bobinadas por pólo e por fase	$L_{\sigma q Tc} = \frac{\pi \mu_0 q n_c^2}{6 K_\mu c} \cdot [h(2D_{id} + h + 4h_2) + 6h_2(D_{id} + h_2)]$
	Factor de ferro $\begin{cases} K_\mu \cong 1; & \mu_{Fe} \gg \mu_0 \\ K_\mu > 1; & \mu_{Fe} > \mu_0 \end{cases}$	$K_\mu = 1 + \frac{d}{\mu_r K_{sdl} c} + \frac{\pi \mu_0 (R_{\sigma 1} + R_{\sigma 234})}{6cq} \cdot [h(2D_{id} + h + 4h_2) + 6h_2(D_{id} + h_2)]$

*- este resultado é mais correcto do que o apresentado em (5.95), devido ao facto do estudo ser feito por troços de ferro e de ar.

Tabela 5.IX - Relutâncias e coeficientes de indução de fugas correspondentes a q cavas.

em que:

- $\Phi_{\sigma q}$ - fluxo de fugas no primário em q cavas;
- R_{entr} - relutância no entreferro;
- I_1 - valor eficaz da intensidade de corrente numa das fases (todas supostas equilibradas);
- $F_{\sigma q}$ - Força magnetomotriz de fugas correspondente a q cavas.

A Tabela 5.IX estabelece a simbologia representada na Figura 5.32 e os respectivos valores aproximados das relutâncias do material ferromagnético, supondo que a permeabilidade será dada pelo produto de μ_{Fe} (suposto constante) por um factor relacionado com a saturação do ferro (considerado variável). Da referida Tabela, $L_{\sigma q Tc}$ representa o coeficiente de fugas corrigido nas q cavas, e K_μ o factor de ferro que é devido ao facto de não se considerar $\mu_{Fe} \gg \mu_0$. O factor K_μ é dependente das características ferromagnéticas do primário, da geometria e, portanto, dos factores de saturação correspondentes ao circuito magnético.

Ainda da Tabela 5.IX, a grandeza $0 < K_{sn} \leq 1$ é chamada coeficiente de saturação do núcleo ferromagnético que se torna variável com as amplitudes das correntes nas cavas. A grandeza $0 < K_{sd} \leq 1$ é chamada coeficiente de saturação dos dentes (aletas), sendo reservado o coeficiente K_{sdr} para as linhas de fugas radiais, entre a periferia interior dos dentes e o núcleo, e o coeficiente K_{sdl} para as linhas de fugas longitudinais nos dentes (entre dentes e cavas). Dado que, por um lado, as fugas aumentam da periferia dos dentes para o núcleo e, por outro lado, a secção radial, perpendicular essas linhas de fluxo, também aumenta, pode-se considerar que K_{sdr} é apenas variável com as correntes no actuador. Quanto ao valor de K_{sdl} , este é considerado apenas dependente das correntes nos circuitos electromagnéticos do primário.

Embora ambos os materiais possam ser da mesma natureza (aletas e núcleo do primário), estes coeficientes (K_{sn} e K_{sd}) dependem da quantidade de linhas de fluxo de indução que os atravessam e, por isso, embora não necessariamente iguais, reduzem-se proporcionalmente com o aumento das correntes absorvidas. Em relação ao coeficiente K_{sd} , dado que, por um lado, a quantidade de linhas de fugas aumenta da periferia interior dos dentes para o núcleo, na direcção perpendicular ao eixo do ALIT e, por outro lado, a secção atravessada por essas linhas também aumenta da periferia para o núcleo, pode-se concluir, por aproximação, que K_{sd} é constante. No entanto o valor de K_{sd} relativo às linhas de fugas entre cavas e dentes é geralmente menor do que através dos dentes.

Perante o protótipo implementado, considerando $K_{sdl} \cong 1$, a Figura 5.33 apresenta o factor de ferro, ou de saturação, K_μ , em função de μ_r , para valores compreendidos entre os limites 50 e 350, de acordo com a expressão apresentada na Tabela 5.IX.

Os resultados apresentados na Figura 5.33 são praticamente iguais aos valores apresentados por alguns autores, $K_\mu \cong 1,1$ [11, 26, 56]. Tendo em consideração que K_μ pode ser obtido por vias diferentes, de acordo com o tipo de actuador (ALIP ou ALIT), de (5.66), de (5.95) e da Tabela 5.IX, os coeficientes corrigidos de indução de fugas por pólo e por fase (q cavas), serão dados por

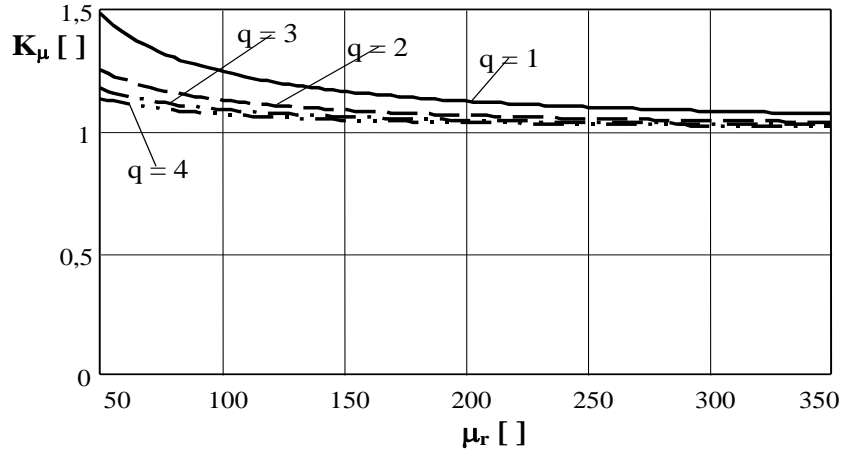


Figura 5.33 - Factor de ferro, K_μ , para $q = 1, 2, 3$ e 4 .

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{\sigma c} = \frac{\mu_0 p q n_c^2 w}{2 K_\mu c} \left[\frac{8h}{3} + h_1 + 4h_2 - m_1(1 - \beta_e)(h + 2h_2)(1 - \cos \varphi_{seq}) \right]; \\ \quad \text{enrol. de 2 camadas} \\ L_{\sigma c} = \frac{2\mu_0 p q n_c^2 w}{K_\mu c} \left(\frac{h}{3} + h_2 \right); \quad \text{enrol. de 1 camada} \\ L_{\sigma Tc} = \frac{\pi \mu_0 p q n_c^2 [h(2D_{id} + h + 4h_2) + 6h_2(D_{id} + h_2)]}{3 K_\mu c}; \text{enrol. de 1 camada (ALIT)} \end{array} \right\} \quad \text{(ALIP)} \quad (5.96)$$

De (5.96) é importante notar, para cavas da mesma altura, que o valor de h indicado para o enrolamento de 2 camadas é de cerca de metade do valor de h correspondente ao enrolamento de 1 só camada. Ainda de (5.96), para enrolamentos de duas camadas com ou sem encurtamento (ALIPs), β_e é o próprio encurtamento relativo do passo, e m_1 o números de fases de um sistema considerado equilibrado.

Como exemplo, considerando $h_1 = 0,1 h$ e $m_1 = 3$, a Figura 5.34 representa um gráfico, em valores relativos, de $L_{\sigma Tc}$ em função de $0,5 \leq \beta_e \leq 1$, para $h_2 = 0,1 h$ e para $h_2 = 0,2 h$, em que se considera $K_\mu = 1$.

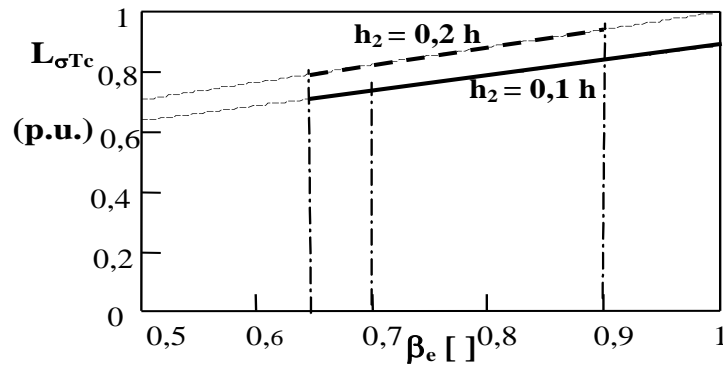


Figura 5.34 - Gráficos, em valores relativos, de $L_{\sigma Tc}$ em função de β_e .

Da Figura 5.34 verifica-se que β_e varia, em valores relativos, entre os limites **0,7** e **1** para $h_2 = 0,1 h$, e entre **0,65** e **0,9**, relativamente ao valor anterior, para $h_2 = 0,2 h$, segundo uma recta. Isto significa que quanto maiores forem os intervalos sem condutores maiores serão as fugas.

Ainda de (5.96) verifica-se que os coeficientes de dispersão por fase serão multiplicados por **2p** (número de total de pólos de um ALI), e que o número total de espiras por fase é dado por $N_{IP} = p q n_c$ (ALIP), e por $N_{IT} = 2 p q n_c$ (ALIT). Assim, os coeficientes de dispersão por fase corrigidos, para enrolamentos de duas camadas (ALIP) ou de uma só camada (ALIP ou ALIT), serão dados por

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{\sigma c} = \frac{\mu_0 N_{IP}^2 w}{2 K_{\mu p q c}} \left[\frac{8h}{3c} + \frac{h_1 + 4h_2}{c} - m_1 (1 - \beta_e) \left(\frac{h}{c} + \frac{2h_2}{c} \right) (1 - \cos \varphi_{seq}) \right]; \\ \quad (h - \text{altura útil de cada enrol. de 2 camadas}) \\ L_{\sigma c} = \frac{2\mu_0 N_{IP}^2 w}{K_{\mu p q c}} \left(\frac{h}{3} + h_2 \right); \quad (h - \text{altura útil do enrol. de 1 camada}) \\ L_{\sigma Tc} = \frac{\pi \mu_0 N_{IT}^2 [h(2D_{id} + h + 4h_2) + 6h_2(D_{id} + h_2)]}{12 K_{\mu p q c}}; \text{enrol. de 1 camada (ALIT)} \end{array} \right\} \quad (\text{ALIP}) \quad (5.97)$$

Relativamente ao ALIT implementado, a Figura 5.35 representa o coeficiente de indução de fugas, por fase e por cada duplo passo polar (**p = 1**), de acordo com a última das expressões apresentadas em (5.97), para valores de μ_r compreendidos entre os limites **100** e **400**.

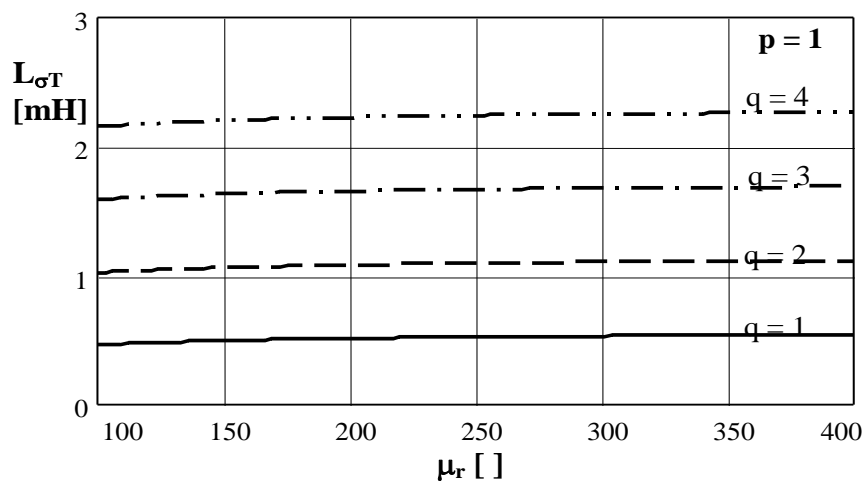


Figura 5.35 - Coeficientes de indução de fugas, por cada duplo passo polar, em função de μ_r .

Finalmente, a reactância de dispersão, $X_{\sigma} = \omega L_{\sigma} = 2\pi f L_{\sigma}$, será dada por

$$\left\{ \begin{array}{l} X_{\sigma c} = \frac{\pi \mu_0 f N_{IP}^2 w}{K_{\mu} p q c} \left[\frac{8h}{3} + h_1 + 4h_2 - m_1 (1 - \beta_e) (h + 2h_2) (1 - \cos \varphi_{seq}) \right]; \\ \quad (h - \text{altura útil de cada bobina, enrol. de 2 camadas}) \\ X_{\sigma c} = \frac{4\pi \mu_0 f N_{IP}^2 w}{K_{\mu} p q c} \left(\frac{h}{3} + h_2 \right); \quad (h - \text{altura útil do enrol. de 1 camada}) \\ X_{\sigma Tc} = \frac{\pi^2 \mu_0 f N_{IT}^2 [h(2D_{id} + h + 4h_2) + 6h_2(D_{id} + h_2)]}{6K_{\mu} p q c}; \text{ enrol. de 1 camada (ALIT)} \end{array} \right\} \quad (5.98) \quad (ALIP)$$

De (5.98), verifica-se fundamentalmente que a reactância de fugas é inversamente proporcional à largura de cada cava. Por uma questão de simbologia, é frequente usar-se apenas o símbolo $X_{\sigma 1}$ em vez de $X_{\sigma c}$ ou de $X_{\sigma Tc}$. Do mesmo modo, quanto ao coeficiente de indução de fugas no primário, também é usual utilizar-se o símbolo $L_{\sigma 1}$ em vez de $L_{\sigma c}$ ou de $L_{\sigma Tc}$.

5.2.4 Reactância de Fugas no Secundário ($X_{\sigma 2}$)

Neste subcapítulo pretende-se estudar apenas a reactância de fugas no secundário do ALIT implementado [56]. Este estudo pode ser efectuado, possivelmente com razoável aproximação, a partir dos conceitos aplicados à reactância de fugas no primário, mas sem se considerar a existência de dentes. Como o secundário possui m_2 fases (igual ao número de pólos - P), estas são percorridas sequencialmente por correntes de sentidos contrários, como se exemplifica na Figura 5.36. Dado que o tubo condutor do secundário é homogéneo, pode-se considerar que a largura dos dentes é igual a zero ($d \cong 0$), por isso admite-se que a largura das cavas seja praticamente igual ao passo polar ($c \cong \tau$).

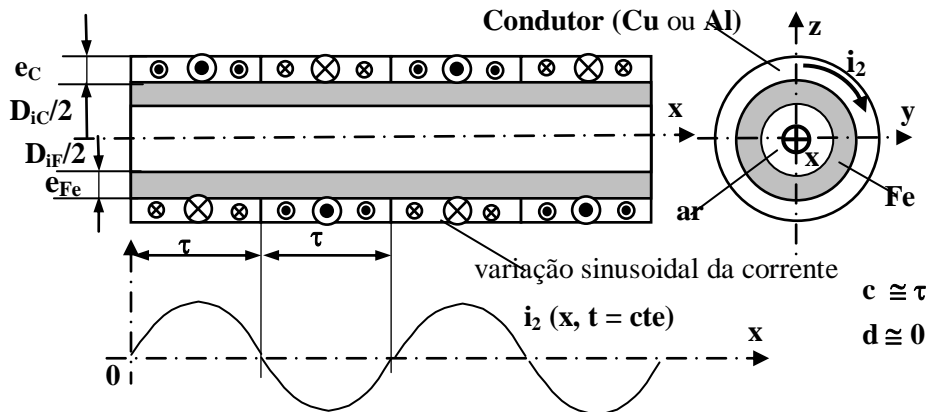


Figura 5.36 - Distribuição da corrente no secundário de um ALIT com 4 fases (ou 4 pólos).

Partindo do princípio de que $\mu_{Fe} \gg \mu_0$, da Figura 5.36, se a onda da corrente no secundário fosse quadrada, em vez de sinusoidal, as l.f.c.m. ir-se-iam concentrar nas extremidades. Dadas as características do tubo condutor do secundário do ALIT, de espessura muito pequena ($e_c = 0,6 \text{ mm}$), muito embora não existam dentes, pode-se admitir, por aproximação, de que o estudo das fugas nas cavas idealizadas de larguras iguais a um passo polar, e de uma só camada, é idêntico ao representado na Figura 5.23. Assim, a Figura 5.37 apresenta um exemplo da indução de fugas relativo a uma cava, equivalente a um passo polar, τ , e relativamente a um ALIP.

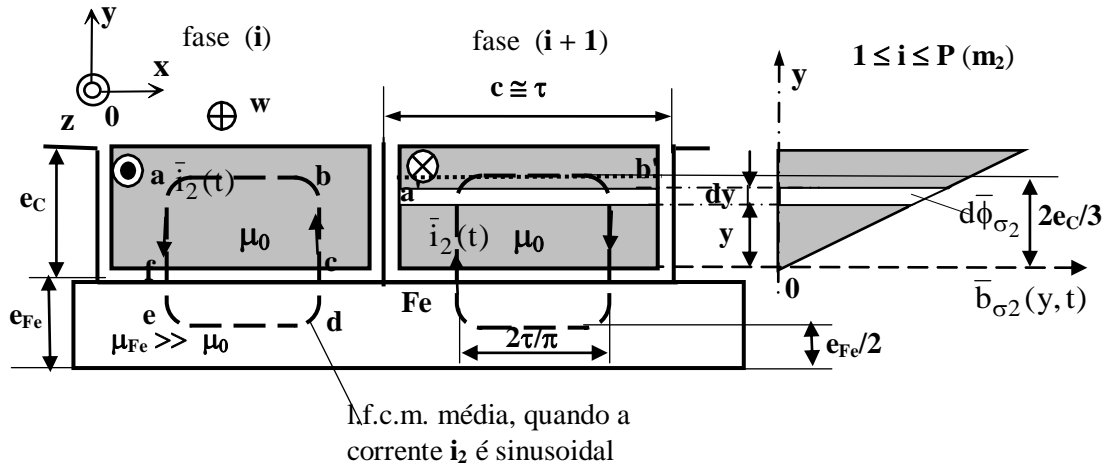


Figura 5.37 - Distribuição da corrente no secundário de um ALIP.

Da Figura 5.37 verifica-se que o número de condutores por cava ou por fase do secundário, sendo $d \cong 0$ (largura dos dentes no secundário), é de apenas $n_{c2} = 1$. Verifica-se de que o triângulo representado do lado direito da Figura 5.37, tem o seu centro de gravidade localizado a $2e_c/3$, e, por isso, a l.f.c.m média apresenta o esboço indicado na mesma Figura. Supondo que, para um intervalo correspondente a τ , a densidade linear de corrente no secundário, j_2 , é constante, mediante um estudo análogo ao efectuado no Subcapítulo 4.3, a relutância respeitante às fugas do secundário, troço

a'b' - Figura 5.37, será igual a $R_{\sigma 2}(\overline{a'b'}) = \frac{\tau}{\mu_0 e_c w}$ (ALIP), e a

$R_{\sigma 2}(\overline{a'b'}) = \frac{\tau}{\pi \mu_0 e_c (D_{iC} + \frac{2e_c}{3})}$ (ALIT). Supondo que a corrente, em cada fase, é

sinusoidal, então a respectiva relutância de fugas, que se reduz ao comprimento equivalente do troço **ab** (Figura 5.37), é reduzida de um factor igual a $\pi/2$, ou seja,

$$\left\{ \begin{array}{l} R''_{\sigma 2}(\overline{ab}) = \frac{2\tau}{\pi \mu_0 e_c w} \quad (\text{ALIP}) \\ R''_{\sigma 2}(\overline{ab}) = \frac{2\tau}{\pi^2 \mu_0 e_c (D_{iC} + \frac{2e_c}{3})} \quad (\text{ALIT}) \end{array} \right. \quad (5.99)$$

Para determinação do factor de ferro, $K_{\mu 2}$, apenas para o caso de ALITs, de acordo com a l.f.c.m. média representada na Figura 5.37, os troços de relutância do respectivo

$$\text{circuito serão iguais a } R''_{\sigma 2}(\overline{ab}) = \frac{2\tau}{\pi^2 \mu_0 e_C (D_{iC} + \frac{2e_C}{3})},$$

$$R''_{\sigma 2}(\overline{bc} + \overline{fa}) = 2R_{\sigma 2}(\overline{bc}) = \frac{2}{\pi \mu_0 \tau} \ln \frac{D_{iC} + \frac{4e_C}{3}}{D_{iC}},$$

$$R''_{\sigma 2}(\overline{cd} + \overline{ef}) = 2R_{\sigma 2}(\overline{cd}) \cong \frac{2}{\pi \mu_0 \mu_r \tau} \ln \frac{D_{iF} + e_{Fe}}{D_{iF}} \text{ e a}$$

$$R''_{\sigma 2}(\overline{cd}) = \frac{2\tau}{\pi^2 \mu_0 \mu_r e_{Fe} \sqrt{D_{iF} D_{eF}}}. \text{ Assim, } K_{\mu 2} \text{ será dado por}$$

$$K_{\mu 2} = \frac{R''_{\sigma 2}(\overline{ab}) + 2R''_{\sigma 2}(\overline{bc}) + 2R''_{\sigma 2}(\overline{cd}) + R''_{\sigma 2}(\overline{de})}{R''_{\sigma 2}(\overline{ab})} =$$

$$= 1 + \frac{3D_{iC} + 2e_C}{3\mu_r} e_C \left[\frac{1}{e_{Fe} \sqrt{D_{iF} D_{eF}}} + \frac{\pi \mu_r}{\tau^2} \ln \left(\frac{3D_{iC} + 4e_C}{3D_{iC}} \right) + \frac{\pi}{\tau^2} \ln \left(\frac{D_{iF} + e_{Fe}}{D_{iF}} \right) \right] \quad (5.100)$$

A Figura 5.38 apresenta o factor de ferro, ou de saturação, $K_{\mu 2}$, em função de μ_r , para valores compreendidos entre os limites **50** e **350**, de acordo com a expressão (5.100).

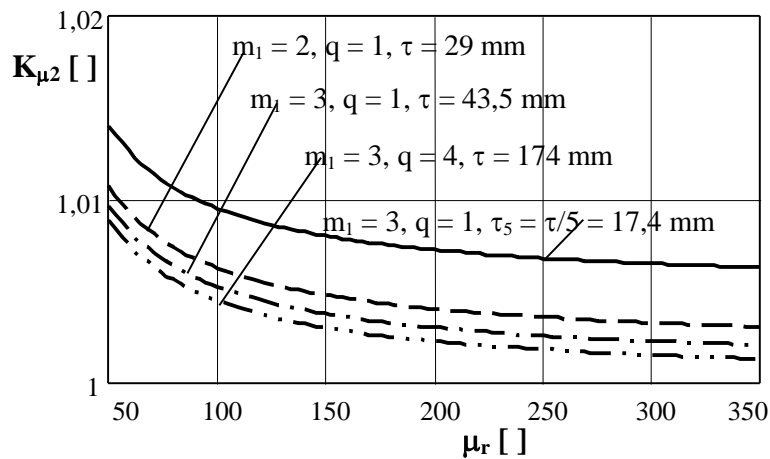


Figura 5.38 - Factor de ferro, $K_{\mu 2}$, para $\tau = 29, 43,5$ e 174 mm, e para a 5ª harmónica ($\tau/5 = 17,4$ mm).

Os resultados de $K_{\mu 2}$, apresentados na Figura 5.38, são sempre praticamente iguais à unidade, excepto para harmónicas de índice elevado que, de acordo com (5.100), tomam valores bastante elevados.

Portanto, para $n_{c2} = 1$, o coeficiente de indução de fugas, no secundário, por fase ($N_{2P} = 1/2$ - ALIP ou $N_{2T} = 1$ - ALIT), é dado pelo inverso da respectiva relutância. Assim, de (5.99) e de (5.100), virá

$$\begin{cases} L''_{\sigma c2} = \frac{\pi \mu_0 e_C w}{2 K_{\mu 2} \tau}; & \text{(ALIP)} \\ L''_{\sigma Tc2} = \frac{\pi^2 \mu_0 e_C (D_{iC} + \frac{2e_C}{3})}{2 K_{\mu 2} \tau}; & \text{(ALIT)} \end{cases} \quad (5.101)$$

Relativamente ao ALIT implementado, a Figura 5.39 apresenta características do coeficiente de indução de fugas, por fase, de acordo com a segunda expressão apresentada em (5.101), para valores de μ_r compreendidos entre os limites **50** e **350**.

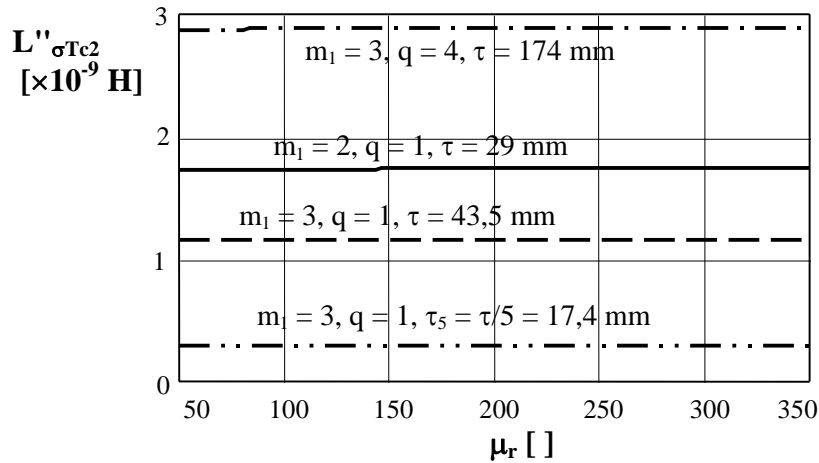


Figura 5.39 - Coeficientes de indução de fugas no secundário do ALIT, por cada fase, em função de μ_r .

Como se pode verificar, da Figura 5.39, os valores dos coeficientes de indução de fugas são muito pequenos, e, por isso, de acordo com alguns autores, são, por vezes, desprezados [11, 14, 72].

Assim, o coeficiente de indução de fugas, por fase, do secundário, reduzido ao primário, $L'_{\sigma 2T}$, de acordo com (5.37) e (5.38), será dado por

$$L'_{\sigma 2T} = \frac{m_1}{4p} (N_{IT} K_{R1})^2 L''_{\sigma c2} = \frac{\pi^2 m_1 \mu_0 e_C (3D_{iC} + 2e_C) (N_{IT} K_{R1})^2}{24p K_{\mu 2} \tau} \quad (5.102)$$

De acordo com (5.98), o coeficiente de indução de fugas, entre cavas e dentes, será aproximadamente dado por $L_{\sigma Tc} = \frac{\pi \mu_0 N_{IT}^2 [h(2D_{id} + h + 4h_2) + 6h_2(D_{id} + h_2)]}{12K_{\mu} p q c}$, ou

seja, $L_{\sigma Tc} \cong \frac{\pi \mu_0 N_{IT}^2 h D_{id}}{4 K_{\mu} p q c}$ (dado que $D_{id} = 26 \text{ mm}$, $h = 22 \text{ mm}$ e $h_2 = 2,5 \text{ mm}$, pode-se

concluir que $D_{id} \cong h$ e $h \gg h_2$), e de (5.102), o coeficiente de indução de fugas por fase, do secundário reduzido ao primário, virá aproximadamente dado por

$L'_{\sigma 2T} \cong \frac{\pi^2 m_1 \mu_0 e_C D_{iC} N_{IT}^2}{8 p K_{\mu 2} \tau}$. Assim, admitindo que $\tau = m_1 \cdot q \cdot \tau_d$ ($\tau_d = 14,5 \text{ mm}$ - passo

de dentadura ou de cava), e que $K_{\mu} \cong K_{\mu 2}$, então $\frac{L_{\sigma Tc}}{L'_{\sigma 2T}} \cong \frac{2 h D_{id} \tau_e}{\pi e_C D_{iC} c} \cong 26,0$ (ALIT

implementado, isto significa que o coeficiente de fugas do primário é muito superior ao coeficiente de fugas do secundário, reduzido ao primário).

De acordo com o dimensionamento do ALIT, para um espaço correspondente a um duplo passo polar ($p = 1$), e considerando $K_{\mu 2} \cong 1$, a Figura 5.40-a apresenta gráficos de variação do coeficiente de indução de fugas do secundário, reduzido ao primário, para $m_1 = 2$, para as harmônicas de índices $|k| = 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19$ e 21 , e para $q = 1$ ($\tau = 0,029 \text{ m}$), $q = 2$ ($\tau = 0,058 \text{ m}$), $q = 3$ ($\tau = 0,087 \text{ m}$), e $q = 4$ ($\tau = 0,116 \text{ m}$). Do mesmo modo, a Figura 5.40-b apresenta gráficos de variação do coeficiente de indução de fugas do secundário, reduzido ao primário, para $m_1 = 3$, para as harmônicas de índices $|k| = 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17$ e 19 , e para $q = 1$ ($\tau = 0,0435 \text{ m}$), $q = 2$ ($\tau = 0,087 \text{ m}$), $q = 3$ ($\tau = 0,1305 \text{ m}$), e $q = 4$ ($\tau = 0,174 \text{ m}$).

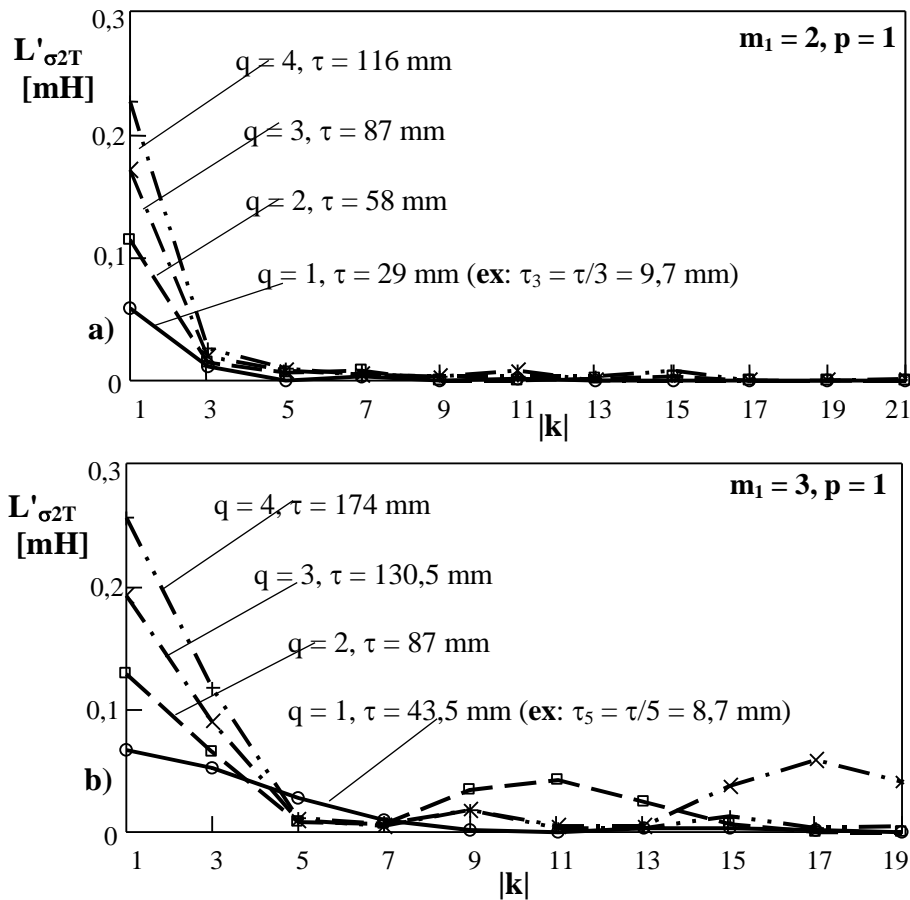


Figura 5.40 - Coeficientes de indução de fugas do secundário, reduzidas ao primário, para um intervalo correspondente a 2τ . **a)** $m_1 = 2$; **b)** $m_1 = 3$.

Da Figura 5.40, quer para $\mathbf{m}_1 = 2$ quer para $\mathbf{m}_1 = 3$, os coeficientes de indução de fugas são maiores para $|\mathbf{k}| = 1$. Também se pode verificar de que o coeficiente de indução de fugas, por fase e por cada duplo passo polar, do primário, é de cerca de **10 a 20** vezes superior ao respectivo coeficiente de indução de fugas do secundário, reduzido ao primário (notar que pelo exposto anteriormente, em termos aproximados, tinha-se concluído que a relação seria de $\frac{L_{\sigma Tc}}{L'_{\sigma 2T}} \cong 26$). É importante analisar, de (5.100), para

harmónicas de índices $\mathbf{k} = \pm 5, \pm 7, \pm 9, \dots$, o valor de $\mathbf{K}_{\mu 2}$ torna-se muito superior a **1**, e, por isso, os respectivos coeficientes de fugas são praticamente desprezáveis.

A reactância de fugas do secundário, reduzida ao primário, será dada por $X'_{\sigma 2T} = 2\pi f L'_{\sigma 2T}$.

5.2.5 Reactância de Magnetização (X_m)

Para a harmónica de índice \mathbf{k} , a reactância de magnetização é calculada pela expressão [26, 34, 39, 56]

$$\begin{cases} X_{mP_k} = \frac{4m_1\mu_0 f \tau w (N_{IP} K_{Rk})^2}{\pi p k K_{\mu} g_{eq}}; & (\text{ALIP}) \\ X_{mT_k} = \frac{m_1\mu_0 f \tau D_{me} (N_{IT} K_{Rk})^2}{p k K_{\mu} g_{eq}}; & (\text{ALIT}) \end{cases} \quad (5.103)$$

Da expressão (5.103), os valores de X_{mT} e de X_{mP} , $\mathbf{k} = \pm 1$, serão dados por

$$\begin{cases} X_{mP} = \frac{4m_1\mu_0 f \tau w (N_{IP} K_{R1})^2}{\pi p K_{\mu} g_{eq}}; & (\text{ALIP}) \\ X_{mT} = \frac{m_1\mu_0 f \tau D_{me} (N_{IT} K_{R1})^2}{p K_{\mu} g_{eq}}; & (\text{ALIT}) \end{cases} \quad (5.104)$$

5.2.6 Resistência de Magnetização (R_m)

O facto de se considerar $\mathbf{R}_m \equiv \mathbf{R}_{ms} \cong 0$ ou $\mathbf{R}_m \equiv \mathbf{R}_{mp} \cong \infty$, respectivamente, nos ramos de magnetização do tipo RL série ou do tipo RL paralelo, constitui uma aproximação algo grosseira, pois dos ensaios implementados foram contabilizadas perdas por histerese e por correntes de Foucault nos materiais ferromagnéticos, para além de ruídos sonoros característicos, particularmente quando se aumenta bastante a corrente de alimentação ao protótipo. Portanto considerando um balanço, em termos de potências de perdas no ferro, \mathbf{P}_{Fe} , verifica-se que resultam da soma de perdas por efeito de Joule no próprio

ferro, que correspondem às perdas por correntes de Foucault, P_{jF} , e às perdas por histerese, P_{jh} , de tal modo que se verifica $P_{Fe} = P_{jF} + P_{jh}$.

Embora existam diversos tipos de fórmulas empíricas para expressar as perdas anteriores, apresentam-se, em seguida, expressões relacionadas com as perdas por correntes de Foucault [35, 29, 39], por

$$P_{jF} = K_{\sigma} (f B_{Fm\acute{a}x})^2 m_F \quad (5.105)$$

ou por [34]

$$P_{jF} = \frac{(\pi e_F f B_{Fm\acute{a}x})^2 V_F}{6\rho_{Fe} 10^{10}} \quad (5.106)$$

em que:

K_{σ} - factor de condutância obtido por tabelas ($K_{\sigma} \cong 22,4 \text{ JsG}^{-2}\text{kg}^{-1}$);

$B_{Fm\acute{a}x}$ - indução máxima num determinado material ferromagnético [T], ($1\text{T} \equiv 10^4 \text{ G}$);

m_F - massa de um determinado material ferromagnético [kg];

V_F - volume de um determinado material ferromagnético [m^3];

ρ_{Fe} - resistividade volúmica do ferro, ($\rho_{Fe} \cong 125 \cdot 10^{-3} \Omega \cdot \text{m}$);

e_F - espessura do material ferromagnético [m];

f - frequência da rede [Hz];

P_{jF} - perdas por correntes de Foucault [W].

Por outro lado, as perdas por histerese serão dadas por [35, 39]

$$P_{jh} = K_{\epsilon} f B_{Fm\acute{a}x}^{n_1} m_F \quad (5.107)$$

ou pela fórmula de Steinmetz [34, 54]

$$P_{jh} = \eta_{\epsilon} f B_{Fm\acute{a}x}^{n_2} V_F \quad (5.108)$$

em que:

K_{ϵ} - factor de permeância obtido por tabelas ($K_{\epsilon} \cong 0,023$);

η_{ϵ} - factor de permeância obtido por tabelas ($\eta_{\epsilon} = K_{\epsilon} \delta_{Fe} = 180$ - $\delta_{Fe} = 7800 \text{ kg/m}^3$);

n_1 - expoente que varia entre os limites 1,5 e 2,4 (dependendo da natureza dos materiais ferromagnéticos - habitualmente utiliza-se $n_1 = 1,7$);

n_2 - expoente que varia entre os limites 1,4 e 1,8 (dependendo da natureza dos materiais ferromagnéticos - habitualmente também se utiliza $n_2 = 1,6$).

Como se pode verificar, as expressões (5.107) e (5.108) são similares, ou seja, são proporcionais a $B_{Fm\acute{a}x}^{n_1}$ e a $B_{Fm\acute{a}x}^{n_2}$. Para que resultem sempre os mesmos valores para a mesma indução $B_{Fm\acute{a}x}$, não há qualquer dúvida de que os expoentes n_1 e n_2 devem ser iguais, isto significa que os valores do expoente n_1 , ou n_2 , estão relacionados com o

aspecto da área do ciclo de histerese, não esquecendo de que, por exemplo, existem uns materiais de ciclo largo e outros de ciclo estreito, e para cada um destes casos o expoente n_1 , ou n_2 , será diferente. Também se pode conceber de que, para pequenos valores de $B_{Fmáx}$, n_1 , ou n_2 , possa ultrapassar o valor 2 dado que a permeabilidade relativa, μ_r , aumenta até a um determinado valor de H (intensidade do campo magnético), e, a partir daí, uma vez que a característica começa a entrar na zona de saturação magnética, o valor de n_1 , ou de n_2 , passa a ser inferior a 2. Por dados experimentais [35], para o ferro macio, utilizado na construção do protótipo, as perdas por metro cúbico, m^3 , e por ciclo, para $B_{Femáx} = 1T = 10^4 G$, são de 180 J, assim, de

$$(5.107), K_\varepsilon = \frac{P_{jh}}{10^3 \delta_{Fe} B_{Fmáx}^{1,7}} = 0,023, \text{ e de (5.108), } \eta_\varepsilon = \frac{P_{jh}}{B_{Fmáx}^{1,6}} = 180.$$

Dado que a indução magnética varia bastante nos diversos pontos no interior do ALIT, é conveniente dividir circuito magnético, correspondente a cada duplo passo polar, em troços.

Relativamente ao ferro do secundário, onde as induções magnéticas apresentam maior amplitude, no espaço correspondente a um passo polar, τ , o valor da indução magnética será máxima nos extremos e nula para $\tau/2$, sendo essa variação praticamente sinusoidal. Por isso, pode-se dividir o espaço correspondente a metade do passo polar, em três troços, **I** (centrado em $\pi/6$), **II** (centrado em $\pi/2$), e **III** (centrado em $5\pi/6$), como se indica na Figura 5.41-a. Em cada um dos três troços, **I**, **II** e **III**, supostos iguais, o volume de material ferromagnético, correspondente a um troço, é de

$$V_{FI} = V_{FII} = V_{FIII} = \frac{\pi\tau(D_{eF}^2 - D_{iF}^2)}{24} = 1,414 \cdot 10^{-5} \tau, \text{ sendo o passo polar } \tau \text{ em m, e os}$$

volumes $V_{FI} = V_{FII} = V_{FIII}$ em m^3 . Por outro lado, partindo do conhecimento do fluxo máximo no entreferro, Φ_M , a indução máxima no ferro do secundário, como se

$$\text{indica na Figura 5.41-a, será igual } B_{MF} = \frac{2\Phi_M}{\pi(D_{eF}^2 - D_{iF}^2)} = 5,895 \cdot 10^3 \Phi_M, \text{ sendo } \Phi_M$$

$$\text{em [Wb] e } B_{MF} \text{ em [T]}; \text{ assim virá, para o troço I } B_{MFI} = B_{MF} \sin \frac{5\pi}{12} = 5,694 \cdot 10^3 \Phi_M,$$

$$\text{para o troço II } B_{MFII} = B_{MF} \sin \frac{\pi}{4} = 4,168 \cdot 10^3 \Phi_M, \text{ e para o troço III}$$

$$B_{MFIII} = B_{MF} \sin \frac{\pi}{12} = 1,526 \cdot 10^3 \Phi_M. \text{ Dado que } \tau = m_1 q \tau_d, \text{ e que a indução}$$

magnética máxima no entreferro está relacionada com o respectivo fluxo máximo por

$$B_M = \frac{\Phi_M}{2\tau D_{me}}, \text{ então } B_{MFI}, B_{MFII}, \text{ e } B_{MFIII}, \text{ podem substituídos por}$$

$$B_{MFI} = 4,0 m_1 q B_{Me}, B_{MFII} = 2,9 m_1 q B_M, \text{ e por } B_{MFIII} = 1,1 m_1 q B_M, \text{ respectivamente.}$$

Pode-se concluir que a indução máxima, no ferro do secundário, é dada por

$$B_{MF} \cong 4,15 m_1 q B_M, \text{ e que } B_{MF} \text{ aumenta proporcionalmente com } q, \text{ tornando o troço}$$

do circuito magnético, na zona do secundário, bastante saturado, o que se reflectiu, durante os ensaios, na sua grande elevação de temperatura.

Em relação às aletas do primário, Figura 5.41-b, zona onde a indução magnética apresenta valores relativos de amplitude bastante elevados, como se apresenta na Figura 5.41-b, esta também poderá ser dividida em três troços, compreendidos entre os limites

D_{id} e D_{mN} . Assim, o troço **I**, de diâmetro médio igual a $\frac{D_{mN} + 5D_{id}}{6} = 37,83 \text{ mm}$, terá

o volume de $V_{aI} = \frac{\pi}{36} (D_{mN}^2 + 4D_{mN}D_{id} - 5D_{id}^2)d = 2,11 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$ e a indução

magnética de $B_{MaI} = \frac{6\Phi_{Ma}}{\pi(D_{mN} + 5D_{id})d} = 5,61 \cdot 10^3 \Phi_{Ma}$, o troço **II**, de diâmetro

médio igual a $\frac{D_{mN} + D_{id}}{2} = 61 \text{ mm}$, terá o volume de

$V_{aII} = \frac{\pi}{12} (D_{mN}^2 - D_{id}^2)d = 3,43 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$ e a indução magnética de

$B_{MaII} = \frac{2\Phi_{Ma}}{\pi(D_{mN} + D_{id})d} = 3,45 \cdot 10^3 \Phi_{Ma}$, e, finalmente, o troço **III**, de diâmetro

médio igual a $\frac{5D_{mN} + D_{id}}{6} = 85 \text{ mm}$, o volume será de

$V_{aIII} = \frac{\pi}{36} (5D_{mN}^2 - 4D_{mN}D_{id} - D_{id}^2)d = 4,75 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$ e a indução magnética de

$B_{MaIII} = \frac{6\Phi_{Ma}}{\pi(5D_{mN} + D_{id})d} = 2,49 \cdot 10^3 \Phi_{Ma}$, em que Φ_{Ma} representa o fluxo máximo

através de uma determinada aleta em [Wb]. A determinação de Φ_{Ma} apresenta alguma dificuldade devido ao facto de m_1 e de q poderem variar, e, para além disso, dado que o campo de indução é sinusoidal, num espaço correspondente a um passo polar, as aletas centrais serão atravessadas por maior quantidade de l.f.c.m.

Em relação à zona do núcleo de ferro do primário, Figura 5.41-b, cada anel possui uma secção transversal igual a $\frac{\pi}{4} (D_{eN}^2 - D_{iN}^2) = 0,00152 \text{ m}^2$ e um volume aproximado de

$\frac{\pi}{4} (D_{eN}^2 - D_{iN}^2)c = 198 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$. Dada a grande superfície de ar à volta das bobinas do

primário, por onde se fecham as l.f.c.m., por aproximação, admite-se que apenas cerca de 50% dessas linhas atravessam a superfície do núcleo. Assim a indução magnética através da secção transversal de cada anel será igual a

$B_{MN} = \frac{\Phi_{MN}}{\pi(D_{eN}^2 - D_{iN}^2)} = 164,1 \Phi_{MN}$, em que $\Phi_{MN} \cong \frac{\Phi_M}{4}$. Assim, dado que

$B_M = \frac{\Phi_M}{2\tau D_{me}}$, então virá $B_{MN} \cong 0,029 m_1 q B_M$. Naturalmente que apenas o anel

situado entre dois passos polares é atravessado pela maior quantidade de l.f.c.m. Em todos os outros, na vizinhança, até meio passo polar, para a esquerda e para a direita, o número de l.f.c.m. diminui de uma forma sinusoidal.

Teoricamente, considerando que a maior parte das l.f.c.m se fecham pelas aletas, num espaço correspondente a um passo polar, existem $m_1 q$ dentes, e dado que nos extremos desse espaço, correspondente a τ , a indução magnética no entreferro, B , é praticamente nula (campo sinusoidal), contribuem apenas para o encaminhamento do fluxo os dentes interiores, cujo número será praticamente igual a $(m_1 - 1)q$. Nesse sentido, o fluxo máximo no entreferro será aproximadamente igual ao fluxo nas aletas interiores ao passo polar τ , cuja menor superfície, atravessada pelas l.f.c.m., será dada por

$\mathbf{S}' = \pi(\mathbf{m}_1 - 1)\mathbf{qD}_{\text{id}}\mathbf{d}$. Isto significa que o fluxo magnético através de uma superfície, de comprimento igual a τ , $\mathbf{S}_\tau = \pi\tau\mathbf{D}_{\text{me}}$ é muito aproximadamente igual ao fluxo através dos dentes interiores ao espaço correspondente também ao passo polar. A Figura 5.42 apresenta um esboço da circulação das l.f.c.m. através das aletas correspondentes a um passo polar, e do tubo de ferro do secundário, para $\mathbf{m}_1 = 3$ e $\mathbf{q} = 1$.

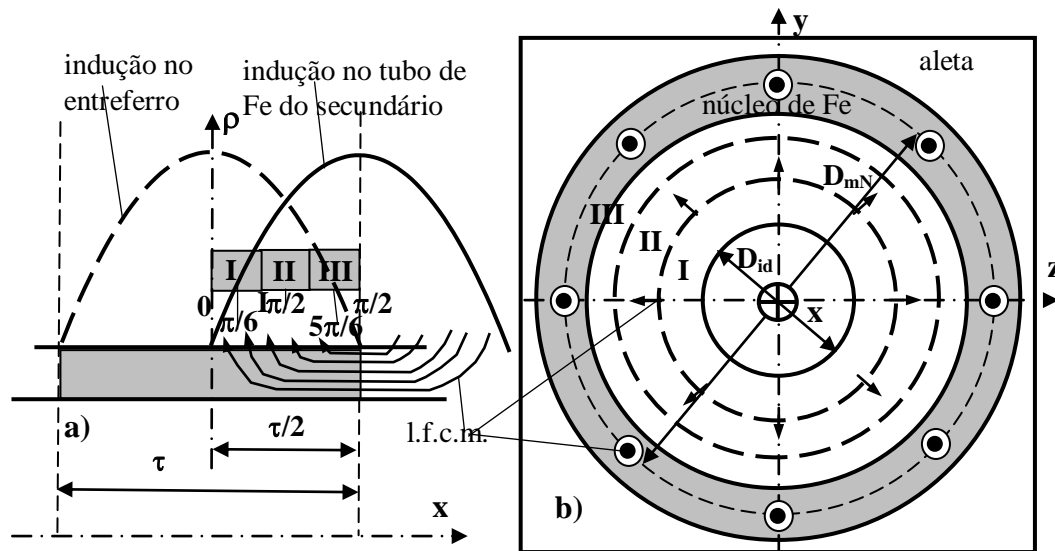


Figura 5.41 - *a) Variação da indução magnética no entreferro, para um espaço correspondente $\pi/2$ (ALIT);
b) L.f.c.m. numa aleta e no núcleo ferromagnético (ALIT).*

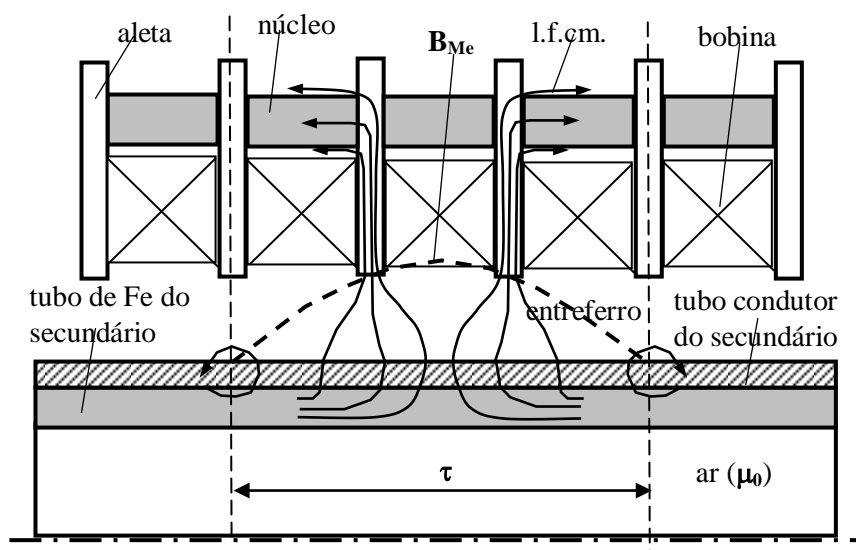


Figura 5.42 - Esboço da distribuição das l.f.c.m. num ALIT, para $m_1 = 3$ e $q = 1$.

Da Figura 5.42, para $m_1 = 3$ e $q = 1$, verifica-se que apenas dois dos dentes comportam praticamente todas as l.f.c.m. Assim, o fluxo máximo em cada aleta será dado por

$$\Phi_{Ma} = \frac{\Phi_M}{(m_1 - 1)q} \text{ e a respectiva densidade de fluxo máximo virá igual a}$$

$$B_{Ma} = \frac{\Phi_M}{\pi(m_1 - 1)qD_{id}d} = \frac{2\tau D_{me} B_M}{\pi(m_1 - 1)qD_{id}d} \quad (5.109)$$

ou seja, $B_{Ma} \cong \frac{5,74m_1 B_M}{(m_1 - 1)}$ ($m_1 > 1$ - para $m_1 = 1$, $B_{Ma} \cong 5,74 B_M$). Ainda da

Figura 5.42, dado que o espectro das l.f.c.m., no espaço correspondente a um duplo passo polar, é sinusoidal, para $q > 1$, verifica-se que apenas as aletas centrais encaminham a maior densidade fluxo, favorecendo mais facilmente a saturação magnética, com a consequente diminuição da permeabilidade magnética relativa (μ_r).

De uma forma ainda aproximada, por exemplo, para um número total de cavas, do primário, igual a $Q_t = 24$, a massa de material ferromagnético do ALIT, correspondente ao comprimento $l_p = 348 \text{ mm}$, será aproximadamente igual a

$$m_{24} \cong 24m_a + 24m_N + \frac{348}{600}m_{Fe}, \text{ sendo } m_a = 247 \text{ g a massa de cada aleta de Fe,}$$

$m_N = 149 \text{ g}$ a massa de cada núcleo de Fe do primário, $m_{Fe} = 400 \text{ g}$ a massa do tubo de Fe do secundário correspondente ao comprimento de 600 mm , e m_{24} a massa total de material ferromagnético correspondente a 24 cavas do ALIT. Assim m_{24} será igual **9,736 kg**. Portanto o valor da massa correspondente a um passo de cava virá dada por

$$m_{\tau_d} = \frac{m_{24}}{24} \cong 406 \text{ g. No entanto, dado que nem todas as zonas do material}$$

ferromagnético apresentam iguais induções, há necessidade de dimensionar um factor de correcção K_{corr} , relativamente à indução B_M , de modo que $P_{jh} = K_g f K_{corr} B_M^{n_1} m_F$

ou $P_{jh} = \eta_g f K_{corr} B_M^{n_2} V_F$ (dado que n_1 e n_2 tomam valores iguais a **1,7** e a **1,6**, respectivamente, é natural que esta opção não seja a mais correcta).

Uma outra maneira de serem determinadas as perdas por histerese, em watt (**W**), consiste em se conhecer o ciclo de histerese cuja potência de perdas será dada por [35, 60, 61]

$$P_{jh} = fV_F \int_{-B_{hm\acute{a}x}}^{B_{hm\acute{a}x}} HdB \quad (5.110)$$

em que $B_{hm\acute{a}x}$ representa o valor máximo da indução relativo às perdas por histerese, em **T**, f a frequência, em **Hz**, H a indução magnética, em **A/m**, e V_F o volume do respectivo material ferromagnético, em **m³**. A Figura 5.43 apresenta o ciclo de histerese obtido num ensaio laboratorial. Para determinar a sua área A_h , pelo método das áreas dos triângulos, divide-se a parte superior do ciclo em diversos triângulos de modo a que a

sua soma seja igual à área do ciclo. Assim $A_h = 2K_p(A_I + A_{II} + A_{III})$, em J/m^3 , sendo K_p um factor de proporcionalidade.

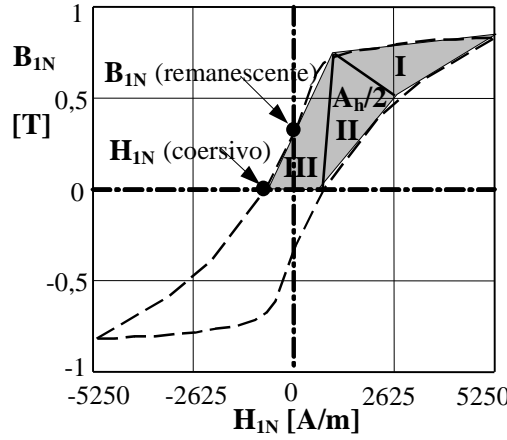


Figura 5.43 - Ciclo de Histerese. Perdas por histerese pelo método das áreas.

Assim, das expressões (5.106) e (5.108), pode-se concluir que

$$\begin{cases} P_{jF} = k_F f^2 \\ P_{jh} = k_h f \end{cases} \quad (5.111)$$

em que k_F e k_h são parâmetros que dependem das características e dimensões do material ferromagnético. Como é sabido P_{jF} é proporcional ao quadrado da frequência, enquanto P_{jh} é apenas proporcional à mesma frequência. Uma maneira prática de se distinguirem as perdas por histerese das perdas por correntes de Foucault consiste em realizarem-se ensaios a frequências diferentes. No ensaio de um actuador linear em vazio, considerando o circuito RL série no ramo de magnetização, as perdas no ferro são dadas por

$$P_{Fe} = m_1 R_{ms} I_0^2 \quad (5.112)$$

sendo I_0 a corrente obtida do ensaio em vazio, e R_{ms} a resistência de magnetização do troço do circuito em série com a reactância de magnetização X_{ms} . No ensaio em vazio, considerando que U_{1s} representa a tensão simples aplicada ao actuador, virá

$$I_0 = \frac{U_{1s}}{\sqrt{(R_1 + R_{ms})^2 + (X_{\sigma T} + X_{ms})^2}} \quad (5.113)$$

Substituindo (5.113) em (5.112), como $P_{Fe} = P_{jF} + P_{jh}$ e considerando $A_1 = P_{Fe} = k_F f^2 + k_h f$, e $X_{\sigma m} = X_{\sigma T} + X_{ms}$, por intermédio de (5.111), (5.112) e (5.113), virá

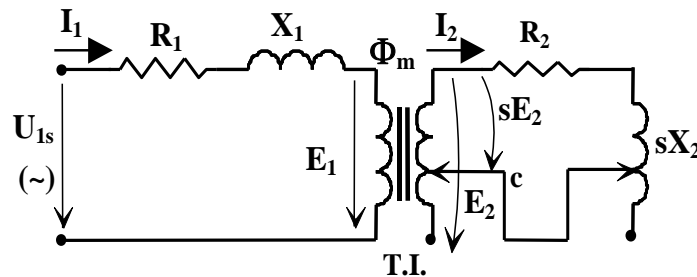
$$R_{ms} = \frac{m_1 U_{1s}^2 - 2R_1 A_1 \pm \sqrt{m_1^2 U_{1s}^4 - 4m_1 U_{1s}^2 R_1 A_1 - 4A_1^2 X_{\sigma m}^2}}{2A_1} \quad (5.114)$$

Uma vez conhecidos os parâmetros A_1 , R_1 e $X_{\sigma m}$, pode-se determinar o valor de R_{ms} a partir de uma das soluções da equação do 2º grau de (5.114).

No caso do circuito do ramo de magnetização se considerar um circuito RL paralelo, o novo valor de R_{mp} é diferente, mas, no entanto, os resultados práticos finais devem ser idênticos. No entanto, por aproximação grosseira, por vezes se admite que os valores das resistências de magnetização são iguais a $R_{ms} \cong 0$ (para o troço de circuito RL série) e a $R_{mp} \cong \infty$ (para o troço de circuito RL paralelo).

5.2.7 Esquema Equivalente

O diagrama de funcionamento generalizado de um ALI é análogo ao do transformador em que se pode deduzir o esquema equivalente por fase, em termos de tensões simples aplicadas ao primário, em grandezas eficazes, por U_{1s} , como se indica na Figura 5.44 [39, 56].



Simbologia:

T.I. - transformador ideal c/ núcleo ferromagnético	E_1 - f.e.m. no primário	c - cursor
E_2 - f.e.m. no secundário para $s = 1$	sE_2 - f.e.m. no secundário para $0 < s \leq 1$	
Φ_m - fluxo de magnetização ou de ligação mútua	R_2 - resistência do secundário por fase	
R_1 - resistência do primário por fase	sX_2 - reactância do secundário para $0 < s \leq 1$	
X_1 - reactância de dispersão do primário	U_{1s} - tensão simples aplicada por fase	
I_1 - corrente no primário	I_2 - corrente no secundário	

Figura 5.44 - Esquema equivalente por fase de um ALI, para $0 < s \leq 1$, sem redução ao primário.

Da Figura 5.44, quando o escorregamento, s , se altera, a f.e.m. no secundário também varia proporcionalmente; é como se o cursor (c) mudasse de posição.

As diferenças que se podem apontar entre um transformador e um ALI, residem no facto de, no primeiro caso, a relação de transformação r_t ser constante, dada idealmente, por exemplo, como o quociente entre o número de espiras do primário e do secundário e, no segundo caso, essa relação também depende do escorregamento.

Relativamente à Figura 5.44, verifica-se que o primário possui uma resistência \mathbf{R}_1 e uma reactância de dispersão $\mathbf{X}_1 \equiv \mathbf{X}_{\sigma 1} = 2\pi f \mathbf{L}_1$, sendo $\mathbf{L}_1 \equiv \mathbf{L}_{\sigma 1} \equiv \mathbf{L}_{\sigma T}$ o coeficiente de fugas, também chamado coeficiente de indução de dispersão do primário. O coeficiente de indução, respeitante à circulação de l.f.c.m., está magneticamente ligado ao secundário onde se induz uma f.e.m. $s\mathbf{E}_2$, sendo \mathbf{E}_2 a respectiva f.e.m. no caso do secundário fixo ($s = 1$). Ainda da Figura 5.44, relativamente ao secundário, existe uma resistência \mathbf{R}_2 e uma reactância $s\mathbf{X}_2$, em que \mathbf{X}_2 é a reactância de dispersão quando o secundário está imobilizado.

Também, de acordo com a Figura 5.44, em grandezas complexas, verifica-se que a corrente no secundário, $\bar{\mathbf{I}}_2$, é dada por

$$\bar{\mathbf{I}}_2 = \frac{s\bar{\mathbf{E}}_2}{\mathbf{R}_2 + js\mathbf{X}_2} \quad (5.115)$$

Relativamente à expressão (5.115), dividindo simultaneamente o numerador e o denominador pelo escorregamento s , obtém-se a seguinte expressão,

$$\bar{\mathbf{I}}_2 = \frac{\bar{\mathbf{E}}_2}{\frac{\mathbf{R}_2}{s} + j\mathbf{X}_2} \quad (5.116)$$

Da expressão (5.116), verifica-se que a grandeza \mathbf{R}_2/s é variável com o escorregamento, pelo que se pode reduzir $\bar{\mathbf{E}}_2$ a $\bar{\mathbf{E}}'_2$, em que $\bar{\mathbf{E}}'_2$ representa a f.e.m. do secundário reduzida ao primário. Portanto passam a existir alterações nos parâmetros do secundário, em que a nova corrente $\bar{\mathbf{I}}'_2$ é dada por

$$\bar{\mathbf{I}}'_2 = \frac{\bar{\mathbf{I}}_2}{r_t} = \frac{\bar{\mathbf{E}}_2}{r_t \left(\frac{\mathbf{R}_2}{s} + j\mathbf{X}_2 \right)} = \frac{\bar{\mathbf{E}}'_2}{r_t \left(\frac{\mathbf{R}_2}{s} + j\mathbf{X}_2 \right)} \quad (5.117)$$

em que $\bar{\mathbf{E}}'_2 = r_t \bar{\mathbf{E}}_2$. Na Figura. 5.45 apresenta-se um outro aspecto do esquema equivalente.

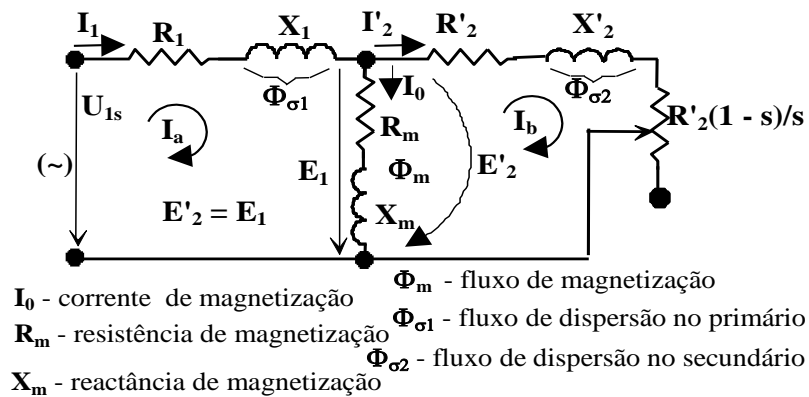


Figura 5.45 - Esquema equivalente em T, por fase, de um ALI, com todas as grandezas reduzidas ao primário.

Como as reactâncias, indicadas nas Figuras 5.44 e 5.45, estão relacionadas com os respectivos campos de indução, pode-se constatar que Φ_t (fluxo total originado pelo primário) é igual à soma vectorial dos fluxos de dispersão no primário $\Phi_{\sigma 1}$ com o de magnetização, ou de ligação mútua entre o primário e o secundário Φ_M (fluxo máximo por pólo no entreferro - ou Φ_{Me} , ou $\Phi_{m\acute{a}x}$) como se indica, em valores instantâneos, por $\Phi_t = \Phi_M + \Phi_{\sigma 1}$. Na Figura 5.46 apresenta-se um esquema generalizado de um ALI, em que se indicam os fluxos em jogo [39, 56].

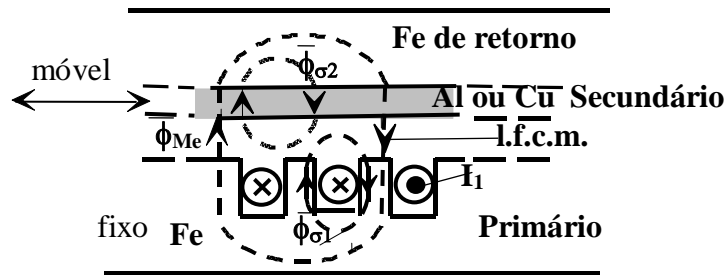


Figura 5.46 - Esquema de balanço em termos de fluxos magnéticos, generalizado para um ALI de duplo primário magnético e simples primário eléctrico.

Quanto ao fluxo de dispersão na chapa ou no tubo do secundário $\Phi_{\sigma 2}$, verifica-se que este deve fechar-se apenas através do ar e da própria chapa do secundário ou no tubo de Fe de retorno. Por vezes, também é útil definir um coeficiente de dispersão σ_d ($|\sigma_d| \geq 1$), em módulo, dado pela relação $\sigma_d = \frac{\Phi_t}{\Phi_M}$.

Na Figura 5.47 exemplificam-se os esquemas dos troços de circuitos de magnetização em que I_0 representa a corrente de magnetização.

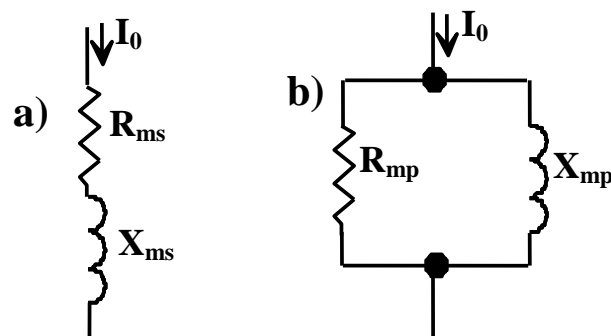


Figura 5.47 - Esquemas equivalentes dos troços de circuitos de magnetização de qualquer tipo de ALI. a) Circuito RL série; b) Circuito RL paralelo.

Da Figura 5.47, a transformação de um troço de circuito RL série em RL paralelo, ou vice-versa, será dada por

$$R_{mp} = \frac{R_{ms}^2 + X_{ms}^2}{R_{ms}} \quad \wedge \quad X_{mp} = \frac{R_{ms}^2 + X_{ms}^2}{X_{ms}} \quad (\text{RL série} \rightarrow \text{RL paralelo}) \quad (5.118)$$

e por

$$R_{ms} = \frac{R_{mp} X_{mp}^2}{R_{mp}^2 + X_{mp}^2} \quad \wedge \quad X_{ms} = \frac{R_{mp}^2 X_{mp}}{R_{mp}^2 + X_{mp}^2} \quad (\text{RL paralelo} \rightarrow \text{RL série}) \quad (5.119)$$

5.2.8 Factor de Potência (cosφ)

Do circuito equivalente representado na Figura 5.45, deduz-se que a impedância por fase é dada por $\bar{Z}_{eq} = R_{eq} + jX_{eq}$, sendo dada por

$$\bar{Z}_{eq} = R_1 + jX_1 + \frac{\left(\frac{R'_2}{s} + jX'_2\right)(R_{ms} + jX_{ms})}{\frac{R'_2}{s} + R_{ms} + j(X'_2 + X_{ms})} \quad (5.120)$$

E portanto $R_{eq} = \text{Re}\{\bar{Z}_{eq}\}$ e $X_{eq} = \text{Im}\{\bar{Z}_{eq}\}$. Quanto ao factor de potência ter-se-á

$$\cos \varphi = \frac{R_{eq}}{\sqrt{R_{eq}^2 + X_{eq}^2}} \quad (5.121)$$

5.2.9 Rendimento (η)

Neste tipo de actuadores, de um modo geral, devido ao entreferro ser superior ao das máquinas rotativas de indução, o rendimento é menor. Assim, tendo em atenção, por exemplo, um esquema equivalente em T (Figura 5.45), o rendimento, sem se considerarem as perdas por atrito, virá dado por

$$\eta = \frac{P_u}{P_{abs}} \cong \frac{P_2}{P_{abs}} = \frac{R'_2 \frac{1-s}{s} I_2^2}{\text{Re}\{\bar{Z}_{eq}\} I_1^2} \quad (5.122)$$

Da expressão (5.122), P_u representa a potência útil no secundário, P_2 a potência disponível no secundário, sem se considerarem as perdas por atrito entre este e o primário, e P_{abs} a potência absorvida da rede. Da Figura 5.45, sendo $\bar{Z}_1 = R_1 + jX_1$,

$\bar{\mathbf{Z}}_{\text{ms}} = \mathbf{R}_{\text{ms}} + \mathbf{jX}_{\text{ms}}$ e $\bar{\mathbf{Z}}'_2(s) = \mathbf{R}'_2/s + \mathbf{jX}'_2$, pela lei das malhas, correntes \mathbf{I}_a e \mathbf{I}_b , pode-se, em grandezas complexas, estabelecer a seguinte matriz de equações

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Z}}_1 + \bar{\mathbf{Z}}_{\text{ms}} & -\bar{\mathbf{Z}}_{\text{ms}} \\ -\bar{\mathbf{Z}}_{\text{ms}} & \bar{\mathbf{Z}}'_2(s) + \bar{\mathbf{Z}}_{\text{ms}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{I}}_a \\ \bar{\mathbf{I}}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{1s} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.123)$$

Da expressão (5.123), as correntes $\bar{\mathbf{I}}_a$ e $\bar{\mathbf{I}}_b$ serão dadas por

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{I}}_a \\ \bar{\mathbf{I}}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\bar{\mathbf{Z}}'_2(s) + \bar{\mathbf{Z}}_{\text{ms}}}{\bar{\mathbf{Z}}_1 \bar{\mathbf{Z}}'_2(s) + \bar{\mathbf{Z}}_1 \bar{\mathbf{Z}}_{\text{ms}} + \bar{\mathbf{Z}}_{\text{ms}} \bar{\mathbf{Z}}'_2(s)} \mathbf{U}_{1s} \\ \frac{\bar{\mathbf{Z}}_{\text{ms}}}{\bar{\mathbf{Z}}_1 \bar{\mathbf{Z}}'_2(s) + \bar{\mathbf{Z}}_1 \bar{\mathbf{Z}}_{\text{ms}} + \bar{\mathbf{Z}}_{\text{ms}} \bar{\mathbf{Z}}'_2(s)} \mathbf{U}_{1s} \end{bmatrix} \quad (5.124)$$

Da Figura 5.45 e de (5.124), resultará $\mathbf{I}_b = \mathbf{I}'_2 = \frac{\mathbf{U}_{1s}}{\left| \frac{\bar{\mathbf{Z}}_1 \bar{\mathbf{Z}}'_2(s)}{\bar{\mathbf{Z}}_{\text{ms}}} + \bar{\mathbf{Z}}_1 + \bar{\mathbf{Z}}'_2(s) \right|}$,

$$\mathbf{I}_a = \mathbf{I}_1 = \frac{\left| 1 + \frac{\bar{\mathbf{Z}}'_2(s)}{\bar{\mathbf{Z}}_{\text{ms}}} \right| \mathbf{U}_{1s}}{\left| \frac{\bar{\mathbf{Z}}_1 \bar{\mathbf{Z}}'_2(s)}{\bar{\mathbf{Z}}_{\text{ms}}} + \bar{\mathbf{Z}}_1 + \bar{\mathbf{Z}}'_2(s) \right|}, \quad \mathbf{I}_0 = |\bar{\mathbf{I}}_a - \bar{\mathbf{I}}_b| = \frac{\left| \frac{\bar{\mathbf{Z}}'_2(s)}{\bar{\mathbf{Z}}_{\text{ms}}} \right| \mathbf{U}_{1s}}{\left| \frac{\bar{\mathbf{Z}}_1 \bar{\mathbf{Z}}'_2(s)}{\bar{\mathbf{Z}}_{\text{ms}}} + \bar{\mathbf{Z}}_1 + \bar{\mathbf{Z}}'_2(s) \right|} \quad \text{e,}$$

portanto de (5.122), obtém-se

$$\eta \cong \frac{\mathbf{R}'_2 \frac{1-s}{s}}{\text{Re}\{\bar{\mathbf{Z}}_{\text{eq}}\} \left| 1 + \frac{\bar{\mathbf{Z}}'_2(s)}{\bar{\mathbf{Z}}_{\text{ms}}} \right|^2} \quad (5.125)$$

De (5.125), para além de $\bar{\mathbf{Z}}'_2(s)$, $\bar{\mathbf{Z}}_{\text{eq}}$ é também uma função de s . Ainda de (5.122) e da Figura 5.45, para $s = 0$ e para $s = 1$, verifica-se que $\eta = 0$. Também da Figura 5.45, desprezando as perdas de magnetização no troço transversal ($\mathbf{I}_0 = 0 \rightarrow \mathbf{Z}_{\text{ms}} \cong \infty$), a impedância equivalente será dada por $\bar{\mathbf{Z}}_{\text{eq}} = \mathbf{R}_1 + \mathbf{jX}_1 + \frac{\mathbf{R}'_2}{s} + \mathbf{jX}'_2$, e de (5.125) o rendimento virá então [26]

$$\eta \cong \frac{\mathbf{R}'_2 \frac{1-s}{s}}{\mathbf{R}_1 + \frac{\mathbf{R}'_2}{s}} = \frac{(1-s)\mathbf{R}'_2}{s\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}'_2} \quad (5.126)$$

Por outro lado, voltando a desprezar as perdas de magnetização, a potência mecânica desenvolvida no secundário, P_2 , em que se tem de descontar as perdas por efeito de Joule na resistência secundária, é igual a $P_2 = 3 \frac{1-s}{s} R'_2 I_2'^2$. Admitindo que a potência útil disponível no secundário, P_u , é praticamente igual à potência mecânica desenvolvida, P_2 , em que, por vezes, podem-se desprezar as perdas por atrito no secundário, o rendimento do actuador será dado por

$$\eta = \frac{P_u}{P_{abs}} \cong \frac{P_2}{P_{abs}} = \frac{(1-s)R'_2 I_2'^2}{sR_1 I_1^2 + R'_2 I_2'^2} \quad (5.127)$$

Como, do esquema equivalente em T (Figura 5.45, em que $R_{ms} = 0$ e $X_{ms} > 0$), a relação entre os valores eficazes das correntes I_2' e I_1 , é dada por

$$I_1 = \frac{\sqrt{\left(\frac{R'_2}{s}\right)^2 + (X_{ms} + X'_2)^2}}{X_{ms}} I_2', \text{ considerando que } X'_2 \ll X_{ms}, \text{ e que o factor de}$$

qualidade, apenas para $k = 1$, é dado por $Q \cong \frac{X_{ms}}{R'_2}$, então, de (5.127), resultará [11, 39, 58, 59]

$$\eta \cong \frac{1-s}{1 + \frac{sR_1}{R'_2} \left(1 + \frac{1}{s^2 Q^2}\right)} \quad (5.128)$$

Por vezes é útil considerar o produto **rendimento** \times **factor de potência**, também chamado eficiência de uma determinada máquina eléctrica, isto é, $\eta \cos \varphi$, cujos valores nos actuadores são bem inferiores aos das suas análogas máquinas rotativas de indução [23].

5.2.10 Força Electromotriz (E)

Desprezando as fugas magnéticas no secundário, pela lei de Faraday, a respectiva f.e.m. induzida, em grandezas complexas, será dada por $\bar{e}_2 = -\frac{d\bar{\phi}}{dt}$, sendo $\bar{\phi} \equiv \bar{\phi}(x, t)$ o fluxo útil no entreferro originado pelo primário, e \bar{e}_2 a f.e.m. induzida no secundário.

Considerando a tensão simples, U_{1s} , em fase com a origem dos tempos, da Figura 5.44, em grandezas complexas eficazes, a f.e.m. $\bar{E}_1 \equiv \bar{E}'_2$ será igual a $\bar{E}_1 = U_{1s} - (R_1 + jX_1)\bar{I}_1 = (R_{ms} + jX_{ms})\bar{I}_0$. Por outro lado, ainda da Figura 5.44, a f.e.m. $\bar{E}_1 \equiv \bar{E}'_2$ será dada por $\bar{E}'_2 = \left(\frac{R'_2}{s} + jX'_2\right)\bar{I}'_2$, e \bar{E}_2 por $\bar{E}_2 = \left(\frac{R_2}{s} + jX_2\right)\bar{I}_2$.

Das expressões (5.37) e (5.38), considerando $N_{IT} = 2N_{IP}$, a f.e.m. reduzida ao primário, \bar{E}'_2 , apenas para a harmónica de índice $k = 1$, é igual a

$$\bar{E}'_2 = r_t \bar{E}_2 = \frac{m_1 N_{IT} K_{R1}}{4p} \bar{E}_2 = \frac{m_1 q n_c K_{R1}}{2} \bar{E}_2 \quad (5.129)$$

em que $N_{IT} = 2pqn_c$, e \bar{E}_2 é a f.e.m. total, induzida no secundário, correspondente a $2p$ espiras distribuídas em $2p$ fases.

A f.e.m. por fase do primário, E_1 , é dada pela conhecida expressão geral, em valor eficaz [23, 37, 56];

$$E_1 = \begin{cases} 4,44 K_{R1} f N_{IP} \Phi_M & (\text{ALIP}) \\ 2,22 K_{R1} f N_{IT} \Phi_M & (\text{ALIT}) \end{cases} \quad (5.130)$$

sendo Φ_M , ou Φ_{Me} , a amplitude máxima do fluxo por pólo no entreferro. Na prática, pode considerar-se [23, 37] $E_1 \cong 0,5 U_{1s}$, sendo U_{1s} a grandeza eficaz da tensão por fase (tensão simples).

5.2.11 Densidade de Fluxo (B)

Na determinação da densidade de fluxo no entreferro, como se sabe [23], o fluxo máximo, Φ_M (ou Φ_{Me}), e a indução máxima, B_M , estão relacionados, entre si, através da superfície polar $\pi\tau D_{me}$. No entanto, devido à forma sinusoidal do campo magnético, a área útil do entreferro, correspondente a um passo polar, podendo considerar-se

$$\Phi_M = \frac{2}{\pi} \pi D_{me} \tau B_M = 2\tau D_{me} B_M, \text{ ou seja}$$

$$B_M = \frac{\Phi_M}{2\tau D_{me}} = \frac{E_1}{4,44\tau D_{me} K_{R1} f N_{IT}} \quad (5.131)$$

Uma vez medida a f.e.m. induzida no secundário, por intermédio de sondas constituídas por um determinado número de espiras circulares, juntas umas às outras, é possível determinar a indução magnética no entreferro, e, conseqüentemente, conhecendo as características dos materiais ferromagnéticos, as perdas por histerese e por correntes de Foucault.

5.2.12 Potência Electromagnética Aparente (S_e)

A potência electromagnética aparente, para sistemas equilibrados, é dada por [23]

$$S_e = m_1 E_1 I_1 \quad (5.132)$$

5.2.13 Densidade Linear de Força (F_l)

Supondo que num ALIT, a sua secção transversal, perpendicular ao eixo x , é sempre constante, para o comprimento útil do primário igual a $l_p = 2p\tau$, pode-se definir densidade linear de força, F_l , que será dada por [24, 47]

$$F_l = \frac{F}{l_p} = \frac{F}{2p\tau} \quad (5.133)$$

Esta noção é útil para se compararem, perante correntes iguais nos enrolamentos, forças obtidas por tipologias diferentes de ALITs, ou seja, por exemplo, alimentados a 3 fases, a 2 fases, ou mesmo para situações de falta de uma fase.

5.2.14 Força Específica (F_e)

A fim de se poder comparar a eficiência do dimensionamento modular de cada actuador linear de indução, é útil conhecer a relação força potência activa consumida da rede [24, 44, 47]. Assim, neste sentido, a força específica virá dada por

$$F_e \equiv F_p = \frac{F}{P_{abs}} \quad (5.134)$$

Também se pode definir força específica relativamente a outros parâmetros como, por exemplo, o volume ou o peso de um determinado actuador linear [24, 44, 47].

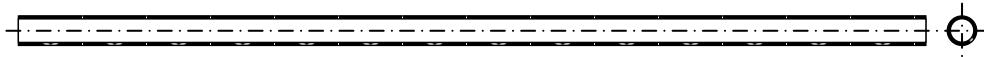
5.3 DIMENSIONAMENTO DO PROTÓTIPO

Este subcapítulo apresenta as principais dimensões relativas ao protótipo implementado, com o objectivo de ser dimensionado para pequenas velocidades. Para esse efeito, projectaram-se as diversas tipologias do ALIT com bobinas cilíndricas de pequena largura (medição feita segundo o eixo da própria bobina). Como também, neste trabalho, se pretendem forças longitudinais de pequeno valor, isto é, pequenas potências em jogo, optou-se por construir um ALIT de pequenas dimensões, e, consequentemente, as suas bobinas, com as espiras de pequena secção, apresentam também dimensões reduzidas [07, 12, 14, 16, 18, 20, 23, 24, 34, 38, 39, 60, 72, 74, 77].

- Dimensões e Algumas Medidas Relativas ao Protótipo Implementado

A Figura 5.48 apresenta, na escala 1:5, as dimensões dos tubos utilizados no protótipo do ALIT implementado neste trabalho [14, 60].

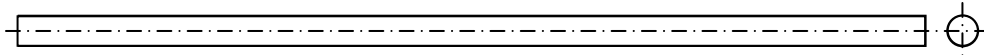
- Tubo de ferro - secundário ($\mu \gg \mu_0$); Escala 1:5



- Tubo de ferro rasgado - secundário (ensaio em vazio, $\mu \gg \mu_0$); Escala 1:5



- Tubo de Cu ou de Al - $l_c = 600$ mm - secundário ($\mu \cong \mu_0$); Escala 1:5



- Tubo de aço inóx - entre o primário e o secundário ($\mu \cong \mu_0$); Escala 1:5



Figura 5.48 - Dimensões dos materiais tubulares do ALIT implementado.

Da Figura 5.48, o tubo de ferro do secundário tem a função de permitir o fecho das l.f.c.m entre o primário e o secundário. No tubo de cobre ou de alumínio, também do secundário, são induzidas correntes que serão essenciais para a obtenção da força longitudinal. E, finalmente, o tubo de aço inoxidável tem a função de dar uma melhor protecção mecânica às bobinas do primário.

Para os ensaios em vazio implementou-se um tubo de ferro, rasgado longitudinalmente, com dimensões idênticas às do ferro representado na Figura 5.48.

A Figura 5.49 apresenta o alçado lateral esquerdo dos tubos de Fe, de Cu (ou de Al) e de aço inoxidável do protótipo do ALIT implementado.

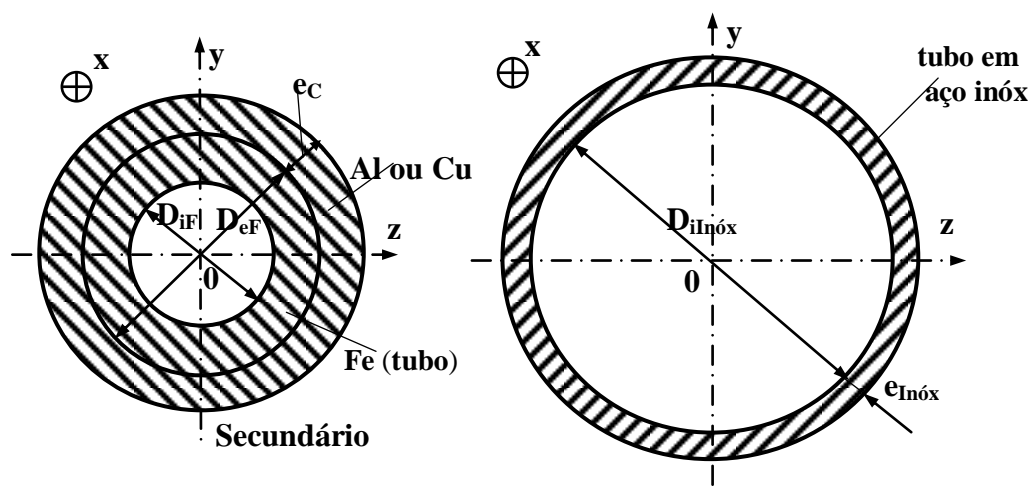


Figura 5.49 - Alçado lateral esquerdo dos tubos do secundário e do tubo de aço inoxidável do ALIT implementado.

A Figura 5.50 apresenta o alçado principal e o alçado lateral esquerdo de uma aleta, em chapa de Fe, do protótipo do ALIT implementado.

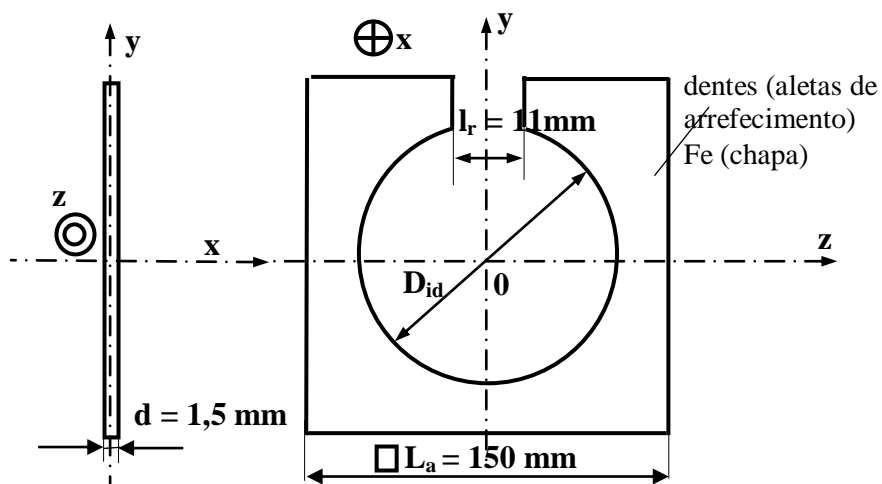


Figura 5.50 - Alçado principal (à esquerda) e alçado lateral esquerdo (à direita) de uma aleta pertencente ao circuito magnético do primário.

A Figura 5.51 apresenta o alçado principal e o alçado lateral esquerdo de um núcleo de ferro pertencente ao circuito magnético do primário do ALIT implementado.

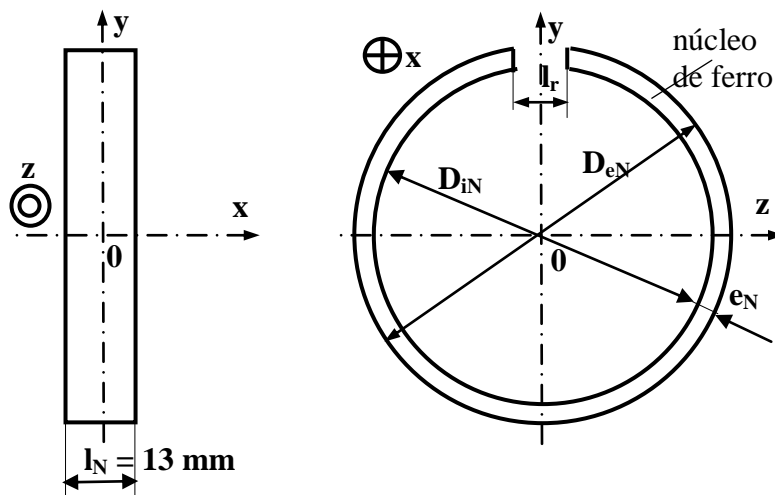


Figura 5.51 - Alçado principal (à esquerda) e alçado lateral esquerdo (à direita) de um núcleo de ferro pertencente ao circuito magnético do primário.

Para o caso particular de actuadores de topologia cilíndrica, de uma forma mais completa, a Figura 5.52 representa o alçado principal, em corte, e o alçado lateral de um ALIT.

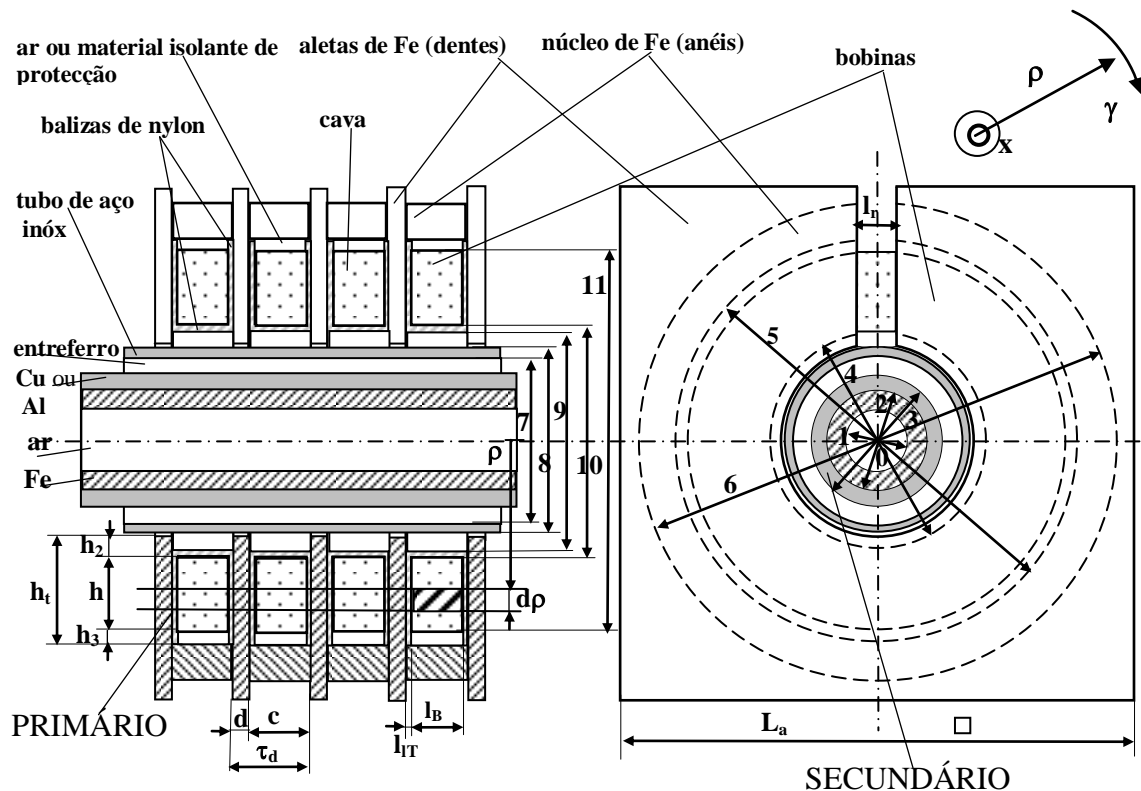


Figura 5.52 - Representação de algumas dimensões e características de um ALIT.

A Tabela 5.X indica símbolos, notações e dimensões de materiais referentes ao protótipo do ALIT, dimensionado neste trabalho, tendo como referência a Figura 5.52 e ainda outros dados que também se consideram importantes.

A Figura 5.53 apresenta o alçado principal e o alçado lateral esquerdo de uma bobina cilíndrica do primário do ALIT implementado. É fundamental indicar nas bobinas o sentido da bobinagem. As bobinas deverão ser enroladas de modo a ficarem duas pontas, com, pelo menos, **60 cm** de extensão, e com banana em cada ponta ou terminal. Em média, cada bobina tem cerca de **100** espiras e uma resistência eléctrica, medida pelo método do voltímetro e do amperímetro, de **0,425 Ω** .

A Tabela 5.XI apresenta algumas características das **27** bobinas cilíndricas implementadas, sendo **3** delas sobressalentes, dado que o número máximo utilizado nos ensaios é de **24**. Estas bobinas foram ensaiadas em corrente alternada (**ac**) por intermédio de um aparelho medidor de impedâncias, e em corrente contínua (**dc**) por intermédio de um multímetro.

Posteriormente foram efectuadas medições pelo método do voltímetro e do amperímetro em **dc**, e em **ac** com ajuda de um osciloscópio, pelo que estes últimos resultados se apresentaram mais exactos. Todos os ensaios foram realizados individualmente, sem qualquer material ferromagnético na vizinhança.

Símbolo (Notação)	Designação (ALIT)	Dimensões
D_{iF} (1)	Diâmetro interior do tubo de ferro de retorno (secundário)	15,5 mm
D_{eF} ≅ D_{iC} (2)	Diâmetro exterior do tubo de ferro de retorno (secundário) Diâmetro interior do tubo condutor do secundário (Cu ou Al)	19,5 mm
D_{eC} (3)	Diâmetro exterior do tubo condutor do secundário (Cu ou Al)	20,7 mm
D_{id} (4)	Diâmetro interior dos dentes do primário (aletas)	26 mm
D_{iN} ≅ D_{eT} (5)	Diâmetro interior do núcleo do primário (anéis de Fe) Diâmetro exterior das tabelas de nylon	92 mm 90 mm
D_{eN} (6)	Diâmetro exterior do núcleo do primário (anéis de Fe)	102 mm
D_{mN}	Diâmetro médio do núcleo do primário ($D_{mN} = \frac{D_{eN} + D_{iN}}{2}$)	97 mm
D_{iInóx} (7)	Diâmetro interior do tubo de aço inoxidável (inóx)	21,5 mm
D_{eInóx} (8)	Diâmetro exterior do tubo de aço inoxidável	25,5 mm
D_{iT} (9)	Diâmetro interior das tabelas de nylon	27 mm
D_{itmT} ≅ D_{iB} (10)	Diâmetro intermédio das tabelas de nylon, ou seja, o que corresponde aproximadamente ao diâmetro mínimo das espiras de cobre (D_{iB} - Diâmetro interior de cada bobina)	31 mm
D_{iB}	Diâmetro interior de cada bobina (valor mais aproximado)	32,2 mm
D_{eB} (11)	Diâmetro exterior das bobinas do primário	62,8 mm
D_{mB}	Diâmetro médio de cada bobina do primário	50,2 mm
l_r	Largura da ranhura da aleta ou do núcleo	11 mm
c	Largura das cavas do primário	13 mm
d	Largura dos dentes (aletas)	1,5 mm
τ_d	Passo de cava ou passo de dentadura ($\tau_d = c + d$)	14,5 mm
l_{IT}	Espessura das tabelas de nylon (largura das paredes laterais)	1,5 mm
l_T	Largura total das tabelas de nylon	12 mm
l_B ≅ l_{uT}	Espessura ou largura útil das bobinas Largura útil das tabelas de nylon (parte que é bobinada)	9 mm
L_a	Largura dos dentes (aletas de dimensão quadrada)	150 mm
h	Altura útil das bobinas	22 mm
h₂	Distância entre as bobinas e a periferia interior dos dentes (aletas)	2,5 mm
h₃	Distância entre as bobinas e a periferia interior do núcleo	8,5 mm
h_t	Distância entre a periferia interior das aletas e a periferia interior do núcleo ($h_t = h + h_2 + h_3$)	33 mm
ρ	Variável segundo a direcção radial (perpendicular ao eixo)	$0 \leq \rho \leq D_{eB}$
(ρ, γ, x)	Sistema de eixos em coordenadas cilíndricas	

Tabela 5.X - Dimensões relativas ao protótipo (ALIT).

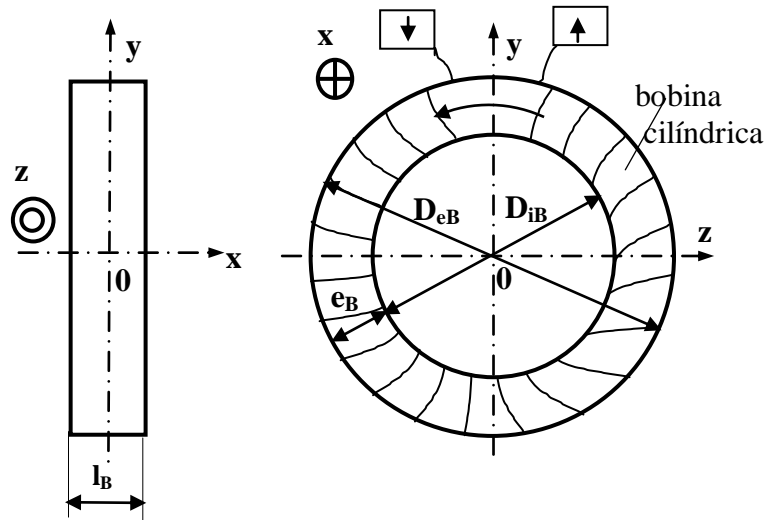


Figura 5.53 - Alçado principal (à esquerda) e alçado lateral esquerdo (à direita) de uma bobina pertencente ao circuito eléctrico do primário.

Os símbolos apresentados na Tabela 5.XI têm os seguintes significados:

(*) – Bobinas apenas usadas como sobressalentes, dado que o número máximo de bobinas utilizadas nos ensaios foi de **24**;

Z_B – impedância de cada bobina medida a **50 Hz**;

ϕ_B – ângulo de defasagem entre a impedância e a resistência de cada bobina, à frequência de 50 Hz ($\phi_B = \arccos \frac{R_{Ba}}{Z_B}$);

X_{LB} – reactância de cada bobina sem ferro ($X_{LB} = Z_B \cos \phi$);

L_B – coeficiente de auto-indução de cada bobina sem ferro ($L_B = X_{LB} / 2\pi f$);

f – frequência de leitura (**50 Hz**);

R_{Ba} – resistência de cada bobina, em **ac**, obtida à frequência de **50 Hz** ($R_{Ba} = Z_B \sin \phi$);

R_{Bc} – resistência de cada bobina medida em corrente contínua (**dc**).

Apesar dos métodos de medida possam não terem sido os mais correctos, na verdade, por uma observação atenta da Tabela 5.XI, verifica-se que todas as bobinas apresentam características muito semelhantes.

Também posteriormente, mesmo em **dc**, foram efectuadas medições a conjuntos de bobinas em série, pertencentes a cada fase, já depois de implementadas no próprio

ALIT, e registaram-se valores da resistência média, por cada bobina, da ordem de **0,425 Ω** , o que se considera bastante aceitável.

Bobina nº	corrente alternada (ac) (f = 50 Hz)					corrente cont. (dc) (f = 0 Hz)	largura da bobina
	Z_B [Ω]	ϕ_B [°]	X_{LB} [Ω]	L_B [mH]	R_{Ba} [Ω]	R_{Bc} [Ω]	e_B [mm]
1	2,437	78,93	2,392	7,614	0,468	0,5	13,0 ⁺ (*)
2	2,465	78,96	2,419	7,700	0,472	0,5	12,5
3	2,458	79,69	2,418	7,695	0,440	0,5	12,0
4	2,421	79,34	2,379	7,574	0,448	0,5	12,5
5	2,440	79,33	2,398	7,634	0,452	0,5	13,0 ^(*)
6	2,455	79,29	2,412	7,679	0,456	0,5	11,5
7	2,430	78,90	2,385	7,592	0,468	0,5	12,0
8	2,415	79,70	2,376	7,562	0,432	0,5	11,5
9	2,437	79,31	2,395	7,625	0,452	0,5	11,5
10	2,453	79,29	2,410	7,672	0,456	0,5	11,5
11	2,440	78,94	2,395	7,624	0,468	0,5	12,5
12	2,427	79,36	2,385	7,593	0,448	0,5	12,0
13	2,425	79,74	2,386	7,597	0,432	0,5	12,0
14	2,447	79,74	2,408	7,663	0,436	0,5	11,5
15	2,445	79,35	2,403	7,650	0,452	0,5	12,5
16	2,444	79,73	2,405	7,654	0,436	0,5	11,5
17	2,447	79,74	2,408	7,663	0,436	0,5	12,5
18	2,440	78,94	2,395	7,624	0,468	0,5	11,0
19	2,449	79,75	2,410	7,670	0,436	0,5	11,0 ⁻ (*)
20	2,464	79,33	2,421	7,707	0,456	0,5	13,0
21	2,435	79,69	2,396	7,625	0,436	0,5	11,0
22	2,451	79,28	2,408	7,666	0,456	0,5	12,5
23	2,442	79,33	2,400	7,640	0,452	0,5	11,5
24	2,445	79,75	2,411	7,673	0,436	0,5	12,5
25	2,463	79,71	2,423	7,711	0,440	0,5	13,0
26	2,439	79,32	2,397	7,631	0,452	0,5	12,0
27	2,424	79,73	2,385	7,590	0,432	0,5	11,5
Média	2,442	79,41	2,401	7,642	0,449	0,5	12,02

Tabela 5.XI - *Medidas de algumas grandezas electromagnéticas das 27 bobinas e o respectivo valor médio, sendo 3 delas sobressalentes.*

- Por outro lado, sendo as bobinas cilíndricas de fio de cobre com **1 mm** de diâmetro ($D_f = 1 \text{ mm}$), o que corresponde a uma secção recta de $S_f = \frac{\pi D_f^2}{4} = 0,785 \text{ mm}^2$, e dado que a resistividade aproximada do cobre é igual a $\rho_{Cu} = 0,01724 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$ [73] (equivalente a $1,724 \cdot 10^4 \Omega \cdot \text{m}$), para uma resistência média de **0,425 Ω** irá corresponder a um comprimento total do fio de cobre de cada bobina do primário, em média, de $l_f \cong \frac{R_{Bc} S_f}{\rho_{Cu}} = \frac{0,425 \cdot 0,785}{0,01724} = 19,35 \text{ m}$.

Como exemplo, a Figura 5.54 apresenta as larguras das 27 bobinas cilíndricas implementadas, e o respectivo valor médio (12,02 mm).

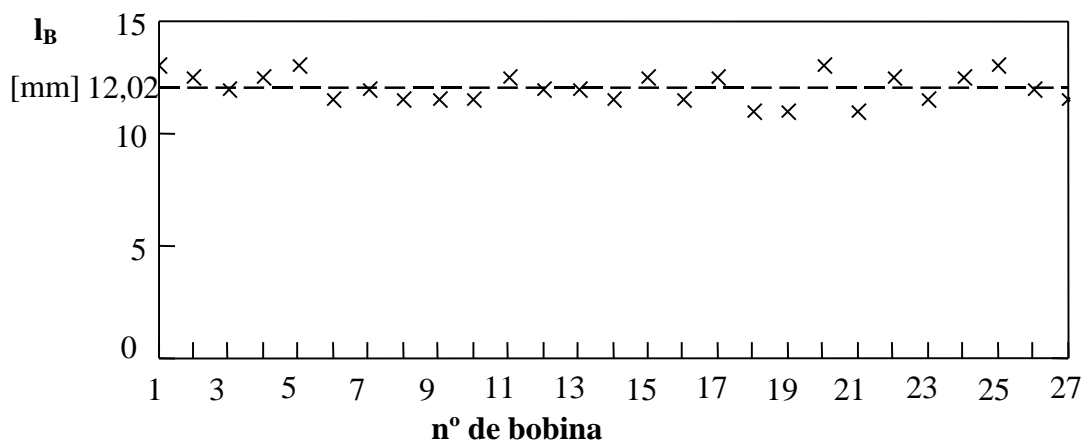


Figura 5.54 - Espessuras das 27 bobinas e respectivo valor médio.

Referenciando o diâmetro do fio de cobre nú do primário por $D_f = 1 \text{ mm}$, e dado que este é revestido por verniz isolante da classe **H** ou por outro material equivalente (desde que permita, sem se degradar, temperaturas até **180 °C**), cujo diâmetro corrigido do fio de cobre (D_{fi}) estará relacionado com o diâmetro D_f pelo factor de correcção devido ao isolamento ($K_f > 1$), que é dado por $K_f = \frac{D_{fi}}{D_f}$.

Da Tabela 5.X, tendo o cobre nú 1mm de diâmetro ($D_f = 1 \text{ mm}$), a respectiva secção transversal, S_f , será igual a $S_f = \frac{\pi D_f^2}{4} = \frac{\pi \cdot 1}{4} = 0,785 \text{ mm}^2$, e com isolamento ir-se-á obter uma secção maior, S_{fi} , de valor $S_{fi} = \frac{\pi D_{fi}^2}{4} = \frac{\pi \cdot 1,2^2}{4} = 1,131 \text{ mm}^2$.

A Figura 5.55 apresenta o alçado principal e o alçado lateral esquerdo (método europeu) de uma das 27 tabelas construídas.

A Figura 5.56 apresenta, em corte, pormenores da bobinagem do fio de cobre no interior das tabelas de nylon, em que são referenciados o número de espiras por camada (N_{e1}), o

número de camadas (N_{e1}), a secção longitudinal de cada bobina (S_{IB}), a altura e a espessura das camadas, respectivamente h e $l_B \cong l_{uNy}$, e pormenores do fio de cobre nú de diâmetro D_f e com isolamento de diâmetro D_{fi} .

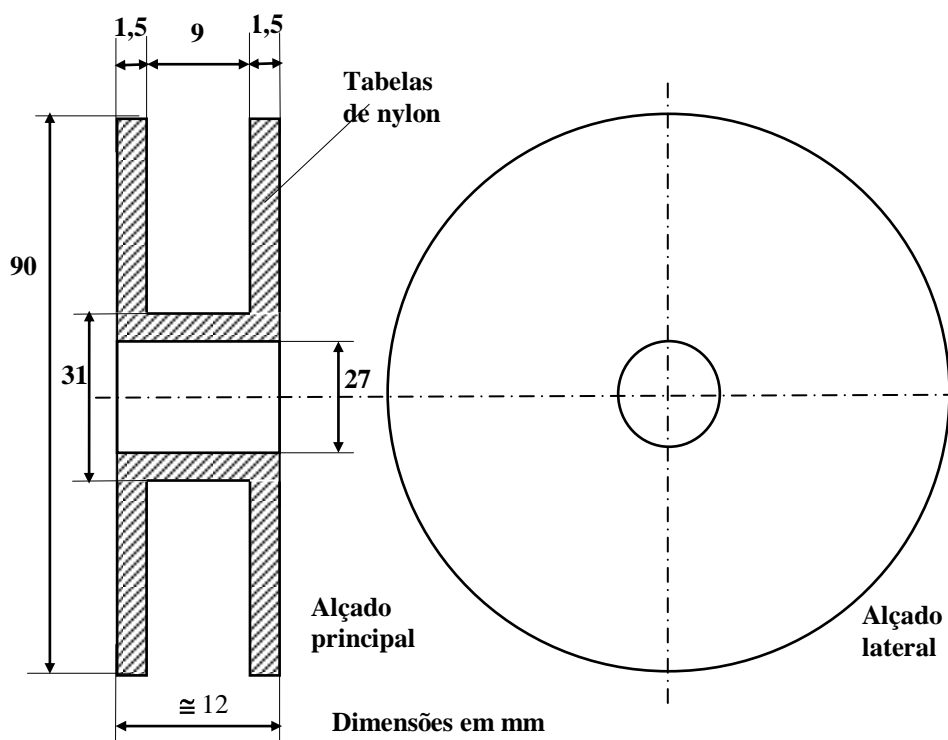


Figura 5.55 - Pormenores das tabelas de nylon onde irão ser bobinados os fios de cobre.

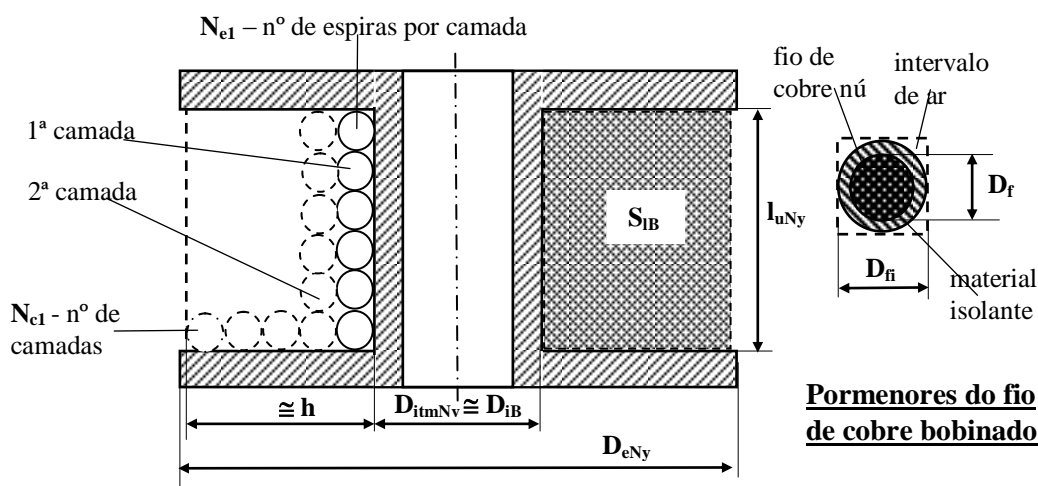


Figura 5.56 - Pormenores da bobinagem do fio de cobre no interior das tabelas de nylon.

Da Figura 5.56 verifica-se que a altura útil de cada bobina será igual a $h = \frac{D_{eB} - D_{iB}}{2} = \frac{68,2 - 32,2}{2} = 18,0 \text{ mm}$, e que a sua secção longitudinal será de

$S_{IB} = h l_{uT} = 18 \cdot 9 = 162 \text{ mm}^2$. Do mesmo modo, o número de espiras por camada, N_{e1} , vem dado por $N_{e1} \leq \frac{l_{uT}}{K_f D_f} = \frac{9}{1,2 \cdot 1} \rightarrow N_{e1} = 7$.

Dado que cada bobina possui cerca de 100 espiras ($n_c = 100$), o número de camadas será dado por $N_{c1} \geq \frac{n_c}{N_{e1}} = \frac{100}{7} \rightarrow N_{c1} = 15$.

Os valores de N_{e1} e de N_{c1} devem ser tomados como aproximados, devido aos problemas inerentes às técnicas de bobinagem.

Ainda da Figura 5.56, verifica-se que o diâmetro das espiras da 1ª camada do primário do ALIT, ou seja o diâmetro mínimo (diâmetro interior da bobina - D_{iB}), é dado por $D_{iB} \cong D_{itmT} + K_f D_f = 31 + 1,2 = 32,2 \text{ mm}$. Por outro lado, o diâmetro da última camada (15ª), ou seja o diâmetro máximo das espiras de cobre (diâmetro interior da bobina - D_{eB}), será aproximadamente igual a $D_{eB} = D_{iB} + 2N_{c1}K_f D_f = 32,2 + 2 \cdot 15 \cdot 1,2 = 68,2 \text{ mm}$. Portanto assim, o diâmetro médio útil de cada bobina (D_{mB}) será dado por $D_{mB} = \frac{D_{iB} + D_{eB}}{2} = \frac{32,2 + 68,2}{2} = 50,2 \text{ mm}$.

Assim, o perímetro da espira média de cada bobina ($Pe_{méd}$), será igual a $Pe_{méd} = \pi D_{mB} = \pi \cdot 50,2 = 157,7 \text{ mm}$. Então, dado que cada bobina tem cerca de 2 m de pontas para serem ligadas a um quadro de terminais, o comprimento total do fio de cobre será, neste caso, igual a $l_f = n_c Pe_{méd} + 2 = 100 \cdot 157,7 \cdot 10^{-3} + 2 = 17,8 \text{ m}$, que é aproximadamente igual ao valor de l_f obtido a partir de medições eléctricas ($l_f \cong 19,35 \text{ m}$ - este valor poderá aproximar-se do valor 17,8 m, se se considerar que a temperatura ambiente é de cerca de 30° C, e, portanto a resistividade do cobre virá corrigida pelo coeficiente de temperatura - $\alpha_{\theta Cu} = 0,0043 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, isto é, o valor corrigido da resistividade volúmica do cobre poderá vir a ser dado por $\rho'_{Cu} = \rho_{Cu}(1 + \alpha_{\theta Cu} \Delta \theta) = 0,01724 \cdot (1 + 0,0043 \cdot 30) = 0,019 \text{ } \Omega\text{mm}^2/\text{m}$, pelo que o valor de $l_f \cong 19,35 \text{ m}$ será corrigido para 17,56 m, o que já se torna praticamente igual ao resultado de 17,8 m).

Portanto, o valor do comprimento total do fio de cada bobina ($l_f = 17,8 \text{ m}$), e considerando uma resistividade volúmica corrigida de $\rho'_{Cu} = 0,019 \text{ } \Omega\text{mm}^2/\text{m}$, a resistência total do respectivo fio de cobre, em dc (que também é igual, para baixas frequências - $f = 50 \text{ Hz}$, em ac), será dada por $R_f = \frac{\rho_{Cu} l_f}{S_f} = \frac{0,019 \cdot 16,8}{0,785} = 0,41 \text{ } \Omega$.

Perante as diversas considerações apontadas anteriormente, toma-se um valor aproximado da resistência de cada bobina igual a 0,425 Ω .

Numa situação ideal, que teoricamente corresponde a estarem todos os espaços da cava ocupados por fios de cobre, poder-se-á determinar o factor de enchimento das cavas, K_{eni} , que seria dado pelo cociente entre a secção recta do fio de cobre nú, S_f , e a área do quadrado de lado D_{fi} , como se indica na Figura 5.56. Este factor ideal de enchimento

das cavas será então dado por $K_{eni} = \frac{S_f}{D_{fi}^2} = \frac{0,785}{1,2^2} = 0,545$.

De facto a realidade é bem diferente, dado que entre os dentes do primário do ALIT (aletas) existem as paredes laterais das tabelas de nylon, de largura $l_{Ny} \cong 1,5 \text{ mm}$, e ainda fita isolante entre a última camada de espiras e o núcleo de ferro (anel aberto, em aço macio, para possibilitar a passagem das pontas dos fios que irão ligar aos terminais). Assim, a Figura 5.57 apresenta, em corte e em alçado lateral, pormenores da bobinagem do fio de cobre no interior de uma tabela de nylon, a bobina, os dentes laterais (aletas) e o núcleo de ferro.

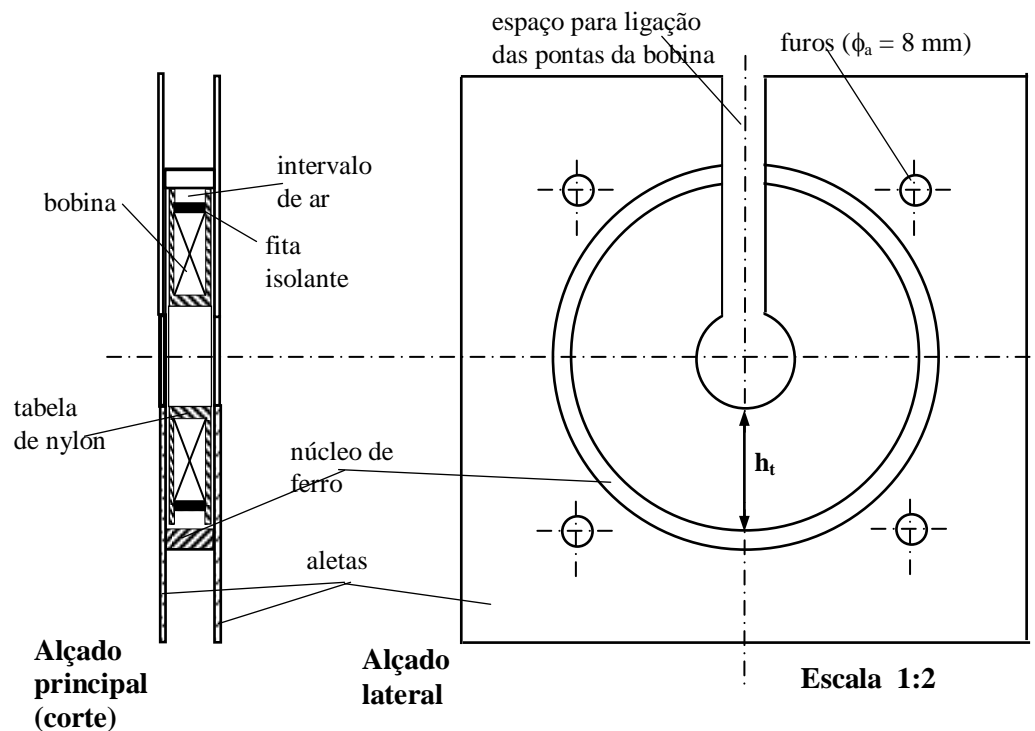


Figura 5.57 - Representação da tabela de nylon, da bobina, das aletas e do anel de ferro.

O furos de **8 mm** de diâmetro, representados na Figura 5.57, são feitos em todas as aletas. Pois o ALIT torna-se compacto através de **4** varões roscados de **6 mm** de diâmetro que atravessam todas as aletas, e em que as extremidades são apertadas por intermédio de porcas de orelha intercalando-se anilhas adequadas.

Ainda da Figura 5.57, a grandeza h_t representa a altura correspondente ao intervalo compreendido entre o diâmetro interior de cada aleta (dente) e o diâmetro interior de cada núcleo ferromagnético do primário, isto é, a altura do dente relativamente à respectiva cava. Assim, sendo o diâmetro interior da aleta (dente) $D_{id} = 26 \text{ mm}$ e o diâmetro interior do núcleo $D_{iN} = 92 \text{ mm}$ a grandeza h_t , altura total do dente relativamente à superfície da cava, será dada por $h_t = \frac{D_{iN} - D_{id}}{2} = \frac{92 - 26}{2} = 33 \text{ mm}$.

Relativamente às tabelas de nylon, pode-se determinar o factor real de enchimento das cavas K_{enc} , ou seja o cociente entre a superfície de cobre nú e a superfície de cada cava, que corresponde à soma da superfície anterior mais os intervalos de ar e de nylon e, ainda, a superfície ocupada pelo isolamento do fio, como se elucida na Figura 5.56.

Assim, sendo a secção de cada cava igual a $S_c = h l_N = 33 \cdot 13 = 429 \text{ mm}^2$, logo o valor real do factor de enchimento das cavas (K_{enc}) será dado por $K_{enc} = \frac{n_c S_f}{S_c} \cong \frac{100 \cdot 0,785}{429} = 0,183$. Como se pode verificar, o valor de K_{enc} é bastante baixo. Este valor poderia ser maior se se tivesse conseguido melhorar a técnica de construção das bobinas.

Na Tabela 5.XII são apresentados, para além dos valores indicados na Tabela 5.X, outros dados relativos ao dimensionamento do protótipo implementado neste trabalho.

Símbolo (Notação)	Designação (ALIT)	Dimensões
$e_{Inóx}$	Espessura do tubo de aço inoxidável, $e_{Inóx} = \frac{D_{eInóx} - D_{iInóx}}{2}$	2 mm
e_C	Espessura do tubo condutor do secundário, $e_C = \frac{D_{eC} - D_{iC}}{2}$ (cobre - e_{Cu} , alumínio - e_{Al})	0,5 mm
e_{Fe}	Espessura do tubo de ferro do secundário, $e_{Fe} = \frac{D_{eF} - D_{iF}}{2}$	2 mm
$l_{Inóx}$	Comprimento do tubo de aço inoxidável	480 mm
l_C	Comprimento do tubo condutor do secundário	600 mm e 1000 mm
l_{Fe}	Comprimento do tubo de ferro do secundário	600 mm e 1000 mm
D_f	Diâmetro do fio de cobre nú das bobinas do primário	1 mm
D_{fi}	Diâmetro do fio de cobre com isolamento	1,2 mm
K_f	Factor de correcção devido ao isolamento dos fios de cobre	1,2
S_f	Secção recta do fio de cobre nú das bobinas do primário	0,785 mm²
S_{fi}	Secção recta do fio de cobre das bobinas do primário com isolamento	1,131 mm²
S_c	Secção de cada cava (bobinas do primário)	429 mm²
S_{IB}	Secção longitudinal de cada bobina do primário	162 mm²
N_{c1}	Nº de camadas (bobinas do primário)	$\cong 15$
N_{e1}	Nº de espiras por camada (bobinas do primário)	$\cong 7$
K_{enc}	Factor real de enchimento das cavas do primário	0,183
K_{eni}	Factor ideal de enchimento das cavas do primário	0,545
l_f	Comprimento total do fio de cobre de cada bobina do primário	17,8 m
R_f	Resistência de cada bobina do primário	$\cong 0,425 \Omega$
L_B	Coeficiente de indução de cada bobina do primário, sem ferro	$\cong 7,642 \text{ mH}$

Tabela 5.XII - Outros parâmetros do dimensionamento do protótipo (ALIT).

A Figura 5.58 apresenta o esquema de um dos **4** parafusos roscados, de comprimento igual a **40 cm** e de diâmetro aproximadamente igual a **6 mm**. Estes **4** parafusos roscados

têm a função de permitirem o aperto das aletas, com o principal objectivo de se evitarem vibrações electromecânicas. Para além dos **4** parafusos roscados, existem **8** porcas de orelhas e **8** anilhas.

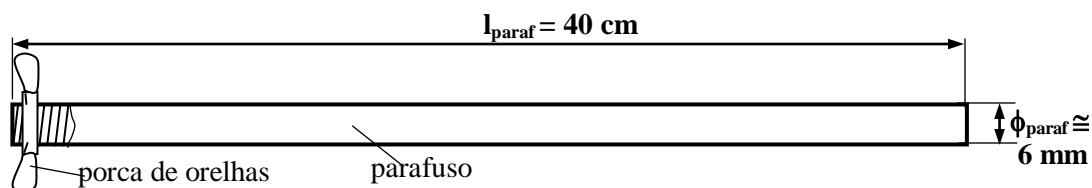


Figura 5.58 - Parafuso e porca de orelhas utilizados no aperto das aletas do ALIT.

A Figura 5.59 apresenta uma fotografia de alguns componentes que constituem o ALIT implementado. Na fotografia da Figura 5.59 podem ser observados um núcleo de Fe do primário, uma bobina com os respectivos terminais e condutores de ligação à placa de terminais, uma aleta, um secundário de Al + Fe de retorno de **60 cm** (a branco), um secundário de Cu + Fe de retorno de **60 cm**, e um secundário de Cu + Fe de retorno de **100 cm**. No secundário de Al + Fe de retorno é perfeitamente visível uma bobina de **5** espiras que tem o objectivo da medição da f.e.m. induzida no próprio secundário.

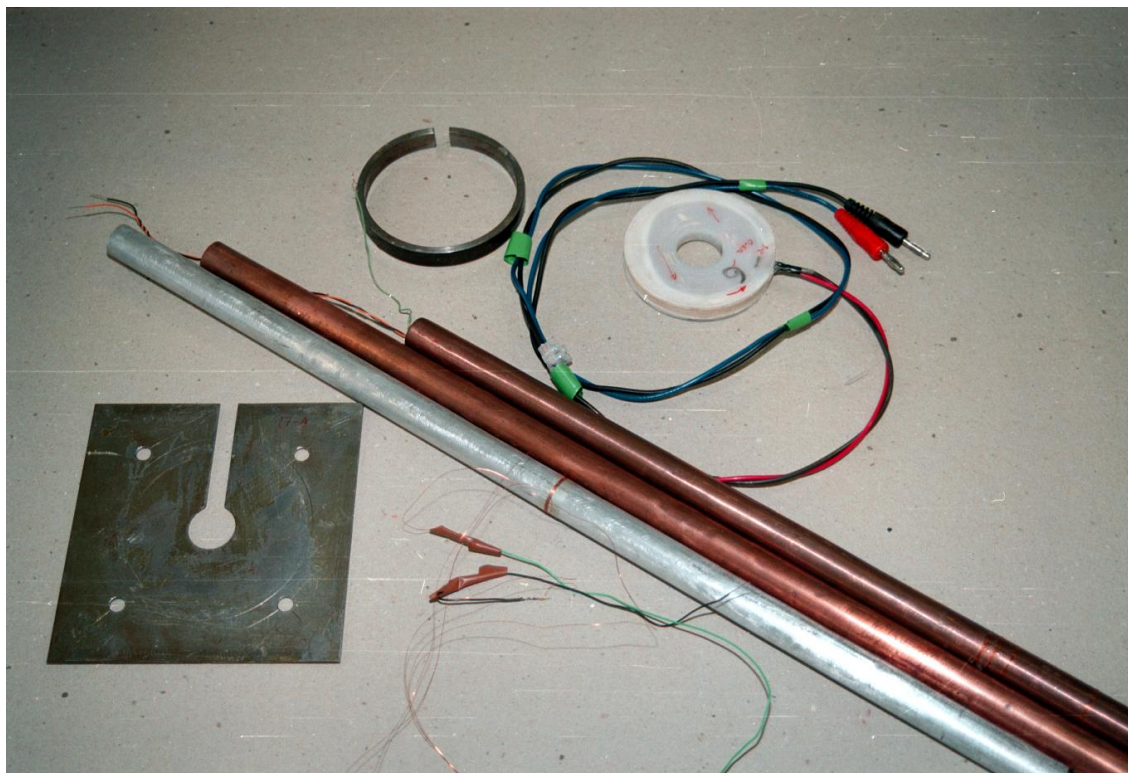


Figura 5.59 - Algumas componentes que constituem o ALIT implementado.

Dada a versatilidade do protótipo implementado, partindo de uma frequência de **50 Hz** (em que a velocidade de sincronismo é dada por $v_s = 2\tau f$ [m/s], sendo τ o passo polar

em metro), a Tabela 5.XIII apresenta alguns parâmetros de variação de algumas grandezas, tais como m_1 , q , $N_B \equiv Q_t$, $P = 2p$ e l_p .

Número de fases	$1 \leq m_1 \leq 3$
Número de cavas bobinadas por pólo e por fase	$1 \leq q \leq 12$
Número de bobinas ($N_B = 2 m_1 q p$)	$6 \leq N_B \leq 14^*$
Número de pólos ($P = 2p$)	$1 \leq P \leq 12$
Comprimento útil do primário ($l_p = \tau_c N_B$; $\tau_c = 0,0145 \text{ m}$)	$0,087 \leq l_p \leq 0,348 \text{ m}$

* - Não tem interesse, sob o aspecto do valor da força longitudinal, utilizarem-se menos do que 6 cavas.

Tabela 5.XIII - *Variação de alguns parâmetros para diversas tipologias dos ALITs modulares implementados.*

Face às diferentes tipologias do protótipo construído (ALIT), para N_B compreendido entre **6** e **24** bobinas, a Tabela 5.XIV apresenta, para cada caso, o número total de pólos, P , o passo polar, τ , e, para $f = 50 \text{ Hz}$, a velocidade de sincronismo, v_s , em m/s e em km/h , para $m_1 = 3$ ou para $m_1 = 1$ (em que $2/3$ das cavas pertencem ao enrolamento principal e $1/3$ ao enrolamento auxiliar) [60].

N_B	q ($m_1 = 3$)	q ($m_1 = 1$) (*)	P (pólos)	τ [m]	l_p [m]	v_s [m/s] (**)	v_s [km/h] (**)
24	1	$2p + 1a$	8	0,044	0,348	4,35	15,66
24	2	$4p + 2a$	4	0,087	0,348	8,70	31,32
24	4	$8p + 4a$	2	0,174	0,348	17,40	62,64
24	8	$16p + 8a$	1	0,348	0,348	34,80	125,28
21	1	$2p + 1a$	7	0,044	0,3045	4,35	15,66
21	7	$14p + 7a$	1	0,304	0,3045	30,45	109,62
18	1	$2p + 1a$	6	0,044	0,261	4,35	15,66
18	2	$4p + 2a$	3	0,087	0,261	8,70	31,32
18	3	$6p + 3a$	2	0,131	0,261	13,05	46,98
18	6	$12p + 6a$	1	0,261	0,261	26,10	93,96
15	1	$2p + 1a$	5	0,044	0,2175	4,35	15,66
15	5	$10p + 5a$	1	0,218	0,2175	21,75	78,30
12	1	$2p + 1a$	4	0,044	0,174	4,35	15,66
12	2	$4p + 2a$	2	0,087	0,174	8,70	31,32
12	4	$8p + 4a$	1	0,174	0,174	17,40	62,64
9	1	$2p + 1a$	3	0,044	0,1305	4,35	15,66
9	3	$6p + 3a$	1	0,131	0,1305	13,05	46,98
6	1	$2p + 1a$	2	0,044	0,087	4,35	15,66
6	2	$4p + 2a$	1	0,087	0,087	8,70	31,32

Tabela 5.XIV - *Algumas características do ALIT para $m_1 = 3$ ou para $m_1 = 1$ (em que $2/3$ das cavas pertencem ao enrolamento principal e $1/3$ ao enrolamento auxiliar).*

Da Tabela 5.XIV verifica-se que:

(*) - Para $m_1 = 1$, o número de cavas bobinadas por pólo e por fase é sempre múltiplo de 3, correspondendo $2/3$ das cavas ao enrolamento principal, p , e o restante $1/3$ ao enrolamento auxiliar (a), isto significa que, por exemplo, do termo $2p + 1a$, $q = 3$ sendo duas cavas pertencentes ao enrolamento principal e apenas uma ao enrolamento auxiliar. De um modo geral, a intensidade de corrente no enrolamento auxiliar, de menor amplitude, encontra-se em avanço, de um ângulo menor do que 90° , relativamente à corrente no enrolamento principal;

(**) – Valores obtidos para a frequência de **50 Hz**. Para $m_1 = 3$, desde que as intensidades de corrente tenham igual amplitude e que estejam igualmente desfasadas entre si, a velocidade de sincronismo do campo viajante é constante, quer em **m/s** ou em **km/h**. No caso de $m_1 = 1$, a velocidade de sincronismo torna-se variável, oscilando em torno dos valores apresentados, em que a Tabela 5.XIV. apresenta os respectivos valores médios.

Para N_B compreendido entre 6 e 24 bobinas, a Tabela 5.XV apresenta, para cada caso, o número total de pólos, P , o passo polar, τ , o comprimento útil do primário, l_p , e, para **f = 50 Hz**, a velocidade de sincronismo, em **m/s** e em **km/h**, para $m_1 = 2$ ou para $m_1 = 1$ (em que metade das cavas pertencem ao enrolamento principal e a outra metade ao enrolamento auxiliar).

Da Tabela 5.XV verifica-se que:

(***) - Para $m_1 = 1$, q é sempre múltiplo de 2, correspondendo metade das cavas ao enrolamento principal, p , e a outra metade ao enrolamento auxiliar, a . Também, de um modo geral, a intensidade de corrente no enrolamento auxiliar, de menor amplitude, encontra-se em avanço, de um ângulo menor que 90° , relativamente à corrente no enrolamento principal;

(****) – Valores obtidos para a frequência de **50 Hz**. Também para $m_1 = 2$, desde que as intensidades de corrente tenham igual amplitude e que estejam desfasadas, entre si, de 90° , a velocidade de sincronismo do campo viajante é constante. No caso de $m_1 = 2$, embora as correntes possam ter igual amplitude mas se estiverem desfasadas, entre si, de um ângulo diferente de 90° (por exemplo 120° - sistema bifásico originário de um trifásico equilibrado) a velocidade de sincronismo do campo viajante torna-se variável, no entanto os valores médios são os indicados na Tabela 5.XV. Do mesmo modo, para $m_1 = 1$, a velocidade de sincronismo também torna-se variável, em que a Tabela 5.XV apresenta os respectivos valores médios.

- Para a ligação das bobinas do primário do protótipo ao secundário de um autotransformador trifásico, implementou-se uma placa de terminais em PVC transparente com as dimensões de uma folha de papel **A3**, isto é, **420 × 297 mm²**. A Figura 5.60 apresenta um esquema de ligações das bobinas à placa de terminais, para $N_B = 24$, $m_1 = 3$, $P = 4$ e $q = 2$.

N_B	q ($m_1 = 3$)	q ($m_1 = 1$) (***)	P (pólos)	τ [m]	lp [m]	v_s [m/s] (****)	v_s [km/h] (****)
24	1	1 $p + 1 a$	12	0,029	0,348	2,9	10,44
24	2	2 $p + 2 a$	6	0,058	0,348	5,8	20,88
24	3	3 $p + 3 a$	4	0,087	0,348	8,7	31,32
24	4	4 $p + 4 a$	3	0,116	0,348	11,6	41,76
24	6	6 $p + 6 a$	2	0,174	0,348	17,4	62,64
24	12	12 $p + 12 a$	1	0,348	0,348	34,8	125,28
22	1	1 $p + 1 a$	11	0,029	0,319	2,9	10,44
22	11	11 $p + 11 a$	1	0,319	0,319	31,9	114,84
20	1	1 $p + 1 a$	10	0,029	0,290	2,9	10,44
20	2	2 $p + 2 a$	5	0,058	0,290	5,8	20,88
20	5	5 $p + 5 a$	2	0,145	0,290	14,5	52,20
20	10	10 $p + 10 a$	1	0,290	0,290	29,0	104,40
18	1	1 $p + 1 a$	9	0,029	0,261	2,9	10,44
18	3	3 $p + 3 a$	3	0,087	0,261	8,7	31,32
18	9	9 $p + 9 a$	1	0,261	0,261	26,1	93,96
16	1	1 $p + 1 a$	8	0,029	0,232	2,9	10,44
16	2	2 $p + 2 a$	4	0,058	0,232	5,8	20,88
16	4	4 $p + 4 a$	2	0,116	0,232	11,6	41,76
16	8	8 $p + 8 a$	1	0,232	0,232	23,2	83,52
14	1	1 $p + 1 a$	7	0,029	0,203	2,9	10,44
14	7	7 $p + 7 a$	1	0,203	0,203	20,3	73,08
12	1	1 $p + 1 a$	6	0,029	0,174	2,9	10,44
12	2	2 $p + 2 a$	3	0,058	0,174	5,8	20,88
12	3	3 $p + 3 a$	2	0,087	0,174	8,7	31,32
12	6	6 $p + 6 a$	1	0,174	0,174	17,4	62,64
10	1	1 $p + 1 a$	5	0,029	0,145	2,9	10,44
10	5	5 $p + 5 a$	1	0,145	0,145	14,5	52,20
8	1	1 $p + 1 a$	4	0,029	0,116	2,9	10,44
8	2	2 $p + 2 a$	2	0,058	0,116	5,8	20,88
8	4	4 $p + 4 a$	1	0,116	0,116	11,6	41,76
6	1	1 $p + 1 a$	3	0,029	0,087	2,9	10,44
6	3	3 $p + 3 a$	1	0,087	0,087	8,7	31,32

Tabela 5.XV - Algumas características do ALIT para $m_1 = 2$ ou para $m_1 = 1$ (em que metade das cavas pertencem ao enrolamento principal e a outra metade ao enrolamento auxiliar).

Como se indica na Figura 5.60, os dois terminais de cada bobina, encarnado (**E**) e preto (**P**), representam o sentido do enrolamento. Pois utilizou-se sempre a mesma regra em todas as bobinas. Os números **1, 2, 3, ..., 24** significam as posições das bobinas que, por exemplo, são numeradas da esquerda para a direita. Para além dos **4** terminais que ligam ao autotransformador trifásico (**L₁, L₂, L₃** e **N** - a ligação à terra de protecção é feita directamente entre a massa do ALIT e o condutor de terra da bancada de ensaios), por exemplo, os índices **a₀, a₁, ..., a₈** indicam também o número de terminais em cada linha horizontal da placa.

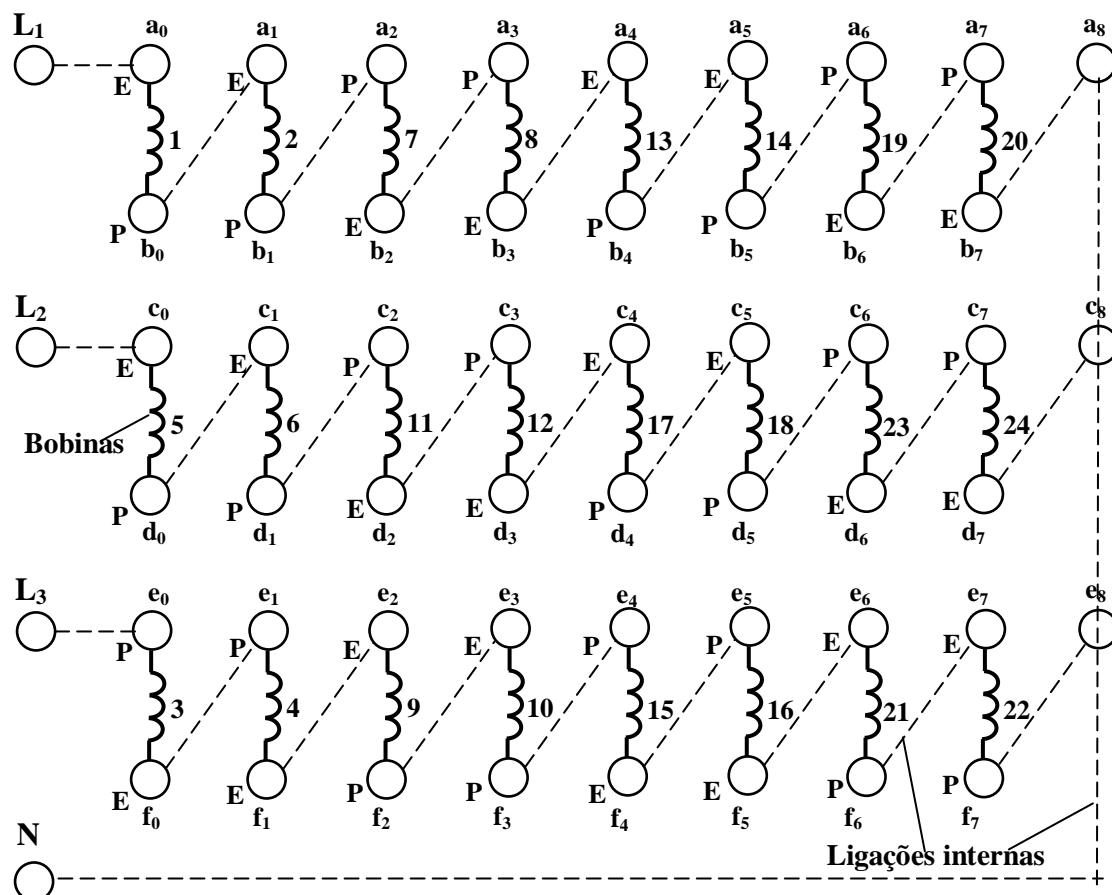


Figura 5.60 - Esquema de ligações das bobinas do primário do ALIT, de número máximo igual a 24, à placa de terminais. Exemplificação para $N_B = 24$, $m_I = 3$, $P = 4$ e $q = 2$.

Como por exemplo, se se utilizarem apenas 18 bobinas, podem-se ligar os terminais \mathbf{a}_6 e \mathbf{a}_8 , \mathbf{c}_6 e \mathbf{c}_8 , e \mathbf{e}_6 e \mathbf{e}_8 .

Sendo **1, 2, 3, ..., 24** as referências numéricas às bobinas, colocadas da esquerda para a direita, uma solução correspondente a $\mathbf{N}_B = \mathbf{24}$, $\mathbf{m}_1 = \mathbf{3}$, $\mathbf{P} = \mathbf{8}$ e $\mathbf{q} = \mathbf{1}$, pode ser representada esquematicamente por:

$$\begin{aligned} L_1 &- 1\uparrow - 4\downarrow - 7\uparrow - 10\downarrow - 13\uparrow - 16\downarrow - 19\uparrow - 22\downarrow - N; \\ L_2 &- 3\uparrow - 6\downarrow - 9\uparrow - 12\downarrow - 15\uparrow - 18\downarrow - 21\uparrow - 24\downarrow - N; \\ L_3 &- 2\downarrow - 5\uparrow - 8\downarrow - 11\uparrow - 14\downarrow - 17\uparrow - 20\downarrow - 23\downarrow - N. \end{aligned}$$

E, por exemplo, a solução correspondente a $N_B = 24$, $m_1 = 3$, $P = 2$ e $q = 4$, pode ser representada esquematicamente por:

$$\begin{array}{l} L_1 - 1\uparrow - 2\uparrow - 3\uparrow - 4\uparrow - 13\downarrow - 14\downarrow - 15\downarrow - 16\downarrow - N; \\ L_2 - 9\uparrow - 10\downarrow - 11\uparrow - 12\downarrow - 15\uparrow - 21\downarrow - 21\uparrow - 24\downarrow - N; \\ L_3 - 5\downarrow - 6\downarrow - 7\downarrow - 8\downarrow - 17\downarrow - 18\uparrow - 19\downarrow - 20\downarrow - N. \end{array}$$

Aproveitando a placa de terminais representada na Figura 5.60, a Figura 5.61 apresenta uma solução correspondente a $\mathbf{N}_B = 24$, $\mathbf{m}_1 = 2$, $\mathbf{P} = 6$ e $\mathbf{q} = 2$.

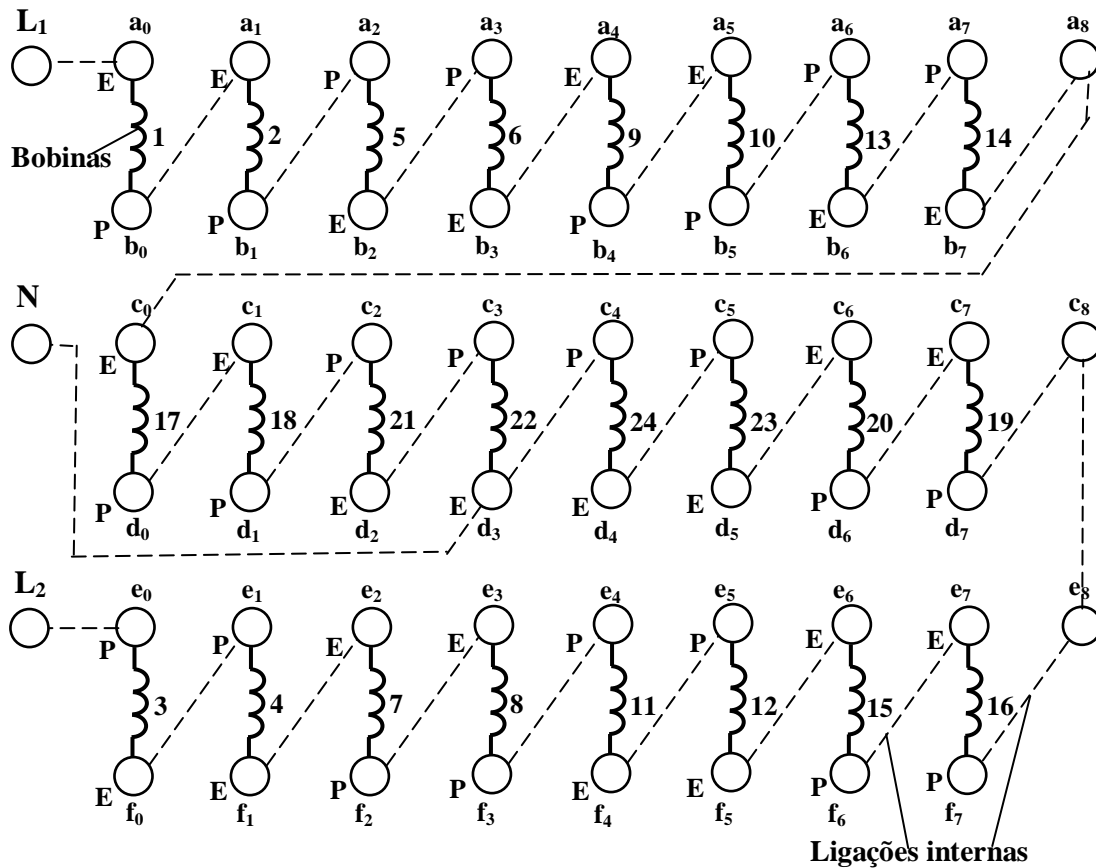


Figura 5.61 - Esquema de ligação das bobinas do primário do ALIT, de número máximo igual a 24, à placa de terminais. Exemplificação para $N_B = 24$, $m_1 = 2$, $P = 6$ e $q = 2$.

Uma das soluções correspondentes a $N_B = 24$, $m_1 = 2$, $P = 12$ e $q = 1$, pode ser representada esquematicamente por:

$L_1 - 1\uparrow - 3\downarrow - 5\uparrow - 7\downarrow - 9\uparrow - 11\downarrow - 13\uparrow - 15\downarrow - 17\uparrow - 19\downarrow - 21\uparrow - 23\downarrow - N$;
 $L_2 - 2\uparrow - 4\downarrow - 6\uparrow - 8\downarrow - 10\uparrow - 12\downarrow - 14\uparrow - 16\downarrow - 18\uparrow - 20\downarrow - 22\uparrow - 24\downarrow - N$.

Nota: neste tipo de ensaio, o condutor de neutro é absolutamente necessário.

Uma outra solução, por exemplo, para $N_B = 16$, $m_1 = 2$, $P = 4$ e $q = 2$, é suficiente utilizar-se a placa de terminais com as ligações internas representadas na Figura 5.11.c, em que não é utilizada a alimentação à fase L3, cuja representação esquemática será dada por:

$L_1 - 1\uparrow - 2\uparrow - 5\downarrow - 6\downarrow - 9\uparrow - 10\uparrow - 13\downarrow - 14\downarrow - N$;
 $L_2 - 3\uparrow - 4\uparrow - 7\downarrow - 8\downarrow - 11\uparrow - 12\uparrow - 15\downarrow - 16\downarrow - N$.

A Figura 5.62 apresenta o esquema de comando, e a Figura 5.63 o esquema de potência, ambos respeitantes ao ALIT implementado. Todos os ensaios, de regime estático e de regime dinâmico, foram realizados com o interruptor I_1 em posição de comando manual (**OFF** - Figura 5.62). Os interruptores fins de curso (ou seus substitutos mais recentes - células fotoeléctricas), têm a função de interromper o circuito eléctrico sempre que o

secundário do ALIT se desloque de uma determinada distância. Com o interruptor **I₁** em posição de comando automático (ON - Figura 5.62), os interruptores fins de curso também têm a função permitirem a inversão de marcha do ALIT, posicionando-o no ponto de partida até que novo objecto necessite de mudar de direcção (Figura 5.62).

Todas as ligações do circuito de comando foram efectuadas com condutor flexível de **1,0 mm²** de secção.

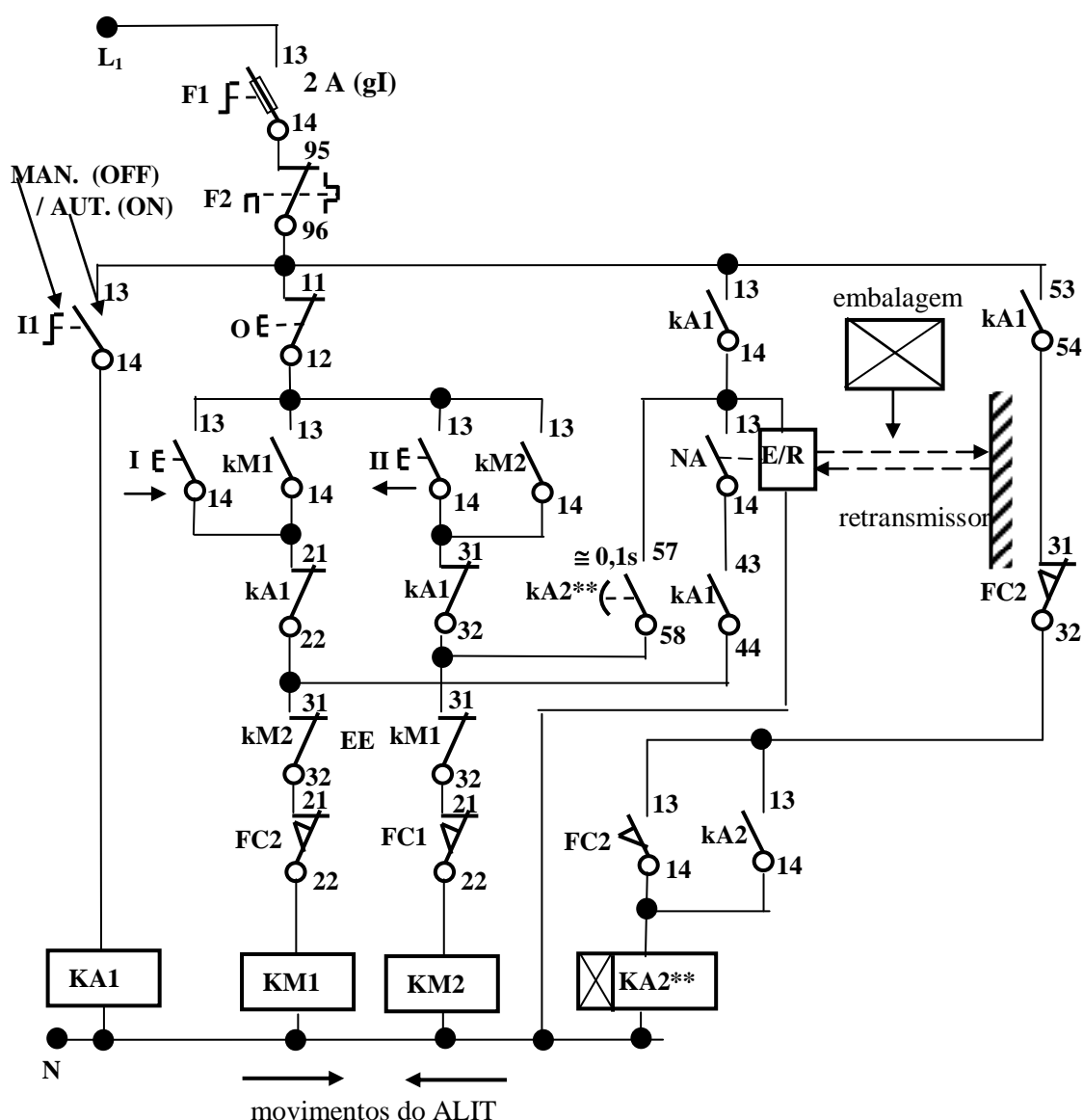


Figura 5.62 - Esquema de comando do protótipo ensaiado.

Dada a possível frequência elevada de manobras do ALIT, optou-se por utilizar contactores de potência de correntes nominais iguais a **12 A (ac)**. Quanto aos contactores auxiliares, dado que estes interrompem e estabelecem pequenas intensidades de corrente, não foi previsto nenhum dimensionamento especial.

Todas as ligações do circuito de potência foram efectuadas com condutor rígido de **2,5 mm²** de secção, excepto as ligações às bobinas que foram realizadas com condutores flexíveis também de **2,5 mm²** de secção.

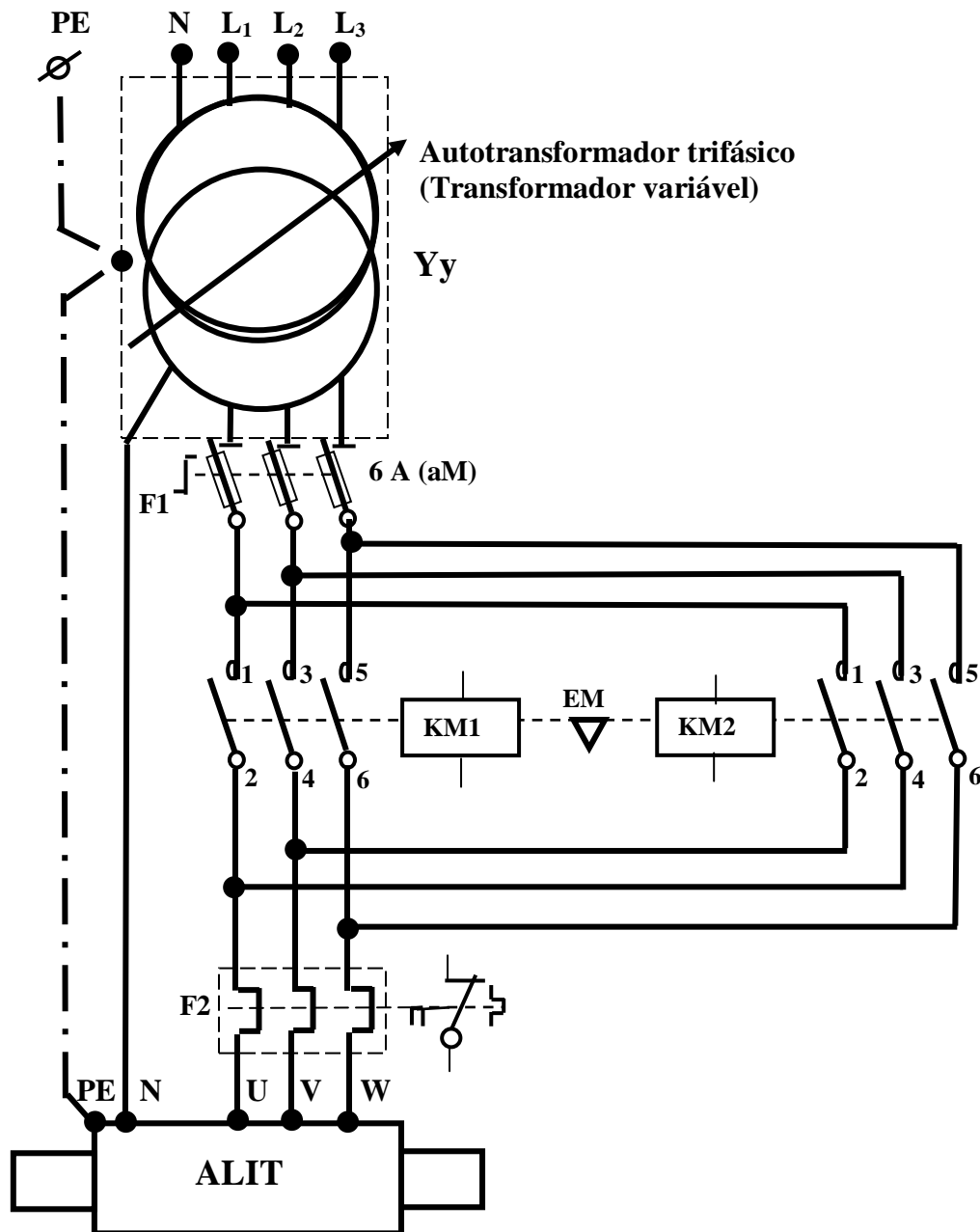


Figura 5.63 - Esquema de potência do protótipo ensaiado.

Relativamente às Figuras 5.62 e 5.63, nas protecções contra sobreintensidades, o relé térmico (**F2** - de calibre **6 A**) deve actuar em caso de sobrecarga e os corta-circuitos fusíveis (**F1** - de calibre igual a **2 A** no circuito de comando, fusíveis contra sobreintensidades, classe **gI**, e de calibres iguais a **6 A** no circuito de potência, fusíveis de acompanhamento, classe **aM**) (curto-circuito e sobrecarga), para que haja selectividade e protecção dos circuitos. Em caso de curto-circuito, para que não haja destruição do relé térmico, as curvas características dos fusíveis e do relé devem-se sobrepor de acordo coma Figura 5.64.

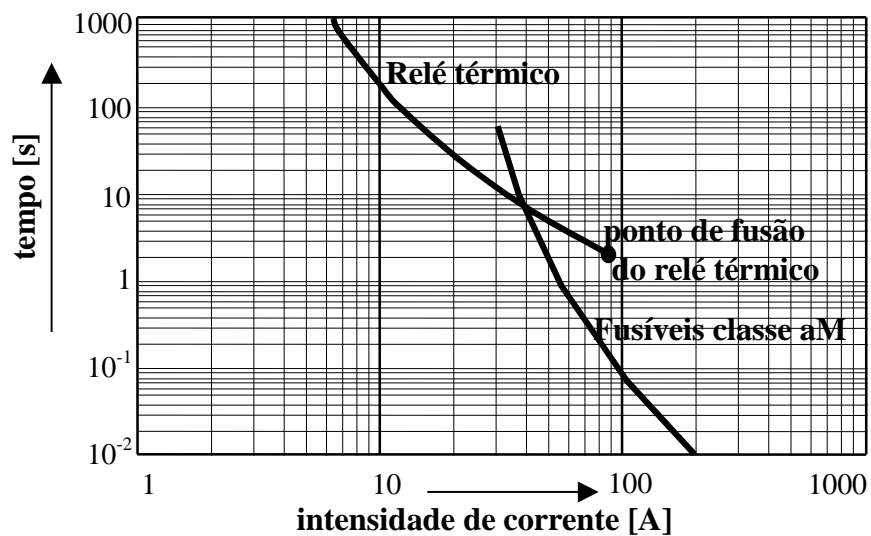


Figura 5.64 - Sobreposição das características dos relés e dos fusíveis, ambos de calibres iguais a 6 A.

A Figura 5.65 apresenta uma fotografia do ALIT implementado, de construção modular, com o respectivo banco de ensaios e a diversa aparelhagem de medida. Do lado esquerdo é bem visível a placa de terminais e a célula de carga para ensaios de força em curto-circuito.

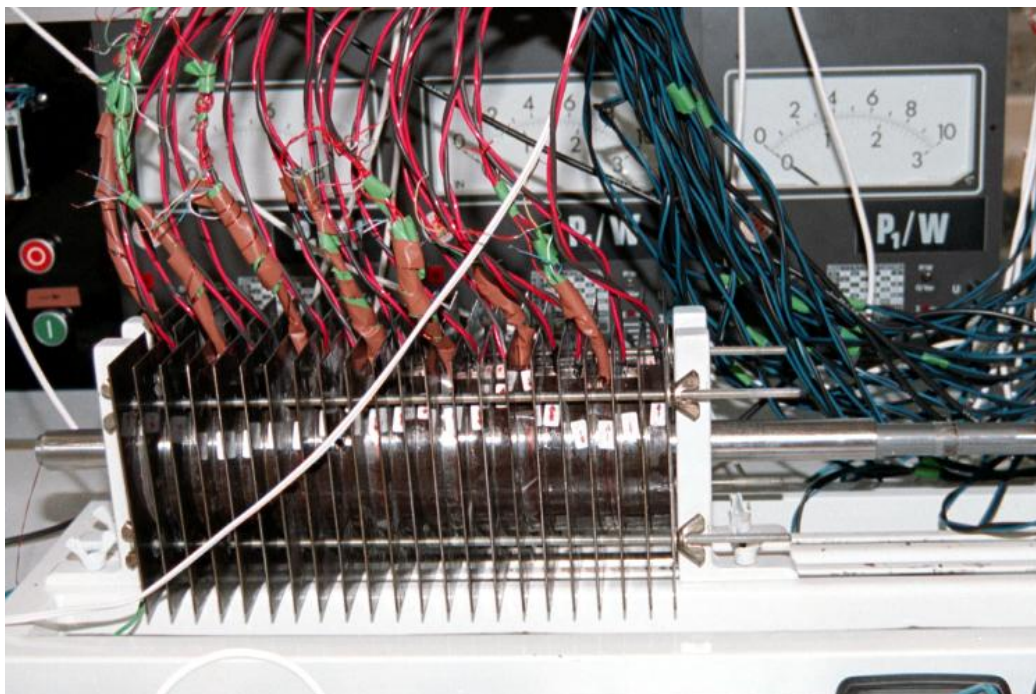


Figura 5.65 - Vista principal do ALIT implementado.

A Figura 5.66 apresenta a estrutura, em ferro, que serve de suporte às diversas tipologias do ALIT ensaiado, em que se incluem os suportes laterais devidamente

aparafusados à base, com apoios de borracha, com o objectivo de não danificar a mesa de ensaios laboratoriais.

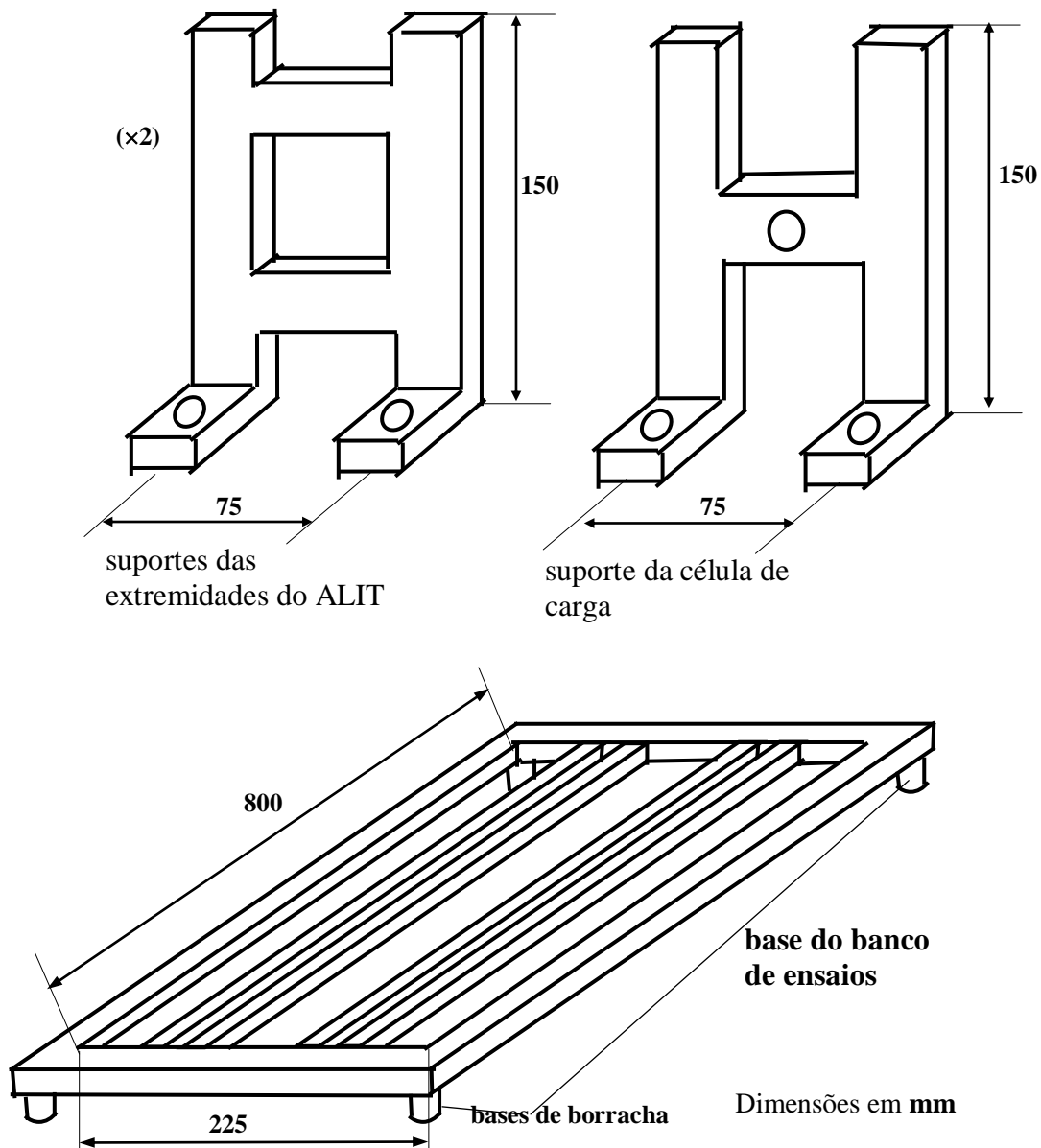


Figura 5.66 - Estrutura do banco de ensaios.

Relativamente à protecção de pessoas contra contactos directos optou-se por aplicar fita isoladora em todos os pontos críticos dos circuitos eléctricos e da aparelhagem, e contra contactos indirectos a protecção foi assegurada por intermédio de interruptores e disjuntores diferenciais de correntes de fuga de $I_{\Delta n} \cong 100 \text{ mA}$ (a montante), e de $I_{\Delta n} \cong 30 \text{ mA}$ (a jusante), localizados nos quadros eléctricos principal e parciais do Laboratório de Máquinas Eléctricas e Electrónica de Potência do DEM da UBI, respectivamente.

CAPÍTULO 6

FORÇA LONGITUDINAL

Resumo

Neste capítulo serão estudados três modelos para a determinação da força longitudinal.

6 FORÇA LONGITUDINAL

Na determinação da força longitudinal originada pelo ALIT, quando o primário é alimentado por corrente, são descritos três modelos, o unidimensional, o bidimensional, e o do esquema equivalente, que serão descritos nos subcapítulos 6.1, 6.2 e 6.3, respectivamente.

Não considerando o efeito da gravidade, particularmente quando o ALIT se encontra na posição horizontal, e dada a sua geometria cilíndrica, as forças electrodinâmicas, entre os condutores do primário e do secundário, são compensadas, isto é, a sua resultante será nula [07, 08, 38, 64, 77].

O ALIT implementado tem por objectivo funcionar a pequenas velocidades. Segundo Yamamura [77], os actuadores lineares de indução podem ser classificados para altas

velocidades se $\frac{\mu_0 v^2}{4\pi D_{me} \rho_S g'_{eq}} \gg 1$, e para baixas velocidades se $\frac{\mu_0 v^2}{4\pi D_{me} \rho_S g'_{eq}} < 1$.

6.1 MODELO UNIDIMENSIONAL

Considere-se um actuador tubular de estrutura laminar [07, 30, 38, 39, 53, 64, 69, 76, 77], em que a corrente no primário se supõe concentrada numa lâmina condutora de espessura infinitesimal, $\mathbf{e}_{C1} \cong \mathbf{0}$, cobrindo a periferia interior do bloco magnético do primário, e em que o secundário, móvel, é igualmente uma lâmina condutora de resistividade superficial ρ_S e de espessura \mathbf{e}_C .

Neste estudo, considerando \mathbf{g}_{eq} o entreferro equivalente entre o primário e o secundário, embora o campo magnético varie ao longo do eixo longitudinal \mathbf{x} , supõe-se que este modelo apenas apresente componentes, em coordenadas cilíndricas, segundo o versor $\hat{\mathbf{e}}_\rho$. Também se admite igualmente que a permeabilidade magnética do ferro é infinita e que a sua condutividade é praticamente nula.

Considere-se agora um contorno fechado elementar de largura $d\mathbf{x}$, conforme se esquematiza na Figura 6.1, em que as densidades lineares de corrente, em grandezas complexas, $\bar{\mathbf{j}}_1 \equiv \bar{\mathbf{j}}_1(\mathbf{x}, t)$ e $\bar{\mathbf{j}}_2 \equiv \bar{\mathbf{j}}_2(\mathbf{x}, t)$, que fluem na direcção de $\hat{\mathbf{e}}_\gamma$, representam as densidades lineares de corrente na lâmina estatórica (primário) e na lâmina rotórica (secundário), respectivamente.

Pela lei de Ampère, a circulação do vector intensidade do campo magnético, $\vec{\mathbf{H}}$, ao longo de um contorno fechado, \mathcal{L} , é igual ao somatório de todas as correntes que atravessam a superfície, \mathcal{S} , apoiada nesse contorno, ou seja

$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{\mathbf{H}} \cdot d\vec{\mathbf{l}} = \int_{\mathcal{S}} \nabla \times \vec{\mathbf{H}} \cdot d\vec{\mathbf{S}} = \int_{\mathcal{S}} (\vec{\mathbf{J}}_c + \vec{\mathbf{J}}_d) \cdot d\vec{\mathbf{S}} \quad (6.1)$$

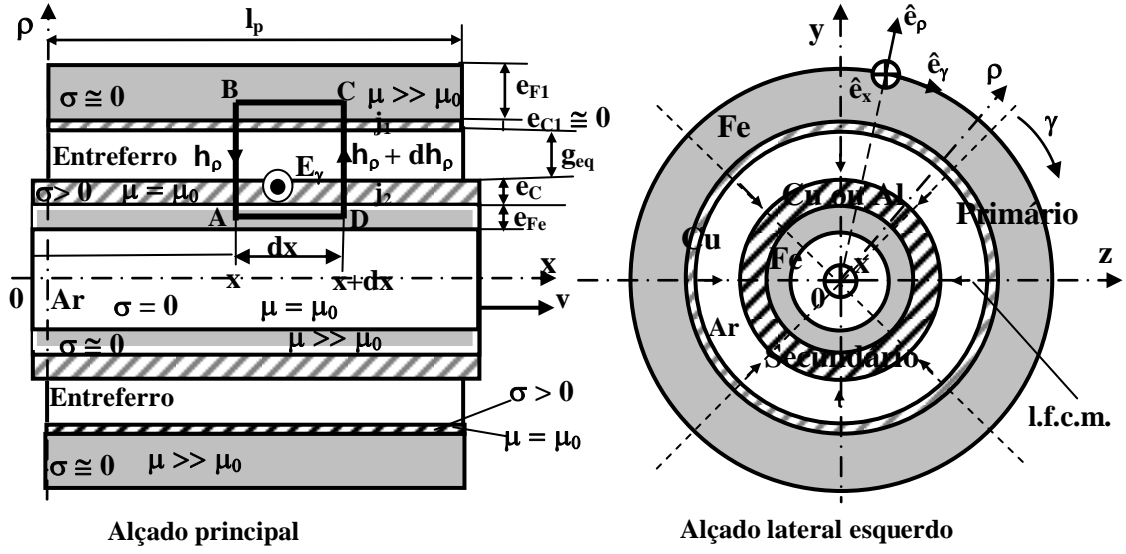


Figura 6.1 - Contorno ABCD aplicado à zona do entreferro de um ALIT.

Nota: $g'_{eq} = g_{eq} + e_C$.

Em que \vec{J}_c é a densidade de corrente de condução e $\vec{J}_d = \partial \vec{D} / \partial t = \epsilon \partial \vec{E} / \partial t$ a densidade de corrente de deslocamento. Para baixas frequências, da ordem dos **50 Hz**, pode-se admitir que $\vec{J}_d \ll \vec{J}_c$ e, por isso, a expressão (6.1) pode ser substituída por

$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{J}_c \cdot d\vec{S} = I_c \quad (6.2)$$

em que I_c representa toda a corrente de condução limitada pela linha fechada l . Da Figura 6.1, como $\vec{B} = \mu \vec{H}$ e devido ao facto das quedas de tensão magnéticas nos percursos (B - C) e (D - A) serem consideradas nulas, em virtude de nessa região $\mu \gg \mu_0$, aplicando a lei de Ampère ao contorno fechado **ABCD**, ter-se-á

$$\frac{1}{\mu_0} [\bar{b}_{\rho(A-B)} g'_{eq} - \bar{b}_{\rho(C-D)} g'_{eq}] = (\bar{j}_1 + \bar{j}_2) dx \quad (6.3)$$

ou seja,

$$\frac{g'_{eq}}{\mu_0} d\bar{b}_{\rho} = (\bar{j}_1 + \bar{j}_2) dx \leftrightarrow \frac{g'_{eq}}{\mu_0} \frac{\partial \bar{b}_{\rho}}{\partial x} = \bar{j}_1 + \bar{j}_2 \quad (6.4)$$

em que g'_{eq} representa o entreferro equivalente total (ar e espessura do condutor do secundário), e \bar{b}_{ρ} a indução magnética no entreferro, originada pelo primário, em grandezas complexas.

Do mesmo modo, de acordo com a primeira lei de Maxwell, ou lei de Ampère na forma diferencial, em coordenadas cilíndricas, em que se supõe que $\vec{H} \equiv \vec{H}_1$ apenas tem

componentes segundo o eixo ρ , e que $\vec{J}_c = \sigma \vec{E}$ apresenta somente componentes segundo o eixo γ , obtém-se

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_c \leftrightarrow \frac{1}{\rho} \begin{vmatrix} \hat{e}_\rho & \rho \hat{e}_\gamma & \hat{e}_x \\ \frac{\partial}{\partial \rho} & \frac{\partial}{\partial \gamma} & \frac{\partial}{\partial x} \\ H_\rho & 0 & 0 \end{vmatrix} = \frac{\partial H_\rho}{\partial x} \hat{e}_\gamma - \frac{\partial H_\rho}{\partial \gamma} \hat{e}_x = \frac{dI_c}{dS} \hat{e}_\gamma \rightarrow \frac{\partial \bar{h}_\rho}{\partial x} = \frac{\bar{j}_1 + \bar{j}_2}{g'_{eq}} \quad (6.5)$$

cujo resultado da expressão (6.5) torna-se igual a (6.4). Derivando ambos os membros de (6.4) em ordem a x , virá

$$\frac{\partial^2 \bar{b}_\rho}{\partial x^2} = \frac{\mu_0}{g'_{eq}} \left(\frac{\partial \bar{j}_1}{\partial x} + \frac{\partial \bar{j}_2}{\partial x} \right) \quad (6.6)$$

De acordo com a segunda lei de Maxwell na forma diferencial, a intensidade do campo eléctrico \vec{E} está relacionada com a indução magnética originada pelo primário, \vec{B} , e segundo ρ , por

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}_\rho(x,t)}{\partial t} \hat{e}_\rho = -\left(\frac{\partial \vec{B}_\rho}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial \vec{B}_\rho}{\partial t} \right) \hat{e}_\rho = -\left(\frac{\partial \vec{B}_\rho}{\partial t} + v \frac{\partial \vec{B}_\rho}{\partial x} \right) \hat{e}_\rho \quad (6.7)$$

Dado que \vec{E} tem apenas a direcção de γ e varia segundo x (Figura 6.1), $\nabla \times \vec{E}$, em coordenadas cilíndricas, também será dado por

$$\nabla \times \vec{E} = \frac{1}{\rho} \begin{vmatrix} \hat{e}_\rho & \rho \hat{e}_\gamma & \hat{e}_x \\ \frac{\partial}{\partial \rho} & \frac{\partial}{\partial \gamma} & \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & \rho E_\gamma & 0 \end{vmatrix} = -\frac{\partial E_\gamma}{\partial x} \hat{e}_\rho + \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho E_\gamma)}{\partial \rho} \hat{e}_x \quad (6.8)$$

Igualando as componentes das expressões (6.7) e (6.8), segundo \hat{e}_ρ , em grandezas complexas, \bar{e}_γ e \bar{b}_ρ , obter-se-á

$$\frac{\partial \bar{e}_\gamma}{\partial x} = \frac{\partial \bar{b}_\rho}{\partial t} + v \frac{\partial \bar{b}_\rho}{\partial x} \quad (6.9)$$

Mas como o campo eléctrico no tubo cilíndrico do secundário, de espessura e_c , está relacionado com a resistividade superficial, ρ_s em $[\Omega]$, por

$$\bar{e}_\gamma = \rho_s \bar{j}_2 \rightarrow \frac{\partial \bar{e}_\gamma}{\partial x} = \rho_s \frac{\partial \bar{j}_2}{\partial x} \quad (6.10)$$

substituindo (6.10) em (6.9), e depois em (6.6), resultará

$$\frac{\partial^2 \bar{b}_\rho}{\partial x^2} - \frac{\mu_0 v}{\rho_S g'_{eq}} \frac{\partial \bar{b}_\rho}{\partial x} - \frac{\mu_0}{\rho_S g'_{eq}} \frac{\partial \bar{b}_\rho}{\partial t} = \frac{\mu_0}{g'_{eq}} \frac{\partial \bar{j}_1}{\partial x} \quad (6.11)$$

• A resolução da equação diferencial linear de segunda ordem com coeficientes constantes (6.11), em que se considera $\bar{b}_\rho(\mathbf{x}, t) = \bar{X}(\mathbf{x})\bar{T}(t)$, terá uma solução, em termos de variáveis separadas, dada por

$$\frac{\bar{T}'(t)}{\bar{T}(t)} = \frac{1}{\bar{X}(x)} \left[\frac{\rho_S g'_{eq}}{\mu_0} \bar{X}''(x) - v \bar{X}'(x) \right] = \bar{\lambda}_1 \quad (6.12)$$

sendo $\bar{\lambda}_1$ uma constante de separação. Assim poder-se-ão obter as seguintes equações separadas:

$$\begin{cases} \bar{T}'(t) = \bar{\lambda}_1 \bar{T}(t) \\ \bar{X}''(x) - \frac{\mu_0 v}{\rho_S g'_{eq}} \bar{X}'(x) - \frac{\mu_0 \lambda_1}{\rho_S g'_{eq}} \bar{X}(x) = 0 \end{cases} \quad (6.13)$$

Da primeira equação de (6.13), ter-se-á, como solução, $\bar{D} - \bar{\lambda}_1 = 0 \xrightarrow{\text{solução}} \bar{T}(t) = \bar{C} e^{\bar{\lambda}_1 t}$, e da segunda equação também de (6.13), com $\varepsilon_1 = \frac{\mu_0}{\rho_S g'_{eq}}$, virá $\bar{k}^2 - \varepsilon_1 v \bar{k} - \varepsilon_1 \bar{\lambda}_1 = 0$, cujas soluções serão dadas por

$$\bar{k}_1 = \frac{\varepsilon_1 v}{2} - \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_1 v}{2}\right)^2 + \varepsilon_1 \bar{\lambda}_1} \quad \text{e} \quad \bar{k}_2 = \frac{\varepsilon_1 v}{2} + \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_1 v}{2}\right)^2 + \varepsilon_1 \bar{\lambda}_1} \quad (6.14)$$

e que têm como solução

$$\bar{X}(x) = \bar{C}_1 e^{\bar{k}_1 x} + \bar{C}_2 e^{\bar{k}_2 x} \quad (6.15)$$

Assim a solução da equação homogênea de (6.11) será dada por

$$\bar{b}_\rho(\mathbf{x}, t) = e^{\bar{\lambda}_1 t} (\bar{b}_1 e^{\bar{k}_1 x} + \bar{b}_2 e^{\bar{k}_2 x}) \quad (6.16)$$

• Para se determinar a solução particular de (6.16), de uma forma simplificada, considera-se que $\bar{j}_1 = \mathbf{J}_{1M} e^{j(\omega t - \beta x)}$, sendo \mathbf{J}_{1M} o valor máximo da densidade linear de corrente no primário, em [A/m], e em que se admite apenas a harmónica de índice \mathbf{k}

= **1**, sendo ω a pulsação angular em [rad/s], e β o número de onda em [rad/m]. Então a derivada parcial de $\bar{\mathbf{j}}_1$, em ordem à variável \mathbf{x} , será dada por

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{j}}_1}{\partial \mathbf{x}} = -j\beta \mathbf{J}_{1M} e^{j(\omega t - \beta \mathbf{x})} \quad (6.17)$$

Substituindo (6.17) em (6.11), virá

$$\frac{\partial^2 \bar{\mathbf{b}}_p}{\partial \mathbf{x}^2} - \varepsilon_1 v \frac{\partial \bar{\mathbf{b}}_p}{\partial \mathbf{x}} - \varepsilon_1 \frac{\partial \bar{\mathbf{b}}_p}{\partial t} = -j \frac{\mu_0 \beta \mathbf{J}_{1M}}{g'_{eq}} e^{j(\omega t - \beta \mathbf{x})} \quad (6.18)$$

De (6.18), a respectiva solução particular será da forma $\bar{\mathbf{b}}_p = \bar{\mathbf{b}}_s e^{j(\omega t - \beta \mathbf{x})}$, pelo que virá

$$-\beta^2 \bar{\mathbf{b}}_s + j\beta \varepsilon_1 v \bar{\mathbf{b}}_s - j\omega \varepsilon_1 \bar{\mathbf{b}}_s = -j \frac{\mu_0 \beta \mathbf{J}_{1M}}{g'_{eq}} \quad (6.19)$$

E como $\omega = \beta v_s$, de (6.19) resultará

$$\bar{\mathbf{b}}_s = \frac{j \frac{\mu_0 \mathbf{J}_{1M}}{g'_{eq}}}{\beta + j\varepsilon_1(v_s - v)} = \frac{\frac{\mu_0 \mathbf{J}_{1M}}{g'_{eq}}}{\varepsilon_1(v_s - v) - j\beta} = \frac{\frac{\mu_0 \mathbf{J}_{1M}}{g'_{eq}}}{\frac{\mu_0}{\rho_s g'_{eq}}(v_s - v) - j\beta} = \frac{\mathbf{J}_{1M}}{\frac{sv_s}{\rho_s} - j\beta \frac{g'_{eq}}{\mu_0}} \quad (6.20)$$

Assim a solução geral de (6.11) será dada por

$$\bar{\mathbf{b}}_p(\mathbf{x}, t) = \bar{\mathbf{b}}_s e^{j(\omega t - \beta \mathbf{x})} + e^{\bar{\lambda}_1 t} (\bar{\mathbf{b}}_1 e^{\bar{\mathbf{k}}_1 \mathbf{x}} + \bar{\mathbf{b}}_2 e^{\bar{\mathbf{k}}_2 \mathbf{x}}) \quad (6.21)$$

em que $\bar{\mathbf{b}}_s e^{j(\omega t - \beta \mathbf{x})}$ representa a componente normal da onda viajante da indução magnética, $\bar{\mathbf{b}}_1 e^{\bar{\lambda}_1 t + \bar{\mathbf{k}}_1 \mathbf{x}}$ a componente devida ao efeito de extremidade de entrada, e $\bar{\mathbf{b}}_2 e^{\bar{\lambda}_1 t + \bar{\mathbf{k}}_2 \mathbf{x}}$ a componente devida ao efeito de extremidade de saída [30, 38, 77].

- Para o caso de o actuador funcionar em regime estacionário, $\bar{\lambda}_1$ pode ser real ou complexo (imaginário puro inclusive). Portanto o valor de $\bar{\lambda}_1$ deve ser escolhido de modo a que a equação (6.21) possa satisfazer às condições de fronteira para uma dada situação real [77].

Para o regime de funcionamento permanente do actuador, todos os termos da expressão (6.21) devem ser estacionários. Isto obriga a que $\bar{\lambda}_1$ seja um imaginário puro. Como a única fonte de excitação existente é a corrente primária com uma frequência angular ω ,

$\bar{\lambda}_1$ pode tomar o valor igual a $\mathbf{j}\omega$. Assim as raízes de $\bar{\mathbf{k}}_1$ e de $\bar{\mathbf{k}}_2$, de (6.14), serão iguais a

$$\bar{k}_1, \bar{k}_2 = \frac{\varepsilon_1 v}{2} \mp \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_1 v}{2}\right)^2 + \mathbf{j}\varepsilon_1 \omega} = \frac{\varepsilon_1 v}{2} \left[1 \mp \sqrt{1 + \mathbf{j} \frac{4\varepsilon_1 \omega}{(\varepsilon_1 v)^2}} \right] = \frac{\varepsilon_1 v}{2} \left(1 \mp \sqrt{1 + \mathbf{j} \frac{4\omega}{\varepsilon_1 v^2}} \right) \quad (6.22)$$

Considerando $\bar{\mathbf{A}}_1 = \mathbf{1} + \mathbf{j} \frac{4\omega}{\varepsilon_1 v^2} = \mathbf{r}_1 e^{\mathbf{j}\theta_1}$, sendo $\mathbf{r}_1 = \sqrt{1 + \left(\frac{4\omega}{\varepsilon_1 v^2}\right)^2}$ e

$\theta_1 = \arctg \frac{4\omega}{\varepsilon_1 v^2}$, então $\sqrt{\bar{\mathbf{A}}_1} = \sqrt{\mathbf{r}_1} e^{\mathbf{j} \frac{\theta_1 + 2\kappa\pi}{2}}$ tem como soluções:

$$\kappa = 0 \rightarrow \sqrt{\bar{\mathbf{A}}_1} = \sqrt{\mathbf{r}_1} e^{\mathbf{j} \frac{\theta_1}{2}} = \sqrt{\mathbf{r}_1} \left(\cos \frac{\theta_1}{2} + \mathbf{j} \sin \frac{\theta_1}{2} \right) e$$

$$\begin{aligned} \kappa = 1 \rightarrow \sqrt{\bar{\mathbf{A}}_1} &= \sqrt{\mathbf{r}_1} e^{\mathbf{j} \frac{\theta_1 + 2\pi}{2}} = \\ &= \sqrt{\mathbf{r}_1} \left[\cos\left(\frac{\theta_1}{2} + \pi\right) + \mathbf{j} \sin\left(\frac{\theta_1}{2} + \pi\right) \right] = -\sqrt{\mathbf{r}_1} \left(\cos \frac{\theta_1}{2} + \mathbf{j} \sin \frac{\theta_1}{2} \right) \end{aligned}$$

ou seja,

$$\begin{cases} \sqrt{\bar{\mathbf{A}}_1} = \pm \sqrt{\mathbf{r}_1} \left(\cos \frac{\theta_1}{2} + \mathbf{j} \sin \frac{\theta_1}{2} \right) \\ \cos \frac{\theta_1}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \theta_1}{2}} = \sqrt{\frac{1 + \frac{1}{\mathbf{r}_1}}{2}} \\ \sin \frac{\theta_1}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \theta_1}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{1}{\mathbf{r}_1}}{2}} \end{cases} \quad (6.23)$$

Portanto, (6.23) será substituído por

$$\sqrt{\bar{\mathbf{A}}_1} = \sqrt{1 + \mathbf{j} \frac{4\omega}{\varepsilon_1 v^2}} = \sqrt{\mathbf{r}_1} \left(\sqrt{\frac{\mathbf{r}_1 + 1}{2\mathbf{r}_1}} + \mathbf{j} \sqrt{\frac{\mathbf{r}_1 - 1}{2\mathbf{r}_1}} \right) = \sqrt{\frac{\mathbf{r}_1 + 1}{2}} + \mathbf{j} \sqrt{\frac{\mathbf{r}_1 - 1}{2}} \quad (6.24)$$

Assim, de (6.24), virá finalmente,

$$\begin{cases} \bar{k}_1 = \frac{\varepsilon_1 v}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{r_1 + 1}{2}} - j \sqrt{\frac{r_1 - 1}{2}} \right) = \frac{\varepsilon_1 v}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{r_1 + 1}{2}} \right) - j \frac{\varepsilon_1 v}{2} \sqrt{\frac{r_1 - 1}{2}} = \alpha_1 - j\beta_1 \\ \bar{k}_2 = \frac{\varepsilon_1 v}{2} \left(1 + \sqrt{\frac{r_1 + 1}{2}} + j \sqrt{\frac{r_1 - 1}{2}} \right) = \frac{\varepsilon_1 v}{2} \left(1 + \sqrt{\frac{r_1 + 1}{2}} \right) + j \frac{\varepsilon_1 v}{2} \sqrt{\frac{r_1 - 1}{2}} = \alpha_2 + j\beta_1 \end{cases} \quad (6.25)$$

donde

$$\begin{cases} \alpha_1 = \frac{\varepsilon_1 v}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{r_1 + 1}{2}} \right) \\ \alpha_2 = \frac{\varepsilon_1 v}{2} \left(1 + \sqrt{\frac{r_1 + 1}{2}} \right) \\ \beta_1 = \frac{\varepsilon_1 v}{2} \sqrt{\frac{r_1 - 1}{2}} \end{cases} \quad (6.26)$$

Para os valores de α_1 , α_2 e β_1 , dados pela expressão (6.26), de (6.21), em estado estacionário, a solução geral será dada por

$$\bar{b}_\rho(x, t) = \bar{b}_s e^{j(\omega t - \beta_1 x)} + \bar{b}_1 e^{\alpha_1 x} e^{j(\omega t - \beta_1 x)} + \bar{b}_2 e^{\alpha_2 x} e^{j(\omega t + \beta_1 x)} \quad (6.27)$$

De (6.27), tal como de (6.21), o termo $\bar{b}_1 e^{\bar{k}_1 x} e^{j\omega t} \equiv \bar{b}_1 e^{\alpha_1 x} e^{j(\omega t - \beta_1 x)}$ representa o efeito da onda na extremidade de entrada do secundário do ALIT, isto é, a ponta do secundário do lado esquerdo, se o movimento for da esquerda para a direita. O termo $\bar{b}_2 e^{\bar{k}_2 x} e^{j\omega t} \equiv \bar{b}_2 e^{\alpha_2 x} e^{j(\omega t + \beta_1 x)}$ diz respeito ao efeito da onda na extremidade de saída.

Assim, considerando o movimento do secundário da esquerda para a direita, as extremidades de entrada e de saída podem ser observadas a partir do esboço de um ALIT indicado na Figura 6.2.

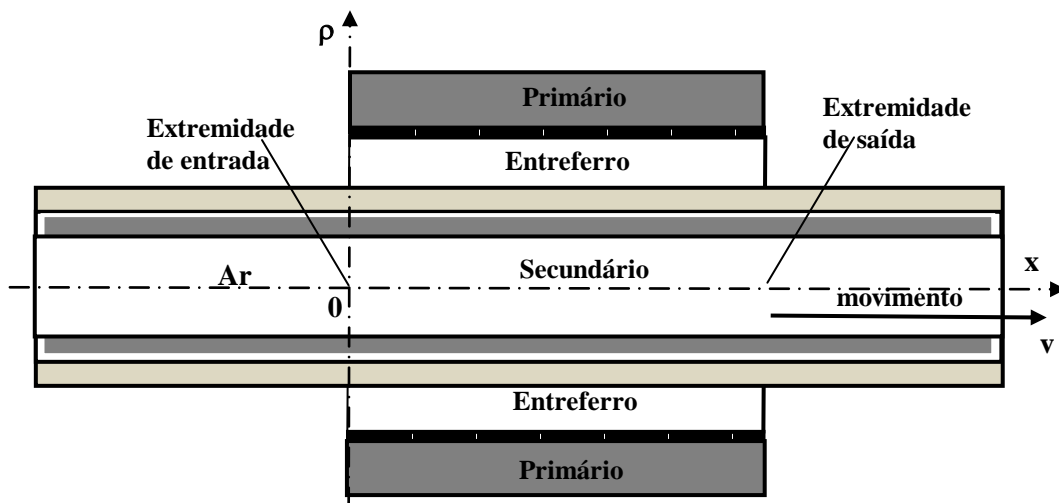


Figura 6.2 - Extremidade de entrada e extremidade de saída de um ALIT.

De (6.26), sendo $\lambda_e = \frac{2\pi}{\beta_1}$, a velocidade das ondas electromagnéticas, correspondentes aos efeitos de extremidade, será igual a

$$v_e = \lambda_e f = \frac{\tau_e \omega}{\pi} = v_s \frac{\tau_e}{\tau} = \frac{2\omega}{\varepsilon_1 v \sqrt{\frac{r_1 - 1}{2}}} \quad (6.28)$$

em que:

λ_e - comprimento de onda resultante do efeito de extremidade - [m];

f - frequência da rede - [Hz];

τ_e - comprimento de meia onda resultante do efeito de extremidade - [m].

Assim, calculam-se as constantes $|\bar{b}_1|$ e $|\bar{b}_2|$ a partir das seguintes condições de fronteira:

- Se o fluxo magnético não se perde através das zonas laterais do núcleo ferromagnético e se não há franjeamento de fluxo em ambas as extremidades, então o fluxo sai e entra no núcleo de ferro apenas somente através do entreferro. Então tem-se, para um primário de comprimento, segundo o eixo x , igual a l_p (Figura 6.1), em que

$$\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \rightarrow \int_0^{l_p} \bar{b}_p dx = 0 \quad (\text{pois o perímetro da circunferência média do entreferro do}$$

ALIT é igual a πD_{me} , sendo D_{me} o seu diâmetro equivalente, que corresponde a um perímetro igual à largura w de um ALIP de características praticamente iguais).

Portanto de (6.27), uma das condições de fronteira, sendo l_p o comprimento útil do

primário, será $\int_0^{l_p} \bar{b}_p dx = 0$, ou seja,

$$\int_0^{l_p} \bar{b}_p dx = 0 \leftrightarrow e^{j\omega t} \int_0^{l_p} (\bar{b}_s e^{-j\beta x} + \bar{b}_1 e^{\bar{k}_1 x} + \bar{b}_2 e^{\bar{k}_2 x}) dx = 0 \quad (6.29)$$

Resolvendo (6.29), obtém-se

$$\frac{\bar{b}_1 (e^{\bar{k}_1 l_p} - 1)}{\bar{k}_1} + \frac{\bar{b}_2 (e^{\bar{k}_2 l_p} - 1)}{\bar{k}_2} = \frac{j \bar{b}_s (1 - e^{-j\beta l_p})}{\beta} \quad (6.30)$$

Se $l_p = 2\tau p$, com p inteiro positivo, e $\beta = \pi/\tau$, verifica-se que $e^{-j\beta l_p} = e^{-j\frac{\pi}{\tau} 2p\tau} = e^{-j2p\pi} = 1$, e, por isso, $1 - e^{-j\beta l_p} = 0$. Se $l_p = 2\tau p$, com $p = 1/2, 3/2, 5/2, \dots$, verifica-se que $e^{-j\beta l_p} = e^{-j2p\pi} = -1$, e, por isso, $1 - e^{-j\beta l_p} = 2$. Assim, de (6.30), a indução \bar{b}_2 , em função de \bar{b}_1 e de \bar{b}_s , será dada por [77]

$$\bar{b}_2 = \begin{cases} -\frac{\bar{k}_2(e^{\bar{k}_1 l_p} - 1)}{\bar{k}_1(e^{\bar{k}_2 l_p} - 1)} \bar{b}_1 & (p = 1, 2, 3, \dots) \\ -\frac{\bar{k}_2(e^{\bar{k}_1 l_p} - 1)}{\bar{k}_1(e^{\bar{k}_2 l_p} - 1)} \bar{b}_1 + \frac{2j\bar{k}_2}{\beta(e^{\bar{k}_2 l_p} - 1)} \bar{b}_s & (p = 1/2, 3/2, 5/2, \dots) \end{cases} \quad (6.31)$$

Na prática, dado que uma boa parte das l.f.c.m. se fecham através do ar, na extremidade de saída, o termo $(e^{\bar{k}_2 l_p} - 1)$ poderá ser corrigido para $[e^{\bar{k}_2(l_p + \frac{\tau_d}{2})} - 1]$, em que se supõe que cerca de metade do espaço correspondente a um passo de cava é atravessado por um fluxo de valor aceitável. Para se determinar \bar{b}_1 , considera-se a extremidade esquerda do primário do ALIT, isto é, para $\mathbf{x} = \mathbf{0}$, e de (6.21), admitindo que $\bar{\lambda}_1 = j\omega$, obtém-se

$$\bar{b}_p(\mathbf{x}, t)|_{\mathbf{x}=\mathbf{0}} = (\bar{b}_s + \bar{b}_1 + \bar{b}_2)e^{j\omega t} = 0 \quad (6.32)$$

ou seja,

$$\bar{b}_1 = -\bar{b}_s - \bar{b}_2 = \begin{cases} \frac{\bar{b}_s}{\frac{\bar{k}_2(e^{\bar{k}_1 l_p} - 1)}{\bar{k}_1(e^{\bar{k}_2 l_p} - 1)} - 1} & (p = 1, 2, 3, \dots) \\ 1 + \frac{2j\bar{k}_2}{\beta(e^{\bar{k}_2 l_p} - 1)} \bar{b}_s & (p = 1/2, 3/2, 5/2, \dots) \end{cases} \quad (6.33)$$

Assim, de (6.27), a indução no entreferro, originada pelo primário, será dada por $\bar{b}_p(\mathbf{x}, t) = (\bar{b}_s e^{-j\beta \mathbf{x}} + \bar{b}_1 e^{\bar{k}_1 \mathbf{x}} + \bar{b}_2 e^{\bar{k}_2 \mathbf{x}})e^{j\omega t}$, em que $\bar{b}_s = \frac{\mathbf{J}_{1M}}{\frac{sv_s}{\rho_s} - j\beta \frac{g'_{eq}}{\mu_0}}$, \bar{b}_1 é dado

por (6.33), e \bar{b}_2 por (6.31).

Perante alguns dados relativos ao protótipo implementado, em que se considera um ALIT trifásico, de tensões equilibradas, alimentado por uma corrente de aproximadamente igual a **5 A** (densidade de corrente máxima, $\mathbf{J}_{1M} \cong 47 \cdot 10^3 \text{ A/m} - \mathbf{k} = 1$), o que corresponde, neste caso, a um actuador trifásico, em que **f = 50 Hz**, **Q_t = 24**, **τ_d = 14,5 mm**, **σ_{Cu} = 5,8 · 10⁷ (Ωm)⁻¹**, (secundário em tubos de Cu e Fe - na prática é habitual considerar-se **ρ_{Cu} = 0,02 Ω · mm²/m** devido à temperatura ambiente e, particularmente, à temperatura resultante do aquecimento dos condutores), **l_p = 348 mm**, **p = 4**, **β = π/τ = 72,22 rad/m**, **g'_{eq} = 5,37 mm**, e **e_{Cu} ≅ 0,55 mm** (em vez de **0,6 mm** -

valor máximo confirmado por um paquímetro, isto devido a fissuras e a irregularidades do tubo de Cu do secundário quando foi enrolado sobre o tubo de Fe de retorno), a Figura 6.3 apresenta o comprimento de meia onda, resultante do efeito de extremidade, τ_e , em função do escorregamento, tendo como referência o respectivo passo polar [77].

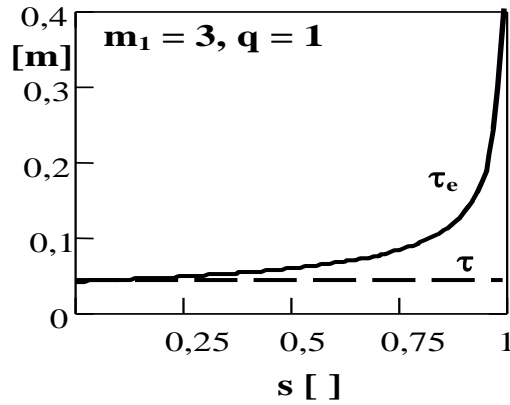


Figura 6.3 - Comprimento de meia onda, resultante do efeito de extremidade, τ_e , em função do escorregamento ($m_1 = 3$ e $q = 1$).

De acordo com a expressão (6.27), para $f = 50$ Hz, a Figura 6.4-a apresenta as induções no entreferro, $\text{Im}\{\bar{b}_s e^{j(\omega t - \beta x)}\}$, $\text{Im}\{\bar{b}_1 e^{\bar{k}_1 x} e^{j\omega t}\}$, $\text{Im}\{\bar{b}_2 e^{\bar{k}_2 x} e^{j\omega t}\}$ e $\text{Im}\{\bar{b}_p(x, t)\}$, em função do escorregamento, compreendido entre os limites 0 ($v = v_s$) e 1 ($v = 0$), para $m_1 = 3$, $\omega t = 0$ e para $x = 0$, e a Figura 6.4-b apresenta as mesmas induções no entreferro, também em função do escorregamento, mas para $\omega t = 0$ e para $x = l_p$.

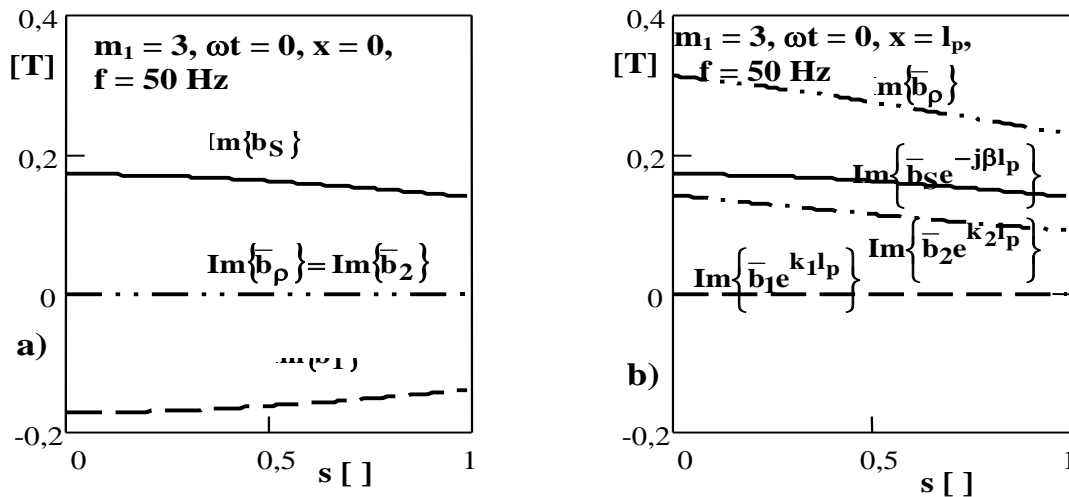


Figura 6.4 - Componentes das induções no entreferro devidas aos efeitos de extremidade, em função do escorregamento.

a) $\omega t = 0$ e $x = 0$;

b) $\omega t = 0$ e $x = l_p$.

A Figura 6.5 apresenta as induções no entreferro, $\text{Im}\{\bar{b}_s e^{j(\omega t - \beta x)}\}$, $\text{Im}\{\bar{b}_1 e^{\bar{k}_1 x} e^{j\omega t}\}$, $\text{Im}\{\bar{b}_2 e^{\bar{k}_2 x} e^{j\omega t}\}$ e $\text{Im}\{\bar{b}_p(x, t)\}$, em função de x , compreendido entre os limites $x = 0$ e $x = 8\tau$ ($x = l_p = 348 \text{ mm}$), para $m_1 = 3$, $\omega t = 0$ e para $s \cong 1$.

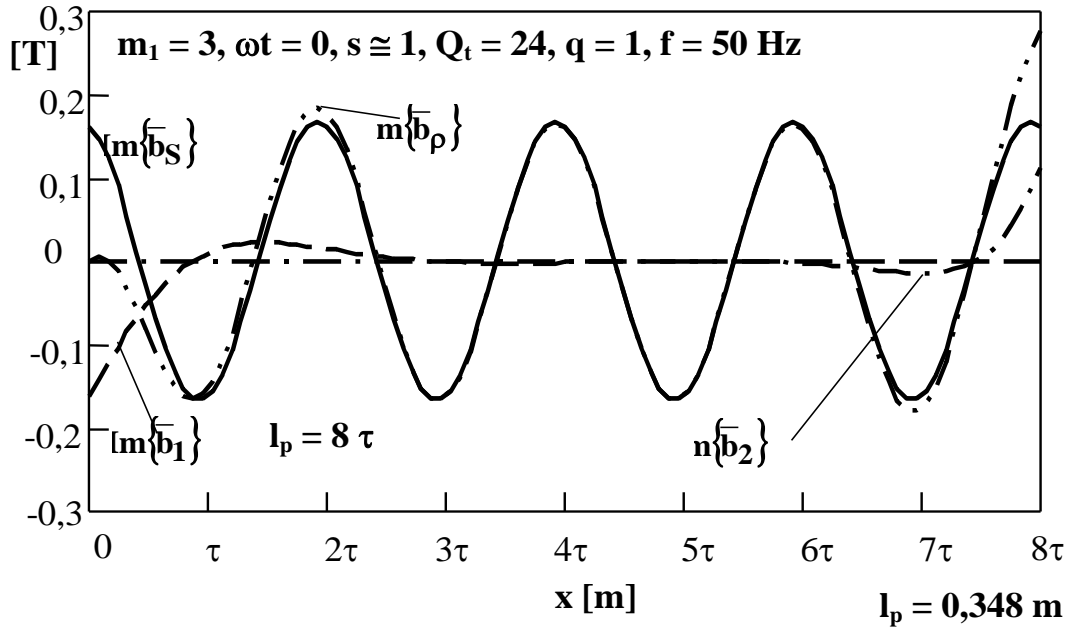


Figura 6.5 - Componentes das induções no entreferro devidas aos efeitos de extremidade, em função de $0 \leq x \leq l_p$.

Da Figura 6.5, verifica-se que a indução provocada pelo efeito de extremidade de entrada (à esquerda) é superior à indução provocada pelo efeito de extremidade de saída (à direita). Por observação das áreas relativas às alternâncias sinusoidais de $\text{Im}\{\bar{b}_s e^{j(\omega t - \beta x)}\}$, verifica-se que do lado esquerdo da Figura 6.5, relativamente a $\text{Im}\{\bar{b}_p(x, t)\}$, há uma diminuição, isto significa que a força longitudinal sofre um decréscimo devido à componente $\text{Im}\{\bar{b}_1 e^{\bar{k}_1 x} e^{j\omega t}\}$, mas do lado direito existe um aumento da área, acima e abaixo do eixo de ordenada nula, embora de menor amplitude, o que se traduz por um pequeno aumento da força longitudinal devido à componente $\text{Im}\{\bar{b}_2 e^{\bar{k}_2 x} e^{j\omega t}\}$. Também, como se pode verificar, por intermédio da Figura 6.5, os efeitos de extremidade para $s \cong 1$, isto é, para pequenas velocidades, são praticamente insignificantes. Pela Figura 6.5 comprova-se que os efeitos de extremidade podem ser ignorados para ALIs com um número elevado de pólos. Existem ALIs com outras características, em que se comprova em que o efeito da componente de $\text{Im}\{\bar{b}_2 e^{\bar{k}_2 x} e^{j\omega t}\}$ é praticamente inexistente [07, 77].

A Figura 6.6 apresenta as induções no entreferro, em módulo, $|\bar{b}_s|$, $|\bar{b}_1|$, $|\bar{b}_2|$ e $|\bar{b}_p|$, em função de x , compreendido entre os limites $x = 0$ e $x = 8\tau$ ($x = l_p = 348 \text{ mm}$), para $m_1 = 3$, $\omega t = 0$ e para $s \cong 1$.

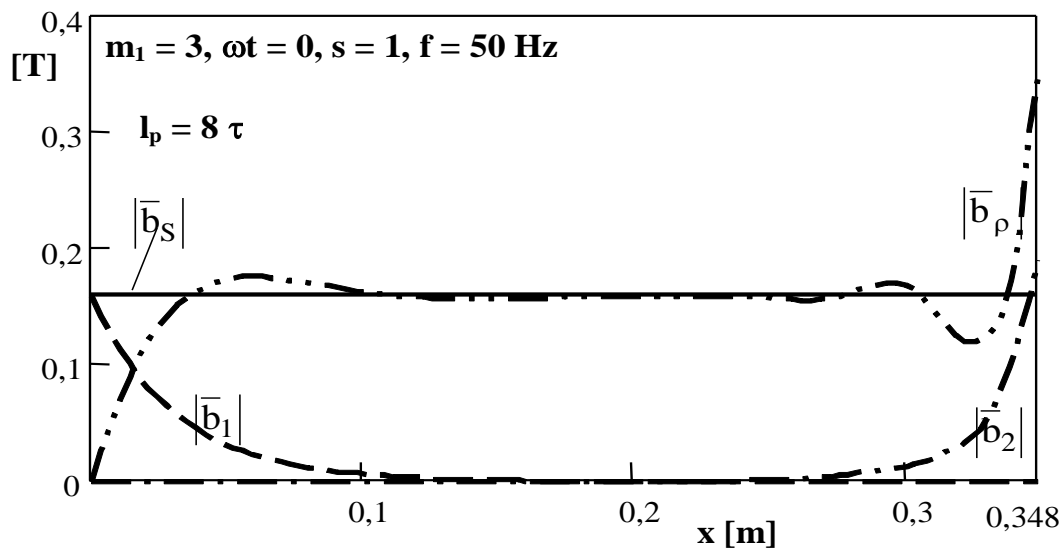


Figura 6.6 - Componentes, em módulo, das induções no entreferro devidas aos efeitos de extremidade, em função de $0 \leq x \leq l_p$.

Da Figura 6.6, pode-se verificar que na zona intermédia a indução, em módulo, é constante, pelo que se deduz, mais uma vez, que em ALIs com um grande número de pólos, os efeitos de extremidade são insignificantes. Na extremidade da direita, devido ao facto do fluxo ser franjeado através do ar, o valor de $|\bar{b}_\rho|$ apresenta uma amplitude muito inferior, isto é, um pouco superior à de $|\bar{b}_s|$, por isso, em todas as tipologias de ALITs, alguns autores, [38, 77], consideram que o efeito de extremidade de saída não produz praticamente qualquer efeito na resultante da força longitudinal.

A Figura 6.7-a apresenta, num plano complexo de Argand, as induções no entreferro, \bar{b}_s e \bar{b}_ρ , para valores de x compreendidos entre os limites $x = 0$ e $x = l_p = 348 \text{ mm}$, para $m_1 = 3$, $\omega t = 0$, e $s \cong 1$. Do mesmo modo, a Figura 6.7-b apresenta as induções \bar{b}_s e \bar{b}_ρ , para $s = 0$.

Por observação da Figura 6.7 verifica-se que o lugar geométrico de \bar{b}_s , para valores de x compreendidos entre os limites $x = 0$ e $x = l_p = 0,348 \text{ m}$, representa 4 circunferências sobrepostas, e que o lugar geométrico de \bar{b}_ρ apresenta uma espiral não muito afastada de quaisquer das circunferências representadas por \bar{b}_s para $s \cong 1$ (Figura 6.7-a).

Por outro lado, para $s = 0$ (Figura 6.7-b), o lugar geométrico de \bar{b}_ρ apresenta uma espiral mais afastada de quaisquer das circunferências, pelo que se pode concluir de que para velocidades do secundário próximas da do campo girante, os efeitos de extremidade devem ser tomados mais em consideração.

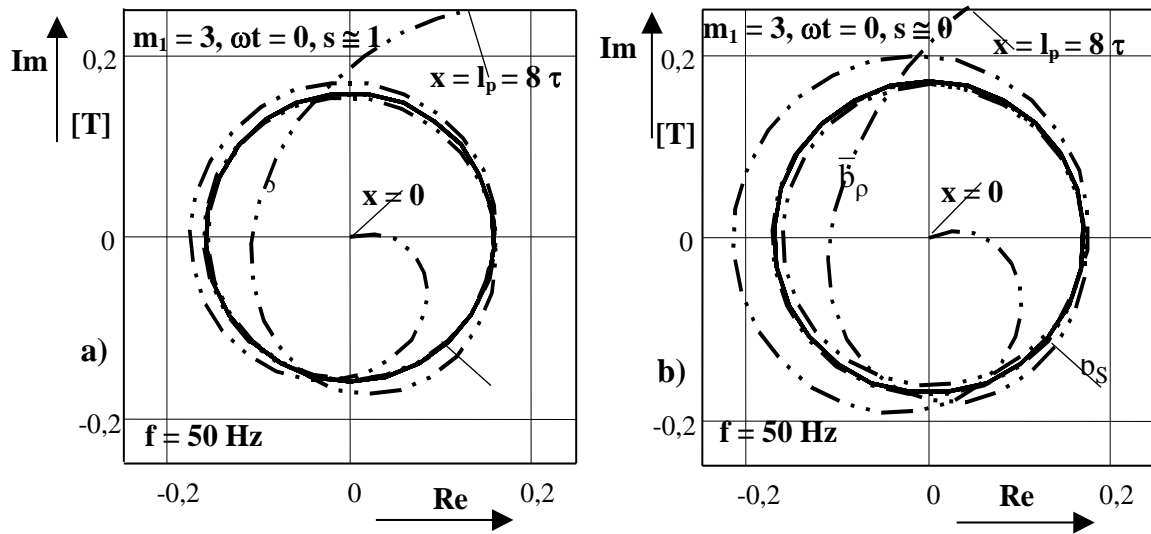


Figura 6.7 - Induções no entreferro, \bar{b}_s e \bar{b}_p , representadas num plano de Argand, para $m_1 = 3$, $\omega t = 0$ e $0 \leq x \leq l_p$. a) $s \cong 1$; b) $s = 0$.

Da expressão (6.4) verifica-se que $\bar{j}_1 + \bar{j}_2 = \frac{g'_{eq}}{\mu_0} \frac{\partial \bar{b}_p}{\partial x}$. Assim, derivando (6.27) em ordem a x , obtém-se

$$\bar{j}_1 + \bar{j}_2 = \frac{g'_{eq}}{\mu_0} \left[-j\beta \bar{b}_s e^{-j\beta x} + \bar{k}_1 \bar{b}_1 e^{\bar{k}_1 x} + \bar{k}_2 \bar{b}_2 e^{\bar{k}_2 x} \right] e^{j\omega t} \quad (6.34)$$

sendo \bar{j}_1 , para $k = 1$, dado por $\bar{j}_1 = \frac{3\sqrt{2}N_{1T}I_1}{2p\tau} \frac{\sin \frac{\pi c}{2\tau}}{\frac{\pi c}{2\tau}} \frac{\sin \frac{\pi}{6}}{q \sin \frac{\pi}{6q}} e^{j(\omega t - \beta x)}$, $I_1 = 5$ A, a grandeza \bar{j}_2 será dada pela diferença entre (6.34) e \bar{j}_1 .

A Figura 6.8 apresenta a densidade linear de corrente no secundário, $\text{Im}\{\bar{j}_2\}$, ao longo da variável x compreendida entre os limites $x = 0$ e $x = l_p$, para $\omega t = 0$ e $0 \leq s \leq 1$ [22, 51].

A Figura 6.9 apresenta a densidade linear de corrente no secundário, $\text{Im}\{\bar{j}_2\}$, ao longo da variável x compreendida entre os limites $x = 0$ e $x = l_p$, para $\omega t = 0$ e $0 \leq s \leq 1$, desprezando o efeito de extremidade de saída.

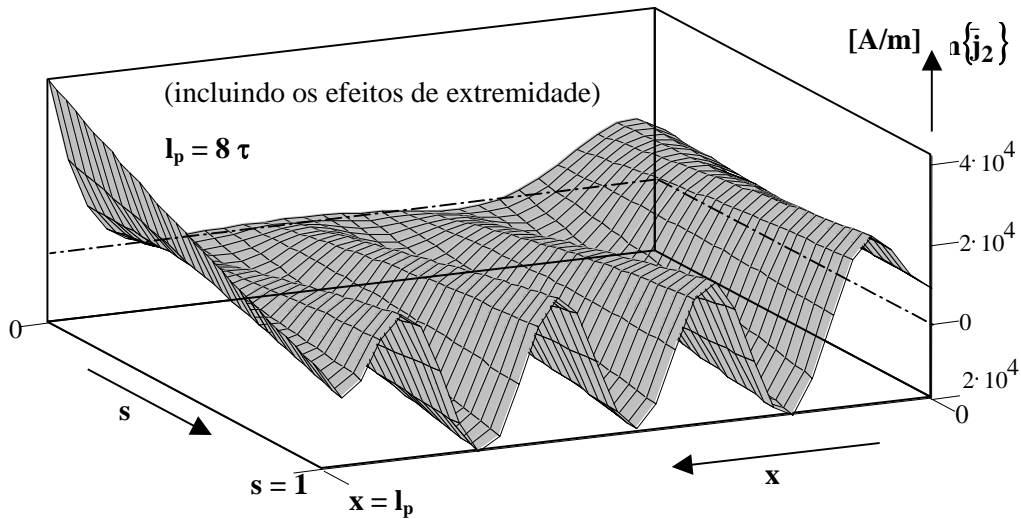


Figura 6.8 - Densidade linear de corrente no secundário, $\text{Im}\{\bar{j}_2\}$, ao longo da variável x compreendida entre os limites $x = 0$ e $x = l_p$, para $f = 50$ Hz, e para $\omega t = 0$ e $0 \leq s \leq 1$, incluindo os efeitos de extremidade.

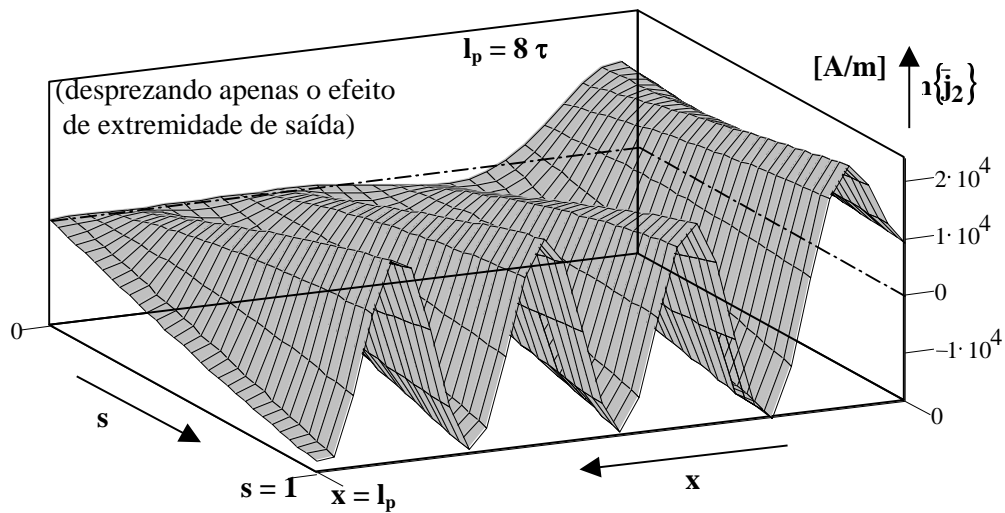


Figura 6.9 - Densidade linear de corrente no secundário, $\text{Im}\{\bar{j}_2\}$, ao longo da variável x compreendida entre os limites $x = 0$ e $x = l_p$, para $f = 50$ Hz, e para $\omega t = 0$ e $0 \leq s \leq 1$, em que se despreza o efeito de extremidade de saída.

Uma vez conhecida a densidade de corrente no secundário, \bar{j}_2 , a f.e.m pode ser determinada a partir da expressão (6.10), pelo que ter-se-á $\bar{e}_\gamma = \rho_S \bar{j}_2$, e portanto

$$\bar{e}_2 = \int_{l=\pi D_{mc}} \bar{e}_\gamma \cdot d\bar{l}, \text{ pelo que se poderá concluir, no modelo unidimensional, que}$$

$$\bar{e}_2 = \pi D_{me} \rho_S \bar{j}_2.$$

Por outro lado a característica da densidade linear de corrente $\bar{j}_1 + \bar{j}_2$, em função de $0 \leq x \leq l_p$ ($l_p = 0,348$ m), para $s = 1$, será representada na Figura 6.10. Esta característica é importante, pois é útil para se determinar a f.e.m. induzida na reactância de magnetização.

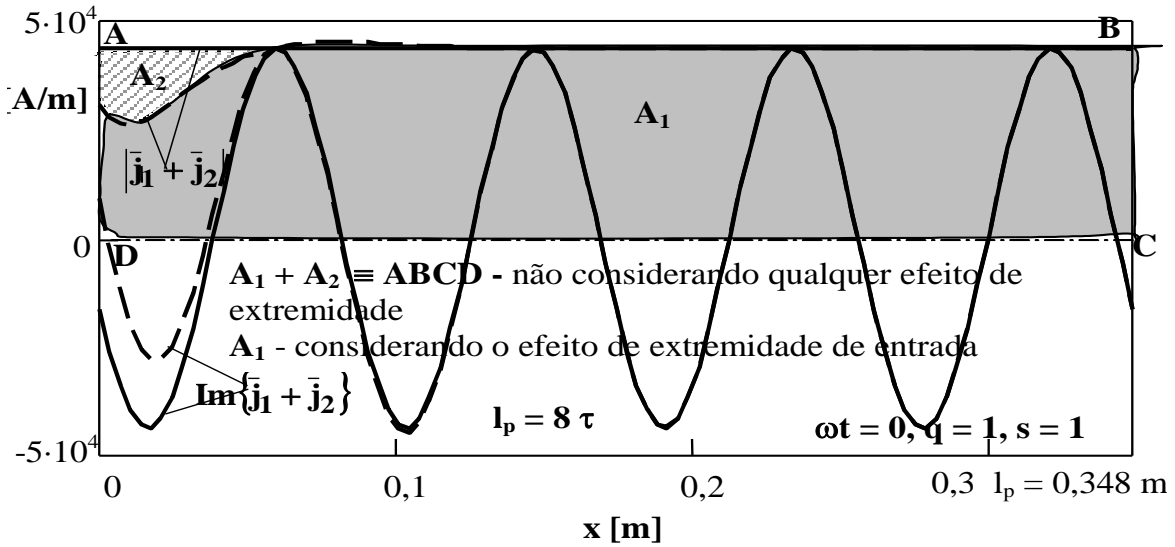


Figura 6.10 - Densidade linear de corrente na reactância de magnetização, $\text{Im}\{\bar{j}_1 + \bar{j}_2\}$ e $|\bar{j}_1 + \bar{j}_2|$, para $f = 50$ Hz, $0 \leq x = l_p$, $\omega t = 0$ e $s = 1$, em que se despreza o efeito de extremidade de saída.

De acordo com a Figura 6.10, é possível determinar o coeficiente devido ao efeito de extremidade [17, 30, 38, 53], K_{ex} , que pode ser dado por $K_{ex} = \frac{A_2}{A_1 + A_2}$, que de acordo com a característica apresentada na Figura 6.10, para $s = 1$, será igual a **0,033**, ou seja, **3,3%**. O valor de K_{ex} tem interesse no dimensionamento, por exemplo, da reactância de magnetização, X_m , cujo valor corrigido, devido ao efeito de extremidade de entrada, será igual a $X_{mc} = X_m (1 \pm K_{ex})$. Por exemplo, para $q = 1$ e $s = 1$, o valor de X_{mc} será igual a $X_{mc} = X_m (1 - K_{ex})$.

A força longitudinal pode ser calculada por intermédio da seguinte expressão [64, 77]

$$F = \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ \int_0^{2\pi} \frac{D_{mc}}{2} \int_0^{l_p} \bar{b}_\rho \bar{j}_1 \cdot dx d\gamma \right\} = \frac{\pi D_{mc}}{2} \text{Re} \left\{ \int_0^{l_p} \bar{b}_\rho \bar{j}_1 \cdot dx \right\} \quad (6.35)$$

De (6.35), a força longitudinal é constituída por três componentes, a que resulta de não se considerarem os efeitos de extremidade, que é dada por

$$F_S = \frac{\pi D_{me} l_p J_{IM}^2}{2} \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{\frac{sv_s}{\rho_s} - j \frac{\beta g'_{eq}}{\mu_0}} \right\} = \frac{\pi D_{me} l_p J_{IM}^2 \rho_s}{2sv_s \left[1 + \left(\frac{\beta \rho_s g'_{eq}}{sv_s \mu_0} \right)^2 \right]} \quad (6.36)$$

Por observação da expressão (6.36), verifica-se que a força longitudinal é proporcional ao quadrado da densidade linear de corrente no primário, isto é, ao quadrado da corrente absorvida, e que depende directamente da resistividade superficial do material condutor do secundário (Cu ou Al), e indirectamente do entreferro. Por outro lado, a força longitudinal aumenta com o escorregamento e com $v_s = 2\tau f$ (mas, considerando uma frequência constante, é preciso ter em atenção que um bom dimensionamento para pequenos valores de τ resulta num mau dimensionamento para valores de τ elevados, isto, na realidade, é devido aos valores geralmente baixos das permeabilidades magnéticas dos tipos de ferro vulgarmente utilizados no dimensionamento do protótipo, pois apresentam valores de μ_r pouco superiores a **200**, e, para além disso, quando se obriga a passar um grande número de l.f.c.m. através de uma secção (geralmente as que apresentas maiores densidades de fluxo são precisamente a zona transversal do tubo de Fe e a zona das aletas junto ao entreferro), devidos aos fenómenos de saturação, essas permeabilidades relativas aproximam-se bastante da unidade (permeabilidade relativa do ar).

Considerando os efeitos de extremidade, de (6.35), a força longitudinal F_1 , devida ao efeito de extremidade de entrada, que geralmente se opõe à força F_S , será dada por

$$F_1 = \frac{\pi D_{me} J_{IM}}{2} \operatorname{Re} \left\{ \frac{\bar{b}_1 \left[e^{(\bar{k}_1 + j\beta)l_p} - 1 \right]}{\bar{k}_1 + j\beta} \right\} \quad (6.37)$$

E a força F_2 , devida ao efeito de extremidade de saída, geralmente de valor desprezável, será dada por

$$F_2 = \frac{\pi D_{me} J_{IM}}{2} \operatorname{Re} \left\{ \frac{\bar{b}_2 \left[e^{(\bar{k}_2 + j\beta)l_p} - 1 \right]}{\bar{k}_2 + j\beta} \right\} \quad (6.38)$$

• Perante alguns dados relativos ao protótipo implementado, em que se considera um ALIT trifásico, de tensões equilibradas, alimentado por uma corrente de aproximadamente igual a **5 A** (densidade de corrente máxima, $J_{IM} \cong 47 \cdot 10^3 \text{ A/m} - k = 1$), o que corresponde, neste caso, a um actuador trifásico, em que $Q_t = 24$, $\tau_d = 14,5 \text{ mm}$, $\rho_{Cu} = 0,02 (\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m})$, $l_p = 348 \text{ mm}$, $p = 4$, $\beta = \pi/\tau = 72,22 \text{ rad/m}$, $g'_{eq} = 5,37 \text{ mm}$, e $e_{Cu} \cong 0,55 \text{ mm}$, a Figura 6.11-a apresenta a força longitudinal F_S , as componentes das forças devidas aos efeitos de reflexão das ondas nas extremidades (pois

a onda da extremidade de entrada viaja em sentido contrário ao do campo viajante, \bar{b}_s , embora mesmo com a inversão do ângulo de fase, contribui geralmente para uma diminuição da força resultante na zona de entrada, e a onda da extremidade de saída viaja no mesmo sentido do campo viajante \bar{b}_s , mas mesmo com a inversão do ângulo de fase, nessa extremidade, contribui para um aumento da amplitude da onda resultante nessa zona), e a força $F = F_s + F_1 + F_2$, em função de $0 \leq s \leq 1$. Do mesmo modo, para $I_1 = 5$ A ($J_{1M} \cong 46,7 \cdot 10^3$ A/m), a Figura 6.11-b apresenta as componentes da força longitudinal para $m_1 = 3$, $q = 2$ e $Q_t = 24$.

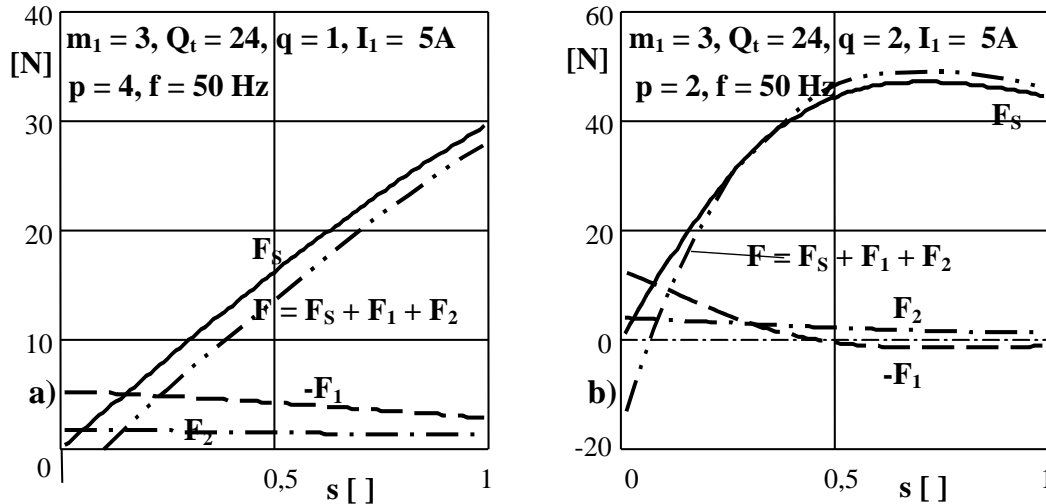


Figura 6.11 - Componentes da força longitudinal para $I_1 = 5$ A, ALIT trifásico com 24 cavas. **a)** $q = 1$ e $f = 50$ Hz; **b)** $q = 2$ e $f = 50$ Hz.

Por observação da Figura 6.11-a, verifica-se que os resultados são muito aproximados aos obtidos nos ensaios.

Relativamente à Figura 6.11-b, verifica-se que os resultados, em média, são cerca de **10 a 20 %** superiores aos obtidos nos ensaios, pelo que se poderá admitir que o factor de saturação do ALIT seja, nestas circunstâncias, também superior, isto é devido ao facto da relutância do circuito magnético ser maior, particularmente na zona do tubo de Fe do secundário, que ao ser atravessada por um muito maior número de l.f.c.m., o que se traduz por um factor de ferro, ou de saturação, superior a um, o que origina uma diminuição da reactância de magnetização e, conseqüentemente, da f.e.m. induzida no secundário. Ainda da Figura 6.11-b também se verifica que, para $0,3 \leq s \leq 1$, a força F_1 é negativa. Para diversas tipologias, como por exemplo se pode observar na Figura 6.11, constata-se que a força resultante, F , torna-se negativa para escorregamentos na vizinhança de zero.

Para os parâmetros relativos às características apresentadas na Figura 6.11, a Figura 6.12-a apresenta a força longitudinal F_s , e as componentes das forças devidas aos efeitos das extremidades, e a força $F = F_s + F_1 + F_2$, para $f = 40$ Hz e $0 \leq s \leq 1$. A Figura 6.12-b apresenta a força longitudinal F_s , e as componentes das forças devidas aos efeitos de nas extremidades, e a força $F = F_s + F_1 + F_2$, para $f = 60$ Hz e $0 \leq s \leq 1$.

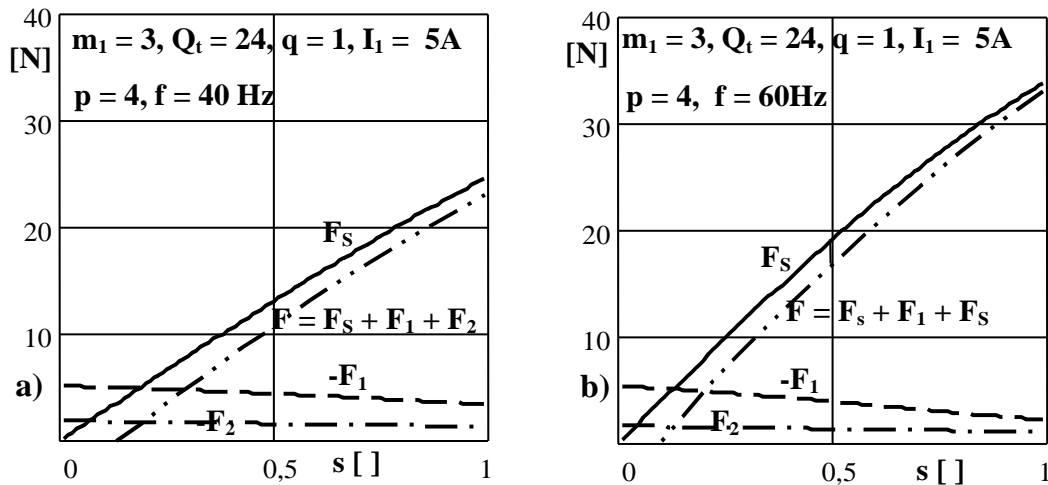


Figura 6.12 - Componentes da força longitudinal para $I_1 = 5$ A. ALIT trifásico com 24 cavas. a) $q = 1$ e $f = 40$ Hz; b) $q = 1$ e $f = 60$ Hz.

Por comparação das Figuras 6.12-a e 6.12b, verifica-se que, para a mesma corrente por fase, a força é superior a **60 Hz**, pois a reactância de magnetização a esta frequência é superior, o que origina uma maior f.e.m. induzida no secundário [34, 36].

A Figura 6.13 apresenta uma analogia, referente aos efeitos de extremidade, que corresponde a um corpo a movimentar-se sobre a água em repouso, em que se verifica que, na extremidade correspondente ao sentido do movimento, a ondulação é praticamente nula, e na extremidade oposta a ondulação toma, de um modo geral, valores máximos de amplitude, em que se considera uma situação real de o corpo se movimentar (primário) face à água (secundário); este movimento relativo corpo-água pode ser imaginado ao contrário e, nesse caso, existe uma relação análoga à representada na Figura 6.2 [65, 66]. Neste caso, tal como nas topologias dos actuadores lineares, o efeito da extremidade de entrada, de maior amplitude, contribui para uma força contrária ao movimento, e o efeito de extremidade de saída, de menor amplitude, favorece o sentido do movimento.

Na análise unidimensional do ALIT, por observação da Figura 6.1, verifica-se que a indução \bar{b}_p não é constante, isto é, apresenta maior densidade de fluxo em superfícies cilíndricas de menor raio.

Assim, pretende-se comparar, por exemplo, o modelo de um ALIP, de largura w , com o modelo de um ALIT, de raio equivalente (ρ_{eq}), isto é, ao nível do diâmetro da circunferência média do entreferro (D_{me}), que irá corresponder à largura w de um ALIP, em que, por simplificação, se supõe que a indução $|b_y|$ (ALIP), ou $|b_p|$ (ALIT), não varia com l_p , como se pode observar na Figura 6.14 [76, 78].

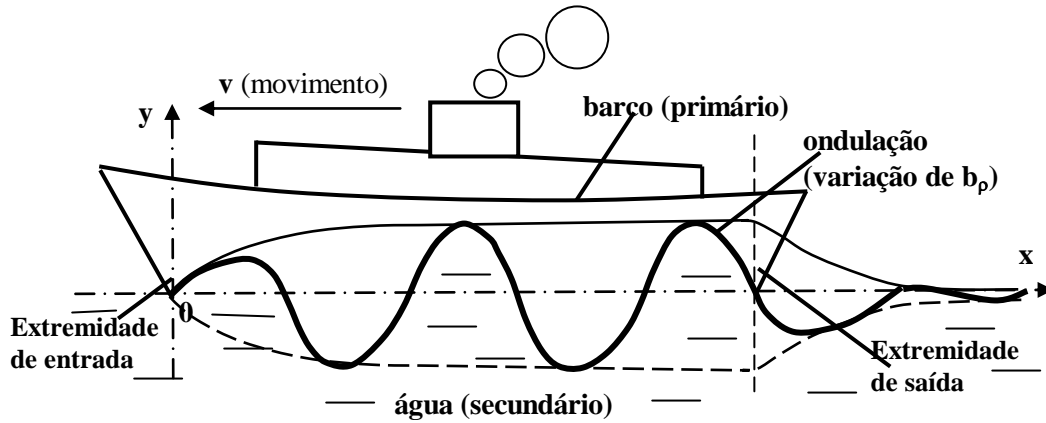


Figura 6.13 - Analogia hidráulica relativa aos efeitos de extremidade.

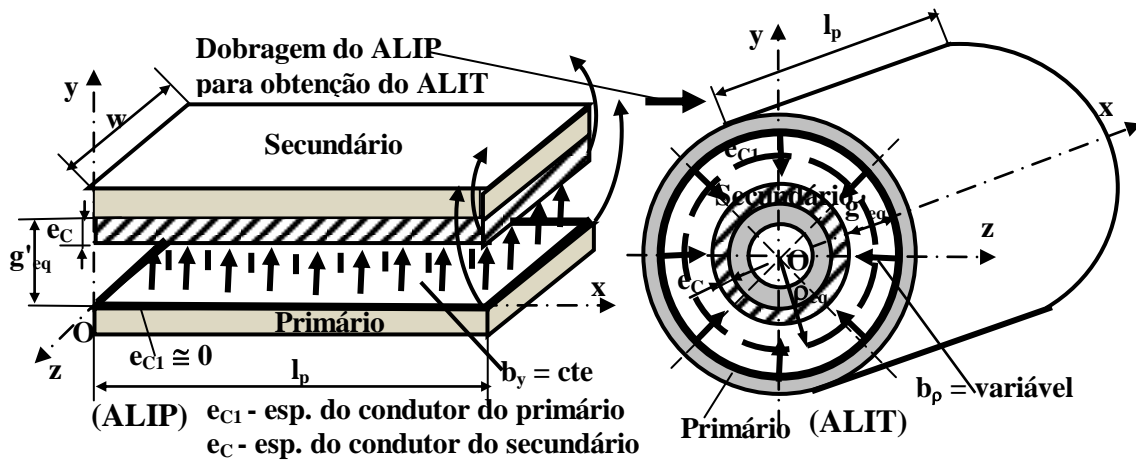


Figura 6.14 - Comparação do modelo de um ALIP com o modelo de um ALIT.

Da Figura 6.14, representando o diâmetro exterior do tubo de ferro de retorno por D_{eF} e o diâmetro interior do tubo de ferro do primário por D_{iF} , e englobando a espessura do secundário ($e_c > 0$), já que geralmente se considera que a lâmina condutora cilíndrica relativa ao primário, e_{c1} , é considerada praticamente nula, admitindo que \bar{b}_y é constante em toda a região, como se indica na Figura 6.14, a energia magnética no entreferro do ALIP será dada por

$$W_{\text{mag (ALIP)}} = \frac{1}{2} \frac{B_y^2}{\mu_0} l_p w g'_{eq} \quad (6.39)$$

em que $B_y = |\bar{b}_y| / \sqrt{2}$, representa uma grandeza eficaz da indução magnética segundo o eixo y . Por outro lado, a energia magnética no entreferro do ALIT, incluindo a espessura da lâmina cilíndrica do secundário (e_c), em função de B_p , grandeza eficaz da indução magnética segundo o eixo y (ou p), que se admite invariável com x , será igual a

$$W_{\text{mag}}(\text{ALIT}) = \frac{\pi l_p}{\mu_0} \int_{\frac{D_{eF}}{2}}^{\frac{D_{eF}}{2} + g'_{eq}} B_{\rho}^2 \rho d\rho \quad (6.40)$$

em que $B_{\rho} = |\bar{b}_{\rho}|/\sqrt{2}$. Da expressão (6.40), dado que B_{ρ} é variável com ρ , para uma análise unidimensional, os fluxos magnéticos através das duas superfícies cilíndricas, uma exterior ao ferro de retorno (de raio interior $D_{eF}/2$ e de raio exterior $D_{me}/2$), e a outra interior ao ferro equivalente do primário (de raio interior $D_{me}/2$ e de raio exterior $D_{eF}/2 + g'_{eq}$), devem ser iguais, ou seja,

$$D_{eF} B_{\frac{D_{eF}}{2}} = D_{me} B_{\frac{D_{me}}{2}} = (D_{eF} + 2g'_{eq}) B_{\frac{D_{eF}}{2} + g'_{eq}} \quad \left(\frac{D_{eF}}{2} < \frac{D_{me}}{2} < \frac{D_{eF}}{2} + g'_{eq} \right) \quad (6.41)$$

De (6.41) obtém-se B_{ρ} , para ρ compreendido entre os limites $D_{eF}/2$ e $D_{eF}/2 + g'_{eq}$, ou seja

$$B_{\frac{D_{me}}{2}} = \frac{D_{eF}}{D_{me}} B_{\frac{D_{eF}}{2}} = \frac{D_{eF} + 2g'_{eq}}{D_{me}} B_{\frac{D_{eF}}{2} + g'_{eq}} \rightarrow B_{\rho} = \frac{D_{me}}{2\rho} B_{\frac{D_{me}}{2}} \quad (6.42)$$

em que D_{me} vezes π corresponde à largura w do modelo equivalente do ALIP. Assim substituindo (6.42) em (6.40), e considerando a existência de duas partes de energia magnética iguais, $W'_{\text{mag}}(\text{ALIT})$ (que corresponde à energia num tubo cilíndrico de raio interior $\frac{D_{eF}}{2}$ e de raio exterior $\frac{D_{me}}{2}$) e $W''_{\text{mag}}(\text{ALIT})$ (que corresponde à energia num tubo cilíndrico de raio interior $\frac{D_{me}}{2}$ e de raio exterior $\frac{D_{eF}}{2} + g'_{eq}$), tal que a soma de ambas seja igual a $W_{\text{mag}}(\text{ALIT})$, assim, de (6.40) e de (6.42), virá

$$\begin{aligned} \frac{\pi l_p D_{me}^2 B_{\frac{D_{me}}{2}}^2}{\mu_0} \int_{\frac{D_{eF}}{2}}^{\frac{D_{me}}{2}} \frac{d\rho}{\rho} &= \frac{\pi l_p D_{me}^2 B_{\frac{D_{me}}{2}}^2}{\mu_0} \int_{\frac{D_{me}}{2}}^{\frac{D_{eF}}{2} + g'_{eq}} \frac{d\rho}{\rho} \leftrightarrow \\ \leftrightarrow \ln\left(\frac{D_{me}}{D_{eF}}\right) &= \ln\left(\frac{D_{eF} + 2g'_{eq}}{D_{me}}\right) \end{aligned} \quad (6.43)$$

De (6.43) resultará

$$D_{me} = \sqrt{D_{eF} (D_{eF} + 2g'_{eq})} \quad (6.44)$$

Na expressão (6.44), D_{me} , diâmetro da circunferência média do entreferro, representa o diâmetro médio geométrico de dois diâmetros respeitantes às periferias interior e exterior do entreferro equivalente. Expressões idênticas são utilizadas no cálculo de indutâncias de linhas de transmissão de energia eléctrica [62, 75]. Substituindo os valores $D_{eF} = 19,5 \text{ mm}$ e $g'_{eq} = 5,37 \text{ mm}$ na expressão (6.40), resulta $D_{me} = 24,28 \text{ mm}$. No entanto a média aritmética será igual a $D'_{me} = D_{eF} + g'_{eq} = 24,87 \text{ mm}$.

Sendo w a largura do modelo do ALIP equivalente ao modelo do ALIT, apresentados na Figura 6.13, teremos, por comparação dos dois modelos,

$$w = \pi D_{me} = \pi \sqrt{D_{eF}(D_{eF} + 2g'_{eq})} \quad (6.45)$$

As Figuras 6.15 e 6.16 apresentam estudos comparativos dos modelos do ALIP e do ALIT, em que, em ambos os casos, não são considerados os efeitos de extremidade.

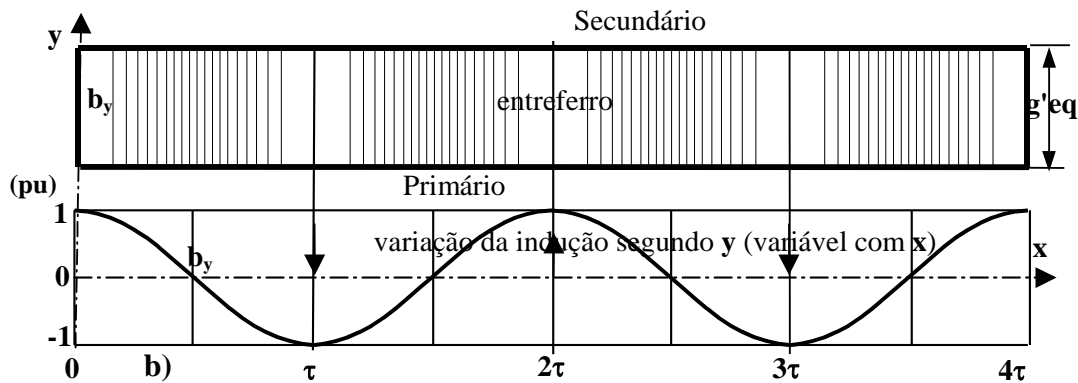


Figura 6.15 - Variação de b_y no entreferro (ALIP).

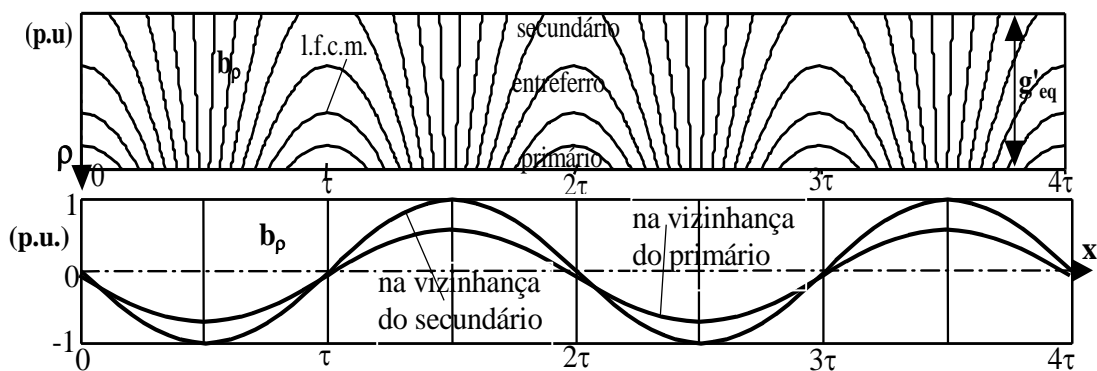


Figura 6.16 - Variação de b_p (indução no entreferro do ALIT).

- Perante diversas tipologias relativas ao protótipo implementado, em que, neste caso, se considera um ALIT trifásico, de tensões equilibradas, alimentado por uma corrente de aproximadamente igual a 5 A (densidade de corrente máxima, $J_{1M} \cong 47 \cdot 10^3 \text{ A/m}^2$ - $k = 1$), o que corresponde a um actuador trifásico, em que $Q_t = 18$, $\tau_d = 14,5 \text{ mm}$, $\sigma_{Cu} \cong 5,0 \cdot 10^7 (\Omega m)^{-1}$, $l_p = 261 \text{ mm}$, $p = 3/2$, $\beta = \pi/\tau = 36,11 \text{ rad/m}$, $g'_{eq} = 5,37 \text{ mm}$, e

$e_{Cu} \cong 0,55$ mm, a Figura 6.17 apresenta as induções no entreferro, $\text{Im}\{\bar{b}_s e^{j(\omega t - \beta x)}\}$, $\text{Im}\{\bar{b}_1 e^{\bar{k}_1 x} e^{j\omega t}\}$, $\text{Im}\{\bar{b}_2 e^{\bar{k}_2 x} e^{j\omega t}\}$ e $\text{Im}\{\bar{b}_p(x, t)\}$, em função de x , compreendido entre os limites $x = 0$ e $x = 3\tau$ ($x = l_p = 261$ mm), para $m_1 = 3$, $\omega t = 0$ e para $s \cong 1$ [30, 77].

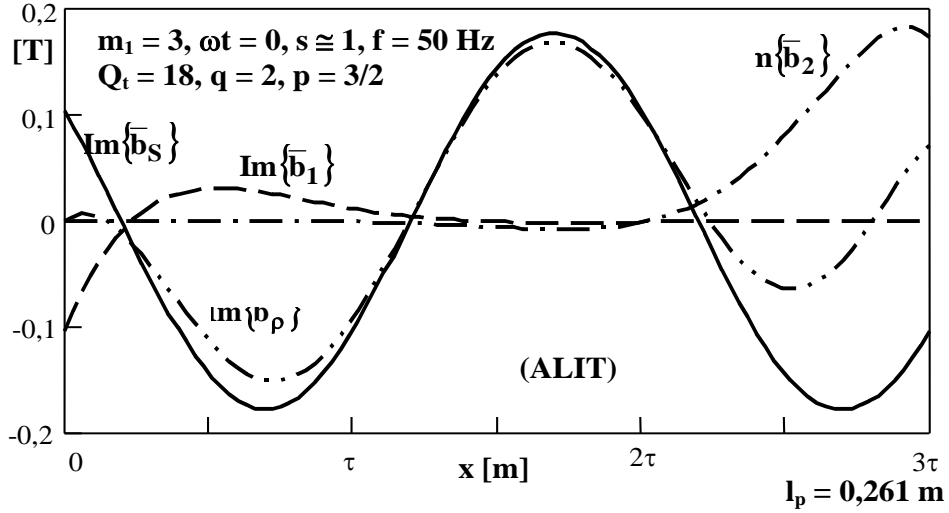


Figura 6.17 - Componentes das induções no entreferro devidas aos efeitos de extremidade, em função de $0 \leq x \leq l_p$, para $\omega t = 0$.

Por observação da Figura 6.17, verifica-se que a indução provocada pelo efeito de extremidade de entrada (à esquerda), para $p = 3/2$, até é inferior à indução provocada pelo efeito de extremidade de saída (à direita). Por observação das áreas relativas às alternâncias sinusoidais de $\text{Im}\{\bar{b}_s e^{j(\omega t - \beta x)}\}$, verifica-se que, relativamente ao eixo correspondente a $\text{Im}\{\bar{b}\} = 0$, o somatório das áreas correspondentes às alternâncias (+) e (-) não são iguais. No entanto, de acordo com a teoria exposta anteriormente, como se pode observar da Figura 6.17, o balanço entre as áreas correspondentes às alternâncias positivas e as áreas correspondentes às alternâncias negativas é nulo, isto teoricamente significa que a quantidade de l.f.c.m. que se dispersam pelos extremos do ALIT são identicamente iguais a zero, o que na prática é apenas considerada uma aproximação.

De acordo com os dados referentes à Figura 6.17, a Figura 6.18 apresenta as diversas induções $\text{Im}\{\bar{b}_s e^{j(\omega t - \beta x)}\}$, $\text{Im}\{\bar{b}_1 e^{\bar{k}_1 x} e^{j\omega t}\}$, $\text{Im}\{\bar{b}_2 e^{\bar{k}_2 x} e^{j\omega t}\}$ e $\text{Im}\{\bar{b}_p(x, t)\}$, para $\omega t = \pi/2$.

A Figura 6.19-a apresenta, num plano complexo de Argand, as induções no entreferro, \bar{b}_s e \bar{b}_p , para valores de x compreendidos entre os limites $x = 0$ e $x = l_p = 261$ mm, para $m_1 = 3$, $Q_t = 18$, $p = 3/2$, $\omega t = 0$, e $s \cong 1$. Do mesmo modo, a Figura 6.19-b apresenta as induções \bar{b}_s , \bar{b}_1 , \bar{b}_2 e \bar{b}_p , para $\omega t = \pi/2$.

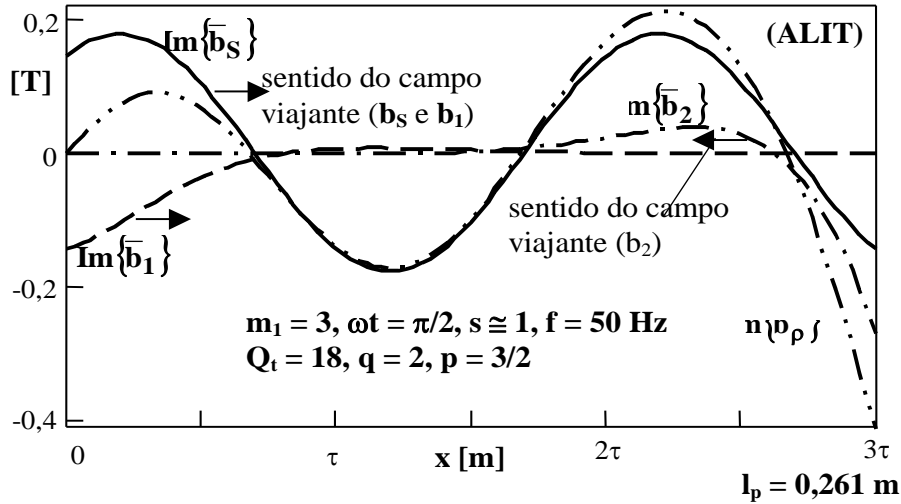


Figura 6.18 - Componentes das induções no entreferro devidas aos efeitos de extremidade, em função de $0 \leq x \leq l_p$, para $\omega t = \pi/2$.

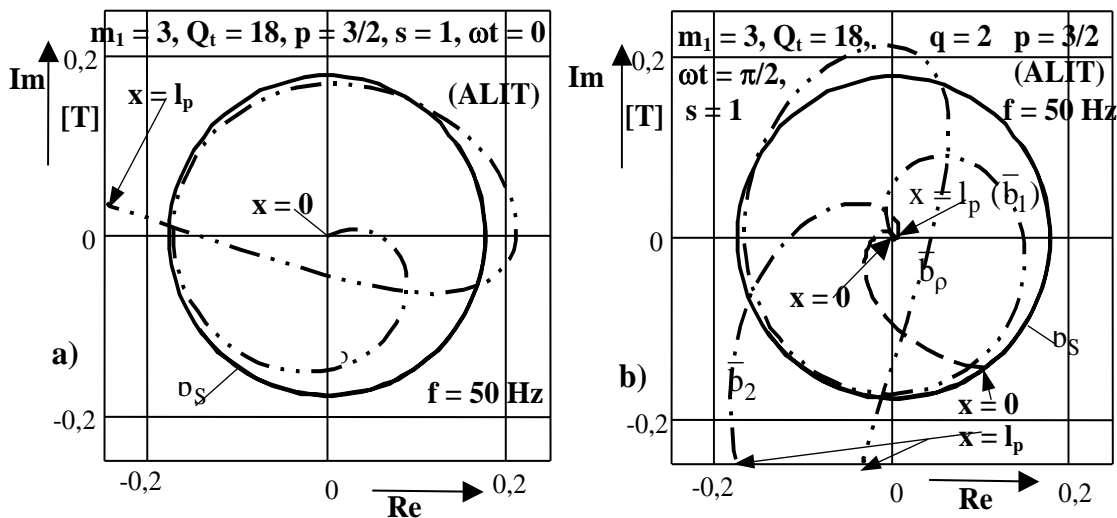


Figura 6.19 - a) Induções no entreferro, \bar{b}_s e \bar{b}_ρ , representadas num plano de Argand, para $m_1 = 3$, $Q_t = 18$, $p = 3/2$, $s = 1$, $f = 50$ Hz, $\omega t = 0$ e $0 \leq x \leq 0,261$ m;
b) Induções no entreferro, \bar{b}_s , \bar{b}_1 , \bar{b}_2 e \bar{b}_ρ , representadas num plano de Argand, para $\omega t = \pi/2$.

Sendo \bar{j}_1 , para $k = 1$, dado por $\bar{j}_1 = \frac{3\sqrt{2}N_{IT}I_1}{2p\tau} \frac{\sin \frac{\pi c}{2\tau}}{\frac{\pi c}{2\tau}} \frac{\sin \frac{\pi}{6}}{q \sin \frac{\pi}{6q}} e^{j(\omega t - \beta x)}$, $I_1 = 5$ A, a

grandeza \bar{j}_2 será dada pela diferença entre (6.34) e \bar{j}_1 . A Figura 6.20 apresenta a densidade linear de corrente no secundário, $\text{Im}\{\bar{j}_2\}$, ao longo da variável x compreendida entre os limites $x = 0$ e $x = l_p$, para $\omega t = 0$ e $0 \leq s \leq 1$.

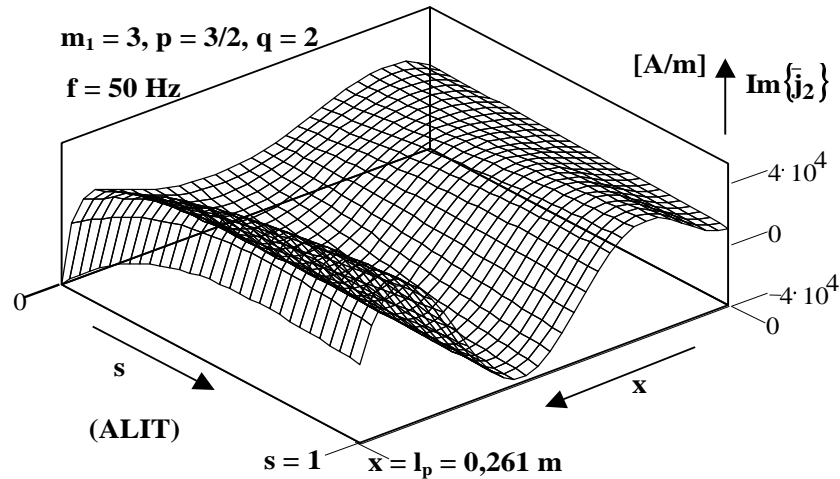


Figura 6.20 - Densidade linear de corrente no secundário, $\text{Im}\{\bar{j}_2\}$, ao longo da variável x compreendida entre os limites $x = 0$ e $x = l_p$, para $\alpha t = 0$ e $0 \leq s \leq 1$.

Perante alguns dados relativos ao protótipo implementado, em que se considera um ALIT trifásico, de tensões equilibradas, alimentado por uma corrente de aproximadamente igual a 5 A, em que $Q_t = 18$, $\tau_d = 14,5$ mm, $\rho_{Cu} = 0,02 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$, $l_p = 261$ mm, $p = 3$, $q = 1$, $\beta = \pi/\tau = 72,22$ rad/m, $g'_{eq} = 5,37$ mm, e $e_{Cu} \cong 0,55$ mm, a Figura 6.21-a apresenta a força longitudinal total F , e as componentes F_s , F_1 e F_2 , em função de $0 \leq s \leq 1$. Do mesmo modo, para $I_1 = 5$ A, a Figura 6.21-b apresenta a força longitudinal total F , e as componentes F_s , F_1 e F_2 , em função de $0 \leq s \leq 1$, para $Q_t = 18$, $q = 2$ e $p = 3/2$.

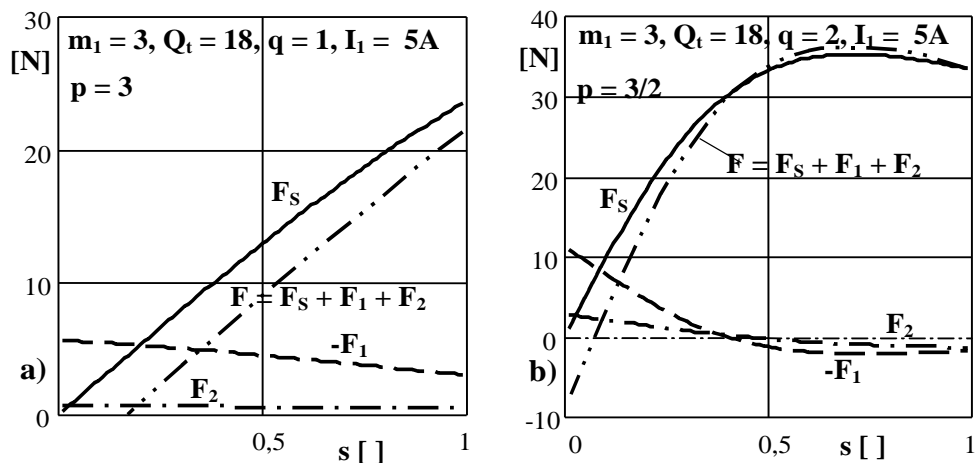


Figura 6.21 - Componentes da força longitudinal para $I_1 = 5$ A. ALIT trifásico com 18 cavas (ALIT). a) $q = 1$; b) $q = 2$.

Por observação da Figura 6.21-a, verifica-se que os resultados são aproximadamente proporcionais às características apresentadas para $Q_t = 24$, $I_1 = 5$ A, $m_1 = 3$ e $q = 1$. No

entanto, a componente \mathbf{F}_1 apresenta uma maior amplitude relativa devido ao facto de neste caso o número de pólos ter diminuído de **8** para **6**. Relativamente à Figura 6.21-a, verifica-se que os efeitos de extremidade não devem ser desprezados.

• No caso de se considerar um ALIT trifásico, alimentado a **5 A**, mas com falta de uma fase, em que $\mathbf{Q}_t = \mathbf{24}$ e $\mathbf{q} = \mathbf{1}$, devem ser consideradas principalmente as duas harmónicas da densidade linear de corrente, de índices $\mathbf{k} = \mathbf{1}$ e $\mathbf{k} = -\mathbf{1}$, cujos resultados são, respectivamente, iguais a $\mathbf{J}_{1M} = \mathbf{31,33 \cdot 10^3 A/m}$ e a $\mathbf{J}_{-1M} = \mathbf{15,66 \cdot 10^3 A/m}$ (repare-se que $\mathbf{J}_{1M}/\mathbf{J}_{-1M} = \mathbf{2}$, e que $\mathbf{J}_{1M} \cong \mathbf{31,33 \cdot 10^3} + \mathbf{15,66 \cdot 10^3} = \mathbf{47 \cdot 10^3 A/m}$ no caso de não haver falta de fase). Assim, de (6.20), pelo princípio da sobreposição, a indução $\bar{\mathbf{b}}_{-S}$, que viaja no sentido inverso, será dada por

$$\bar{\mathbf{b}}_{-S} = \frac{j \frac{\mu_0 \mathbf{J}_{-1M}}{\mathbf{g}'_{eq}}}{\beta + j\epsilon_1(-v_s - v)} = \frac{\frac{\mu_0 \mathbf{J}_{-1M}}{\mathbf{g}'_{eq}}}{\frac{\mu_0}{\rho_S \mathbf{g}'_{eq}}(-v_s - v) - j\beta} = \frac{\mathbf{J}_{-1M}}{\frac{(s-2)v_s}{\rho_S} - j\beta \frac{\mathbf{g}'_{eq}}{\mu_0}} \quad (6.46)$$

Do mesmo modo,

$$\bar{\mathbf{b}}_{-2} = \begin{cases} -\frac{\bar{\mathbf{k}}_2(e^{\bar{\mathbf{k}}_1 l_p} - 1)}{\bar{\mathbf{k}}_1(e^{\bar{\mathbf{k}}_2 l_p} - 1)} \bar{\mathbf{b}}_{-1} & (p = 1, 2, 3, \dots) \\ -\frac{\bar{\mathbf{k}}_2(e^{\bar{\mathbf{k}}_1 l_p} - 1)}{\bar{\mathbf{k}}_1(e^{\bar{\mathbf{k}}_2 l_p} - 1)} \bar{\mathbf{b}}_{-1} + \frac{2j\bar{\mathbf{k}}_2}{\beta(e^{\bar{\mathbf{k}}_2 l_p} - 1)} \bar{\mathbf{b}}_{-S} & (p = 1/2, 3/2, 5/2, \dots) \end{cases} \quad (6.47)$$

e

$$\bar{\mathbf{b}}_{-1} = -\bar{\mathbf{b}}_{-S} - \bar{\mathbf{b}}_{-2} = \begin{cases} -\frac{\bar{\mathbf{b}}_{-S}}{\frac{\bar{\mathbf{k}}_2(e^{\bar{\mathbf{k}}_1 l_p} - 1)}{\bar{\mathbf{k}}_1(e^{\bar{\mathbf{k}}_2 l_p} - 1)} - 1} & (p = 1, 2, 3, \dots) \\ 1 + \frac{2j\bar{\mathbf{k}}_2}{\beta(e^{\bar{\mathbf{k}}_2 l_p} - 1)} \bar{\mathbf{b}}_{-S} & (p = 1/2, 3/2, 5/2, \dots) \end{cases} \quad (6.48)$$

em que $\bar{\mathbf{b}}_{-1}$ e $\bar{\mathbf{b}}_{-2}$ representam as componentes das induções devidas aos efeitos de extremidade, e que viajam no sentido inverso de $\bar{\mathbf{b}}_1$ e de $\bar{\mathbf{b}}_2$, respectivamente. Assim, em estado estacionário, a solução geral relativa a $\bar{\mathbf{b}}_{-p}(\mathbf{x}, t)$ será dada por

$$\bar{\mathbf{b}}_{-p}(\mathbf{x}, t) = \left[\mathbf{B}_{-S} e^{-j\beta(l_p - \mathbf{x})} + \bar{\mathbf{b}}_1 e^{\bar{\mathbf{k}}_1(l_p - \mathbf{x})} + \bar{\mathbf{b}}_2 e^{\bar{\mathbf{k}}_2(l_p - \mathbf{x})} \right] e^{j\omega t} \quad (6.49)$$

A expressão (6.46) pode ser generalizada para qualquer harmónica da densidade linear de corrente, $k = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots$, pelo que será dada por

$$\bar{b}_{S(k)} = \frac{\frac{\mu_0 J_{kM}}{g'_{eq}}}{\frac{\mu_0}{\rho_S g'_{eq}} \left(\frac{v_s}{k} - v \right) - j\beta |k|} \quad \left[\bar{b}_{-S} \equiv \bar{b}_{S(k=-1)} \right] \quad (6.50)$$

As grandezas $\bar{b}_{1(k)}$ [$\bar{b}_{-1} \equiv \bar{b}_{1(k=-1)}$], e $\bar{b}_{2(k)}$ [$\bar{b}_{-2} \equiv \bar{b}_{2(k=-1)}$], serão derivadas da expressão (6.50), pelo que as componentes da força longitudinal também serão obtidas pelos métodos anteriormente apresentados. Por este modo, é sempre possível determinarem-se todas as componentes das forças resultantes das harmónicas $k = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots$, sendo algumas nulas como, por exemplo, num sistema trifásico equilibrado, em que as contribuições de $k = \pm 3, \pm 9, \pm 15$, são sempre iguais a zero.

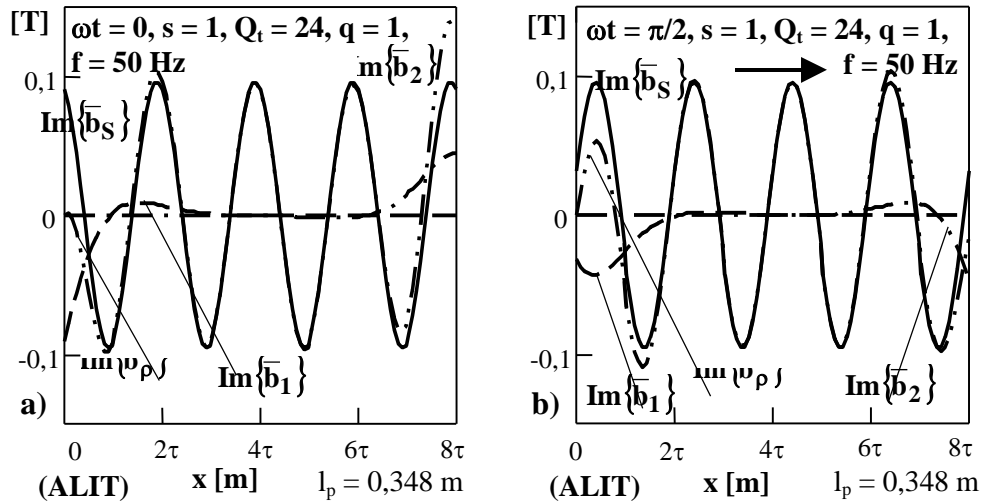


Figura 6.22 - Partes imaginárias das componentes directas das induções \bar{b}_ρ , \bar{b}_S , \bar{b}_1 e \bar{b}_2 , para $I_1 = 5$ A, com falta de uma fase. a) $\omega t = 0$; b) $\omega t = \pi/2$.

Para a frequência de 50 Hz, a Figura 6.22 apresenta as partes imaginárias das componentes directas das induções \bar{b}_ρ , \bar{b}_S , \bar{b}_1 e \bar{b}_2 , de um ALIT trifásico com falta de uma fase, para $\omega t = 0$ e para $\omega t = \pi/2$.

A Figura 6.23 apresenta as partes imaginárias das componentes inversas das induções \bar{b}_{-p} , \bar{b}_{-S} , \bar{b}_{-1} e \bar{b}_{-2} , para $\omega t = 0$ e para $\omega t = \pi/2$. A Figura 6.24 apresenta as partes imaginárias das induções $\bar{b}'_\rho = \bar{b}_\rho + \bar{b}_{-p}$, $\bar{b}'_S = \bar{b}_S + \bar{b}_{-S}$, $\bar{b}'_1 = \bar{b}_1 + \bar{b}_{-1}$ e $\bar{b}'_2 = \bar{b}_2 + \bar{b}_{-2}$, também para $\omega t = 0$ e para $\omega t = \pi/2$.

Por observação da Figura 6.22, verifica-se que o sentido global do campo viajante é da esquerda para a direita, pelo que a força resultante será também no mesmo sentido.

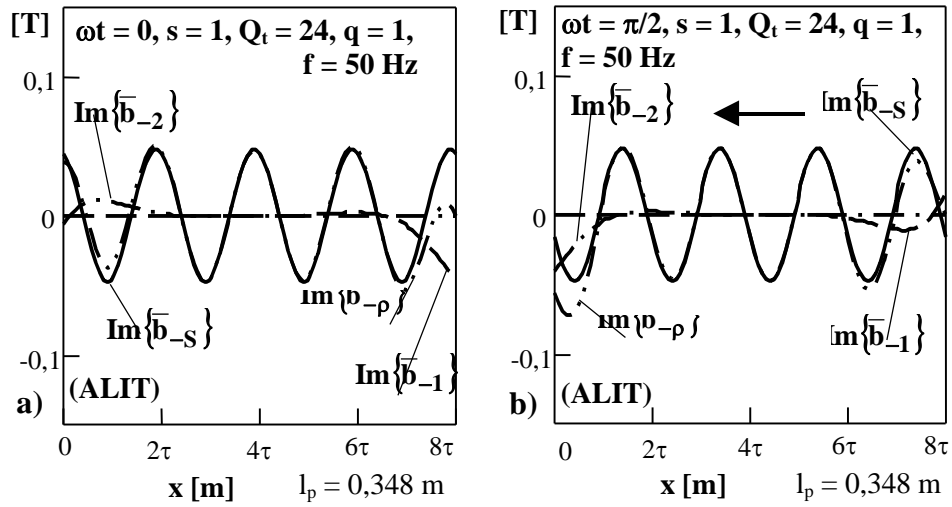


Figura 6.23 - Partes imaginárias das componentes inversas das induções $\bar{b}_{-\rho}$, \bar{b}_{-S} , \bar{b}_{-1} e \bar{b}_{-2} , para $I_1 = 5$ A, com falta de uma fase.
a) $\omega t = 0$; b) $\omega t = \pi/2$.

Por observação da Figura 6.23, verifica-se que o sentido global do campo viajante é da direita para a esquerda, pelo que a força resultante será também no mesmo sentido.

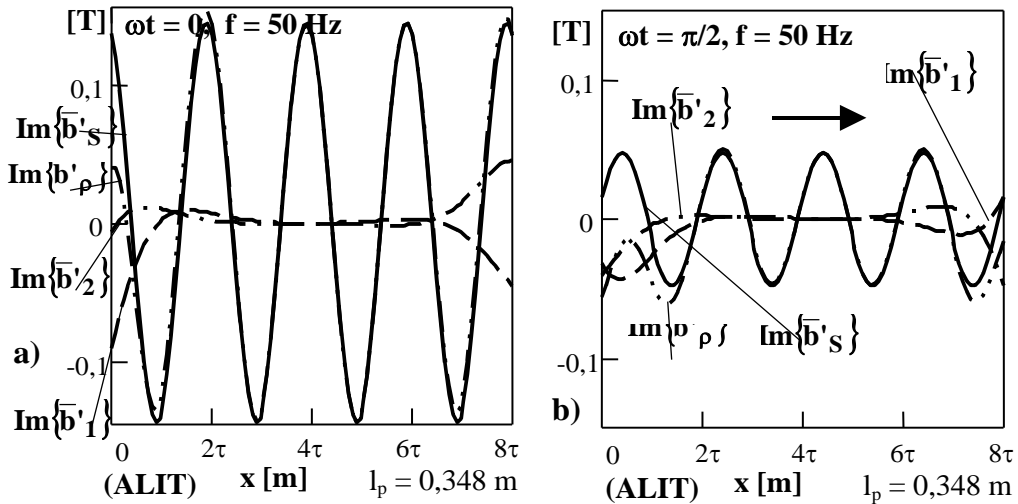


Figura 6.24 - Partes imaginárias da sobreposição das componentes directas e inversas das induções $\bar{b}'_{\rho} = \bar{b}_{\rho} + \bar{b}_{-\rho}$, $\bar{b}'_S = \bar{b}_S + \bar{b}_{-S}$, $\bar{b}'_1 = \bar{b}_1 + \bar{b}_{-1}$ e $\bar{b}'_2 = \bar{b}_2 + \bar{b}_{-2}$, para $s = 1$, $Q_t = 24$, $q = 1$, e $I_1 = 5$ A, com falta de uma fase. a) $\omega t = 0$; b) $\omega t = \pi/2$.

Por observação da Figura 6.24, verifica-se que o sentido resultante do campo viajante é da esquerda para a direita, pelo que a força total resultante será também no mesmo sentido. Como a indução total sofre flutuações, pode-se concluir que a força longitudinal apresenta oscilações durante cada período, no entanto, matematicamente, é sempre possível obter-se um valor médio dessa força.

A Figura 6.25-a apresenta um gráfico da força longitudinal, para s compreendido entre os limites $s = 0$ e $s = 1$, em que não são consideradas as forças longitudinais resultantes dos efeitos de extremidade. A Figura 6.25-b apresenta um gráfico da força longitudinal, para s compreendido entre os limites $s = 0$ e $s = 1$, em que são consideradas as forças longitudinais resultantes dos efeitos de extremidade.

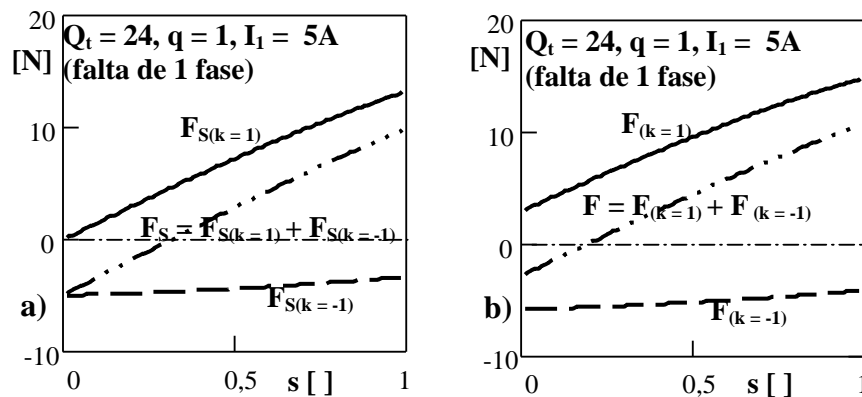


Figura 6.25 - Componentes da força longitudinal de um ALIT trifásico com falta de uma fase, para $I_1 = 5$ A, $Q_t = 24$ cavas, e $q = 1$.
a) Não considerando os efeitos de extremidade;
b) Considerando os efeitos de extremidade.

- No caso de se considerar um ALIT bifásico, alimentado a **5 A**, com tensões iguais e desfasadas, entre si, de $2\pi/3$, em que $Q_t = 24$, $p = 6$, e $q = 1$, devem ser consideradas principalmente as duas harmónicas da densidade linear de corrente, de índices $k = 1$ e

$k = -1$, cujos resultados são, respectivamente, iguais a $\bar{j}_1 = 43,31 \cdot 10^3 e^{j(\omega t - \frac{\pi x}{\tau} - \frac{2\pi}{3})}$

A/m e a $\bar{j}_{-1} = 11,60 \cdot 10^3 e^{j(\omega t + \frac{\pi x}{\tau} + \frac{\pi}{3})}$ A/m (notar que $\frac{J_{1M}}{J_{-1M}} = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1} = 3,732$).

Também, no caso de se considerarem as harmónicas, por exemplo, de índices $k = 3$, $k = -3$, $k = 5$, $k = -5$, $k = 7$ e $k = 7$, cujas densidades de correntes, em A/m, são,

respectivamente, iguais a $\bar{j}_3 = 5120 e^{j(\omega t - \frac{3\pi x}{\tau} - \frac{2\pi}{9})}$, $\bar{j}_{-3} = 19110 e^{j(\omega t + \frac{3\pi x}{\tau} + \frac{7\pi}{9})}$,

$\bar{j}_5 = 4950 e^{j(\omega t - \frac{5\pi x}{\tau} - \frac{2\pi}{15})}$, $\bar{j}_{-5} = 1330 e^{j(\omega t + \frac{5\pi x}{\tau} + \frac{13\pi}{15})}$, $\bar{j}_7 = 2500 e^{j(\omega t - \frac{7\pi x}{\tau} - \frac{2\pi}{21})}$ e a

$\bar{j}_{-7} = 9330 e^{j(\omega t + \frac{7\pi x}{\tau} + \frac{19\pi}{21})}$ (notar também que

$\frac{J_{-3M}}{J_{3M}} = \frac{J_{5M}}{J_{-5M}} = \frac{J_{7M}}{J_{-7M}} = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1} = 3,732$). Todos estes valores podem ser tidos em

conta no cálculo do valor da força total. De acordo com os dados apresentados

anteriormente, de (6.50), a Figura 6.26 apresenta as partes imaginárias das componentes directas das induções $\bar{b}_{S(k=1)}$, $\bar{b}_{S(k=-1)}$, $\bar{b}_{S(k=3)}$, $\bar{b}_{S(k=-3)}$ e $\bar{b}_S = \bar{b}_{S(k=1)} + \bar{b}_{S(k=-1)} + \bar{b}_{S(k=3)} + \bar{b}_{S(k=-3)} + \bar{b}_{S(k=5)} + \bar{b}_{S(k=-5)} + \bar{b}_{S(k=7)} + \bar{b}_{S(k=-7)}$, de um ALIT bifásico, para um espaço, segundo x , igual a um duplo passo polar, e para $\omega t = 0$ e $\omega t = \pi/2$.

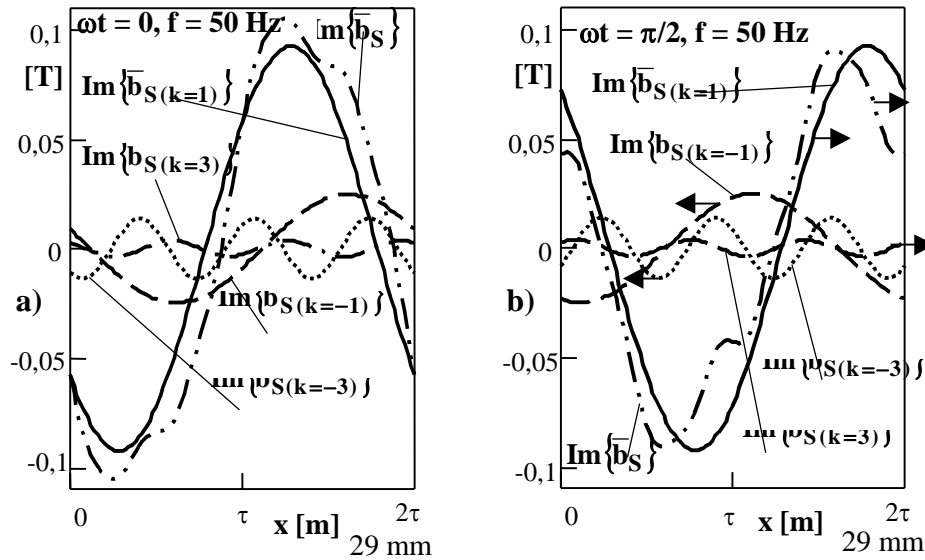


Figura 6.26 - Partes imaginárias das componentes das induções $\bar{b}_{S(k=1)}$, $\bar{b}_{S(k=-1)}$, $\bar{b}_{S(k=3)}$, $\bar{b}_{S(k=-3)}$ e \bar{b}_S , para $I_1 = 5$ A e $m_1 = 2$ (ALIT) [$\angle(I_1, I_2) = 2\pi/3$]. a) $\omega t = 0$; b) $\omega t = \pi/2$.

A Figura 6.27-a apresenta um gráfico da força longitudinal, para $0 \leq s \leq 1$, $m_1 = 2$, $q = 1$ e $Q_t = 24$, em que não são consideradas as forças longitudinais resultantes dos efeitos de extremidade. A Figura 6.27-b apresenta um gráfico da força longitudinal, para $0 \leq s \leq 1$, $m_1 = 2$, $q = 1$ e $Q_t = 24$, em que são consideradas as forças longitudinais resultantes dos efeitos de extremidade.

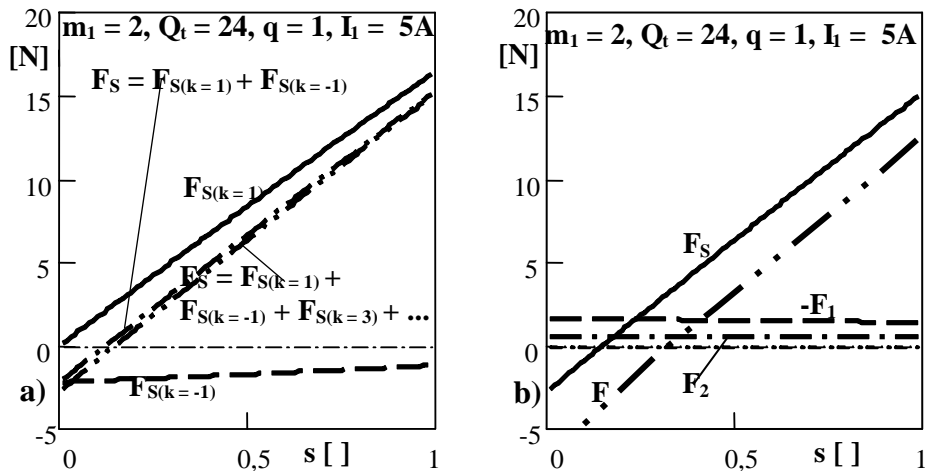


Figura 6.27 - Componentes da força longitudinal de um ALIT bifásico para $I_1 = 5$ A, $Q_t = 24$ cavas, e $q = 1$ [$\angle(I_1, I_2) = 2\pi/3$]. a) Não considerando os efeitos de extremidade; b) Considerando os efeitos de extremidade.

Da Figura 6.27-a, verifica-se que $F_s \cong F_{S(k=1)} + F_{S(k=-1)}$, já que as forças $F_{S(k=3)}$, $F_{S(k=-3)}$, $F_{S(k=5)}$, $F_{S(k=-5)}$, $F_{S(k=7)}$ e $F_{S(k=-7)}$, são praticamente nulas, e tomam, para $s = 1$, respectivamente os seguintes valores: **0,004 N**; **- 0,063 N**; **0,001 N**, **- 0,0007 N**, **0,0008 N** e **- 0,001 N**. Da Figura 6.27-b, verifica-se que a força total, considerando os efeitos de extremidade, é inferior a F_s .

• Para o caso de se considerar, por exemplo, um ALIT monofásico com **24** cavas, para $I_1 = 5 \text{ A}$ e para $q = 2$, verifica-se que $J_{1M} = J_{-1M} = 31,70 \cdot 10^3 \text{ A/m}$, $J_{3M} = J_{-3M} = 13,99 \cdot 10^3 \text{ A/m}$, e $J_{5M} = J_{-5M} = 3,63 \cdot 10^3 \text{ A/m}$. Assim, considerando apenas as harmónicas de índices $k = 1$ e $k = -1$, e desprezando os efeitos de extremidade, a Figura 6.28-a representa a força longitudinal, F_s , para s compreendido entre os limites **0** e **2** ($0 \leq s \leq 2$), e as suas componentes $F_{S(k=1)}$ e $F_{S(k=-1)}$. Considerando as contribuições das harmónicas de índices $k = 1$, $k = -1$, $k = 3$, $k = -3$, $k = 5$ e $k = -5$, e os efeitos de extremidade, a Figura 6.28-b representa a força longitudinal, F , para $0 \leq s \leq 2$, e as suas componentes $F_{S(k=1)} + F_{S(k=3)} + F_{S(k=5)}$ e $F_{S(k=-1)} + F_{S(k=-3)} + F_{S(k=-5)}$.

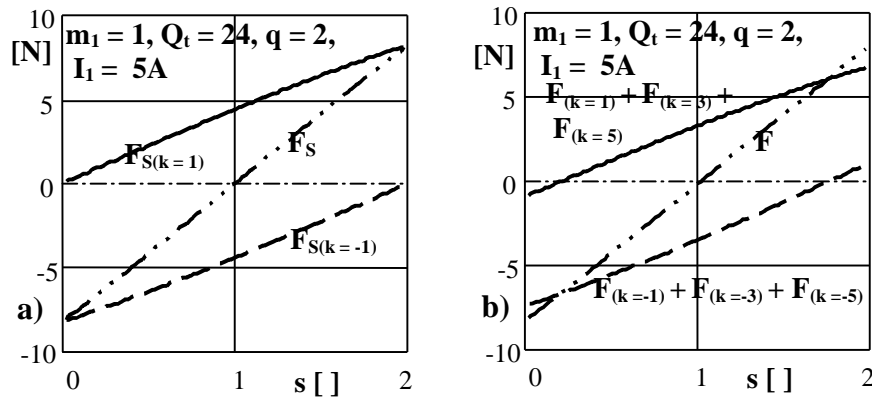


Figura 6.28 - Componentes da força longitudinal de um ALIT monofásico para $I_1 = 5 \text{ A}$, $Q_t = 24$ cavas, e $q = 2$.

a) Não considerando os efeitos de extremidade (apenas harmónicas de índices $k = 1$ e $k = -1$);

b) Considerando os efeitos de extremidade.

Da Figura 6.28, é de salientar que devido ao facto de as harmónicas de índices $k = \pm 1$ serem de iguais amplitudes, assim como as de índices $k = \pm 3$, $k = \pm 5$, ..., verifica-se que, sem a existência de qualquer enrolamento auxiliar, a força é nula para $s = 1$. Para $0 \leq s \leq 1$ a força é no sentido da velocidade de sincronismo, v_s (uma das ondas do campo viajante, $k = 1$, teorema de Leblanc). Para $1 \leq s \leq 2$ a força é no sentido da velocidade simétrica da de sincronismo, $-v_s$ (outra das ondas do campo viajante, $k = -1$). Também de acordo com a Figura 6.28, verifica-se que a força resultante apresenta as mesmas características considerando ou não os efeitos de extremidade.

De acordo com as características deste modelo unidimensional, o esquema equivalente, por fase, e para cada harmónica de índice k ($k = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots$), será exemplificado na Figura 6.29, em que os resultados finais de diversas grandezas serão obtidos pelo princípio da sobreposição. O escorregamento s_k será dado por $s_k = 1 - k(1 - s)$, sendo s

o escorregamento correspondente à velocidade de sincronismo v_s ($s = \frac{v_s - v}{v_s}$, sendo v a velocidade relativa entre o primário e o secundário).

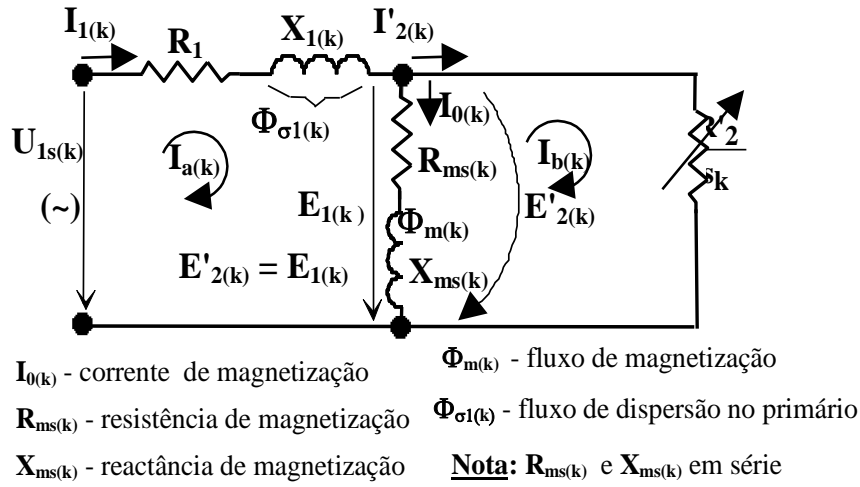


Figura 6.29 - Esquema equivalente, em T, correspondente à harmónica de índice k (modelo unidimensional).

6.2 MODELO BIDIMENSIONAL

Nesta análise, o campo magnético no entreferro, é suposto possuir duas componentes, uma segundo o eixo ρ e outra segundo o eixo longitudinal x (em vez de z como habitualmente aparece em literatura matemática) [02, 03, 05, 10, 11, 28, 36, 37, 39, 57, 63, 64, 65, 69, 73].

A força electromagnética desenvolvida no secundário, por duplo passo polar, 2τ , ou mesmo por todo o comprimento longitudinal útil do primário, l_p (suposto de comprimento aproximadamente igual ao da zona útil do secundário), é um pouco inferior à disponível, dado existirem sempre forças de atrito estático e/ou cinético, que contrariam o movimento relativo entre o primário e o secundário.

- Considerando apenas a primeira harmónica ($k = 1$), para um actuador linear com circuito magnético aberto, sem chapa (ALIP) ou tubo (ALIT) secundários, o sistema pode ser representado por uma distribuição de corrente sinusoidal de corrente no primário [11, 39], em grandezas complexas, será dada por $\vec{j}_1 = J_{1M} e^{j(\omega t - \beta x)}$, que se supõe reduzida a uma folha de corrente sobre a periferia do primário. Por outro lado a chapa de ferro (ALIP) ou o tubo de ferro (ALIT) envolventes, são considerados de permeabilidades magnéticas infinitas ($\mu_{Fe} \cong \infty$). Assim, começando por considerar-se um ALIP, de chapa secundária de grande comprimento, l_p , e de grande largura, w , para $\omega t = 0$ e tomando como referencial um ponto da periferia do primário, a Figura 6.30 apresenta as componentes do campo magnético devido a um elemento de corrente $j_1 dx_1$ segundo o eixo z .

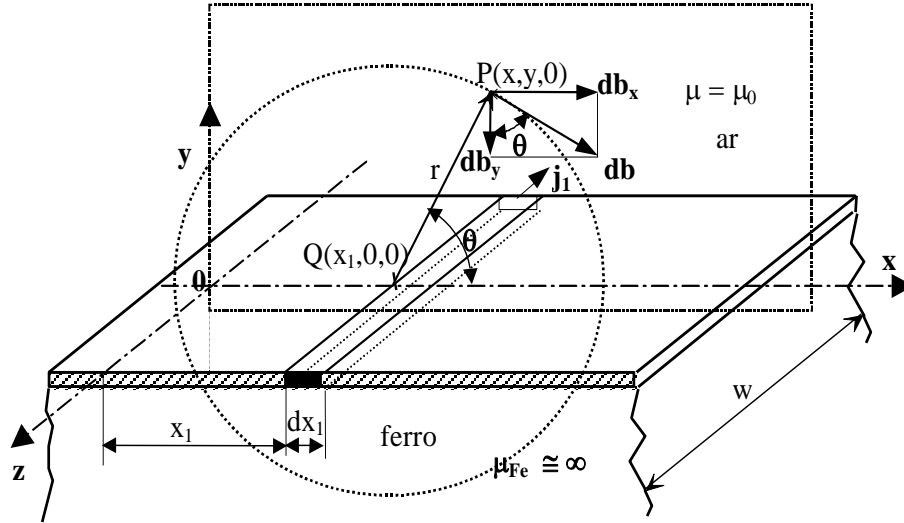


Figura 6.30 - Componentes do campo magnético devido a um elemento de corrente $j_1 dx_1$.

Da Figura 6.30, o vector, o versor e o módulo de \vec{r} , bem com o $\sin\theta$ e o $\cos\theta$ são, respectivamente, iguais a $\vec{r} = \vec{P} - \vec{Q} = (x - x_1)\hat{e}_x + y\hat{e}_y$, $r = \sqrt{(x - x_1)^2 + y^2}$, $\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{(x - x_1)\hat{e}_x + y\hat{e}_y}{\sqrt{(x - x_1)^2 + y^2}}$, $\sin\theta = \frac{y}{r}$ e $\cos\theta = \frac{x - x_1}{r}$.

Por aplicação da lei de Ampère ao elemento de densidade linear de corrente de largura dx_1 , em pontos do plano xOy próximos da superfície de corrente, em que se admite uma largura útil do bloco do primário, w , muito grande, obtém-se a seguinte relação entre diferenças de potencial magnéticas:

$$d\bar{h}_{ar}\pi r + d\bar{h}_{Fe}\pi r = \bar{j}_1 dx_1 \quad (6.51)$$

Sendo, em grandezas complexas, $d\bar{h}_{ar}$ e $d\bar{h}_{Fe}$, respectivamente, os valores instantâneos elementares da intensidade de campo magnético no ar e no ferro. Como a intensidade de campo magnético no ferro é sempre nula, porque $\mu_{Fe} \cong \infty$, a indução elementar no ponto $\vec{P}(x,y,0)$, também em grandezas complexas, será dada por $d\bar{b} = \frac{\mu_0 \bar{j}_1 dx_1}{\pi r}$. Assim, as componentes $d\bar{b}_x = d\bar{b} \sin\theta$ e $d\bar{b}_y = d\bar{b} \cos\theta$ podem-se substituir por [11, 39]

$$\begin{cases} d\bar{b}_x = \frac{\mu_0 y J_{IM} e^{j(\omega t - \beta x)} dx_1}{\pi [(x - x_1)^2 + y^2]} \\ d\bar{b}_y = \frac{\mu_0 (x - x_1) J_{IM} e^{j(\omega t - \beta x)} dx_1}{\pi [(x - x_1)^2 + y^2]} \end{cases} \quad (6.52)$$

Considerando que o bloco do primário é bastante longo ($l_p \gg$), integrando as expressões de (6.52) entre os limites $-\infty$ e $+\infty$, obtém-se

$$\begin{cases} \bar{b}_x = \mu_0 J_{IM} e^{j(\omega t - \beta x)} e^{-\beta y} \\ \bar{b}_y = \mu_0 J_{IM} e^{j(\omega t - \beta x + \frac{\pi}{2})} e^{-\beta y} \end{cases} \quad (6.53)$$

Particularizando para $\omega t = 0$, e considerando apenas as partes imaginárias de \bar{b}_x e de \bar{b}_y , de (6.53), obtém-se

$$\begin{cases} \text{Im}\{\bar{b}_x\} = -\mu_0 J_{IM} \sin(\beta x) e^{-\beta y} \\ \text{Im}\{\bar{b}_y\} = \mu_0 J_{IM} \cos(\beta x) e^{-\beta y} \end{cases} \quad (6.54)$$

Para um ponto genérico $\mathbf{P}(x, y, 0)$, a cotangente da relação entre as partes imaginárias das induções elementares $d\bar{b}_y = d\bar{b} \cos \theta$ e $d\bar{b}_x = d\bar{b} \sin \theta$, será dada por $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos(\beta x)}{\sin(\beta x)} = \cotg(\beta x)$. Portanto a equação da linha de indução, num gráfico $y = f(x)$, é dada por

$$y = \int \cotg(\beta x) dx = \frac{1}{\beta} \ln \sin(\beta x) + C \quad (6.55)$$

em que a constante de integração, C , toma um valor distinto para cada linha de fluxo que se considere [11]. Considerando apenas as partes imaginárias de \bar{b}_x e de \bar{b}_y , para $\omega t = 0$, a Figura 6.31 apresenta o espectro das l.f.c.m. originado por correntes sinusoidais através de uma chapa secundária de grandes dimensões.

Por observação da Figura 6.31, verifica-se que o fluxo através do ar, Φ_{ar} , é igual ao fluxo através da superfície de comprimento igual a $\tau/2$, $\Phi_{\tau/2}$. Assim, em módulo, o fluxo máximo através do espaço, por exemplo, compreendido entre os limites $\tau/2$ e τ , em que $y = 0$, é dado por

$$\Phi_{\tau/2} = \left| \int_{\tau/2}^{\tau} \text{Im}\{\bar{b}_y\} dx \right| = \frac{\mu_0 J_{IM}}{\beta} \quad (6.56)$$

A constante de integração, C , pode ser obtida a partir da Figura 6.31, em que o fluxo máximo se fecha, através do ar, Φ_{ar} , em intervalos iguais a τ . Da Figura 6.31, para $x = \tau/2$, verifica-se que $\Phi_{\tau/2} = \Phi_{ar}$, quando $y \rightarrow \infty$. Assim, $\Phi_y \leq \Phi_{ar}$, que representa o fluxo correspondente à área cuja altura, está compreendida entre os limites 0 e y , e será dado por

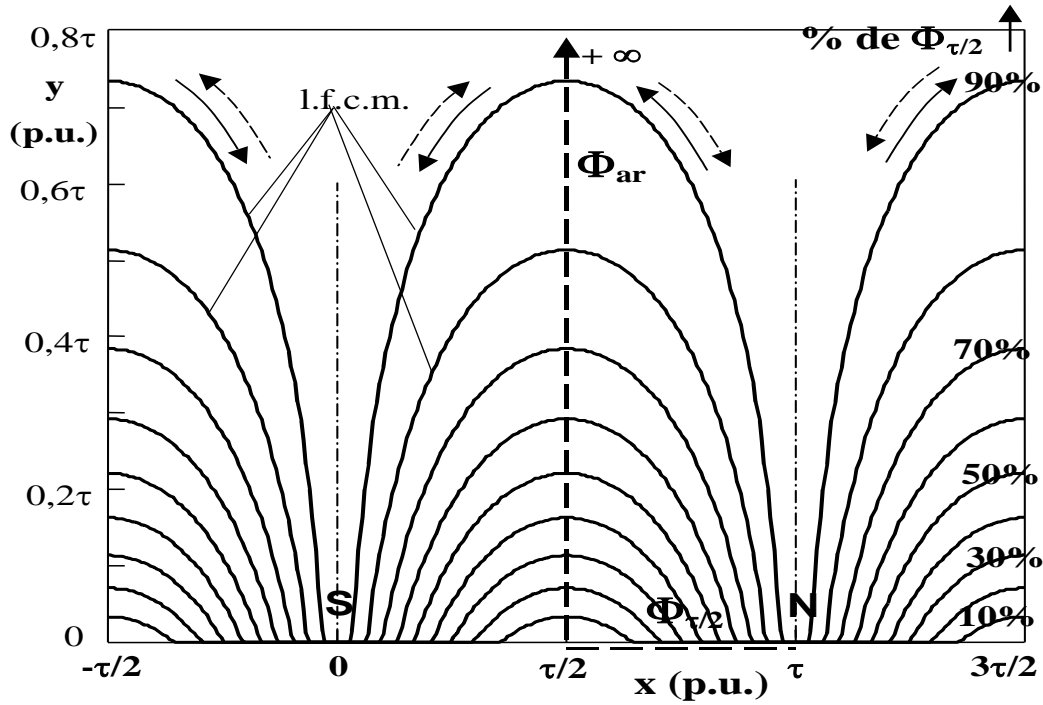


Figura 6.31 - *L.f.c.m. originadas por um ALIP de grandes dimensões através do ar, em vazio.*

$$\Phi_y = \left| \int_0^y \text{Im}\{\bar{b}_{x=\tau}\} dy \right| = \frac{\mu_0 J_{IM}}{\beta} (1 - e^{-\beta y}) \quad (6.57)$$

Comparando (6.56) com (6.57), pode-se concluir que $\frac{\Phi_y}{\Phi_{\tau/2}} = (1 - e^{-\beta y})$. Como o fluxo Φ_y representa uma percentagem, $\xi(\%)$, do fluxo máximo total $\Phi_{\tau/2}$ [11], pode-se concluir que $\Phi_y = \frac{\xi(\%)}{100} \Phi_{\tau/2}$. Portanto, das expressões (6.56) e (6.57), obtém-se $e^{-\beta y} = 1 - \frac{\xi(\%)}{100}$. Também, das expressões (6.55) e (6.57), para $x = \tau/2$, a constante C será dada por $C = -\frac{1}{\beta} \ln\left(1 - \frac{\xi(\%)}{100}\right)$. Assim a expressão (6.55) transforma-se em

$$y = \frac{1}{\beta} \ln \frac{\sin(\beta x)}{1 - \frac{\xi(\%)}{100}} = \frac{\tau}{\pi} \ln \frac{\sin(\beta x)}{1 - \frac{\xi(\%)}{100}} \quad (6.58)$$

As características apresentadas na Figura 6.31, foram efectuadas com base na expressão (6.58). Também se pode concluir que para $x = \tau/2$ e $y = \tau$, a relação $\frac{\Phi_y}{\Phi_{\tau/2}} = 95,7\%$.

Do mesmo modo, para $y = \tau/\pi$, a relação $\frac{\Phi_y}{\Phi_{\tau/2}} = 63,2\%$, por conseguinte, apenas cerca de 36,8% do fluxo total, $\Phi_{\tau/2}$, atinge uma altura superior a τ/π .

Por comparação com o campo no entreferro, em vazio e na periferia do primário ($\mathbf{y} = \mathbf{0}$ - ALIP), apresentado no Subcapítulo 3.2.2, para um actuador com um número par de pólos, a indução \mathbf{b}_y , para $\omega t = 0$, é dada por [11]

$$b_y = \frac{\mu_0 \lambda}{2\pi g'_{eq}} J_{IM} \cos(\beta y) = \frac{\mu_0 \tau}{\pi g'_{eq}} J_{IM} \cos(\beta y) \quad (6.59)$$

Por outro lado, de (6.54), considerando $\mathbf{b}_y = \text{Im}\{\bar{\mathbf{b}}_y\} = \mu_0 J_{IM} \cos(\beta x) e^{-\beta y}$, pelo que igualando a (6.59), para $\mathbf{y} = \mathbf{0}$, obtém-se $\frac{\tau}{g'_{eq}} = \pi$, ou seja $g'_{eq} = \frac{\tau}{\pi}$. Donde se conclui que o entreferro de um ALI com simples primário eléctrico e magnético, deverá ser igual a τ/π . Perante os dados do protótipo implementado, para $\mathbf{q} = \mathbf{1}$ - opção considerada a mais eficiente, a relação τ/π , para $\mathbf{m}_1 = \mathbf{3}$, é aproximadamente igual a **13,85 mm**, sendo $g'_{eq} \cong \mathbf{5,37 mm}$.

- A análise efectuada anteriormente é particularmente aceite quando o actuador linear, em estudo, possui um entreferro infinito. Para o caso de ALIPs, a introdução de um segundo bloco ferromagnético à distância de $\mathbf{y} = g'_{eq}$, sendo g'_{eq} o entreferro equivalente entre o primário e o secundário, confere ao actuador uma maior aplicação prática [11]. Assim, de acordo com West e Hesmondhalgh, [11, 78], as componentes do campo magnético, para $\omega t = 0$ e considerando apenas as partes imaginárias ($\mathbf{b}_x \equiv \text{Im}\{\bar{\mathbf{b}}_x\}$ e $\mathbf{b}_y \equiv \text{Im}\{\bar{\mathbf{b}}_y\}$), serão dadas por [11, 71]

$$\begin{cases} b_x = -\mu_0 J_{IM} \sin(\beta x) \frac{\sinh \beta (g'_{eq} - y)}{\sinh(\beta g'_{eq})} \\ b_y = \mu_0 J_{IM} \cos(\beta x) \frac{\cosh \beta (g'_{eq} - y)}{\sinh(\beta g'_{eq})} \end{cases} \quad (6.60)$$

De modo idêntico, da Figura 6.30, para entreferros limitados [11], ter-se-á, $\frac{dy}{dx} = \cot g(\beta x) \cot g h \beta (g'_{eq} - y)$, donde $\int \tanh \beta (g'_{eq} - y) dy = \int \cot g(\beta x) dx$, ou seja, $\text{sech}(\beta (g'_{eq} - y)) = C \sin(\beta x)$, em que a constante C será dada por $C = \frac{\text{sech}(\beta g'_{eq})}{1 - \frac{\xi(\%) }{100}}$, o

que permite escrever a equação de cada l.f.c.m. na forma.

$$y = g'_{eq} - \frac{\tau}{\pi} a \cosh \left[\frac{1 - \frac{\xi(\%) }{100}}{\text{sech}(\frac{\pi}{\tau} g'_{eq}) \sin(\frac{\pi}{\tau} x)} \right] \quad (6.61)$$

A Figura 6.32 apresenta o espectro das l.f.c.m. para um entreferro equivalente igual a $\tau/2$, em que as linhas de fluxo são apresentadas em intervalos de 10 %, variando de 10 a 90 % [11, 71].

A Figura 6.33 apresenta o espectro das l.f.c.m. para um entreferro equivalente igual a $\tau/4$, em que as linhas de fluxo são apresentadas em intervalos de 10 %, variando de 10 a 90 % [11, 71].

A Figura 6.34 apresenta o espectro das l.f.c.m. para um entreferro equivalente igual a $\tau/8$, em que as linhas de fluxo são apresentadas em intervalos de 10 %, variando de 10 a 90 % [11, 71].

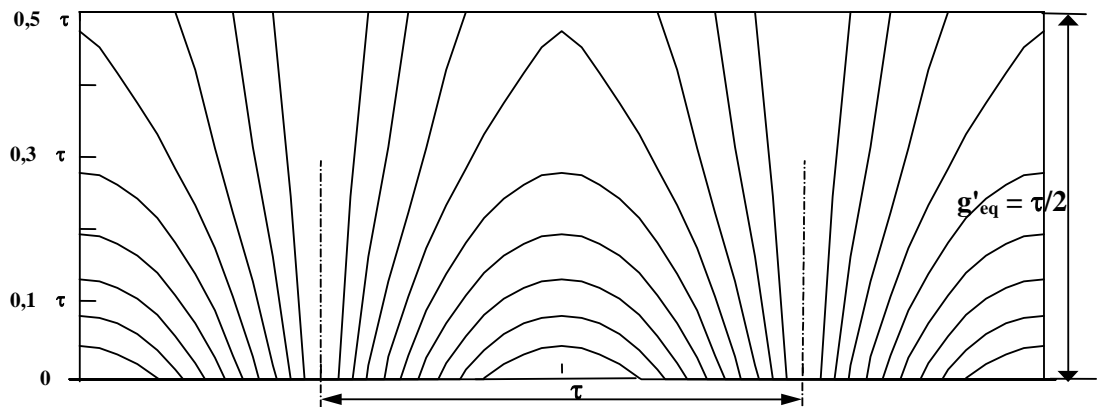


Figura 6.32 - Distribuição das l.f.c.m. originadas no entreferro, em vazio, para $g'_{eq} = \tau/2$.

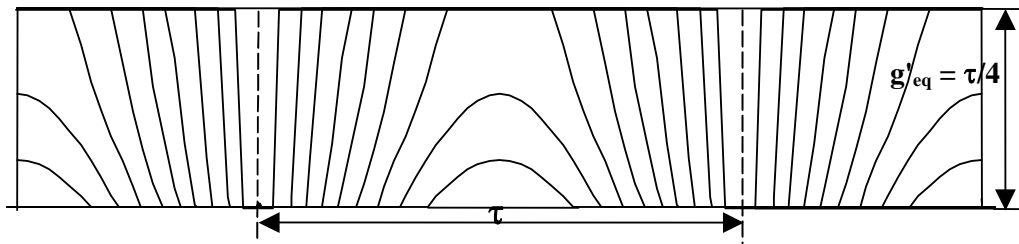


Figura 6.33 - Distribuição das l.f.c.m. originadas no entreferro, em vazio, para $g'_{eq} = \tau/4$.

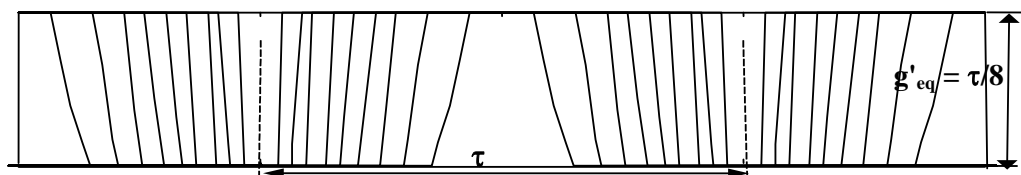


Figura 6.34 - Distribuição das l.f.c.m. originadas no entreferro, em vazio, para $g'_{eq} = \tau/8$.

Por observação das Figuras 6.32, 6.33 e 6.34 [11, 71], verifica-se que as l.f.c.m. são simétricas em relação ao eixo $x = \tau/2$, e tendem a serem paralelas para os eixos $x = 0$ e $x = \tau$. Para um determinado entreferro equivalente, g'_{eq} , a percentagem de fluxo que sai do primário sem atingir o secundário, será dada por, [11, 39],

$$\xi(\%) = 100 \left[1 - \frac{1}{\cosh\left(\frac{\pi}{\tau} g'_{eq}\right)} \right].$$

A Figura 6.35 apresenta o fluxo de dispersão, em percentagem, em função de g'_{eq}/τ , para valores compreendidos ente os limites 0,1 e 1,5 (para o protótipo utilizado nos ensaios, para $\tau = 43,5 \text{ mm}$ - $m_1 = 3$ e $q = 1$, a relação g'_{eq}/τ é igual a 0,123, o que corresponde a um fluxo de dispersão de 7 %) [71].

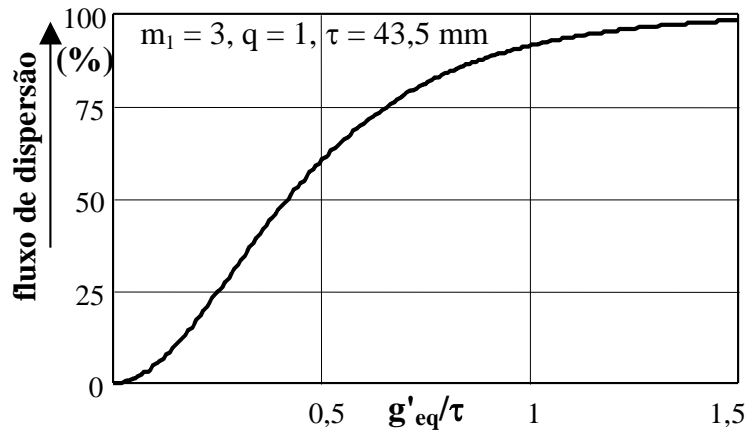


Figura 6.35 - Fluxo de dispersão em função de g'_{eq}/τ .

Da Figura 6.35, enquanto que para um entreferro igual a 10 % do passo polar, que é uma relação normal nos ALIs usualmente dimensionados para aplicações em regime estático [11, 71], praticamente todo o fluxo atravessa o entreferro (cerca de 95 %), e neste aspecto pode-se, sem grande erro, utilizar o modelo unidimensional. E em relação aos ALITs, esta análise teórica torna-se praticamente exacta se o entreferro for considerado pequeno face aos diâmetros interior do tubo ferromagnético do primário e exterior do tubo de ferro do secundário, isto é, se $D_{ef} \cong D_{id}$.

- Considerando apenas a primeira harmónica ($k = 1$), para um ALIT sem qualquer tubo secundário no interior, o sistema pode ser representado por uma distribuição de corrente sinusoidal de corrente no primário que, em grandezas complexas, será dada por $\bar{j}_1 = J_{1M} e^{j(\omega t - \beta x)}$ [11, 39].

A Figura 6.36 representa um esboço da densidade linear de corrente ao longo da periferia do primário suposto de espessura desprezável, e em que se admite que $\omega t = 0$, e que $j_1 = J_{1M} \sin(\beta x)$.

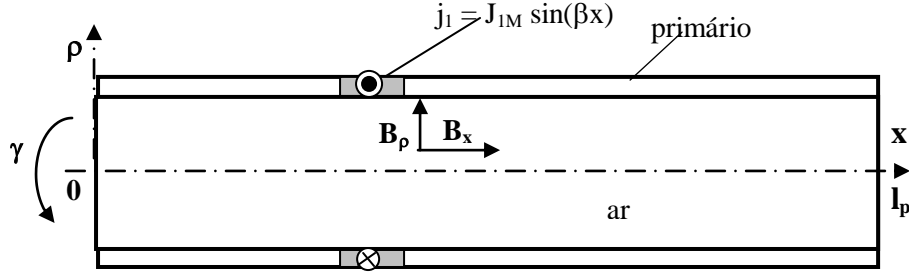


Figura 6.36 - Esboço de um ALIT percorrido por corrente no primário.

Da Figura 6.36, considerando que a densidade linear de corrente no primário apresenta uma variação sinusoidal ($k = 1$), como se pode observar do Anexo D [39, 40], a indução segundo ρ , num ponto $P(\rho, \gamma, m)$, em que $0 \leq \rho < a \cong D_{id}/2$ (D_{id} - diâmetro interior de cada dente), $0 \leq m \leq l_p = 8\tau$, e que, dada a simetria do ALIT, a grandeza γ pode tomar qualquer valor compreendido entre os limites 0 e 2π , $b_{\rho}(0 \leq m \leq l_p)$ será dada por

$$b_{\rho}(0 \leq m \leq l_p) = \frac{\mu_0 J_{1M} a}{4\pi} \int_0^{l_p} \left\{ \int_0^{2\pi} \frac{(m-x) \sin \gamma}{[a^2 + \rho^2 + (m-x)^2 - 2a\rho \sin \gamma]^{3/2}} d\gamma \right\} \sin(\beta x) dx \quad (6.62)$$

e a indução, segundo o eixo x , $b_x(0 \leq m \leq l_p)$, por

$$b_x(0 \leq m \leq l_p) = \frac{\mu_0 J_{1M} a}{4\pi} \int_0^{l_p} \left\{ \int_0^{2\pi} \frac{a - \rho \sin \gamma}{[a^2 + \rho^2 + (m-x)^2 - 2a\rho \sin \gamma]^{3/2}} d\gamma \right\} \sin(\beta x) dx \quad (6.63)$$

A Figura 6.37-a apresenta as diversas características da indução magnética, segundo o eixo ρ [$b_{\rho}(0 \leq m \leq l_p)$ - Figura 6.36], em valores p.u., para m compreendido entre os limites 0 e $l_p = 8\tau$. A Figura 6.37-b apresenta as diversas características da indução magnética, segundo o eixo x [$b_x(0 \leq m \leq l_p)$ - Figura 6.36], em valores p.u., para m compreendido entre os limites 0 e $l_p = 8\tau$.

Da Figura 6.37 verifica-se que as componentes da indução, b_{ρ} e b_x , para $0 \leq m \leq l_p$, e para alguns valores de ρ , compreendidos entre os limites 0 e $a \cong D_{id}/2$, são aproximadamente sinusoidais. As componentes da indução, segundo ρ , aumentam do eixo do actuador, onde se anulam, para a periferia junto ao primário. As componentes da indução, segundo x , embora os seus valores eficazes não sejam nulos, estas diminuem do actuador para a periferia.

A Figura 6.38 apresenta um esboço da variação da indução magnética, segundo o eixo ρ [$b_{\rho}(0 \leq m \leq l_p)$ - Figura 6.36], em valores p.u., para m compreendido entre os limites 0 e $l_p = 8\tau$ ($m \equiv x$), $0 \leq \rho \leq a$, e para $\omega t = 0$ [40].

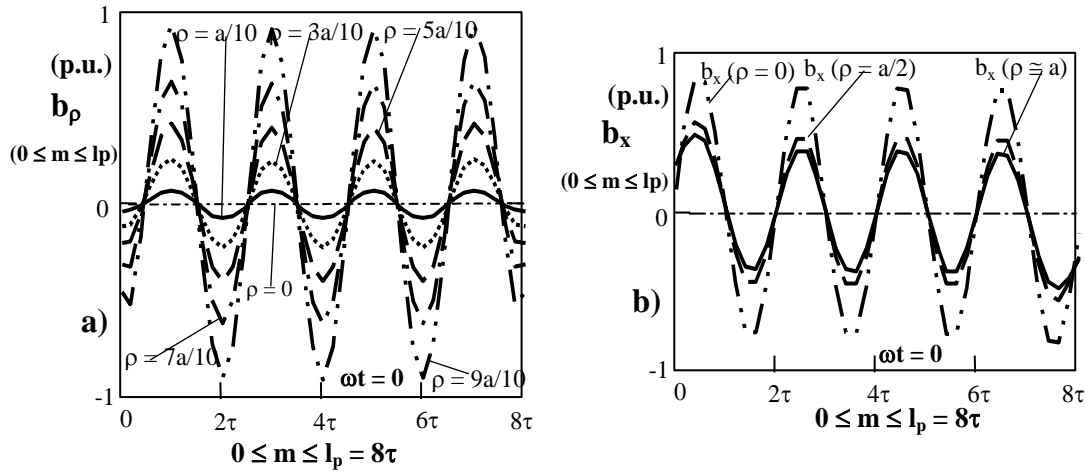


Figura 6.37 - *L.f.c.m. originadas no interior de um ALIT em vazio.*

a) $b_\rho(m)$; b) $b_x(m)$.

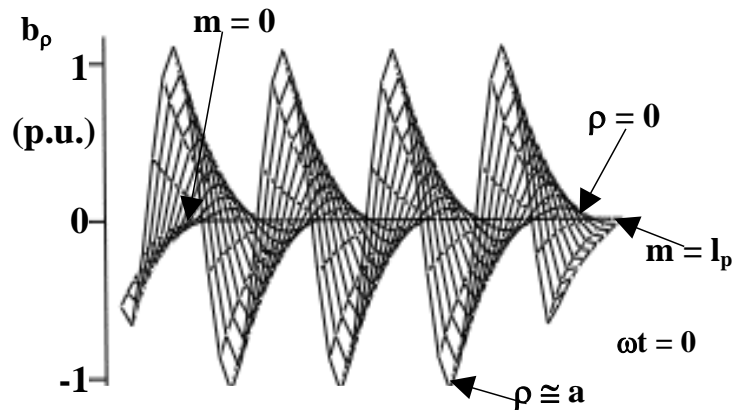


Figura 6.38 - *Variação das l.f.c.m., segundo ρ , para $0 \leq \rho \leq a$ e para $0 \leq m \leq l_p$, originadas no interior de um ALIT em vazio.*

Da Figura 6.38, verifica-se que as componentes da indução magnética, segundo o eixo ρ , de variação aproximadamente sinusoidal, têm um valor nulo na vizinhança do eixo do actuator, e um valor máximo junto ao primário.

A Figura 6.39 apresenta um esboço da variação da indução magnética, segundo o eixo x [b_x ($0 \leq m \leq l_p$) - Figura 6.36], em valores **p.u.**, para m compreendido entre os limites 0 e $l_p = 8\tau$, $0 \leq \rho \leq a$, e para $\omega t = 0$ [40].

Por observação da Figuras 6.39, verifica-se que o valor eficaz da indução magnética, segundo o eixo longitudinal x , não apresenta grandes variações para valores de ρ compreendidos entre os limites 0 e $a \cong D_{id}/2$.

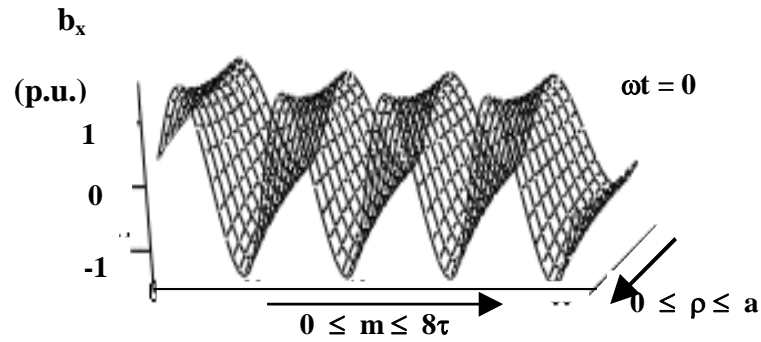


Figura 6.39 - Variação das l.f.c.m., segundo x , para $0 \leq \rho \leq a$ e para $0 \leq m \leq l_p$, originadas no interior de um ALIT em vazio.

A Figura 6.40 apresenta valores da indução magnética, em módulo ($b = \sqrt{b_p^2 + b_x^2}$), para m compreendido entre os limites 0 e $l_p = 8\tau$, e para $\rho = 0,1a$; $\rho = 0,3a$; $\rho = 0,5a$; $\rho = 0,7a$ e $\rho = 0,9a$.

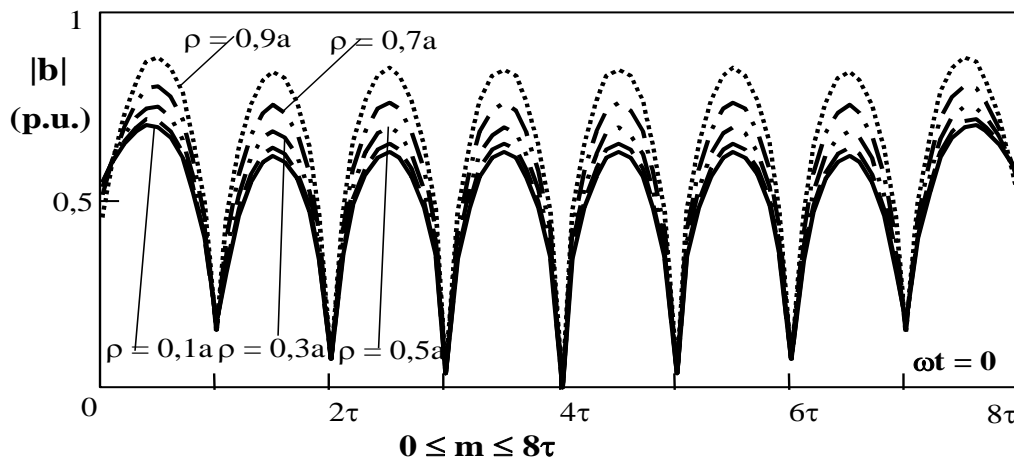


Figura 6.40 - Indução magnética, em módulo, para $0 \leq m \leq l_p$, e para alguns valores de $0 < \rho < a$.

Da Figura 6.40, para $\omega t = 0$, verifica-se que na zona central do ALIT, a indução magnética, em módulo, apresenta uma variação constante devido às indutâncias mútuas para cada um dos lados, o que não acontece nas extremidades, e daí esses valores apresentarem maiores amplitudes. Para tornar a variação da indução magnética mais uniforme entre os limites 0 e 8τ , apenas será possível nos ALIPs e com bobinas de compensação nas extremidades [07, 38, 63].

- O estudo dos campos electromagnéticos, em coordenadas rectangulares, têm aplicação no estudo dos ALIPs [05, 07, 35, 36, 38, 57, 73], e com alguma aproximação, também podem ser aplicados aos ALITs, desde que os diâmetros médios do primário e do secundário não sejam muito diferentes.

Assim, em coordenadas rectangulares, o potencial vector, \vec{A} , será dado por

$$\nabla \times \vec{A} = \begin{vmatrix} \hat{e}_x & \hat{e}_y & \hat{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} \quad (6.64)$$

ou seja

$$\nabla \times \vec{A} = \left[\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right] \hat{e}_x + \left[\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right] \hat{e}_y + \left[\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right] \hat{e}_z \quad (6.65)$$

Portanto

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \begin{vmatrix} \hat{e}_x & \hat{e}_y & \hat{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} & \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} & \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \end{vmatrix} \quad (6.66)$$

Desenvolvendo a expressão (6.66), obtém-se

$$\begin{aligned} \nabla \times (\nabla \times \vec{A}) &= \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \right] \hat{e}_x + \\ &+ \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \right] \hat{e}_y + \\ &+ \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \right] \hat{e}_z \end{aligned} \quad (6.67)$$

Dado que, no modelo bidimensional, em coordenadas cartesianas, a indução \vec{B} apresenta componentes segundo \hat{e}_x e \hat{e}_y , então $\nabla \times \vec{B} \equiv \nabla \times (\nabla \times \vec{A})$ apenas terá componentes segundo \hat{e}_z , assim, (6.67) torna-se igual a

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \left(\frac{\partial^2 A_x}{\partial x \partial z} - \frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial y \partial z} \right) \hat{e}_z \quad (6.68)$$

No caso particular de se considerar que $A_x = A_y = 0$ e A_z variável, (6.68) pode ser simplificado por

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} = - \left(\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} \right) \hat{e}_z \quad (6.69)$$

Ora da equação de Poisson, em coordenadas rectangulares e em grandezas complexas, verifica-se que [05, 57]

$$\frac{\partial^2 \bar{A}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{A}_z}{\partial y^2} = \mu \sigma \frac{\partial \bar{A}_z}{\partial t} + \mu \sigma v \frac{\partial \bar{A}_z}{\partial x} \quad (6.70)$$

sendo

$$\bar{A}_z = \bar{A}_z(x, y, t) = A_z(y) e^{j(\omega t - \beta x)} \quad (6.71)$$

Assim, considerando um ALIP, de largura w – segundo o eixo z , a Figura 6.41 apresenta um actuador dividido em camadas ou regiões, em g_{eq} representa o entreferro equivalente, e_c a espessura do condutor, e e_{Fe} a espessura do ferro de retorno no secundário.

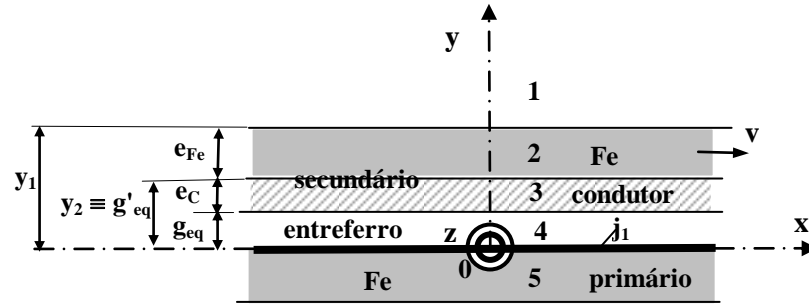


Figura 6.41 - Modelo do ALIP (j_1 representa a densidade linear de corrente no primário).

Da Figura 6.41 podem-se considerar as seguintes regiões:

- **Região 1** (Ar - zona exterior à camada de ferro de retorno) - $y_1 \leq y < \infty$; $\sigma = 0$; $\mu = \mu_0$. De (6.70) e de (6.71), obtém-se

$$\frac{\partial^2 \bar{A}_{z1}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{A}_{z1}}{\partial y^2} = 0 \rightarrow \frac{\partial^2 \bar{A}_{z1}}{\partial y^2} - \beta^2 \bar{A}_{z1} = 0 \quad (6.72)$$

cuja solução é da forma

$$r^2 - \beta^2 = 0 \leftrightarrow r = \pm \beta \rightarrow \bar{A}_{z1} = \bar{C}_1 e^{\beta y} + \bar{D}_1 e^{-\beta y} \quad (6.73)$$

ou, ainda $\bar{A}_{z1} = \bar{M}_1 \cosh \beta y + \bar{N}_1 \sinh \beta y = \bar{M}_1 \frac{e^{\beta y} + e^{-\beta y}}{2} + \bar{N}_1 \frac{e^{\beta y} - e^{-\beta y}}{2}$, em que

$$\begin{cases} \bar{C}_1 = \frac{\bar{M}_1 + \bar{N}_1}{2} \\ \bar{D}_1 = \frac{\bar{M}_1 - \bar{N}_1}{2} \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} \bar{M}_1 = \bar{C}_1 + \bar{D}_1 \\ \bar{N}_1 = \bar{C}_1 - \bar{D}_1 \end{cases} \quad (6.74)$$

Condições fronteira: Dado que $\beta > 0$, para $y = \infty \rightarrow \bar{A}_{z1}(y = \infty) = 0$, ou seja

$$\bar{A}_{z1}(y=\infty) = \bar{C}_1 e^{\beta\infty} + \bar{D}_1 e^{-\beta\infty} = \bar{C}_1 \cdot \infty + \bar{D}_1 \cdot 0 = 0 \rightarrow \bar{C}_1 = 0 \quad (6.75)$$

Portanto, para $y_1 \leq y < \infty$, de (6.71) e (6.75), resultará

$$\bar{A}_{z1} = \bar{D}_1 e^{-\beta y} = \bar{D}'_1 e^{-\beta y} e^{j(\omega t - \beta x)} \quad (y_1 \leq y < \infty) \quad (6.76)$$

Nestas circunstâncias a indução \bar{B} , no meio **1**, apresenta apenas componentes segundo x e segundo y , ou seja

$$\bar{B}_{(x,y)1} = \nabla \times \bar{A}_{z1} = \begin{vmatrix} \hat{e}_x & \hat{e}_y & \hat{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & \bar{A}_{z1} \end{vmatrix} = \frac{\partial \bar{A}_{z1}}{\partial y} \hat{e}_x - \frac{\partial \bar{A}_{z1}}{\partial x} \hat{e}_y \quad (6.77)$$

Como $\bar{A}_{z1} = \bar{A}_{z1}(x, y, t) = \bar{A}_{z1}(y) e^{j(\omega t - \beta x)}$, de (6.76) e de (6.77) obtém-se

$$\begin{aligned} \bar{B}_{(x,y)1} &= \frac{\partial [\bar{A}_{z1}(y) e^{j(\omega t - \beta x)}]}{\partial y} \hat{e}_x - \frac{\partial [\bar{A}_{z1}(y) e^{j(\omega t - \beta x)}]}{\partial x} \hat{e}_y = \\ &= -\beta \bar{D}_1 e^{-\beta y} \hat{e}_x + j\beta \bar{D}_1 e^{-\beta y} \hat{e}_y \end{aligned} \quad (6.78)$$

• Região 2 (Camada de ferro de retorno - secundário) - $y_2 \leq y \leq y_1$; $\sigma = \sigma_{Fe}$; $\mu = \mu_{Fe}$. De (6.70) e de (6.71), obtém-se

$$\frac{\partial^2 \bar{A}_{z2}}{\partial y^2} = [\mu_{Fe} \sigma_{Fe} (j\omega - j\beta(1-s)v_s) + \beta^2] \bar{A}_{z2} \quad (6.79)$$

ou ainda,

$$\frac{\partial^2 \bar{A}_{z2}}{\partial y^2} - (\beta^2 + j\omega \mu_{Fe} \sigma_{Fe}) \bar{A}_{z2} = 0 \quad (6.80)$$

Considerando $\bar{\gamma}_{Fe}^2 = \beta^2 + j\omega \mu_{Fe} \sigma_{Fe}$, virá $\frac{\partial^2 \bar{A}_{z2}}{\partial y^2} - \bar{\gamma}_{Fe}^2 \bar{A}_{z2} = 0$, cuja solução é da forma

$$\bar{A}_{z2} = \bar{C}_2 e^{\bar{\gamma}_{Fe} y} + \bar{D}_2 e^{-\bar{\gamma}_{Fe} y} = \left(\bar{C}'_2 e^{\bar{\gamma}_{Fe} y} + \bar{D}'_2 e^{-\bar{\gamma}_{Fe} y} \right) e^{j(\omega t - \beta x)} \quad (6.81)$$

Ou, de acordo com (6.74), virá

$$\bar{A}_{z2} = \bar{M}_2 \cosh(\bar{\gamma}_{Fe} y) + \bar{N}_2 \sinh(\bar{\gamma}_{Fe} y) = \left(\bar{M}'_2 \cosh(\bar{\gamma}_{Fe} y) + \bar{N}'_2 \sinh(\bar{\gamma}_{Fe} y) \right) e^{j(\omega t - \beta x)}.$$

Nestas circunstâncias a indução \bar{B} , no meio **2**, apresenta também apenas componentes segundo x e segundo y , ou seja de acordo com (6.77), obtém-se

$$\bar{B}_{(x,y)2} = \frac{\partial \bar{A}_{z2}}{\partial y} \hat{e}_x - \frac{\partial \bar{A}_{z2}}{\partial x} \hat{e}_y. \text{ Como } \bar{A}_{z2} = \bar{A}_{z2}(x, y, t) = \bar{A}_{z2}(y) e^{j(\omega t - \beta x)}, \text{ de (6.80) resultará}$$

$$\begin{aligned} \bar{B}_{(x,y)2} &= \frac{\partial [\bar{A}_{z2}(y) e^{j(\omega t - \beta x)}]}{\partial y} \hat{e}_x - \frac{\partial [\bar{A}_{z2}(y) e^{j(\omega t - \beta x)}]}{\partial x} \hat{e}_y = \\ &= \bar{\gamma}_{Fe} \left(\bar{C}_2 e^{\bar{\gamma}_{Fe} y} - \bar{D}_2 e^{-\bar{\gamma}_{Fe} y} \right) \hat{e}_x + j\beta \left(\bar{C}_2 e^{\bar{\gamma}_{Fe} y} + \bar{D}_2 e^{-\bar{\gamma}_{Fe} y} \right) \hat{e}_y \end{aligned} \quad (6.82)$$

Condições fronteira: Como entre meios diferentes as componentes normais das induções magnéticas se mantêm iguais ($\bar{B}_{y1} = \bar{B}_{y2}$). Assim entre os meios **1** e **2** ($y_1 = g_{eq} + e_c + e_{Fe}$) verifica-se que

$$\bar{D}_1 e^{-\beta y_1} = \bar{C}_2 e^{\bar{\gamma}_{Fe} y_1} + \bar{D}_2 e^{-\bar{\gamma}_{Fe} y_1} \quad (6.83)$$

e as intensidades do campo magnético possuem componentes tangenciais iguais

$$(\bar{H}_{x1} = \bar{H}_{x2}), \text{ isto é, } \bar{H}_{x1} = -\frac{\beta}{\mu_0} \bar{D}_1 e^{-\beta y} \text{ e } \bar{H}_{x2} = \frac{\bar{\gamma}_{Fe}}{\mu_{Fe}} \left(\bar{C}_2 e^{\bar{\gamma}_{Fe} y} - \bar{D}_2 e^{-\bar{\gamma}_{Fe} y} \right), \text{ ou seja}$$

$$-\frac{\beta}{\mu_0} \bar{D}_1 e^{-\beta y_1} = \frac{\bar{\gamma}_{Fe}}{\mu_{Fe}} \left(\bar{C}_2 e^{\bar{\gamma}_{Fe} y_1} - \bar{D}_2 e^{-\bar{\gamma}_{Fe} y_1} \right) \quad (6.84)$$

• Região 3 (Camada de condutora de cobre ou de alumínio) – $g_{eq} \leq y \leq y_2$; $\sigma = \sigma_{Co}$; $\mu = \mu_0$. De (6.70) e de (6.71), obtém-se

$$\frac{\partial^2 \bar{A}_{z3}}{\partial y^2} - (\beta^2 + j\omega \sigma \mu_0) \bar{A}_{z3} = 0 \quad (6.85)$$

Considerando $\bar{\gamma}_{Co}^2 = \beta^2 + j\omega \sigma \mu_0$, virá $\frac{\partial^2 \bar{A}_{z3}}{\partial y^2} - \bar{\gamma}_{Co}^2 \bar{A}_{z3} = 0$, cuja solução é da forma

$$\bar{A}_{z3} = \bar{C}_3 e^{\bar{\gamma}_{Co} y} + \bar{D}_3 e^{-\bar{\gamma}_{Co} y} = \left(\bar{C}'_3 e^{\bar{\gamma}_{Co} y} + \bar{D}'_3 e^{-\bar{\gamma}_{Co} y} \right) e^{j(\omega t - \beta x)} \quad (6.86)$$

Ou, de acordo com (6.74), virá

$$\bar{A}_{z3} = \bar{M}_3 \cosh(\bar{\gamma}_{Co} y) + \bar{N}_3 \sinh(\bar{\gamma}_{Co} y) = (\bar{M}'_3 \cosh(\bar{\gamma}_{Co} y) + \bar{N}'_3 \sinh(\bar{\gamma}_{Co} y)) e^{j(\omega t - \beta x)}.$$

Nestas circunstâncias a indução \bar{B} , no meio **3**, apresenta também apenas componentes segundo \mathbf{x} e segundo \mathbf{y} , ou seja de acordo com (6.77), obtém-se $\bar{B}_{(x,y)3} = \frac{\partial \bar{A}_{z3}}{\partial y} \hat{e}_x - \frac{\partial \bar{A}_{z3}}{\partial x} \hat{e}_y$. Como $\bar{A}_{z3} = \bar{A}_{z3}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) = \bar{A}_{z3}(y) e^{j(\omega t - \beta x)}$, de (6.85) resultará

$$\begin{aligned} \bar{B}_{(x,y)3} &= \frac{\partial [\bar{A}_{z3}(y) e^{j(\omega t - \beta x)}]}{\partial y} \hat{e}_x - \frac{\partial [\bar{A}_{z3}(y) e^{j(\omega t - \beta x)}]}{\partial x} \hat{e}_y = \\ &= \bar{\gamma}_{Co} (\bar{C}_3 e^{\bar{\gamma}_{Co} y} - \bar{D}_3 e^{-\bar{\gamma}_{Co} y}) \hat{e}_x + j\beta (\bar{C}_3 e^{\bar{\gamma}_{Co} y} + \bar{D}_3 e^{-\bar{\gamma}_{Co} y}) \hat{e}_y \end{aligned} \quad (6.87)$$

Condições fronteira: Como entre meios diferentes as componentes normais das induções magnéticas se mantêm iguais ($\bar{B}_{y2} = \bar{B}_{y3}$). Assim entre os meios **2** e **3** ($y_2 = g_{eq} + e_C$ - notar que $g'_{eq} = g_{eq} + e_C$), verifica-se que

$$\bar{C}_2 e^{\bar{\gamma}_{Fe} y_2} + \bar{D}_2 e^{-\bar{\gamma}_{Fe} y_2} = \bar{C}_3 e^{\bar{\gamma}_{Co} y_2} + \bar{D}_3 e^{-\bar{\gamma}_{Co} y_2} \quad (6.88)$$

e as intensidades do campo magnético possuem componentes tangenciais iguais ($\bar{H}_{x2} = \bar{H}_{x3}$), isto é, $\bar{H}_{x2} = \frac{\bar{\gamma}_{Fe}}{\mu_{Fe}} (\bar{C}_2 e^{\bar{\gamma}_{Fe} y} - \bar{D}_2 e^{-\bar{\gamma}_{Fe} y})$ e

$$\bar{H}_{x3} = \frac{\bar{\gamma}_{Co}}{\mu_0} (\bar{C}_3 e^{\bar{\gamma}_{Co} y} - \bar{D}_3 e^{-\bar{\gamma}_{Co} y}), \text{ ou seja}$$

$$\frac{\bar{\gamma}_{Fe}}{\mu_{Fe}} (\bar{C}_2 e^{\bar{\gamma}_{Fe} y_2} - \bar{D}_2 e^{-\bar{\gamma}_{Fe} y_2}) = \frac{\bar{\gamma}_{Co}}{\mu_0} (\bar{C}_3 e^{\bar{\gamma}_{Co} y_2} - \bar{D}_3 e^{-\bar{\gamma}_{Co} y_2}) \quad (6.89)$$

• Região 4 (entreferro) - $0 \leq y \leq g_{eq}$; $\sigma = 0$; $\mu = \mu_0$. De (6.70) e de (6.71), obtém-se

$$\frac{\partial^2 \bar{A}_{z4}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{A}_{z4}}{\partial y^2} = 0 \rightarrow \frac{\partial^2 \bar{A}_{z4}}{\partial y^2} - \beta^2 \bar{A}_{z4} = 0 \quad (6.90)$$

cujas soluções são da forma

$$\bar{A}_{z4} = \bar{C}_4 e^{\beta y} + \bar{D}_4 e^{-\beta y} = (\bar{C}'_4 e^{\beta y} + \bar{D}'_4 e^{-\beta y}) e^{j(\omega t - \beta x)} \quad (6.91)$$

Ou, de acordo com (6.74), virá

$$\bar{A}_{z4} = \bar{M}_4 \cosh(\beta y) + \bar{N}_4 \sinh(\beta y) = (\bar{M}'_4 \cosh(\beta y) + \bar{N}'_4 \sinh(\beta y)) e^{j(\omega t - \beta x)}$$

Nestas circunstâncias a indução $\bar{\mathbf{B}}$, no meio **4**, apresenta também apenas componentes segundo \mathbf{x} e segundo \mathbf{y} , ou seja de acordo com (6.77), obtém-se

$\bar{\mathbf{B}}_{(x,y)4} = \frac{\partial \bar{A}_{z4}}{\partial y} \hat{\mathbf{e}}_x - \frac{\partial \bar{A}_{z4}}{\partial x} \hat{\mathbf{e}}_y$. Como $\bar{A}_{z4} = \bar{A}_{z4}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{t}) = \bar{A}_{z4}(\mathbf{y}) e^{j(\omega t - \beta x)}$, de (6.90) resultará

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{B}}_{(x,y)4} &= \frac{\partial [\bar{A}_{z4}(\mathbf{y}) e^{j(\omega t - \beta x)}]}{\partial y} \hat{\mathbf{e}}_x - \frac{\partial [\bar{A}_{z4}(\mathbf{y}) e^{j(\omega t - \beta x)}]}{\partial x} \hat{\mathbf{e}}_y = \\ &= \beta (\bar{C}_4 e^{\beta y} - \bar{D}_4 e^{-\beta y}) \hat{\mathbf{e}}_x + j\beta (\bar{C}_4 e^{\beta y} + \bar{D}_4 e^{-\beta y}) \hat{\mathbf{e}}_y \end{aligned} \quad (6.92)$$

Condições fronteira: Como entre meios diferentes as componentes normais das induções magnéticas se mantêm iguais ($\bar{\mathbf{B}}_{y3} = \bar{\mathbf{B}}_{y4}$). Assim entre os meios **3** e **4** (\mathbf{g}_{eq}) verifica-se que

$$\bar{C}_3 e^{\bar{\gamma}_{Co} \mathbf{g}_{eq}} + \bar{D}_3 e^{-\bar{\gamma}_{Co} \mathbf{g}_{eq}} = \bar{C}_4 e^{\beta \mathbf{g}_{eq}} + \bar{D}_4 e^{-\beta \mathbf{g}_{eq}} \quad (6.93)$$

E as intensidades do campo magnético possuem componentes tangenciais iguais ($\bar{\mathbf{H}}_{x3} = \bar{\mathbf{H}}_{x4}$), isto é, $\bar{\mathbf{H}}_{x3} = \frac{\bar{\gamma}_{Co}}{\mu_0} (\bar{C}_3 e^{\bar{\gamma}_{Co} y} - \bar{D}_3 e^{-\bar{\gamma}_{Co} y})$ e $\bar{\mathbf{H}}_{x4} = \frac{\beta}{\mu_0} (\bar{C}_4 e^{\beta y} - \bar{D}_4 e^{-\beta y})$, ou seja

$$\bar{\gamma}_{Co} (\bar{C}_3 e^{\bar{\gamma}_{Co} \mathbf{g}_{eq}} - \bar{D}_3 e^{-\bar{\gamma}_{Co} \mathbf{g}_{eq}}) = \beta (\bar{C}_4 e^{\beta \mathbf{g}_{eq}} - \bar{D}_4 e^{-\beta \mathbf{g}_{eq}}) \quad (6.94)$$

• Para $\mathbf{y} = 0$, fronteira entre a região 4 e a região 5, o que corresponde teoricamente a uma lâmina do primário de pequena espessura, o rotacional da intensidade do campo magnético será dado por

$$\nabla \times \bar{\mathbf{H}} = \left[\frac{\partial \bar{H}_z}{\partial y} - \frac{\partial \bar{H}_y}{\partial z} \right] \hat{\mathbf{e}}_x + \left[\frac{\partial \bar{H}_x}{\partial z} - \frac{\partial \bar{H}_z}{\partial x} \right] \hat{\mathbf{e}}_y + \left[\frac{\partial \bar{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \bar{H}_x}{\partial y} \right] \hat{\mathbf{e}}_z = J_1 \hat{\mathbf{e}}_z \quad (6.95)$$

ou seja, $\frac{\partial \bar{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \bar{H}_x}{\partial y} = J_1 = \sigma E_z$. De (6.95), dado que a densidade superficial de corrente é igual a $J_1 = \frac{\mathbf{I}_1}{S}$, sendo a secção transversal da lâmina condutora do primário,

de espessura infinitesimal $d\mathbf{y}$, dada por $S = \mathbf{x} d\mathbf{y}$, ou seja, $J_1 = \frac{\mathbf{I}_1}{\mathbf{x} d\mathbf{y}} = \frac{\mathbf{j}_1}{d\mathbf{y}}$, em que \mathbf{j}_1

representa a densidade linear de corrente, função de \mathbf{x} e de \mathbf{t} , em $\mathbf{A/m}$, então pode-se admitir que \mathbf{H}_x é igual a \mathbf{j}_1 . É importante verificar que $\mathbf{H}_x = \mathbf{j}_1$ e não igual a $\mathbf{j}_1/2$, pelo

facto da região 5, Figura 6.41, ser constituída por material ferromagnético, em que, teoricamente, se considera $\mu_{Fe} \cong \infty$. Quanto às quedas de tensão magnética $\mathbf{H}_y \cdot \mathbf{y}$, considerando teoricamente uma espessura infinitesimal da lâmina condutora do primário, isto constitui uma queda de tensão magnética praticamente nula, pelo que se pode desprezar $\mathbf{H}_y \cdot \mathbf{y}$ face a $\mathbf{H}_x \cdot \mathbf{x}$.

Também da expressão (6.95), considerando que $\bar{H}_x = \bar{j}_1$, então na região 4, e na vizinhança de $\mathbf{y} = \mathbf{0}$, ter-se-á $\frac{\partial \bar{H}_{x4}}{\partial y} = \frac{\beta^2}{\mu_0} (\bar{C}_4 e^{\beta y} + \bar{D}_4 e^{-\beta y}) \cong \bar{j}_1$, pelo que pode-se considerar que $\frac{\beta}{\mu_0} (\bar{C}_4 + \bar{D}_4) = \bar{j}_1 \rightarrow \bar{D}_4 = \frac{\mu_0 \bar{j}_1}{\beta} - \bar{C}_4$.

Assim, os parâmetros \bar{C}_4 , \bar{D}_4 , \bar{C}_3 , \bar{D}_3 , \bar{C}_2 e \bar{D}_2 , em função de \bar{D}_1 , serão dados por

$$\begin{cases} \bar{C}_2 = \frac{\mu_0 \bar{\gamma}_{Fe} - \beta \mu_{Fe}}{2\mu_0 \bar{\gamma}_{Fe}} \bar{D}_1 e^{-(g_{eq} + e_{Co} + e_{Fe})(\bar{\gamma}_{Fe} + \beta)} \\ \bar{D}_2 = \frac{\mu_0 \bar{\gamma}_{Fe} + \beta \mu_{Fe}}{2\mu_0 \bar{\gamma}_{Fe}} \bar{D}_1 e^{(g_{eq} + e_{Co} + e_{Fe})(\bar{\gamma}_{Fe} - \beta)} \end{cases} \quad (6.96)$$

$$\begin{cases} \bar{C}_3 = \frac{1 + \frac{\mu_0 \bar{\gamma}_{Fe}}{\mu_{Fe} \bar{\gamma}_{Co}}}{2} \bar{C}_2 e^{(g_{eq} + e_{Co})(\bar{\gamma}_{Fe} - \bar{\gamma}_{Co})} + \frac{1 - \frac{\mu_0 \bar{\gamma}_{Fe}}{\mu_{Fe} \bar{\gamma}_{Co}}}{2} \bar{D}_2 e^{-(g_{eq} + e_{Co})(\bar{\gamma}_{Fe} + \bar{\gamma}_{Co})} \\ \bar{D}_3 = \frac{1 - \frac{\mu_0 \bar{\gamma}_{Fe}}{\mu_{Fe} \bar{\gamma}_{Co}}}{2} \bar{C}_2 e^{(g_{eq} + e_{Co})(\bar{\gamma}_{Fe} + \bar{\gamma}_{Co})} + \frac{1 + \frac{\mu_0 \bar{\gamma}_{Fe}}{\mu_{Fe} \bar{\gamma}_{Co}}}{2} \bar{D}_2 e^{-(g_{eq} + e_{Co})(\bar{\gamma}_{Fe} - \bar{\gamma}_{Co})} \end{cases} \quad (6.97)$$

e por

$$\begin{cases} \bar{C}_4 = \frac{1 + \frac{\bar{\gamma}_{Co}}{\beta}}{2} \bar{C}_3 e^{-g_{eq}(\beta - \bar{\gamma}_{Co})} + \frac{1 - \frac{\bar{\gamma}_{Co}}{\beta}}{2} \bar{D}_3 e^{-g_{eq}(\beta + \bar{\gamma}_{Co})} \\ \bar{D}_4 = \frac{1 - \frac{\bar{\gamma}_{Co}}{\beta}}{2} \bar{C}_3 e^{g_{eq}(\beta + \bar{\gamma}_{Co})} + \frac{1 + \frac{\bar{\gamma}_{Co}}{\beta}}{2} \bar{D}_3 e^{g_{eq}(\beta - \bar{\gamma}_{Co})} \end{cases} \quad (6.98)$$

Sendo $\bar{C}_4 + \bar{D}_4 = \frac{\mu_0 \bar{j}_1}{\beta}$, então por substituição simultânea de (6.98), para (6.97), e, finalmente, para (6.96), onde existe apenas o parâmetro \bar{D}_1 , que após simplificações matemáticas, obtêm-se os parâmetros dados por equações apresentadas por [07, 36, 37, 38, 63, 64].

Assim, as equações do campo magnético serão dadas pelas expressões (6.82), (6.87) e (6.92), por substituição das constantes representadas nos sistemas de equações expressas (6.96), (6.97), e por (6.98).

Considerando $\mu_{Fe} = 200 \cdot \mu_0$, $\tau = 0,0445$ m, 4 pólos, $g_{eq} = 5$ mm, $e_{Fe} = 3$ mm, $e_{Cu} = 2$ mm, $s = 1$, e utilizando como parâmetro J_{IM} [A/m] (dados aproximados a uma das hipóteses do protótipo modular implementado), a Figura 6.42 apresenta o espectro das l.f.c.m. nas diversas regiões ou camadas (entreferro e secundário - Cu e Fe), segundo o eixo x , originadas pelas soluções dos sistemas de equações (6.96), (6.97) e (6.98). Do mesmo modo, a Figura 6.43 apresenta o espectro das l.f.c.m., segundo o eixo y . Para os dados e parâmetro anteriormente apresentados, excepto para $s = 0$, a Figura 6.44 apresenta o espectro das l.f.c.m., segundo o eixo y .

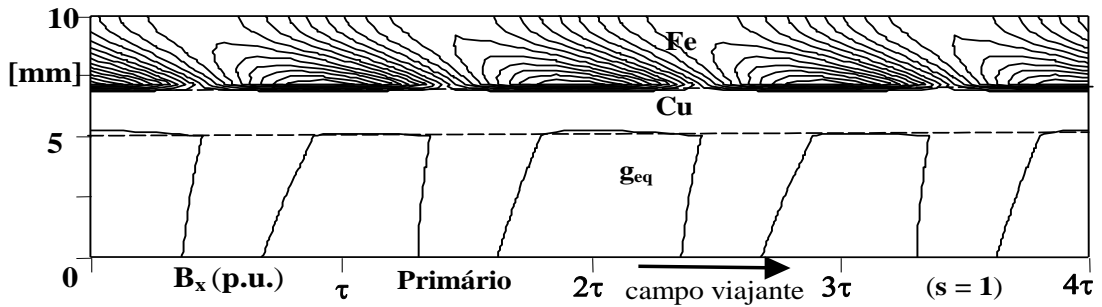


Figura 6.42 - Modelo do ALIP [componentes da indução, segundo o eixo x (B_x) - $s = 1$].

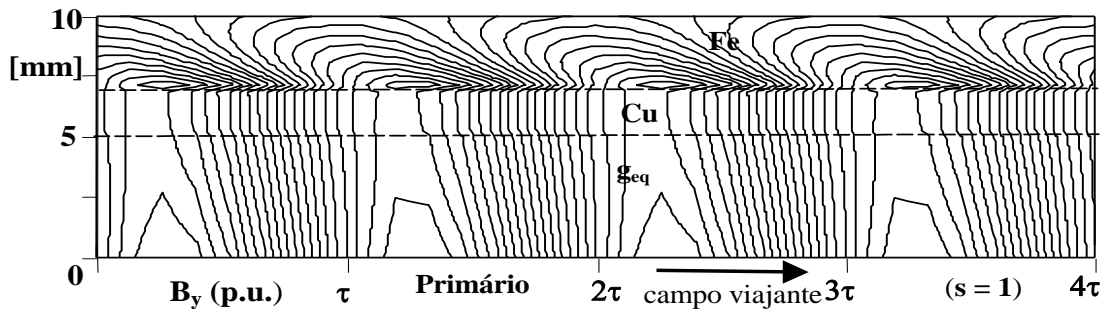


Figura 6.43 - Modelo do ALIP [componentes da indução, segundo o eixo x (B_y) - $s = 1$].

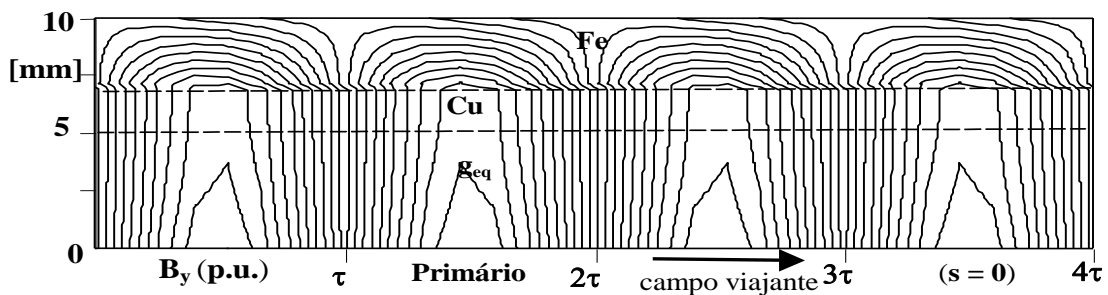


Figura 6.44 - Modelo do ALIP [componentes da indução, segundo o eixo x (B_y) - $s = 0$].

Por observação da Figura 6.42 ($s = 1$), verifica-se que as componentes da indução, segundo o eixo x , praticamente só existem no ferro do secundário (retorno das l.f.c.m.), por isso, a indução segundo o eixo y (Figura 6.43), nas zonas do entreferro e do Cu, mantém-se praticamente uniforme, pelo que se pode admitir que o modelo unidimensional também pode ser considerado, nestas circunstâncias, muito aproximado ao bidimensional. Fixado um instante t (ou ωt), da Figura 6.44, para $s = 0$, verifica-se uma simetria do campo segundo o eixo y , e, conseqüentemente também segundo o eixo x .

• No caso da topologia dos ALITs, em que o diâmetro médio do primário é superior ao diâmetro médio do secundário, partindo do princípio de que os valores da indução variam também na razão inversa de ρ [$D_{iF}/2 (\cong 8,5 \text{ mm}) \leq \rho \leq D_{iF}/2 + e_{Fe} + e_{Co} + g_{eq} (\cong 18,5 \text{ mm})$], segundo os dados e o parâmetro anteriormente descritos, nas Figuras 6.45 e 6.46 são apresentadas as características dos novos valores da indução magnética, em coordenadas cilíndricas, segundo o eixo ρ , B_ρ ($s = 1$) e B_ρ ($s = 0$), respectivamente.

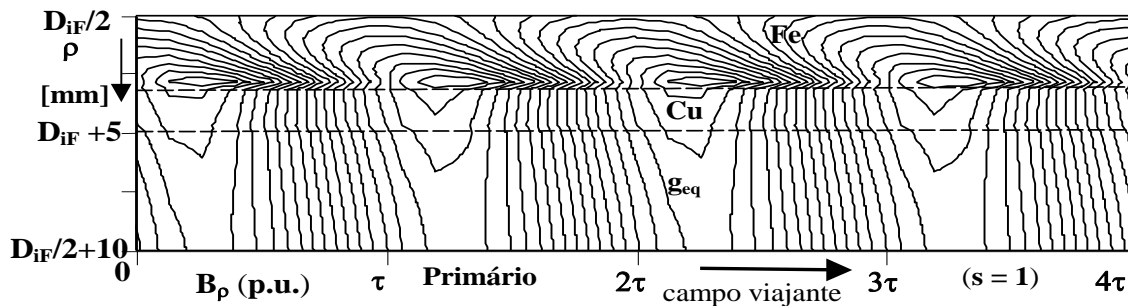


Figura 6.45 - Modelo aproximado do ALIT [componentes da indução, segundo o eixo x (B_ρ) - $s = 1$], $D_{iF} = 16,5 \text{ mm}$.

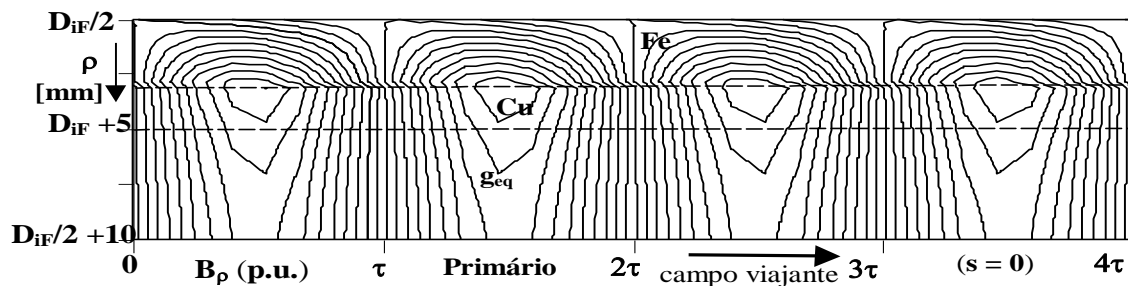


Figura 6.46 - Modelo aproximado do ALIT [componentes da indução, segundo o eixo x (B_ρ) - $s = 0$], $D_{iF} = 16,5 \text{ mm}$.

De acordo com a geometria cilíndrica do ALIT, por observação das Figuras 6.45 e 6.46, verifica-se que, nas zonas de maiores diâmetros, as l.f.c.m. divergem. Este pormenor também foi tido em consideração relativamente ao modelo unidimensional estudado no Subcapítulo 6.1. Neste caso, a força elementar longitudinal é proporcional ao produto externo de \vec{E}_z por \vec{B}_y (ALIP), ou de \vec{E}_y por \vec{B}_ρ (ALIT), em cada uma das duas regiões do secundário (Cu ou Al e Fe), os valores de \vec{E}_z (coordenadas rectangulares) ou de \vec{E}_y (coordenadas cilíndricas), podem ser obtidos a partir da equação de Maxwell $\nabla \times \vec{H} = \sigma \vec{E}$.

• Para determinação dos parâmetros do esquema equivalente do ALIP, ou, aproximadamente, do ALIT, pode-se definir impedância característica que é dada por [05, 34, 35, 36, 37, 38, 57, 63].

$$\frac{\bar{E}_z}{\bar{H}_x} = \bar{Z} = \frac{j\zeta\omega\mu}{\bar{\Delta}} \bar{\Lambda} \quad (6.99)$$

Sendo $\bar{\Lambda}$, ζ , $\bar{\Delta}$ e μ parâmetros de correcção relacionados com as soluções dos sistemas de equações (6.96), (6.97) e (6.98). Assim $\bar{\Delta} = \beta$, $\mu = \mu_0$, $\zeta = 1$ e $\bar{\Lambda} = \cotgh\beta g'_{eq}$ (entreferro); $\bar{\Delta} = \bar{\gamma}_{Co}$, $\mu = \mu_0$, $\zeta = s$ e $\bar{\Lambda} = \cotgh\bar{\gamma}_{Co} e_C$ (condutor), $\bar{\Delta} = \bar{\gamma}_{Fe}$, $\mu = \mu_{Fe}$, $\zeta = s$ e $\bar{\Lambda} = \cotgh\bar{\gamma}_{Fe} e_{Fe}$ (ferro do secundário) [10, 36, 37, 38, 63], e quanto à região 1, pode-se admitir que a impedância seja nula.

Assim, de acordo com (6.99), as impedâncias características, nas regiões 1, 2 e 3, serão dadas por

$$\begin{cases} \bar{Z}_4 = \frac{j\omega\mu_0}{\beta} \cotgh\beta g'_{eq} & \text{(entreferro)} \\ \bar{Z}_3 = \frac{j\omega\mu_0}{\bar{\gamma}_{Co}} \cotgh\bar{\gamma}_{Co} e_C & \text{(condutor do secundário)} \\ \bar{Z}_2 = \frac{j\omega\mu_{Fe}}{\bar{\gamma}_{Fe}} \cotgh\bar{\gamma}_{Fe} e_{Fe} & \text{(ferro do secundário)} \end{cases} \quad (6.100)$$

De (6.100), adaptando o sistema de equações à topologia do ALIT, isto é, multiplicando as impedâncias por $\pi D_{me}/\tau$ (D_{me} - diâmetro da circunferência média geométrica do entreferro e τ - passo polar), utilizando a relação de transformação entre o primário e o secundário, e incluindo o efeito de extremidade ($1 - K_{ex}$), obtém-se [30, 31, 32, 36, 37, 64, 77]

$$\begin{cases} \bar{Z}'_{4entr} = jX_{mp} = \frac{j\pi m_1 \mu_0 f D_{me} (N_{IT} K_{R1})^2}{p K_\mu} (1 - K_{ex}) \cotgh\beta g'_{eq} \text{ (entreferro)} \\ \bar{Z}'_{3cond} = \frac{j\pi^2 s m_1 \mu_0 f D_{me} (N_{IT} K_{R1})^2}{\bar{\gamma}_{Co} p \tau} (1 - K_{ex}) \cotgh\bar{\gamma}_{Co} e_C \text{ (cond. do secundário)} \\ \bar{Z}'_{2ferro} = \frac{j\pi^2 s m_1 \mu_{Fe} f D_{me} (N_{IT} K_{R1})^2}{\bar{\gamma}_{Fe} p \tau} (1 - K_{ex}) \cotgh\bar{\gamma}_{Fe} e_{Fe} \text{ (ferro do secundário)} \end{cases} \quad (6.101)$$

Em que $K_\mu \geq 1$ representa o factor ferro ou de saturação. Assim, a impedância do secundário, referida a primário, será igual a $\bar{Z}'_2 = \frac{\bar{Z}'_{3cond} \cdot \bar{Z}'_{2ferro}}{\bar{Z}'_{3cond} + \bar{Z}'_{2ferro}}$, e a impedância do

circuito de magnetização $\bar{\mathbf{Z}}_{\text{mp}}$, admitindo que a resistência, \mathbf{R}_{mp} , é calculada a partir dos parâmetros de dimensionamento (Capítulo 5), será dada por $\bar{\mathbf{Z}}_{\text{mp}} = \frac{\mathbf{j}\mathbf{R}_{\text{mp}}\mathbf{X}_{\text{mp}}}{\mathbf{R}_{\text{mp}} + \mathbf{j}\mathbf{X}_{\text{mp}}}$.

Quanto à impedância do primário, esta pode ser obtida por métodos apresentados nos Capítulos 4 e 5.

- Para uma análise mais correcta, aplicada aos ALITs, da equação de Poisson, em coordenadas cilíndricas, verifica-se que [02, 03, 57, 73]

$$\frac{\partial^2 \bar{\mathbf{A}}_\gamma}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{\mathbf{A}}_\gamma}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{\mathbf{A}}_\gamma}{\partial \rho} - \frac{\bar{\mathbf{A}}_\gamma}{\rho^2} = \mu\sigma \frac{\partial \bar{\mathbf{A}}_\gamma}{\partial t} + \mu\sigma\nu \frac{\partial \bar{\mathbf{A}}_\gamma}{\partial x} \quad (6.102)$$

Supondo que $\bar{\mathbf{A}}_\gamma = \mathbf{A}_\gamma e^{\mathbf{j}\omega t - \bar{\gamma}x}$, de (6.102) obtém-se

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \bar{\mathbf{A}}_\gamma}{\partial x^2} = \bar{\gamma}^2 \bar{\mathbf{A}}_\gamma \\ \frac{\partial \bar{\mathbf{A}}_\gamma}{\partial x} = -\bar{\gamma} \bar{\mathbf{A}}_\gamma \\ \frac{\partial \bar{\mathbf{A}}_\gamma}{\partial t} = \mathbf{j}\omega \bar{\mathbf{A}}_\gamma \end{cases} \quad (6.103)$$

ou seja, $\frac{\bar{\mathbf{A}}_\gamma}{\rho^2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{\mathbf{A}}_\gamma}{\partial \rho} - \frac{\partial^2 \bar{\mathbf{A}}_\gamma}{\partial \rho^2} = (\bar{\gamma}^2 - \mu\sigma\nu\bar{\gamma} + \mathbf{j}\omega\mu\sigma)\bar{\mathbf{A}}_\gamma$.

Considerando $\bar{\mathbf{k}}^2 = \bar{\gamma}^2 - \mu\sigma\nu\bar{\gamma} + \mathbf{j}\omega\mu\sigma$, de (6.102), resultará

$$\frac{\partial^2 \bar{\mathbf{A}}_\gamma}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{\mathbf{A}}_\gamma}{\partial \rho} + (\bar{\mathbf{k}}^2 - \frac{1}{\rho^2})\bar{\mathbf{A}}_\gamma = 0 \leftrightarrow \rho^2 \frac{\partial^2 \bar{\mathbf{A}}_\gamma}{\partial \rho^2} + \rho \frac{\partial \bar{\mathbf{A}}_\gamma}{\partial \rho} + (\bar{\mathbf{k}}^2 \rho^2 - 1)\bar{\mathbf{A}}_\gamma = 0 \quad (6.104)$$

A expressão (6.104) é análoga a uma função de Bessel. Para resolver esta equação considera-se a solução na forma de uma série infinita, em que portanto $\mathbf{n} \rightarrow \infty$, ou seja

$$\bar{\mathbf{A}}_\gamma = \bar{\mathbf{a}}_0 + \bar{\mathbf{a}}_1 \rho + \bar{\mathbf{a}}_2 \rho^2 + \dots + \bar{\mathbf{a}}_n \rho^n = \sum_{i=0}^{\infty} \bar{\mathbf{a}}_i \rho^i \quad (6.105)$$

Substituindo (6.105), e suas derivadas parciais, $\frac{\partial \bar{\mathbf{A}}_\gamma}{\partial \rho}$ e $\frac{\partial^2 \bar{\mathbf{A}}_\gamma}{\partial \rho^2}$, em (6.104), e após algumas manipulações matemáticas, obtém-se

$$\begin{aligned}
\bar{A}_\gamma &= \bar{a}_1 \rho \left[1 - \frac{(\bar{k}\rho)^2}{3^2 - 1} + \frac{(\bar{k}\rho)^4}{(3^2 - 1)(5^2 - 1)} - \frac{(\bar{k}\rho)^6}{(3^2 - 1)(5^2 - 1)(7^2 - 1)} + \dots \right] = \\
&= \bar{a}_1 \rho \left\{ 1 + \sum_{i=1}^n \frac{(-1)^i (\bar{k}\rho)^{2i}}{\prod_{\kappa=1}^i [(2\kappa + 1)^2 - 1]} \right\}
\end{aligned} \tag{6.106}$$

De (6.106), os termos da série entre parêntesis são análogos aos de uma função de Bessel de primeira ordem e de primeira espécie. O coeficiente \bar{a}_1 poderá ser determinado para uma condição fronteira de raio ρ [57, 75], que posteriormente poder-se-á calcular as diversas grandezas relativas aos campos eléctricos e magnéticos. Este estudo tem grande interesse, que poderá ficar para uma futura análise, pelo facto da geometria cilíndrica dos ALITs, muito embora, mesmo através de ensaios laboratoriais [09, 38], o modelo bidimensional, em coordenadas rectangulares, apresente também resultados satisfatórios.

6.3 MODELO DO ESQUEMA EQUIVALENTE

Do esquema equivalente apresentado na Figura 5.45, a potência posta em jogo nas \mathbf{m}_1 fases, de resistências iguais a $\mathbf{R}'_2 \frac{1-s}{s}$, é dada por $\mathbf{P}_2 = \mathbf{m}_1 \mathbf{R}'_2 \frac{1-s}{s} \mathbf{I}'_2^2$. Assim, a força longitudinal, \mathbf{F} , está relacionada com \mathbf{P}_2 , por [11, 26, 39]

$$\mathbf{P}_2 = \mathbf{F} \mathbf{v} \tag{6.107}$$

sendo \mathbf{v} a velocidade linear de deslocamento. Como se tem $\mathbf{v} = (1-s)\mathbf{v}_s$ e $\mathbf{v}_s = 2\pi \mathbf{f}$, em que \mathbf{v}_s é a velocidade de sincronismo, e se se atender ainda a que

$$\mathbf{I}'_2 = \frac{U_{1s}}{\left| \frac{\bar{Z}_1 \bar{Z}'_2(s)}{\bar{Z}_{ms}} + \bar{Z}_1 + \bar{Z}'_2(s) \right|} \tag{6.108}$$

virá

$$\mathbf{F} = \frac{\mathbf{m}_1 \mathbf{R}'_2 U_{1s}^2}{s \mathbf{v}_s \left| \frac{\bar{Z}_1 \bar{Z}'_2(s)}{\bar{Z}_{ms}} + \bar{Z}_1 + \bar{Z}'_2(s) \right|^2} = \frac{\mathbf{m}_1 \mathbf{R}'_2 (\mathbf{R}_{ms}^2 + \mathbf{X}_{ms}^2) U_{1s}^2}{s \mathbf{v}_s (\mathbf{A}_{Re}^2 + \mathbf{A}_{Im}^2)} \tag{6.109}$$

em que $\mathbf{A}_{Re} = \mathbf{R}_1 \frac{\mathbf{R}'_2}{s} + \mathbf{R}_1 \mathbf{R}_{ms} + \mathbf{R}_{ms} \frac{\mathbf{R}'_2}{s} - \mathbf{X}_1 \mathbf{X}'_2 - \mathbf{X}_1 \mathbf{X}_{ms} - \mathbf{X}_{ms} \mathbf{X}'_2$ e $\mathbf{A}_{Im} = \mathbf{R}_1 \mathbf{X}'_2 + \frac{\mathbf{R}'_2}{s} \mathbf{X}_1 + \mathbf{R}_1 \mathbf{X}_{ms} + \mathbf{R}_{ms} \mathbf{X}_1 + \frac{\mathbf{R}'_2}{s} \mathbf{X}_{ms} + \mathbf{R}_{ms} \mathbf{X}'_2$. No arranque, $s = 1$, e supondo $\mathbf{U}_{1s} = \text{cte}$, de 6.109, obtém-se

$$F_{arr} = \frac{m_1 \mathbf{R}'_2 U_{1s}^2}{v_s \left| \frac{\bar{\mathbf{Z}}_1 \bar{\mathbf{Z}}'_2(1)}{\bar{\mathbf{Z}}_{ms}} + \bar{\mathbf{Z}}_1 + \bar{\mathbf{Z}}'_2(1) \right|^2} \quad (6.110)$$

em que $\bar{\mathbf{Z}}'_2(1) = \mathbf{R}'_2 + j\mathbf{X}'_2$. Por simplificação, se se considerar que $\mathbf{I}_0 = \mathbf{0}$ (esquema equivalente), o que implica que $\mathbf{Z}_{ms} \cong \infty$ (ou $\mathbf{Z}_{mp} \cong \infty$), então de (6.109) virá

$$F \cong \frac{m_1 U_{1s}^2}{s v_s} \frac{\mathbf{R}'_2}{(\mathbf{R}_1 + \frac{\mathbf{R}'_2}{s})^2 + (\mathbf{X}_1 + \mathbf{X}'_2)^2} \quad (6.111)$$

De (6.111), no arranque obtém-se [26]

$$F_{arr} \cong \frac{m_1 U_{1s}^2}{v_s} \frac{\mathbf{R}'_2}{(\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}'_2)^2 + (\mathbf{X}_1 + \mathbf{X}'_2)^2} \quad (6.112)$$

Por outro lado, a força máxima é determinada pela anulação da derivada de (6.111), $\frac{dF}{ds}$, ou seja [26]

$$F_{\max} \cong \frac{m_1 U_{1s}^2}{v_s} \frac{\sqrt{\mathbf{R}_1^2 + (\mathbf{X}_1 + \mathbf{X}'_2)^2}}{\left[\mathbf{R}_1 + \sqrt{\mathbf{R}_1^2 + (\mathbf{X}_1 + \mathbf{X}'_2)^2} \right]^2 + (\mathbf{X}_1 + \mathbf{X}'_2)^2} \quad (6.113)$$

em que o escorregamento que corresponde à força máxima, nas condições aproximadas de $\mathbf{Z}_{ms} \cong \infty$ (ou $\mathbf{Z}_{mp} \cong \infty$), será dado por $s_{\max} \cong \frac{\mathbf{R}'_2}{\sqrt{\mathbf{R}_1^2 + (\mathbf{X}_1 + \mathbf{X}'_2)^2}}$ [26].

Relativamente ao protótipo implementado, para um número de fases igual a $\mathbf{m}_1 = 3$, as expressões anteriores são válidas desde que o sistema esteja equilibrado, também são válidas, por exemplo, para $\mathbf{m}_1 = 2$, com a condição das correntes nas fases estarem desfasadas, entre si, de $\pi/2$. Dada a versatilidade do ALIT implementado, utilizaram-se também modelos do esquema equivalente, bifásicos com neutro, com correntes

desfasadas, entre si, de $2\pi/3$, e, além disso, para situações de $m_1 = 3$ com fases desequilibradas.

- Por outro lado, define-se, por exemplo, força específica, de um ALIT, a relação entre a força longitudinal desenvolvida e a potência absorvida, ou seja [11, 24, 47], $F_e = \frac{F}{P_{abs}}$.

Se se considerar um sistema equilibrado de m_1 fases, a potência absorvida será dada por $P_{abs} = m_1 U_{1s} I_1 \cos \varphi$, e a força específica será igual a

$$F_e = \frac{R'_2}{s v_s \operatorname{Re} \left\{ \frac{\bar{Z}_1 \bar{Z}'_2(s)}{\bar{Z}_{ms}} + \bar{Z}_1 + \bar{Z}'_2(s) \right\}} \quad (6.114)$$

e o factor de potência será dado por

$$\cos \varphi = \frac{P_{abs}}{m_1 U_{1s} I_1} = \frac{\operatorname{Re} \left\{ \frac{\bar{Z}_1 \bar{Z}'_2(s)}{\bar{Z}_{ms}} + \bar{Z}_1 + \bar{Z}'_2(s) \right\}}{\left| \frac{\bar{Z}_1 \bar{Z}'_2(s)}{\bar{Z}_{ms}} + \bar{Z}_1 + \bar{Z}'_2(s) \right|} \quad (6.115)$$

Sendo a força útil, F_u , igual a $F - F_{ac}$, e a potência útil dada por $P_u = (F - F_{ac})v$, o rendimento virá dado por

$$\eta = \frac{P_u}{P_{abs}} \leq \frac{P_2}{P_{abs}} = \frac{(1-s)R'_2}{s \operatorname{Re} \left\{ \frac{\bar{Z}_1 \bar{Z}'_2(s)}{\bar{Z}_{ms}} + \bar{Z}_1 + \bar{Z}'_2(s) \right\}} \quad (6.116)$$

• Se as tensões da fonte forem desequilibradas, o modelo do esquema equivalente para determinação da força longitudinal irá sofrer algumas alterações, porque passam a existir, para além das harmónicas de índice $k = 1$, também as harmónicas de índice $k = -1$, dado que, pelo que foi exposto nos subcapítulos anteriores, as harmónicas de índices $|k| = 3, 5, 7, \dots$ têm muito pouca influência na determinação da força longitudinal. Por simplificação, neste estudo, admite-se que apenas existem harmónicas fundamentais oriundas da rede ($v = 1$).

- Para uma alimentação trifásica sem neutro, no caso de falha de uma das fases, o sistema comporta-se como monofásico, em que as amplitudes das harmónicas, correspondentes a $k = 1$ e a $k = -1$, são iguais. Assim, para além do esquema equivalente correspondente à componente directa, apresentado na Figura 5.45, a Figura 6.47 apresenta o novo esquema equivalente correspondente à harmónica de índice $k = -1$, isto é, à componente inversa, cujo escorregamento, face à harmónica de índice $k = -1$, irá ser igual a $2 - s$.

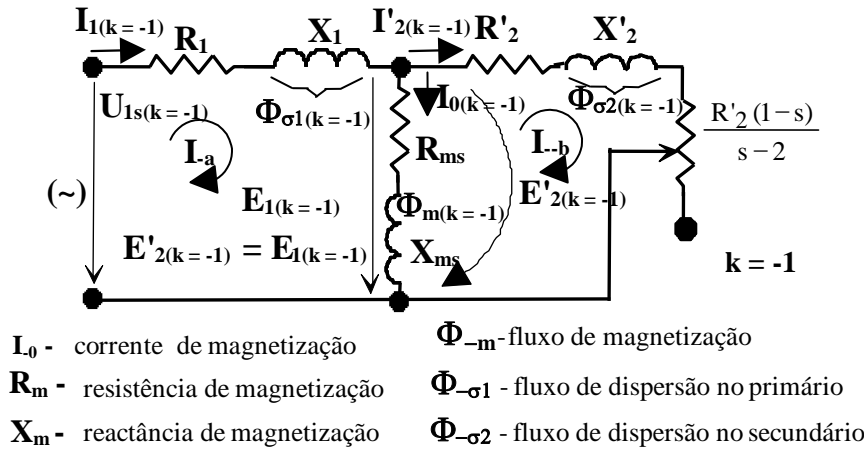


Figura 6.47 - Esquema equivalente em T, das componentes inversas por fase, de um ALI, considerando todas as grandezas reduzidas ao primário.

É importante salientar que quando o sistema é desequilibrado, reserva-se, por exemplo, a grandeza eficaz da intensidade de corrente por fase por I_1 [ou $I_{1(L1)}$], I_2 [ou $I_{1(L2)}$], ..., e as harmónicas, já consideradas equilibradas, de índice $k = 1$ por $I_{1(k=1)}$, e de índice $k = -1$ por $I_{1(k=-1)}$. A velocidade do campo viajante, para $k = -1$, será dada por $v_{-s} = -v_s$, sendo o escorregamento, s_{-1} , dado por $s_{-1} = \frac{-v_s - v}{-v_s} = 2 - s$, em que $s \equiv s_1$ ($k = 1$).

Deste modo, a correspondente força longitudinal, de sentido inverso, F_{-1} , está relacionada com $P_{2(-1)}$, por

$$P_{2(-1)} = F_{-1} v' \quad (6.117)$$

em que $v' = (1 - s_{-1})v_s = (1 - 2 + s)v_s = (s - 1)v_s$. Para $s = 1$ ($v = v' = 0$), pelo teorema de Leblanc (correntes monofásicas), sendo $U_{1s(k=1)}$ igual a $U_{1s(k=-1)}$, $I_{1(k=1)}$ igual a $I_{1(k=-1)}$, verifica-se que $P_{abs(k=1)}$ também é igual a $P_{abs(k=-1)}$, e como as velocidades v_s e v_{-s} são simétricas, pode-se concluir que as forças F_1 e F_{-1} são iguais e opostas. No entanto, por exemplo, se $s = 0,5$, de acordo com (6.109) obtém-se

$$F_1 \cong \frac{2m_1 U_{1s}^2}{v_s} \frac{R'_2}{(R_1 + 2R'_2)^2 + (X_1 + X'_2)^2} \text{ e}$$

$$F_{-1} \cong -\frac{2m_1 U_{1s}^2}{3v_s} \frac{R'_2}{(R_1 - \frac{2R'_2}{3})^2 + (X_1 + X'_2)^2}, \text{ e se, por simplificação, se considerar}$$

que $R'_2 \cong 0$, então a força resultante, $F_t = F_1 + F_{-1}$, será de cerca de $\frac{2}{3}F$.

- Se se admitir, por exemplo, um sistema trifásico com neutro, pode-se concluir que o estudo das componentes, directas ($k = 1$), inversas ($k = -1$) e homopolares ($k = \pm 1$ - equivalente ao sistema monofásico - teorema de Leblanc), é útil para a determinação da força longitudinal. No entanto, dado que foi estudada, no Subcapítulo 4.1, uma expressão generalizada da densidade linear de corrente originada pelo primário que, para $v = 1$ e para $\beta_e = 1$, será dada pela expressão

$$\bar{j}_{lk} = \frac{\sqrt{2} N_{IT} K_{RK}}{2p\tau} e^{-jk\pi(\frac{x}{\tau} + \frac{m_1+1}{2m_1} - \frac{1}{2k})} \sum_{i=1}^{m_1} I_m e^{j(\theta + \varphi_m + \frac{k\pi i}{m_1})} \quad (6.118)$$

em que $I_m = (-1)^{i-1} I_{\frac{i+1}{2} + \left[\frac{1+(-1)^i}{2} \right] \left[\text{int}(\frac{m_1-1}{2}) + \frac{1}{2} \right]}$ e

$$\varphi_m = \frac{1+(-1)^i}{2} \pi + \varphi_{\frac{i+1}{2} + \left[\frac{1+(-1)^i}{2} \right] \left[\text{int}(\frac{m_1-1}{2}) + \frac{1}{2} \right]}. \text{ Considerando que o sistema é trifásico}$$

com neutro ($m_1 = 3$), conhecidas as tensões desequilibradas, em valores eficazes complexos, $\bar{U}_{1s(L_1)}$, $\bar{U}_{1s(L_2)}$ e $\bar{U}_{1s(L_3)}$, ou mesmo, por exemplo, a falta de uma fase, as respectivas correntes nas fase serão dadas por

$$\bar{I}_{l(L_i)} = \frac{\bar{U}_{1s(L_i)}}{\bar{Z}'_{eq}} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (6.119)$$

em que $\bar{Z}'_{eq} \cong R_1 + jX_1 + \frac{(\frac{R'_2}{s'} + jX'_2)(R_{ms} + jX_{ms})}{\frac{R'_2}{s'} + R_{ms} + j(X'_2 + X_{ms})}$. A impedância \bar{Z}'_{eq} resulta da

conjugação das impedâncias $\bar{Z}_{eq} \equiv \bar{Z}_{eq}(s) \equiv \bar{Z}_{eq}(k=1)$ e $\bar{Z}_{eq}(2-s) \equiv \bar{Z}_{eq}(k=-1)$, em que

$$\bar{Z}_{eq}(2-s) \cong R_1 + jX_1 + \frac{(\frac{R'_2}{2-s} + jX'_2)(R_{ms} + jX_{ms})}{\frac{R'_2}{2-s} + R_{ms} + j(X'_2 + X_{ms})}. \text{ Considerando as expressões}$$

(6.118) e (6.119), para $m_1 = 3$, virá

$$\bar{j}_{lk} = \frac{\sqrt{2} N_{IT} K_{RK}}{2p\tau |\bar{Z}'_{eq}|} e^{-jk\pi(\frac{x}{\tau} + \frac{2}{3} - \frac{1}{2k})} \sum_{i=1}^3 U_{ms} e^{j(\theta + \varphi_m + \varphi + \frac{k\pi i}{m_1})} \quad (6.120)$$

em que $U_{ms} = |\bar{Z}'_{eq}| I_m$ e φ o ângulo de defasagem entre a tensão e a corrente. De (6.117), a potência absorvida será dada por

$$P_{abs} = \text{Re} \left\{ \sum_{i=1}^3 \bar{U}_{1s(L_i)} \bar{I}_{l(L_i)}^* \right\} = \text{Re} \left\{ \sum_{i=1}^3 \frac{U_{1s(L_i)}^2}{\bar{Z}'_{eq}^*} \right\} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (6.121)$$

Pelo método de Boucherot, de (6.121), o factor de potência será dado por

$$\cos \varphi = \frac{P_{abs}}{S_{abs}} = \frac{P_{abs}}{\sqrt{\left[\operatorname{Re} \left\{ \sum_{i=1}^3 \frac{U_{1s(L_i)}^2}{\bar{Z}'_{eq}} \right\} \right]^2 + \left[\operatorname{Im} \left\{ \sum_{i=1}^3 \frac{U_{1s(L_i)}^2}{\bar{Z}'_{eq}} \right\} \right]^2}} \quad (6.122)$$

Por outro lado, dado que para as características do protótipo implementado, conhecidas as tensões desequilibradas, $\bar{U}_{1s(L_1)}$, $\bar{U}_{1s(L_2)}$ e $\bar{U}_{1s(L_3)}$, as respectivas correntes, no

caso da existência de neutro, serão dadas por $\bar{I}_{1(L_i)} \equiv \bar{I}_i = \frac{\bar{U}_{1s(L_i)}}{\bar{Z}'_{eq}}$ ($i = 1, 2, 3$). Uma

vez substituídos os valores de $\bar{I}_i = \frac{\bar{U}_{1s(L_i)}}{\bar{Z}'_{eq}}$ na expressão (6.12), ir-se-á determinar

todas as harmónicas da densidade linear de corrente em função de \bar{Z}'_{eq} . Como para determinação da força longitudinal só têm praticamente importância as harmónicas de índices $k = 1$ e $k = -1$, de (6.120), após algumas manipulações matemáticas, verifica-se que

$$\bar{J}_{l_1} = \frac{3\sqrt{2}N_{IT}K_{R1}U_{1s(k=1)}}{2p\tau|\bar{Z}'_{eq}|} e^{j\left[\theta + \varphi - \pi\left(\frac{x}{\tau} + \frac{1}{6}\right)\right]} \rightarrow J_{1m\acute{x}} = \frac{3\sqrt{2}N_{IT}K_{R1}U_{1s(k=1)}}{2p\tau|\bar{Z}'_{eq}|} \quad (6.123)$$

ou seja,

$$I_{1(k=1)} = \frac{U_{1s(k=1)}}{|\bar{Z}_{eq(k=1)}|} = \frac{2p\tau|\bar{Z}'_{eq}|J_{1m\acute{x}}}{3\sqrt{2}N_{IT}|\bar{Z}_{eq(k=1)}||K_{R1}|} \quad (6.124)$$

E para $k = -1$, dado que $|K_{Rk}|$ é sempre igual a $|K_{R-k}|$, para $k = 1, 3, 5, \dots$, e sendo $J_{-1m\acute{x}}$ obtido pela expressão (6.123), a corrente inversa $I_{1(k=-1)}$ será igual a

$$I_{1(k=-1)} = \frac{U_{1s(k=-1)}}{|\bar{Z}_{eq(k=-1)}|} = \frac{2p\tau|\bar{Z}'_{eq}|J_{-1m\acute{x}}}{3\sqrt{2}N_{IT}|\bar{Z}_{eq(k=-1)}||K_{R1}|} \quad (6.125)$$

Assim, com as correntes por fase, $I_{1(k=1)}$ e $I_{1(k=-1)}$, obtêm-se dois esquemas equivalentes, cuja força longitudinal total será obtida pela sobreposição dos dois resultados parciais. Como é natural, se os sistemas forem equilibrados, o símbolo $I_{1(k=1)}$ será substituído apenas por I_1 , pois o termo $I_{1(k=-1)}$ passa a ser nulo. Este estudo é mais prático do que aquele que resultaria da decomposição das componentes assimétricas, em que obrigaria a se considerarem 4 esquemas equivalentes, um directo ($k = 1$), um inverso ($k = -1$) e dois homopolares ($k = \pm 1$).

Dado que, em princípio, são conhecidas as tensões aplicadas ao protótipo, as densidades lineares de corrente, $J_{1m\acute{x}}$ e $J_{-1m\acute{x}}$, dependem apenas de \bar{Z}'_{eq} , e, por isso, é sempre

possível relacionar as correntes $\mathbf{I}_{1(k=1)}$ com $\mathbf{I}_{1(k=-1)}$, por exemplo, para apenas falta de uma fase, sendo as outras duas tensões iguais e desfasadas, entre si, de $2\pi/3$, ter-se-á $\mathbf{I}_{1(k=1)} / \mathbf{I}_{1(k=-1)} = 2 \equiv \mathbf{k}_1$, em que $\mathbf{I}_{1(k=1)} = 2\mathbf{U}_{1s}/3\mathbf{Z}'_{eq} \equiv \mathbf{k}_2\mathbf{U}_{1s}/\mathbf{Z}'_{eq}$. Assim, conhecidas as amplitudes e as defasagens das tensões aplicadas, e conhecidos os coeficientes \mathbf{k}_1 e \mathbf{k}_2 , a potência absorvida será dada por

$$P_{abs} = m_1 I_{1(k=1)}^2 \left(\operatorname{Re} \left\{ \bar{\mathbf{Z}}_{eq(k=1)} \right\} + \frac{\operatorname{Re} \left\{ \bar{\mathbf{Z}}_{eq(k=-1)} \right\}}{k_1^2} \right), \text{ ou ainda,}$$

$$P_{abs} = \operatorname{Re} \left\{ \sum_{i=1}^3 \bar{\mathbf{U}}_{1s(L_i)} \bar{\mathbf{I}}_{1(L_i)}^* \right\} = \operatorname{Re} \left\{ \sum_{i=1}^3 \frac{\mathbf{U}_{1s(L_i)}^2}{\bar{\mathbf{Z}}_{eq}^*} \right\} \quad (i = 1, 2, 3).$$

De (6.124) e de (6.125) a potência disponível no secundário será dada por

$$P_2 \cong 3R'_2 \left[\frac{1-s}{s} I_{2(k=1)}^2 + \frac{1-s}{s-2} I_{2(k=-1)}^2 \right] \quad (6.126)$$

De acordo com (6.121) e (6.126), o rendimento será aproximadamente igual a $\eta \cong \frac{P_2}{P_{abs}}$, e a força longitudinal resultante, sem se considerar o atrito, será igual a

$$F_t \cong \frac{3R'_2}{v_s} \left[\frac{I_{2(k=1)}^2}{s} + \frac{I_{2(k=-1)}^2}{s-2} \right] \quad (6.127)$$

E para o caso de haver falta de uma fase, sendo as outras duas de amplitudes iguais e, desfasadas, entre si, de $2\pi/3$, verifica-se que $\mathbf{I}'_{2(k=1)} / \mathbf{I}'_{2(k=-1)} = 2$, e que $\mathbf{I}'_{2(k=1)} / \mathbf{I}'_{2(L_1)} = 2/3$, sendo $\mathbf{I}'_{2(L_1)}$ a corrente no secundário, reduzida ao primário com a corrente de fase $\mathbf{I}_{1(L_1)}$. Assim, a expressão (6.127) poderá ser substituída por

$$F_t = \frac{3R'_2 I_{2(k=1)}^2}{v_s} \left(\frac{1}{s} + \frac{0,25}{s-2} \right) = \frac{2R'_2 I_{2(L_1)}^2}{v_s} \left(\frac{1}{s} + \frac{0,25}{s-2} \right) \quad (6.128)$$

Para o caso particular de $s = 1$, da expressão (6.128), a força de arranque virá dada por

$$F_{tarr} = \frac{3R'_2 I_{2(L_1)}^2}{2v_s} \quad (6.129)$$

De (6.129) verifica-se que com a falta de uma fase, a força de arranque reduz-se teoricamente para metade.

- Para o caso de sistemas bifásicos com neutro, com correntes e tensões desfasadas, entre si, de $2\pi/3$, a expressão (6.130) apresenta a densidade linear de corrente para $\beta_e = 1$.

$$\bar{j}_{l_k} = \frac{\sqrt{2} N_{IT} K_{Rk}}{2p\tau} e^{-jk\pi(\frac{x}{\tau} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2k})} \sum_{i=1}^2 I_i e^{j\left[\theta + \frac{2\pi(i-1)}{3} + \frac{k\pi i}{2}\right]} \quad (6.130)$$

Portanto, para $m_1 = 2$, de (6.120), obtém-se

$$\bar{I}_{l(L_i)} = \frac{\bar{U}_{ls(L_i)}}{\bar{Z}_{eq}} \quad (i = 1, 2) \quad (6.131)$$

As potências e o factor de potência serão calculados pelos mesmos métodos apresentados em (6.121) e em (6.122).

Determinadas as correntes da expressão (6.131), e substituídas em (6.130), ir-se-á determinar todas as harmónicas da densidade linear de corrente. Como apenas têm maior importância as harmónicas de índices $k = 1$ e $k = -1$, de (6.130), após algumas manipulações matemáticas, verifica-se que

$$\begin{aligned} \bar{j}_{l_1} &= \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\sqrt{3} + 1}{2} \frac{2\sqrt{2} N_{IT} K_{R1} I_1}{2p\tau} e^{j\left[\theta - \pi(\frac{x}{\tau} + \frac{2}{3})\right]} = \\ &= \frac{2\sqrt{2} N_{IT} K_{R1} I_{l(k=1)}}{2p\tau} e^{j\left[\theta - \pi(\frac{x}{\tau} + \frac{2}{3})\right]} \rightarrow I_{l(k=1)} = \frac{2p\tau J_{l_{máx}}}{2\sqrt{2} N_{IT} K_{R1}} \end{aligned} \quad (6.132)$$

$$\begin{aligned} \text{em que } K_{Rk} &= \frac{\sin \frac{k\pi c}{2\tau}}{\frac{k\pi c}{2\tau}} \frac{\sin \frac{k\pi}{2m_1}}{q \sin \frac{k\pi}{2m_1 q}} \sin \frac{k\beta_e \pi}{2} \quad (\text{por outro lado, o valor de } K_{Rk}^* \text{ será} \\ \text{dado por } K_{Rk}^* &= \frac{\sin \frac{k\pi c}{2\tau}}{\frac{k\pi c}{2\tau}} \frac{\sin \frac{k\pi}{m_1}}{2q \sin \frac{k\pi}{2m_1 q}} \sin \frac{k\beta_e \pi}{2}, \text{ e neste caso particular, } m_1 = 2, \text{ com} \end{aligned}$$

as tensões desfasadas, entre si, de $2\pi/3$, verifica-se que $K_{R1}^* = \frac{\sqrt{2}}{2} K_{R1}$). Assim, a corrente $I_{l(k=-1)}$ será obtida a partir da expressão (6.132), de que resultará

$$\begin{aligned} \bar{j}_{l-1} &= \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\sqrt{3}-1}{2} \frac{2\sqrt{2}N_{IT}K_{R1}I_l}{2p\tau} e^{j\left[\theta+\pi\left(\frac{x}{\tau}-\frac{2}{3}\right)\right]} = \\ &= \frac{2\sqrt{2}N_{IT}K_{R1}I_{l(k=-1)}}{2p\tau} e^{j\left[\theta+\pi\left(\frac{x}{\tau}-\frac{2}{3}\right)\right]} \rightarrow I_{l(k=-1)} = \frac{2p\tau J_{-1m\acute{a}x}}{2\sqrt{2}N_{IT}K_{R1}} \end{aligned} \quad (6.133)$$

Por comparação de (6.132) com (6.133), verifica-se que $\frac{I_{l(k=1)}}{I_{l(k=-1)}} = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} = 3,732$.

Do mesmo modo, $\frac{I_{3(k=-3)}}{I_{3(k=3)}} = \frac{I_{5(k=5)}}{I_{5(k=-5)}} = \frac{I_{7(k=-7)}}{I_{7(k=7)}} = \dots = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} = 3,732$.

Portanto, para $m_1 = 2$, o factor de potência será dado por

$$\cos \varphi = \frac{P_{abs}}{S_{abs}} = \frac{\operatorname{Re}\left\{\sum_{i=1}^2 \bar{U}_{ls(L_i)} \bar{I}_{l(L_i)}^*\right\}}{\sqrt{\left[\operatorname{Re}\left\{\sum_{i=1}^2 \bar{U}_{ls(L_i)} \bar{I}_{l(L_i)}^*\right\}\right]^2 + \left[\operatorname{Im}\left\{\sum_{i=1}^2 \bar{U}_{ls(L_i)} \bar{I}_{l(L_i)}^*\right\}\right]^2}} \quad (6.134)$$

a potência disponível no secundário será igual a

$$P_2 = 2R'_2 \left[\frac{1-s}{s} I_{2(k=1)}^2 + \frac{1-s}{s-2} I_{2(k=-1)}^2 \right] \quad (6.135)$$

o rendimento será aproximadamente igual a $\eta \cong \frac{P_2}{P_{abs}}$, e a força longitudinal resultante,

sem se considerar o atrito, virá dada por

$$F_t = \frac{2R'_2}{v_s} \left[\frac{I_{2(k=1)}^2}{s} + \frac{I_{2(k=-1)}^2}{s-2} \right] \quad (6.136)$$

E para o caso de as duas fases serem de iguais amplitudes e desfasadas, entre si, de $2\pi/3$, independentemente dos parâmetros do protótipo implementado, a expressão (6.136) poderá ser substituída por

$$F_t = \frac{2R'_2 I_{2(k=1)}^2}{v_s} \left(\frac{1}{s} + \frac{0,072}{s-2} \right) = \frac{1,932 R'_2 I_{2(L_1)}^2}{v_s} \left(\frac{1}{s} + \frac{0,072}{s-2} \right) \quad (6.137)$$

Para o caso particular de $s = 1$, isto é, no arranque, da expressão (6.137), virá

$$F_{t(s=1)} \equiv F_{tarr} = \frac{1,856 R'_2 I_{2(k=1)}^2}{v_s} = \frac{1,793 R'_2 I_{2(L_1)}^2}{v_s} \quad (6.138)$$

- Finalmente, para o caso de sistemas monofásicos ($m_1 = 1$), forçosamente com neutro, a expressão (6.139) apresenta a densidade linear de corrente para $\beta_e = 1$, em que $k = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots$

$$\bar{j}_{l_k} = \frac{\sqrt{2} N_{IT} K_{RK} I_{l(k)}}{2p\tau} e^{j\left[\theta - k\pi\left(\frac{x}{\tau} - \frac{1}{2k}\right)\right]} \rightarrow J_{l_{k\max}} = \frac{\sqrt{2} N_{IT} K_{RK} I_{l(k)}}{2p\tau} \quad (6.139)$$

ou seja,

$$I_{l(k=1)} = I_{l(k=-1)} = \frac{2p\tau J_{l_{\max}}}{\sqrt{2} N_{IT} |K_{R1}|} \quad (6.140)$$

em que $\bar{I}_1 = \frac{\bar{U}_{1s}}{Z_{eq}}$. A potência absorvida e o factor de potência serão calculados pelos mesmos métodos apresentados em (6.121) e em (6.122).

- Comparando ALITs de comprimentos iguais e com o mesmo número de bobinas, alimentadas sempre por correntes de iguais amplitudes, e ligadas em série, em grupos de 3 ($m_1 = 3$), de 2 ($m_1 = 2$), e de 1 ($m_1 = 1$), e admitindo invariância do factor de potência, $\cos\varphi$, verifica-se que a potência absorvida é constante nas três situações atrás descritas, isto é, $P_{abs(m_1=3)} = 3U_{1s(m_1=3)}I_1 \cos\varphi$, $P_{abs(m_1=2)} = 2U_{1s(m_1=2)}I_1 \cos\varphi$, $P_{abs(m_1=1)} = U_{1s(m_1=1)}I_1 \cos\varphi$, excepto para $m_1 = 3$ com falta de uma fase, que será igual a $P_{abs(m_1=3)} = 2U_{1s(m_1=3)}I_1 \cos\varphi$. Teoricamente, como se pode verificar, mantendo sempre as mesmas correntes em ALITs com o mesmo número total de bobinas iguais, as potências absorvidas mantêm-se constantes, excepto para $m_1 = 3$ com falta de fase ($\cong 2 P_{abs}/3$), assim a força específica, $F_e = \frac{F}{P_{abs}}$, para cada tipologia, será dada por

$$F_e = \frac{F}{m_1 U_{1s} I_1 \cos\varphi}.$$

Pelo que foi exposto, é possível também determinarem-se componentes da força longitudinal devidas a outras harmónicas ($k = \pm 3, \pm 5, \pm 7, \dots$), no entanto, os seus valores são praticamente desprezados, por serem muito pequenos comparativamente com os resultados obtidos para $k = 1$, ou para $k = -1$ (só para o caso de sistemas trifásicos desequilibrados, ou para o caso de sistemas bifásicos com correntes desfasadas, entre si, de $2\pi/3$, ou ainda para o caso de sistemas monofásicos).

CAPÍTULO 7

TRANSDUTORES DE MEDIDA

Resumo

Este capítulo será subdividido em quatro partes distribuídas pelos transdutores de força (célula de carga), de posição, de velocidade e da derivada da aceleração.

7 TRANSDUTORES DE MEDIDA

Com o objectivo de medirem algumas grandezas relativas ao ensaio do protótipo implementado, utilizou-se um transdutor de força (célula de carga e respectivo sistema de aquisição de dados), e três outros transdutores para se obterem resultados da posição, da velocidade, e da derivada da aceleração.

Também foram implementados os transdutores electromagnéticos de posição (LVDT), de velocidade e da derivada da aceleração [01, 05, 34, 35, 57, 73].

7.1 TRANSDUTOR DE FORÇA

Para os ensaios em regime estático, isto é, com o secundário em curto-circuito - parado, foi utilizado um transdutor de força, constituído por uma célula de carga, com a capacidade de **100 kgf \cong 980 N = 98 daN**, e o respectivo sistema de aquisição de dados. A Figura 7.1 apresenta alguns pormenores da célula de carga utilizada nos ensaios de regime estático

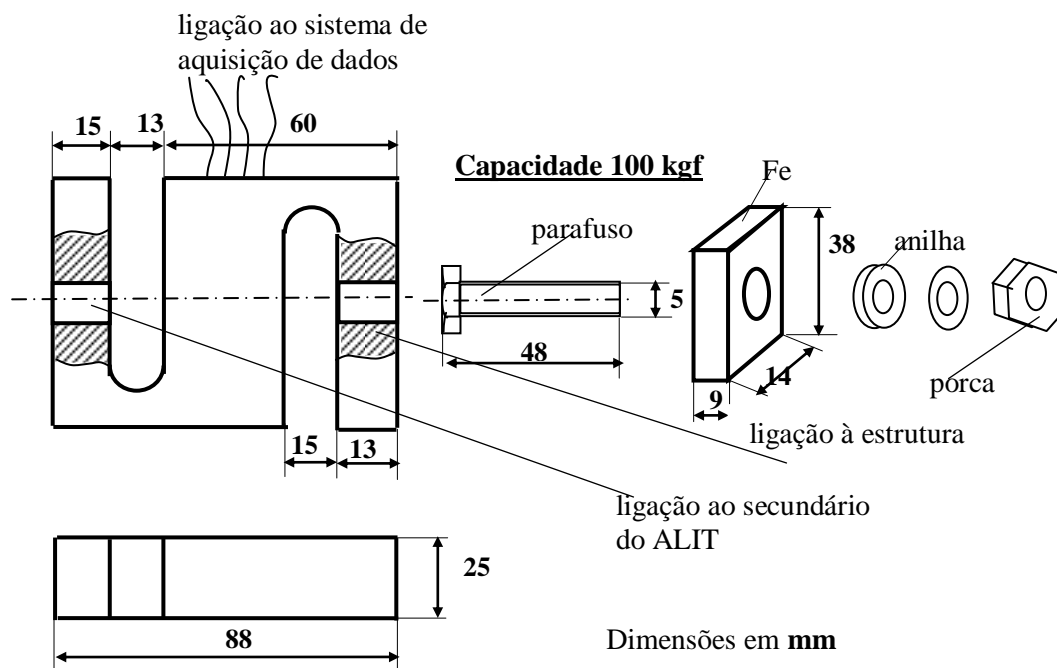


Figura 7.1 - Aspectos construtivos da célula de carga utilizada nos ensaios em regime estático.

O princípio de funcionamento da célula de carga e do aparelho de aquisição de dados, para medição da força longitudinal, em regime estático, baseia-se numa ponte de Wheatstone, em que um dos braços contém uma célula constituída por extensómetros (resistências variáveis com a força por unidade de superfície - tensão mecânica). A

Figura 7.2 apresenta o esquema de princípio de funcionamento deste transdutor de medida.

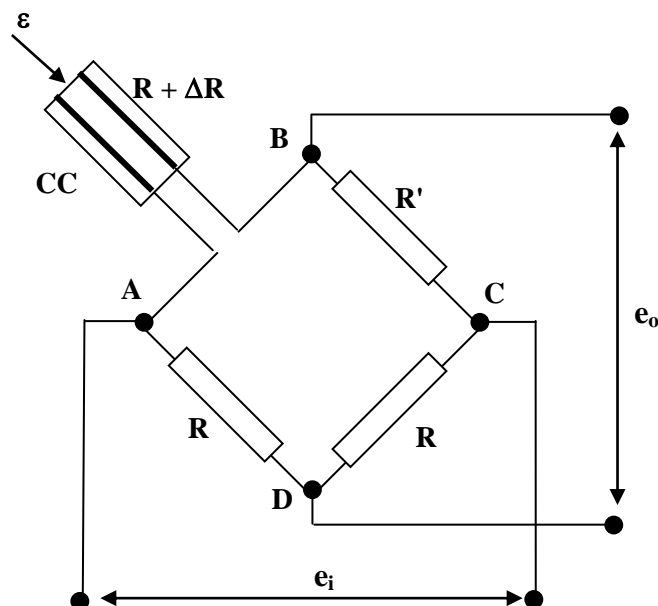


Figura 7.2 - Ponte Wheatstone para medição da força longitudinal do ALIT em regime estático (transdutor de força).

em que:

e_i - tensão de entrada da ponte de Wheatstone - [V];

e_o - tensão de saída - [V];

k - factor de calibre e de escala (utilizou-se uma escala em N e em daN);

ε - força longitudinal aplicada - [N];

R e R' - resistência de calibre (uma em cada braço da ponte) - [Ω];

ΔR - mudança de unidade na resistência devido à tensão (força) - [Ω]

Neste caso o braço do A-B apresenta um calibre de tensão (força), como mostrado na

Figura 7.2, assim a tensão de saída e_o , em que $k\varepsilon = \frac{\Delta R}{R}$, será dada por

$$e_o = \frac{e_i \Delta R}{2(2R + \Delta R)} = \frac{e_i k\varepsilon}{4 + 2k\varepsilon} \quad (7.1)$$

De (7.1), considerando que k seja calibrado para 2 ($k = 2$), e que a tensão da ponte seja

de $e_i = 2V$, virá $e_o = \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon}$, ou seja, $\varepsilon = \frac{e_o}{1 - e_o}$. Em que e_o não é directamente

proporcional a ε . Embora no esquema da Figura 7.2, o extensómetro seja apenas alimentado a dois fios, na verdade o método de medida, entre a célula e o aparelho de aquisição de dados, foi efectuado com 4 fios de ligação entre ambos, sendo o terceiro para compensação dos erros devidos, por exemplo, à variação de temperatura ambiente (em que, por exemplo, o nó B é integrado na célula de carga CC - Figura 7.2), e o quarto serve de ligação à terra de protecção (PE).

A Figura 7.3 apresenta uma fotografia de uma vista geral de um ALIT com o respectivo banco de ensaios, onde se encontra incluído o aparelho de aquisição dos dados obtidos a partir da célula de carga.

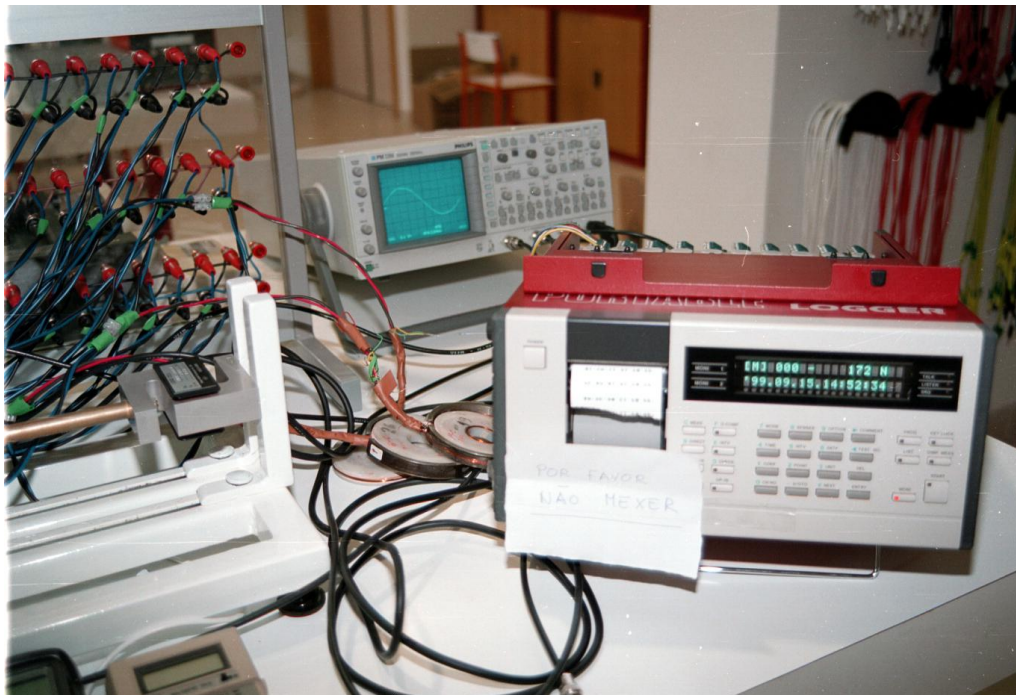


Figura 7.3 - Vista da célula de carga (à esquerda) e do sistema de aquisição de dados (à direita). Ao fundo encontra-se um osciloscópio.

7.2 TRANSDUTOR ELECTROMAGNÉTICO DE POSIÇÃO LINEAR (LVDT)

A implementação do transdutor electromagnético de posição linear (LVDT) foi baseada em [01]. Dada a necessidade de se efectuarem medições de posição para médios deslocamentos dos secundários dos actuadores, em virtude do protótipo do ALIT ensaiado neste trabalho, optou-se por construir um LVDT o mais longo possível.

Assim, dentro de determinados limites técnicos e de espaço (como por exemplo, a dificuldade de se bobinarem as espiras do primário - cujos terminais são ligados a uma fonte de alimentação em **ac**, e as espiras dos dois secundários - S_1 e S_2 - cujos enrolamentos são ligados em série e em oposição das f.e.m.s geradas por cada um), este estudo tem por objectivo implementar a aquisição de um sinal eléctrico (vulgarmente a tensão), que traduz a posição, em cada instante, do secundário de um ALIT.

Para a classe dos transdutores de deslocamento de relutância variável, o núcleo ferromagnético móvel é usado para variar o acoplamento de fluxo magnético entre dois ou mais enrolamentos. Estes dispositivos têm grande aplicação para a medida de deslocamentos, quer de translação quer angulares.

Existem muitas configurações deste tipo de dispositivos, mas o mais vulgar e mais usado é o chamado transformador diferencial linear variável, particularmente conhecido

por "Linear Variable Differential Transformer - LVDT", em que se centraliza a construção deste transdutor.

Portanto, pode-se concluir, em linhas gerais, que o transdutor é um dispositivo que deve efectuar uma medida inicial e converter a energia (ou potência) de uma variável dinâmica em jogo numa informação analógica eléctrica ou pneumática, em que, por vezes, podem ser necessárias transformações posteriores ou acondicionamentos de sinal para completar a função de medida [01].

O resultado dessa medida é uma transformação da variável dinâmica numa informação o mais proporcional possível, numa forma útil, para os outros elementos da malha de controlo de um determinado processo.

Outra aplicação mais imediata do "LVDT" é, por exemplo, nas medidas de deslocamento e/ou de posição. Em particular é muito frequente como detector de zero em servomecanismos de posição, para aplicação em aviões e submarinos.

- Assim, o LVDT implementado é constituído por um primário (alimentado em **ac**), por dois secundários, e por um núcleo de ferro, como se pode observar por intermédio da Figura 7.4 [01].

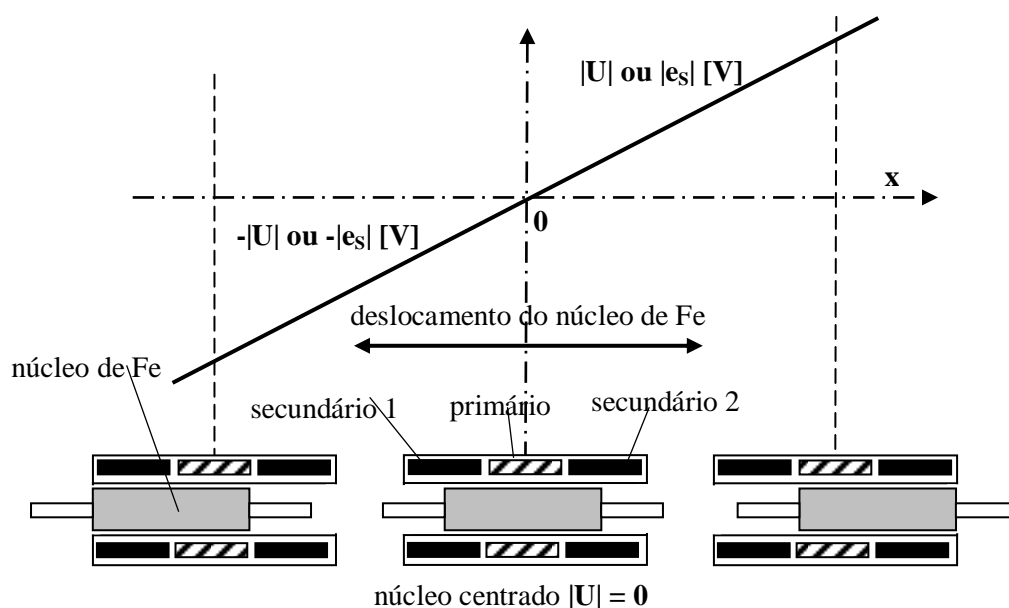


Figura 7.4 - *Gráfico de variação da tensão induzida nas bobinas laterais ligadas em série e em oposição de fase, a partir da movimentação do núcleo no interior do transdutor.*

Portanto a aquisição do sinal será obtida por intermédio do transdutor, considerado transformador especial, constituído por 3 bobinas cilíndricas ligadas topo a topo, sendo a central o primário e as laterais os secundários.

A bobina central (primário) deve ser alimentada a uma fonte de corrente alternada de alta frequência, devendo, tanto quanto possível, a tensão ser de valor eficaz constante. Há de facto vantagem em manter a tensão constante para que o resultado da medida seja praticamente proporcional ao deslocamento do núcleo.

As bobinas laterais (secundários) estão ligadas em série e em oposição de fase de tal modo que, quando o centro do núcleo ferromagnético acoplado ao secundário do ALIT coincidir com o centro do conjunto das 3 bobinas, a tensão induzida seja nula.

A bobina central ao ser excitada por corrente alternada sinusoidal, vai fornecer fluxo magnético às outras bobinas, sendo essa quantidade dependente também da posição do núcleo no seu interior. Assim, um deslocamento do núcleo vai originar uma variação da indutância mútua de cada secundário em relação ao primário.

Quando o núcleo está centrado, a tensão induzida em cada secundário é a mesma, isto é a tensão resultante é nula. Em qualquer outra posição produzir-se-á um desequilíbrio a favor de um ou do outro secundário, aparecendo no circuito secundário uma resultante proporcional à diferença, e com a fase da tensão predominante; pelo que se verifica uma amplitude da tensão linear com o deslocamento do núcleo num certo intervalo do percurso, como se pode observar na Figura 7.5.

A partir de um circuito eléctrico equivalente do "LVDT", por alimentação do primário com uma corrente alternada de valor eficaz, tanto quanto possível, constante; pode-se estabelecer algumas equações fundamentais, tendo-se em consideração a Figura 7.5 [01].

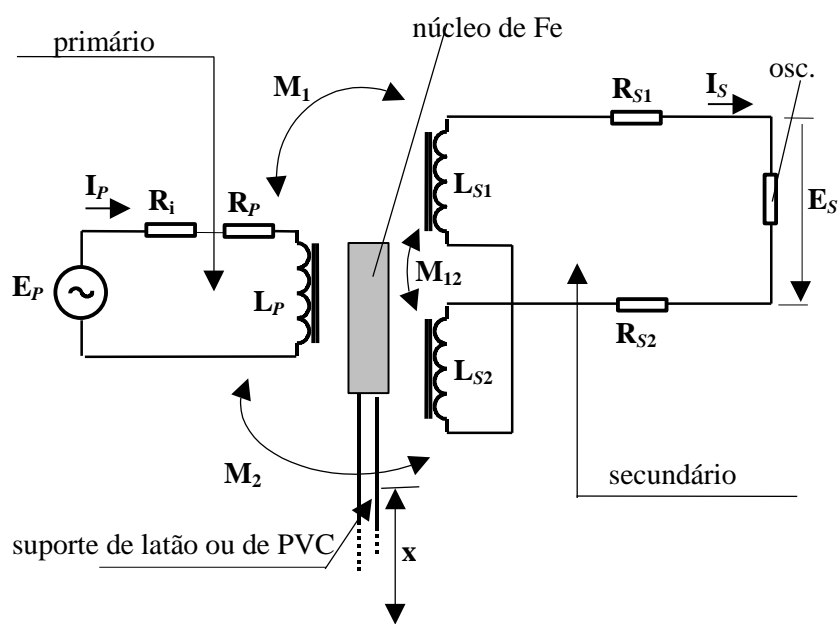


Figura 7.5 - Esquema do circuito eléctrico equivalente do "LVDT".

De acordo com a Figura 7.5, a Tabela 7.I apresenta a descrição das principais grandezas necessárias ao estudo do transdutor de posição.

Sím-bolo	Designação	Quantidade
N_P	número de espiras do primário	3000
N_{S1}	número de espiras do secundário nº 1 (igual ao número de espiras do secundário nº 2)	3000
l_P	comprimento do primário	0,2 m
l_{S1}	comprimento do secundário nº 1	0,2 m
l_{S2}	comprimento do secundário nº 2	0,2 m
l_N	comprimento do núcleo de Fe	$\cong 0,4$ m
ϕ_{ePVC}	diâmetro exterior do tubo em PVC, em torno do qual são bobinados o primário e os dois secundários. Os três solenóides são separados por anilhas de plástico de $l_e \cong 2$ mm de espessura	16 mm
ϕ_{iPVC}	diâmetro interior do tubo em PVC	13 mm
ϕ_N	diâmetro exterior do núcleo de Fe	12 mm
m_N	massa do núcleo de Fe (sem acessórios)	0,355 kg
R_P	resistência do primário	44,5 Ω
R_{S1}	resistência do secundário nº 1	44,4 Ω
R_{S2}	resistência do secundário nº 2	43,6 Ω
R_S	resistência total do secundário ($R_S = R_{S1} + R_{S2}$)	88,0 Ω
R_i	resistência de entrada (reóstato) - [Ω]	-
R_c	resistência de carga ou de saída (ex: ligação a aparelho de medida de resistência interna elevada) - [Ω]	-
L_P	coeficiente de auto-indução do primário (sem núcleo de Fe)	37,8 mH
L_{S1}	coeficiente de auto-indução do secundário nº 1 (a 50 Hz)	37,4 mH
L_{S2}	coeficiente de auto-indução do secundário nº 2 (a 50 Hz)	38,2 mH
L_S	coeficiente de auto-indução total do secundário ($L_S = L_{S1} + L_{S2}$)	75,6 mH
M_1	coeficiente de indução mútua entre o primário e o secundário nº 1	0,59 mH
M_2	coeficiente de indução mútua entre o primário e o secundário nº 2	0,59 mH
M_{12}	coeficiente de indução mútua entre as bobinas que formam o circuito secundário ($M_{21} = M_{12}$)	0,02 mH ($\cong 0$)
E_P	valor eficaz da tensão aplicada ao primário	≤ 18 V
E_S	valor eficaz da tensão obtida no secundário (variável com a posição do núcleo de Fe) - [V]	-
I_P	intensidade de corrente no circuito primário (variável) - [A]	-
I_S	intensidade de corrente no circuito secundário (variável) - [A]	-
x	deslocamento do núcleo de Fe (não deve ser superior a 45 cm)	$0 \leq x \leq 45$ cm
ω	pulsção ou velocidade angular	100 π rad/s
f	frequência da fonte do primário	50 Hz*

* - idealmente a frequência deverá ser bastante mais elevada.

Tabela 7.I - Descrição de grandezas necessárias ao dimensionamento do "LVDT".

Observando atentamente a Figura 7.5, verifica-se que a resistência equivalente do circuito primário é dada por $R_{Pt} = R_P + R_i$, e a resistência equivalente do circuito secundário, com as bobinas laterais em série e em oposição de fase, por $R_{St} = R_{S1} + R_{S2} + R_c$. Circulando ao longo da malha fechada do primário obtém-se, em grandezas complexas, a seguinte expressão [01]

$$\bar{e}_P = (R_{Pt} + j\omega L_P) \bar{i}_P - j\omega(M_1 - M_2) \bar{i}_S \quad (7.2)$$

Em relação a (7.2), considerando, por exemplo, a parte imaginária da tensão do primário, \bar{e}_P , em fase com a origem dos tempos, pode-se concluir que as partes imaginárias das intensidades de corrente, \bar{i}_P e \bar{i}_S , possam estar desfasadas de determinados ângulos em relação a $\text{Im}\{\bar{e}_P\}$. Do mesmo modo no circuito secundário, sem fontes activas, obtém-se

$$(M_1 - M_2) \bar{i}_P = [R_{St} + j\omega(L_S - 2M_{12})] \bar{i}_S \quad (7.3)$$

Com núcleo de **Fe** na posição central, verifica-se que $M_2 = M_1$, e desprezando M_{12} devido ao facto das bobinas laterais estarem suficientemente afastadas entre si, confirma-se de que a tensão de saída $\bar{e}_S = 0 \text{ V}$, tal como já se havia apresentado na Figura 7.4.

Nas outras posições do núcleo, L_P , L_{S1} , L_{S2} , M_{12} , $M_2 - M_1$, variam da seguinte forma: M_{12} - apresenta variações lentas em redor da posição central, $x = 0$, sendo praticamente nulo como se referiu anteriormente; $M_2 - M_1$ - tem uma variação muito rápida e linear em torno de $x = 0$; $L_{S1} + L_{S2}$ - mantém-se praticamente constante ($L_{S1} + L_{S2} \cong L_S$); L_P - tem variações lentas em torno de $x = 0$. Considerando o circuito secundário do LVDT em vazio, da expressão (7.2) resulta para ($E_s = R_c I_s$):

$$\bar{i}_P = \frac{\bar{e}_P}{R_{Pt} + j\omega L_P} \quad (7.4)$$

Atendendo à lei geral de indução (ou de Faraday), sendo $\bar{\phi}_S$, em grandezas complexas, o fluxo resultante que abraça o circuito secundário, e que $\bar{\phi}_S = \bar{\phi}_{S1} - \bar{\phi}_{S2}$, sendo $\bar{\phi}_{S1}$ e $\bar{\phi}_{S2}$ os fluxos induzidos nos secundários nº 1 e nº 2, respectivamente. Assim poder-se-á obter $\bar{\phi}_S = (M_1 - M_2) \bar{i}_P$, pelo que a f.e.m., no circuito secundário, será igual a

$$\bar{e}_S = j\omega(M_1 - M_2) \bar{i}_P = \frac{j\omega(M_1 - M_2) \bar{e}_P}{R_{Pt} + j\omega L_P} \quad (7.5)$$

De (7.5) pode-se concluir que $|\bar{e}_S|$ é proporcional a $M_1 - M_2$. Como na realidade para aquisição da medida, a resistência R_c não deve ter valor muito elevado, recorrendo às expressões (7.2), (7.3) e (7.4) em que, por simplificação, se considera $M_{12} \cong 0$, $L_{S1} = L_{S2}$ e $L_P L_S \gg (M_1 - M_2)^2$, que após algumas manipulações matemáticas obtém-se [1]

$$f = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{R_{Pt} R_{St}}{L_P L_S} \right)^{1/2} \quad (7.6)$$

De (7.6), considerando $R_{Pt} > R_P = 44,5 \Omega$, $R_{St} > R_{S1} + R_{S2} = 88 \Omega$, $L_P = 37,8 \text{ mH}$ e $L_S = 75,6 \text{ mH}$, virá então uma frequência de alimentação ao primário do LVDT, $f > 186,3 \text{ Hz}$. De salientar que devido a fenómenos electromagnéticos indesejáveis, separa-se a ligação mecânica do núcleo do LVDT ao secundário do ALIT por intermédio de um tubo cilíndrico de latão, de comprimento adequado, ou de outro material equivalente, como por exemplo, em PVC. Uma vez alimentado o primário em **ca** (ou **ac**), o estudo do modelo matemático, baseado na nomenclatura apresentada na Tabela 7.II, para além dos dados já apresentados na Tabela 7.I, tem por objectivo a determinação da f.e.m. induzida nas bobinas do secundário, perante as diversas posições do núcleo de ferro no interior do LVDT.

Símbolo	Designação	Quantidade
D_f	diâmetro do fio de cobre (primário e secundários)	$\cong 0.35 \text{ mm}$
D_{fi}	diâmetro do fio de cobre com isolamento (primário e secundários)	$\cong 0.38 \text{ mm}$
N_P, N_S	número de espiras do primário e dos 2 secundários	$\cong 3000$
N_{c1}	Nº de camadas (primário e secundários)	$\cong 10$
N_{e1}	Nº de espiras por camada (primário e secundários)	$\cong 465$
D_{mB}	diâmetro médio de cada bobina (ou espira)	$\cong 20 \text{ mm}$
μ	permeabilidade magnética de um determinado meio	-
μ_0	permeabilidade magnética do vácuo ou do ar (constante universal)	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$
μ_{ra}	permeabilidade magnética relativa do ar	$\cong 1$
μ_{rF}	permeabilidade magnética relativa do ferro (variável)	$\cong 160$

Tabela 7.II - Descrição de parâmetros do modelo matemático do LVDT.

Na Figura 7.6 é representado o conjunto das três bobinas (1 primário e 2 secundários ligados, entre si e em oposição de fase), com a indicação do núcleo de ferro.

Considerando o primário do LVDT percorrido pela corrente \bar{i}_P , o fluxo abraçado por um dos secundários a uma distância variável u (Figura 7.6), sendo a superfície da coroa circular, onde se pretende calcular o fluxo elementar, dada por $dS = 2\pi\rho d\rho$, em que ρ representa uma variável segundo a normal ao eixo x , e $\bar{\phi}(u)$ o fluxo instantâneo, segundo x , no ponto **P**. Assim, considerando $r_{mB} = D_{mB}/2$, obtém-se [40] e Anexo D.

$$\bar{\phi}(u) = \frac{\pi\mu_0\mu_{ra}N_P\bar{i}_P r_{mB}}{l_P} \int_0^{D_{ePVC}/2} \int_u^{u+l_P} \int_0^{2\pi} \frac{(r_{mB} - \rho \sin\alpha)\rho d\alpha dv dp}{\left(r_{mB}^2 + v^2 + \rho^2 - 2r_{mB}\rho \sin\alpha\right)^{3/2}} \quad (7.7)$$

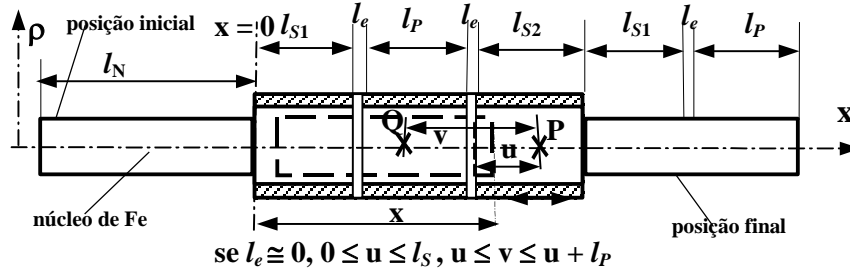


Figura 7.6 - Representação esquemática do LVDT em que o núcleo de ferro viaja desde a posição inicial ($x = 0$) até à posição final ($x = l_P + 2l_{S1} + 2l_e + l_N$).

Da Figura 7.6, de uma forma simplificada, na Figura 7.7 apresenta-se uma das posições do núcleo de Fe no interior do LVDT.

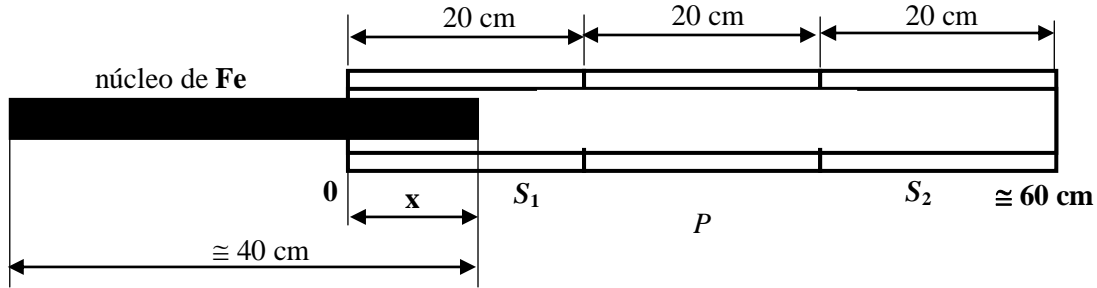


Figura 7.7 - Esboço simplificado das sucessivas posições do núcleo de Fe no interior do LVDT.

De (7.7) se substituir \bar{i}_P por I_P (valor eficaz da corrente), então $\bar{\phi}(u)$ será substituído por $\Phi(u)$. Para efeitos de cálculo do valor eficaz da f.e.m. induzida em ambos os secundários, E_S , convém determinar o valor médio do fluxo através, por exemplo, do secundário da direita, de comprimento $l_{S2} \equiv l_{S1} \equiv l_S$, dado pela seguinte expressão em que a variável (u - posição no secundário onde se está a calcular o fluxo) varia entre 0 e l_S , ou seja

$$\Phi_2 = \frac{1}{l_S} \int_0^{l_S} N_S \Phi(u) du \quad (7.8)$$

Devido ao facto da espessura, entre o primário e qualquer dos secundários, ser bastante pequena, este poderá ser considerada desprezável, de acordo com a Figura 3. Conjugando (7.7) e (7.8), obtém-se, para o ar, uma expressão que é sempre constante para cada caso característico. Como na verdade, a permeabilidade não é sempre constante, devido à penetração variável do núcleo de ferro, há que adicionar um valor correspondente à diferença entre a permeabilidade magnética do ferro e a do ar, que para uma situação da sua extremidade direita se encontrar entre o lado esquerdo e o lado direito do 2º secundário, isto é, para $l_P + l_S \leq x \leq l_P + 2l_S$ (Figura 7.6), irá corresponder a [40] e Anexo D.

$$\Phi_{S2}(x) \cong \Phi_2 + \frac{\pi \mu_0 (\mu_{rF} - \mu_{ra}) N_P N_S I_P r_{mB}}{l_S l_P} \cdot \int_{l_S+l_P}^{x-l_S-l_P} \int_0^{D_N/2} \int_u^{u+l_P} \int_0^{2\pi} \frac{(r_{mB} - \rho \sin \alpha) \rho d\alpha dv d\rho du}{(r_{mB}^2 + v^2 + \rho^2 - 2r_{mB} \rho \sin \alpha)^{3/2}} \quad (7.9)$$

Por observação de (7.9) verifica-se, para $l_P + l_S \leq x = l_P + 2l_S$, que $\Phi_{S2}(x)$ apresenta uma variação linear com x . Convém notar que na penetração do núcleo de ferro existe sempre um intervalo de material não ferromagnético de espessura $(D_{IPVC} - D_N)/2$, correspondente ao espaço ocupado pela forma cilíndrica de material isolante e pelo ar para que não haja atrito na movimentação do núcleo, por isso a justificação dos limites de integração anteriores. O valor eficaz da tensão num dos secundários, por exemplo o da direita, será dado por $E_{S2}(x) = 2\pi f \Phi_{S2}(x)$, sendo a f.e.m. total, no secundário, dada por $E_S(x) = |E_{S1}(x) - E_{S2}(x)|$, em que, por simetria, $E_{S1}(x) = E_{S2}(l_P + 2l_S + l_N - x)$.

Pelo método do voltímetro e do amperímetro, a Figura 7.8 apresenta a variação da indução magnética do primário do LVDT, para diversas posições do núcleo de Fe, entre os limites $x = 0$ e $x = 50$ cm (que corresponde ao núcleo centrado no interior dos 2 secundários e do primário localizado ao centro). Por outro lado, pelo método das diferenças finitas, os resultados da simulação de $L_P(x)$, em mH, podem ser dados por $L_P(x) \cong 38$ ($0 \leq x \leq 20$ cm), e por $L_P(x) = 36.2x^5 - 571.1x^4 + 3341x^3 - 8863x^2 + 10650x - 4552$ ($20 \leq x \leq 50$ cm).

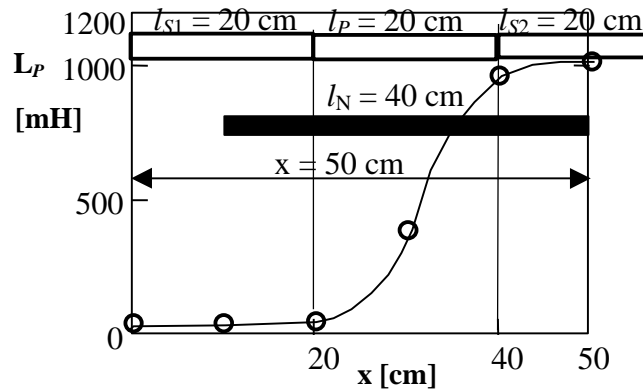


Figura 7.8 - Coeficiente de indução magnética do primário do LVDT, em função da posição do núcleo de ferro.

Da Figura 7.8, verifica-se que até **20 cm**, posição a que corresponde uma das extremidades do núcleo de Fe sob a extremidade esquerda do primário, o coeficiente de indução, L_P , ainda é praticamente nulo ($\cong 38$ mH). Para valores de x superiores a **20 cm**, o coeficiente de indução do primário aumenta até à posição $x = 50$ cm, que corresponde ao núcleo de Fe centrado no interior do primário, o que corresponde a $L_P = 1017$ mH. Consequentemente, uma vez o primário alimentado a uma fonte ac, de tensão constante, a corrente I_P irá variar com a posição do núcleo de Fe.

A Figura 7.9 apresenta gráficos de variação da tensão do secundário (em ac), e da corrente no primário (em ac, para uma tensão eficaz de $U_P = 20$ V, e para uma

frequência de **50 Hz**), em função da posição do núcleo. Ainda na Figura 7.9 será representada a corrente $I_P(x)$ obtida por simulação por intermédio de $I_P(x) = U_P / \sqrt{R_{Pt}^2 + L_P^2(x)}$, e a permeabilidade relativa do ferro, $\mu_r(x)$, cujo valor máximo, de acordo com (7.9), é de cerca de $\mu_{rF} \cong 160$, pelo que, dado ser um núcleo de ferro de material vulgar, apresenta valores um pouco inferiores ao apresentado, por exemplo, em [57].

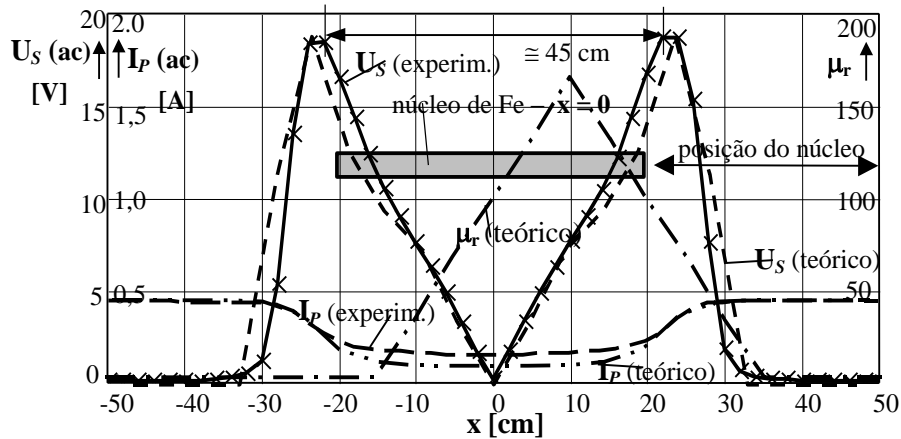


Figura 7.9 - Variação de U_s , I_P , e de μ_r , em função da posição do núcleo de ferro (resultados teóricos e experimentais).

Com a utilização do gerador de taquímetro, na Figura 7.10 verifica-se que o gráfico assinalado por (1) representa a variação da velocidade, considerando desprezável os efeitos das inércias das roldanas e do veio do taquímetro. Do mesmo modo, o gráfico assinalado por (2) representa os instantes inicial (ON) e final (OFF) - intervalo de medida. O gráfico assinalado por (3) representa a variação da posição dada pelo transdutor. E, finalmente, o gráfico assinalado por (4) representa a posição resultante da integração interna efectuada pelo osciloscópio.

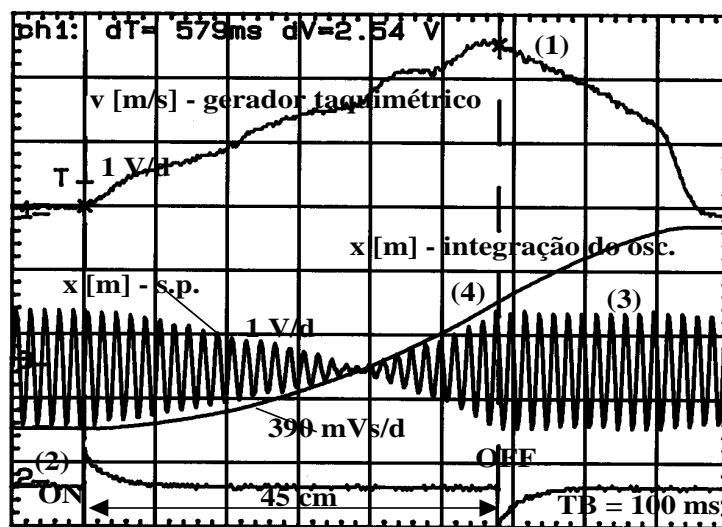


Figura 7.10 - Variação da velocidade (gerador de taquímetro), e da posição (sensor de posição), num ensaio de gravidade para um tempo de base de 100 ms.

Do ensaio referente à Figura 7.10, verifica-se que a posição do núcleo do transdutor de posição, medida pelo próprio sensor é idêntica, à parte de um factor de escala, à obtida através da integração interna efectuada pelo osciloscópio. De notar que o andamento das duas características, uma obtida por integração interna do osciloscópio e a outra directamente pelo transdutor têm posições idênticas até ao instante representado por OFF, ou seja, no instante em que o núcleo de Fe saiu completamente do conjunto primário + secundários. O ensaio referente à Figura 7.10 foi realizado de acordo com a implementação indicada na Figura 7.11.

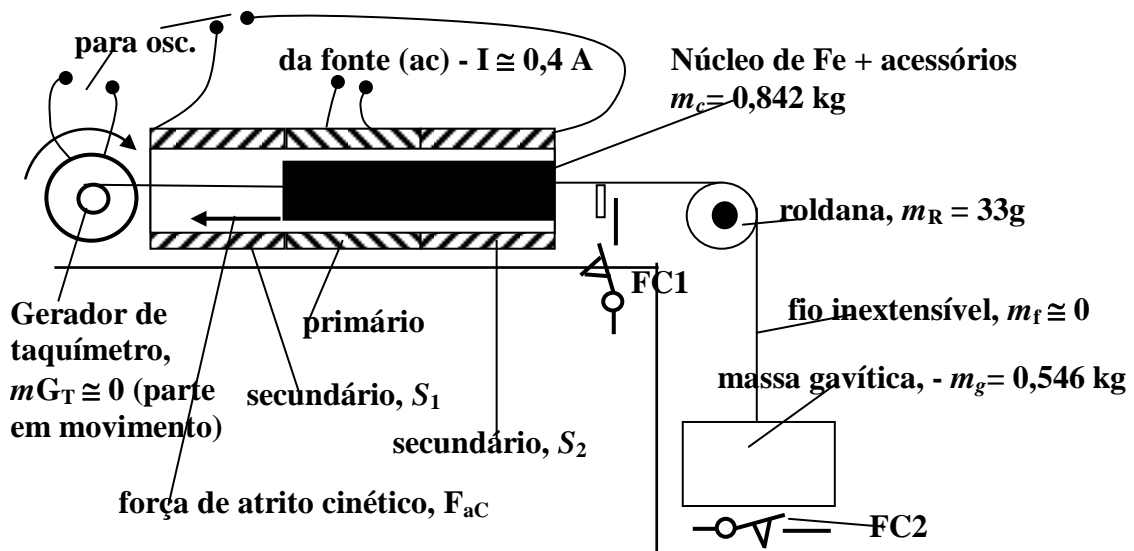


Figura 7.11 - Aferição do transdutor de posição por intermédio de um ensaio de gravidade.

Da Figura 7.11 verifica-se que, no ensaio de gravidade, a aceleração será dada por $a = \frac{2\Delta x}{t^2} = \frac{0,9}{0,579^2} \approx 2,685 \text{ m/s}^2$, que até é bastante inferior à aceleração da gravidade, $a_{gr} \approx 9,8 \text{ m/s}^2$. Suposta constante a aceleração, a velocidade máxima, isto é, para $\Delta x \approx 45 \text{ cm}$, virá dada por $v_{\text{máx}} = a\Delta t = 2,685 \cdot 0,579 = 1,56 \text{ m/s}$. Ainda da Figura 7.11, os interruptores fins de curso **FC1** e **FC2** indicam, para o osciloscópio, os instantes **ON** ($x = 0$) e **OFF** ($x \approx 45 \text{ cm}$).

A Figura 7.12 representa a variação da velocidade linear obtida por intermédio de um gerador de taquímetro e de um transdutor de posição, ambos ligados por fios inextensíveis a um motor dc, em que se supõe que a velocidade seja constante.

Da Figura 7.12, o gráfico (1) representa a evolução da f.e.m. de um gerador de taquímetro ($e_T \approx \text{velocidade}$), valor proporcional à velocidade do motor dc, que se supõe constante. Do gráfico (2), da Figura 7.12, observa-se a evolução da f.e.m. induzida nos secundários do transdutor de posição (bobinas ligadas em série, e de modo a que o núcleo de Fe ao centro, origine uma f.e.m. nula). Ao fim de cerca de cerca de **1,2 s**, a f.e.m. aos terminais do transdutor de posição do secundário começa a diminuir em virtude de o núcleo de Fe, no seu interior, sair da zona de influência do primário do transdutor, isto é, ter ultrapassado o espaço útil de medida.

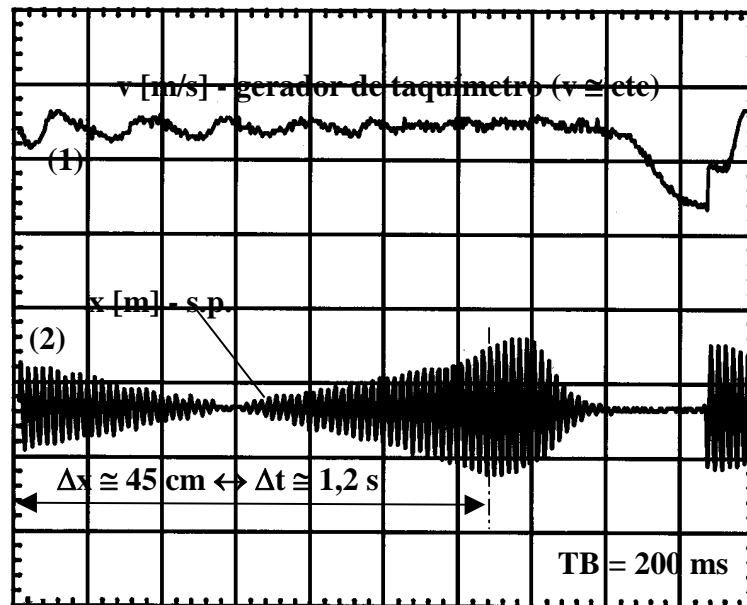


Figura 7.12 - Variação da velocidade (gerador de taquímetro), e da posição (transdutor de posição), com um motor dc, em que se considera que a velocidade é praticamente constante.

Neste ensaio verifica-se que à tensão, aproximadamente, de **19 a 20 V** eficazes (**$f = 50 \text{ Hz}$**) corresponde a **22,5 cm**, isto significa que o ensaio foi realizado para um intervalo de **45 cm**. As ondulações da f.e.m., observadas particularmente do sensor de posição são devidas a dificuldades simultâneas em manter o fio de nylon suficientemente esticado e esperar que o motor dc atinja uma velocidade constante. Por outro lado, verifica-se que a uma tensão, praticamente constante no gerador de taquímetro, corresponde a uma variação linear de sinal dada pela posição do transdutor de posição. Pelos ensaios efectuados, verifica-se que o LVDT implementado satisfaz ao objectivo de se obter a posição do secundário do ALIT em qualquer instante.

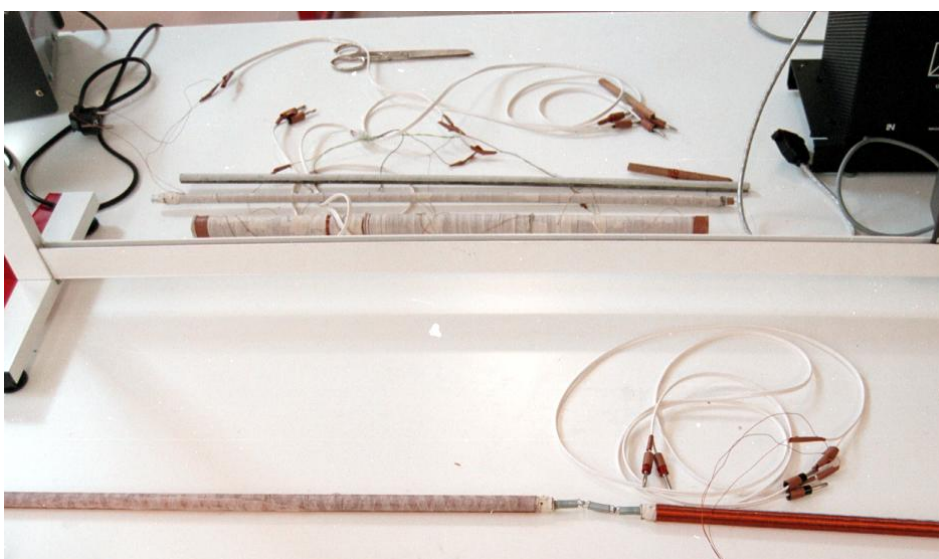


Figura 7.13 - Vista do transdutor de posição (acima). Ao núcleo de ferro com 2/3 do comprimento do primário e dos dois secundários, é aparafusado, numa das extremidades, um tubo de material não ferromagnético.

A Figura 7.13 apresenta uma fotografia de um transdutor de posição com alguns acessórios, onde é possível ser observado o conjunto formado pelo primário e os dois secundários laterais, o núcleo de Fe e o solenóide, ambos de **40 cm** de comprimento. Na parte inferior da Figura 7.13 é bem visível o secundário do sensor electromagnético da derivada da aceleração.

7.3 TRANSDUTOR ELECTROMAGNÉTICO DE VELOCIDADE

A implementação do transdutor electromagnético de velocidade tem como objectivo a aquisição de um sinal eléctrico (tensão), que irá traduzir, numa determinada escala, a velocidade do secundário de um ALIT.

O transdutor de velocidade electromagnético consiste na implementação de dois solenóides de diâmetros diferentes, em que o solenóide interior (secundário) se movimenta, sem grande atrito, dentro do solenóide exterior (primário), cujo princípio de funcionamento pode ser observado na Figura 7.14.

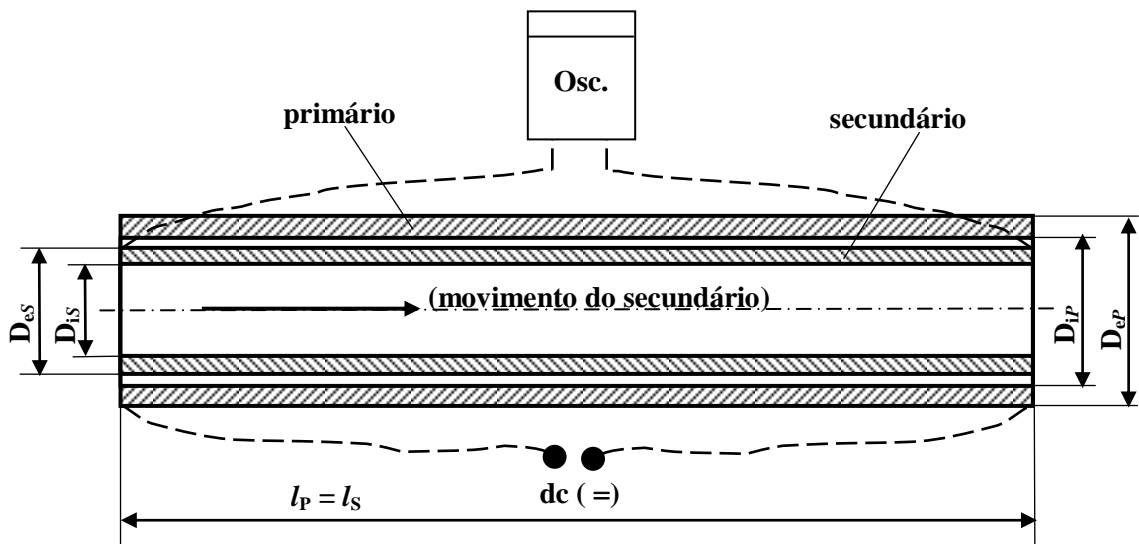


Figura 7.14 - Transdutor de velocidade composto por dois solenóides (um exterior - primário e outro interior - secundário).

A Tabela 7.III indica os valores relativos ao transdutor de velocidade constituído pelo solenóide exterior alimentado por uma fonte de tensão contínua [**dc (=)**], e pelo solenóide interior que será ligado a um aparelho de medida.

No interior dos secundários, todos com o mesmo número de espiras e de iguais secções, foram colocados um tubo maciço de ferro, um tubo oco de material ferromagnético, um tubo de madeira, em que algumas das características são apresentadas na Tabela 7.IV.

Designação	Dimensões
Número de espiras do primário	$N_P = 9500$
Número de espiras do secundário	$N_S = 2620$
Comprimento do primário	$l_P = 0,6 \text{ m}$
Comprimento do secundário	$l_S = 0,6 \text{ m}$
Resistência do primário	$R_P = 107,4 \Omega$
Coefficiente de indução do primário (sem secundário no seu interior)	$L_P = 99,0 \text{ mH}$
Diâmetro exterior do solenóide (enrolado em tubo PVC – VD 20 - $\phi_{\text{ext}} = 20 \text{ mm}$ e $\phi_{\text{int}} = 17,5 \text{ mm}$)	$D_{eP} = 28 \text{ mm}$
Diâmetro interior do solenóide (primário) - ou diâmetro exterior do tubo do primário em PVC	$D_{iP} = 20 \text{ mm}$
Diâmetro médio do solenóide (primário)	$D_{mP} = 24 \text{ mm}$
Diâmetro exterior do solenóide (secundário)	$D_{eS} = 15,7 \text{ mm}$
Diâmetro interior do solenóide (secundário) - ou diâmetro exterior do tubo do secundário em PVC	$D_{iS} = 12 \text{ mm}$
Diâmetro médio do solenóide (secundário)	$D_{mS} = 13,9 \text{ mm}$
Secção recta aproximada do solenóide (primário)	$S_P = 452,4 \text{ mm}^2$
Secção recta aproximada do solenóide (secundário)	$S_S = 155 \text{ mm}^2$
Diâmetro do fio condutor dos dois solenóides (primário e secundário - sem isolamento)	$D_f = 0,4 \text{ mm}$
Diâmetro do fio condutor dos dois solenóides (primário e secundário - com isolamento)	$D_{fI} = 0,45 \text{ mm}$
Secção do fio condutor dos dois solenóides	$S_f = 0,126 \text{ mm}^2$
Intensidade de corrente no primário (dc)	$I_P \cong 0,7 \text{ A}$
Osciloscópio	Osc.
Fonte de tensão contínua	dc (=)

Tabela 7.III - Transdutor de velocidade composto por dois solenóides (um exterior - primário e outro interior - secundário).

Secundário com ferro maciço - $l = 60 \text{ cm}$	massa total do secundário	$m_c = 0,686 \text{ kg}$
	resistência do secundário	$R_S = 20,2 \Omega^*$
	coeficiente de indução do secundário (a 50 Hz)	$L_S = 218,4 \text{ mH}$
	diâmetro do ferro maciço	$D_{Fma} = 12,0 \text{ mm}$
Secundário com ferro oco - $l = 60 \text{ cm}$	massa total do secundário	$m_c = 0,248 \text{ kg}$
	resistência do secundário	$R_S = 19,8 \Omega^*$
	coeficiente de indução do secundário (a 50 Hz)	$L_S = 35,8 \text{ mH}$
	diâmetro exterior do tubo de ferro	$D_{\text{extFo}} = 12,0 \text{ mm}$
Secundário com madeira - $L = 60 \text{ cm}$	diâmetro interior do tubo de ferro	$D_{\text{intFo}} = 10,0 \text{ mm}$
	massa total do secundário	$m_c = 0,204 \text{ kg}$
	resistência do secundário	$R_S = 19,2 \Omega^*$
	coeficiente de indução do secundário (a 50 Hz)	$L_S = 2,3 \text{ mH}$

* - os valores de R_S apresentam-se diferentes, em virtude dos comprimentos dos fios bobinados não serem sempre iguais.

Tabela 7.IV - Dados relativos aos diversos transdutores de velocidade implementados.

O secundário de núcleo totalmente em madeira foi posto de parte dado que os sinais obtidos pelo osciloscópio são muito fracos face ao ruído. A melhor solução consiste em se utilizar um secundário em ferro maciço, se bem que com o secundário com o ferro oco apresenta já sinais apreciáveis. No entanto, optou-se, na maior parte dos casos por utilizar o transdutor com o interior do secundário em material ferromagnético oco, dado ao seu menor peso e não provocar grandes variações de sinal no fim dos ensaios em regime dinâmico.

A Figura 7.15 apresenta um desvio de posição x do secundário relativamente ao primário do transdutor de velocidade implementado. A função do tubo em PVC, de diâmetro exterior igual a D_{IP} , é a de guiar o secundário ao longo de um caminho que se pretende rectilíneo. No entanto para valores de x próximos de **60 cm** verifica-se, no osciloscópio, valores de velocidade que apresentam maiores oscilações em fase de vibrações dificilmente controláveis entre o primário e o secundário.

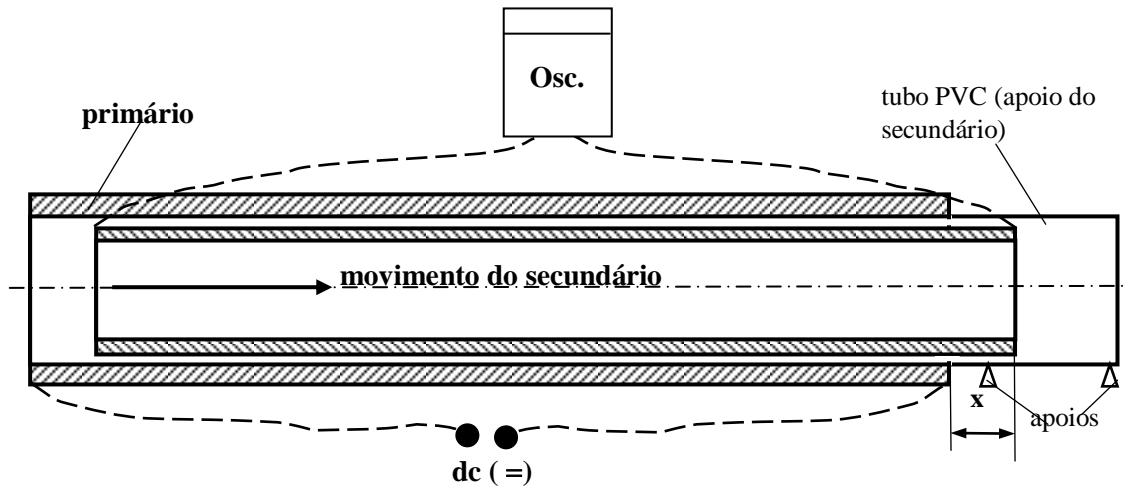


Figura 7.15 - Transdutor de velocidade. Medidas efectuadas com uma ponte de medida, para valores de x compreendidos entre os limites 0 e 60 cm.

Da Figura 7.15, o princípio de funcionamento do transdutor de velocidade consiste na obtenção da f.e.m. no secundário. Assim, considerando uma corrente no primário, I_P , a indução magnética, que atravessa o interior do primário considerado muito comprido,

será dada por $B_P = \frac{\mu N_P I_P}{l_P}$, em que μ representa a permeabilidade magnética de um determinado meio. Portanto o fluxo magnético através do interior do secundário,

originado pela corrente do primário, será igual a

$\phi_{21} = \phi_{SP} = B_P S'_{st} = \frac{\mu N_P N'_S S_S I_P}{l_P}$, em que $S'_{st} = N'_S \cdot S_S$, e que N'_S representa a

porção de espiras dentro do primário, isto é, a N'_S espiras, do secundário, corresponde ao comprimento l_S , e a N'_S espiras irão corresponder a $l_S - x$, portanto $N'_S = \frac{l_S - x}{l_S} N_S$

e $e_{21} = -\frac{d\phi_{21}}{dt} = \frac{\mu N_P N_S S_S I_P}{l_P l_S} \frac{dx}{dt}$. Portanto a velocidade do transdutor de

velocidade será proporcional à f.e.m. aos terminais do secundário, ou seja

$$e_{21}(t) = \frac{\mu N_P N_S S_S I_P}{l_P l_S} v(t) \quad (7.10)$$

De (7.10) verifica-se que o sinal obtido pelo osciloscópio é proporcional à velocidade, e depende directamente da permeabilidade magnética do interior do secundário, do produto do número de espiras do primário pelo número de espiras do secundário, da secção recta do solenóide do secundário, do valor da corrente contínua que percorre o primário, e depende inversamente do produto dos comprimentos do primário e do secundário. No entanto, os solenóides, de comprimentos $l_P = l_S$, devem ser suficientemente compridos para se poderem avaliar velocidades dos secundários de ALITs com grandes cursos. Na fonte **dc** foi mantida, na maior parte dos ensaios, sempre uma corrente constante de **0,7 A**.

De acordo com a Figura 7.15, para aumentar o coeficiente de indução mútua entre o primário e o secundário do transdutor de velocidade, introduziu-se no interior do secundário um tubo cilíndrico de material ferromagnético oco, com o comprimento igual a **60 cm**, e com o diâmetro de aproximadamente **8 mm**. Assim, a Tabela 7.V apresenta os valores do coeficiente de indução do primário, para diversas posições relativas entre o primário e o secundário ($x = 0, 10, 20, 30, 40, 50$ e **60 cm**), cujos resultados foram obtidos por intermédio de um aparelho de medida. Foram também medidos, por intermédio de um aparelho de medida, os coeficientes de indução relativos ao secundário, cujos valores se mantiveram inalteráveis e sempre iguais a $L_S = 35,8$ mH.

x [cm]	0	10	20	30	40	50	60
Coef. de indução do primário L_P [mH]	522	450	372	300	225	150	99

Tabela 7.V - *Variação do coeficiente de indução do primário em função da posição relativa do secundário, x , como se indica na Figura 7.15.*

Baseado na Tabela 7.V, a Figura 7.16 apresenta a variação do coeficiente de indução, medido no primário, em função da posição x (Figura 7.15).

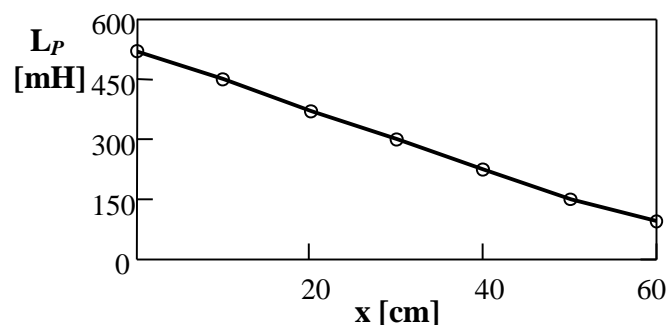


Figura 7.16 - *Variação do coeficiente de indução magnética do primário em função da posição x do secundário (Figura 7.15).*

A Figura 7.17 apresenta o esquema de um ensaio de gravidade, com o objectivo de ser aferido o transdutor de velocidade implementado.

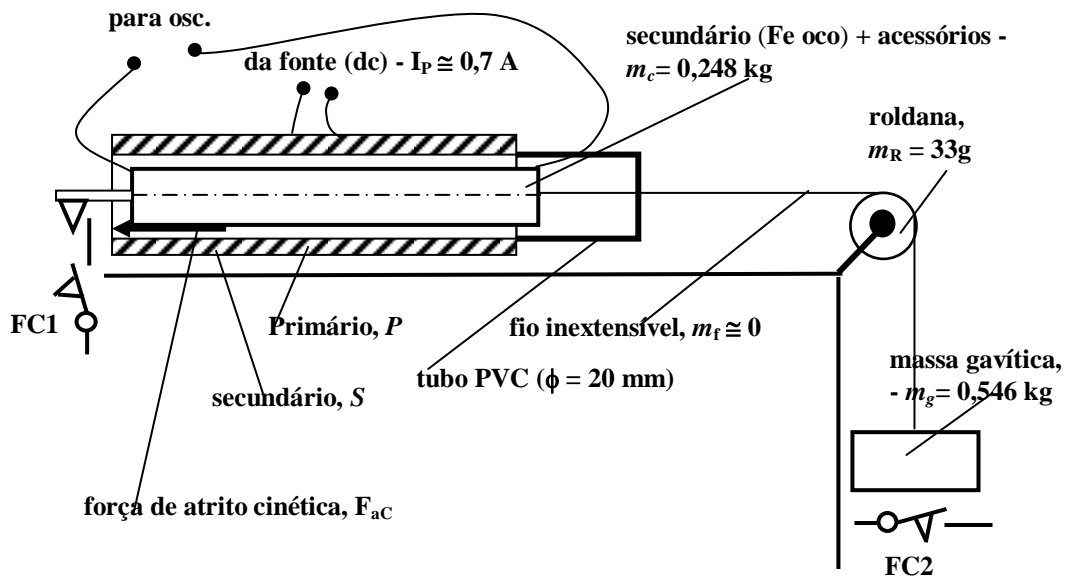


Figura 7.17 - Aferição do transdutor de velocidade por intermédio de um ensaio de gravidade.

De acordo com a Figura 7.17, a Figura 7.18 apresenta os resultados do ensaio de gravidade, do transdutor de velocidade, visualizados por um osciloscópio, para um espaço, em queda, aproximadamente igual a **45 cm**.

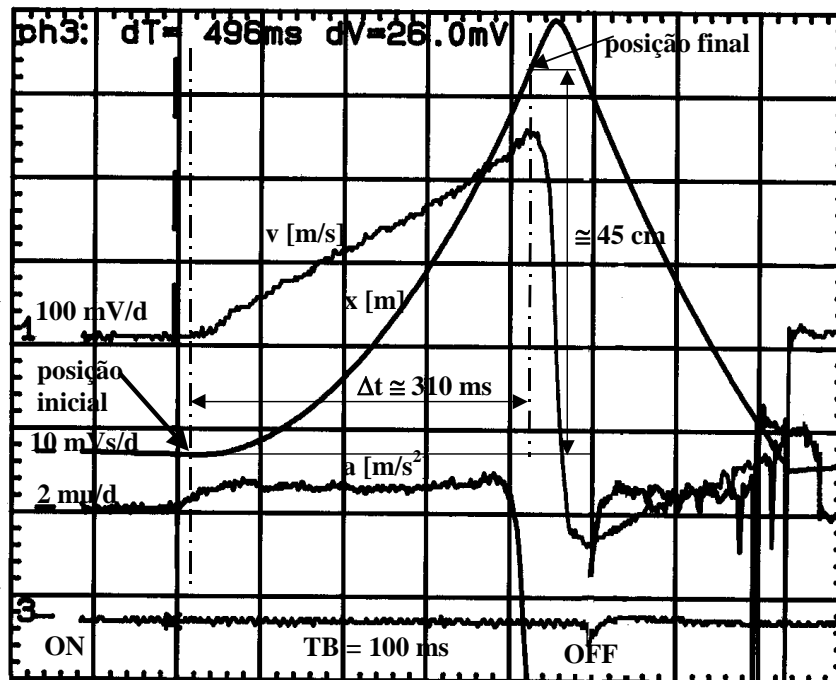


Figura 7.18 - Ensaio de gravidade do transdutor de velocidade (secundário com Fe oco).

Da Figura 7.18, verifica-se que o transdutor de velocidade (v [m/s]), no ensaio de gravidade, baseado no princípio da máquina de Atwood, traduz, com algumas irregularidades devidas às imperfeições das superfícies dos materiais em contacto durante o movimento relativo, uma variação muito aproximada das leis fundamentais da atracção. Também se pode verificar que, aproximadamente, a aceleração é constante, e que o espaço percorrido, varia no tempo segundo uma parábola.

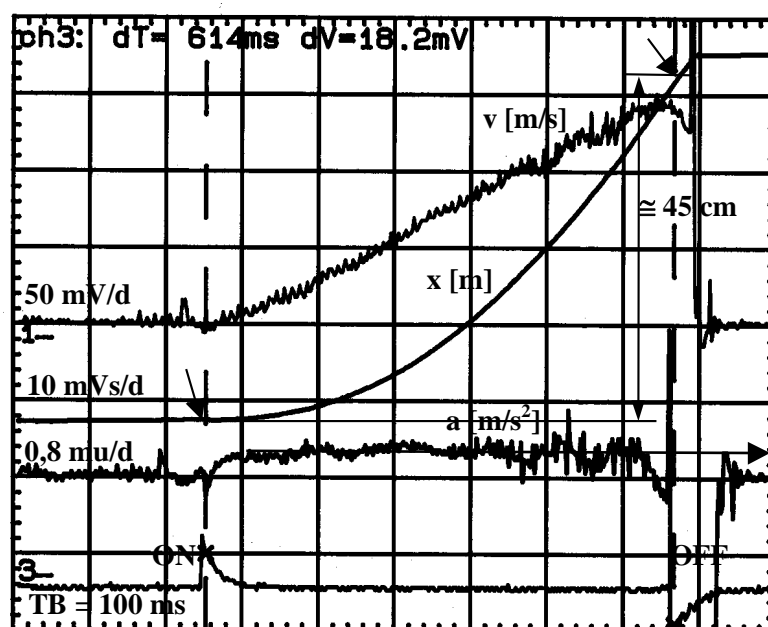


Figura 7.19 - Ensaio de gravidade de um transdutor de velocidade em conjunto com o secundário do ALIT (Cu + Fe de 60 cm).

A Figura 7.19 apresenta um ensaio de gravidade, com o transdutor de velocidade, com o primário alimentado a uma corrente contínua constante de valor igual a **0,7 A**, e ligado por fios inextensíveis a uma massa de **0,902 kg** (transdutor de velocidade, secundário de Cu + Fe e acessórios), sujeito à queda de uma massa de **0,864 kg**. Este ensaio foi efectuado para um deslocamento de **45 cm**, durante **614 ms**.

Por comparação da Figura 7.18 com a Figura 7.19, verifica-se que existem maiores flutuações do sinal da velocidade, para x próximo do curso final do ensaio, quando o transdutor de velocidade é ligado com o secundário do ALIT, o que mecanicamente constitui um sistema mecânico sujeito a maiores vibrações.

O ensaio de gravidade, representado na Figura 7.19, foi efectuado com o ALIT trifásico em tensão, com a inversão de 2 fases (\leftarrow), de modo a que perante uma determinada corrente, o sistema fique estático, e, posteriormente, interrompe-se o circuito eléctrico.

Perante os gráficos obtidos na Figura 7.19, pode-se concluir os seguintes resultados: **4,4** divisões na escala de posição correspondem a **45 cm**, isto significa que cada divisão, na escala vertical do osciloscópio, corresponde aproximadamente a **10 cm** (para uma regulação de **10 mVs/d**).

Ora da Figura 7.18, também se verifica que a aceleração é constante no intervalo correspondente a **45 cm** (princípio da máquina de Atwood), isto significa que se

$$x = \frac{at^2}{2}, \text{ implica que } a = \frac{2x}{t^2} = \frac{0,9}{0,614^2} = 2,387 \text{ m/s}^2, \text{ ou seja } 0,18 \text{ divisões}$$

correspondem a $2,387 \text{ m/s}^2$, pelo que uma divisão irá corresponder a $13,263 \text{ m/s}^2$, isto para uma regulação de $0,8 \text{ mu/d}$ (dados internos do osciloscópio utilizado durante alguns dos ensaios).

Uma vez determinada a aceleração, a velocidade virá dada por $v = at$, portanto a posição de 45 cm irá corresponder a $t = 0,614 \text{ s}$, e assim $v_{(x=45\text{cm})} = 2,387 \cdot 0,614 = 1,466 \text{ m/s}$. Isto significa que a 4 divisões, na escala vertical do osciloscópio, irão corresponder a $1,466 \text{ m/s}$, o que a cada divisão corresponde $0,366 \text{ m/s}$ (para uma regulação, no osciloscópio, de 50 mV/d).

A Tabela 7.VI apresenta os factores de escala relativos às grandezas posição, velocidade e aceleração, para quando a corrente contínua no primário do transdutor de velocidade for constante e igual a $0,7 \text{ A}$.

	Factor de escala (Vertical)	Regulação do osciloscópio
Posição (x)	$\cong 10 \text{ cm /d}$	10 mVs/d
Velocidade (v)	$\cong 0,366 \text{ ms}^{-1}/\text{d}$	50 mV/d
Aceleração (a)	$\cong 13,263 \text{ ms}^{-2}/\text{d}$	$0,8 \text{ mu/d}$

Tabela 7.VI - *Factores de escala relativos à posição, velocidade e aceleração, e regulação das amplitudes dos sinais no osciloscópio.*

Da Tabela 7.VI, pode-se concluir que, por exemplo, se se regular o osciloscópio de 50 mV/d para 100 mV/d , a cada nova divisão, na vertical, irá corresponder a $2 \cdot 0,366 \cong 0,733 \text{ mV/d}$.

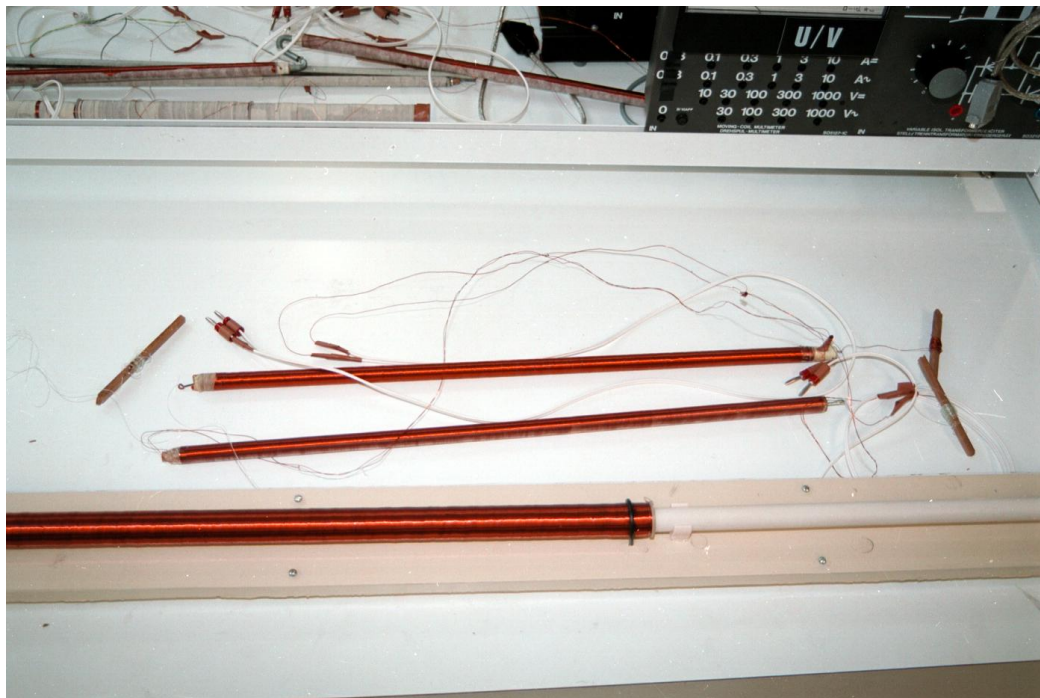


Figura 7.20 - *Vista geral dos elementos constituintes do transdutor de velocidade utilizado nos ensaios em regime dinâmico.*

A Figura 7.20 representa uma fotografia referente às diversas componentes do transdutor de velocidade implementado e utilizado nos diversos ensaios do protótipo do ALIT em regime dinâmico.

Da Figura 7.20, o tubo em PVC, indicado a branco, tem a função de guiar o movimento do secundário. Ao centro da Figura 7.20 apresentam-se 2 secundários, um com um tubo de **Fe** no seu interior, e o outro sem nada (cujos resultados apresentam maior linearidade, embora de menores amplitudes, e, por isso, não foi utilizado nos ensaios em regime dinâmico). Ao cimo da Figura 7.20, para além de alguns aparelhos de medida, encontram-se os diversos elementos pertencentes ao transdutor de posição.

Baseado no estudo das bobinas de Helmholtz, na forma rectangular, implementou-se um transdutor de velocidade como se indica na fotografia representada na Figura 7.21. Este transdutor não foi utilizado nos ensaios do ALIT em regime dinâmico, devido ao facto dos sinais obtidos pelo bastão, barra condutora transversal ao movimento do transdutor, serem de fraca amplitude, e, daí, por vezes, se confundirem com o próprio ruído. Uma hipótese para um trabalho futuro, consiste em se utilizarem duas chapas rectangulares de ferro, cujas extremidades limitam as próprias bobinas, também rectangulares, para que a indução magnética, perpendicular ao movimento, seja intensificada; ou ainda, em vez das duas bobinas e das duas chapas de ferro, se utilizarem, na mesma posição relativa, dois magnetes permanentes também em forma de chapa. As dimensões de cada uma das bobinas implementadas é de $20 \times 60 \text{ cm}^2$.

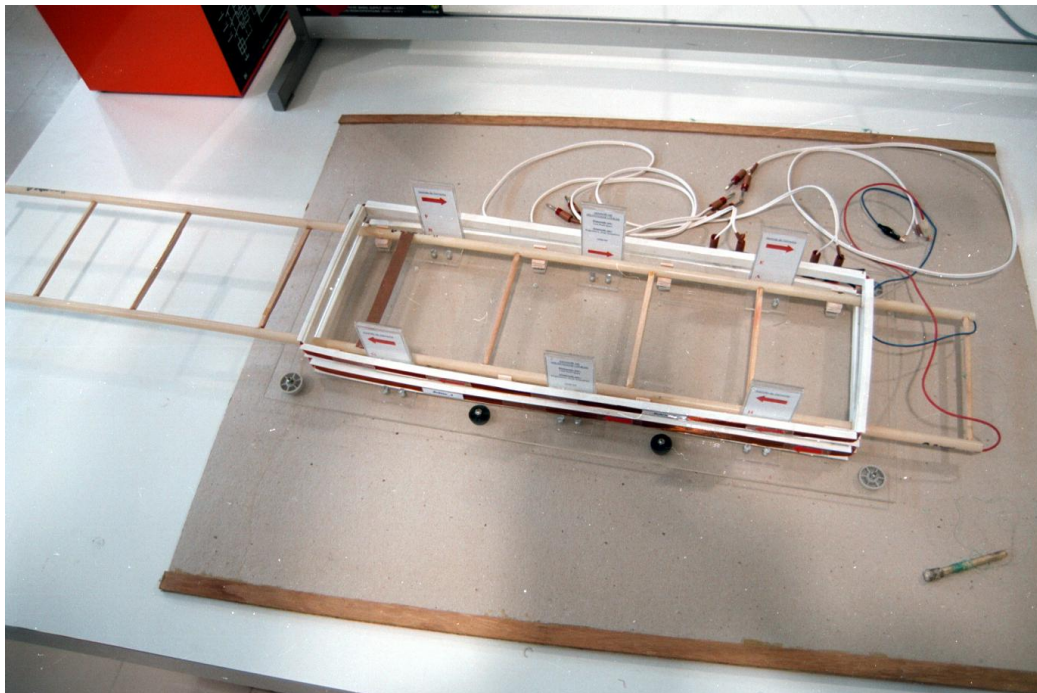


Figura 7.21 - *Transdutor de velocidade baseado nas bobinas de Helmholtz de forma rectangular.*

Feita uma análise teórica ao comportamento da indução magnética entre as bobinas rectangulares representadas na Figura 7.21, cujo estudo da indução, em qualquer ponto,

é baseado na lei de Biot e Savart, verifica-se que a variação da indução no espaço, compreendido entre essas duas bobinas, é muito semelhante ao chamado efeito transversal, de que se deve ter sempre em consideração na topologia plana - ALIP, como se indica na Figura 7.22 [08].

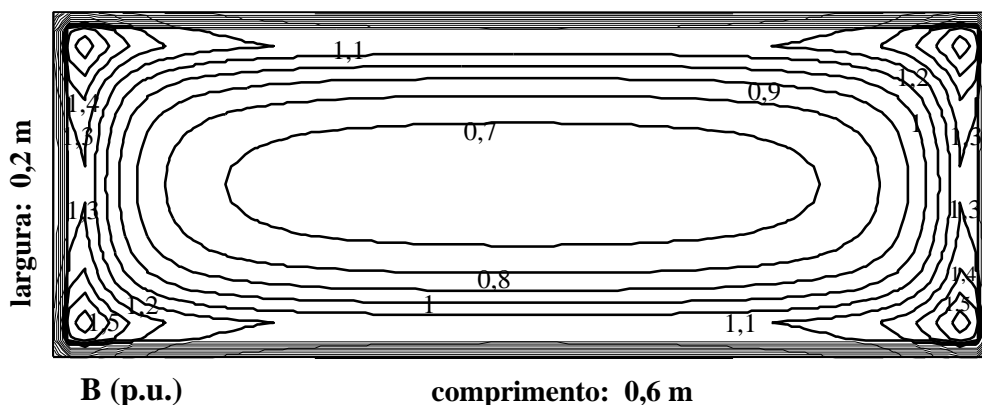


Figura 7.22 - *Isolinhas da indução \mathbf{B} numa superfície intermédia a 2 bobinas rectangulares percorridas por correntes no mesmo sentido (transdutor de velocidade baseado no princípio das bobinas de Helmholtz de forma rectangular).*

A Figura 7.23, apresenta, em relevo, a variação da indução magnética na superfície central às duas bobinas de Helmholtz [08, 35].

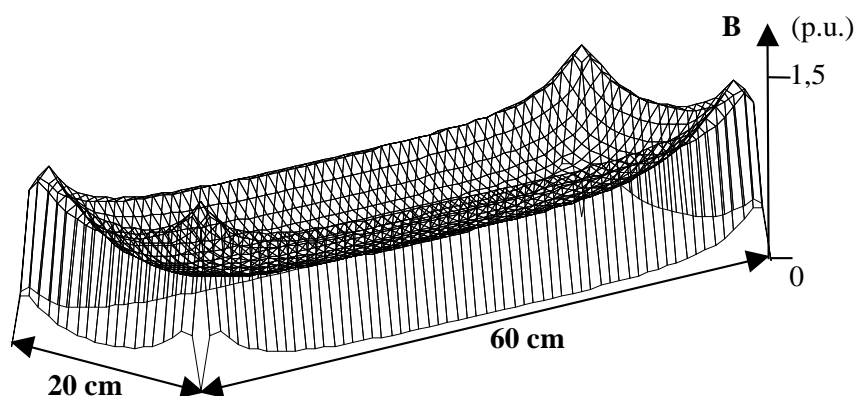


Figura 7.23 - Indução B na superfície central das bobinas de Helmholtz de forma rectangular.

As características da indução magnética apresentadas nas Figuras 7.22 e 7.23, baseadas na lei de Biot e Savart, são fundamentais para a determinação dos efeitos transversais em ALIPs [08].

7.4 TRANSDUTOR ELECTROMAGNÉTICO DA DERIVADA DA ACELERAÇÃO

Dado que actualmente a aquisição da derivada da aceleração começa a ter importância no comando e no controlo, por exemplo, de elevadores, em que tem importância a altura a percorrer para que quando se atingir o andar pretendido não se sintam as habituais travagens bruscas, mas sim uma paragem que se pretende suave.

Portanto a variação da aceleração, ao longo do percurso, deve ser diferente para o caso de um utente pretender ir, por exemplo, do R/C para o 1º Andar, da de outro utente que pretenda subir do R/C para o 10º Andar.

A implementação do transdutor electromagnético da derivada da aceleração tem como objectivo a aquisição de um sinal eléctrico (tensão), que irá traduzir, numa determinada escala, a derivada da aceleração do secundário de um ALIT.

Aproveitando os dispositivos relativos ao transdutor de velocidade electromagnético, para implementar o transdutor derivada da aceleração basta construir mais um secundário de características idênticas, e, unir ambos os secundários por intermédio, por exemplo, de uma mola que os ligue mecanicamente.

A Figura 7.24 apresenta o princípio de funcionamento de um transdutor derivada da aceleração.

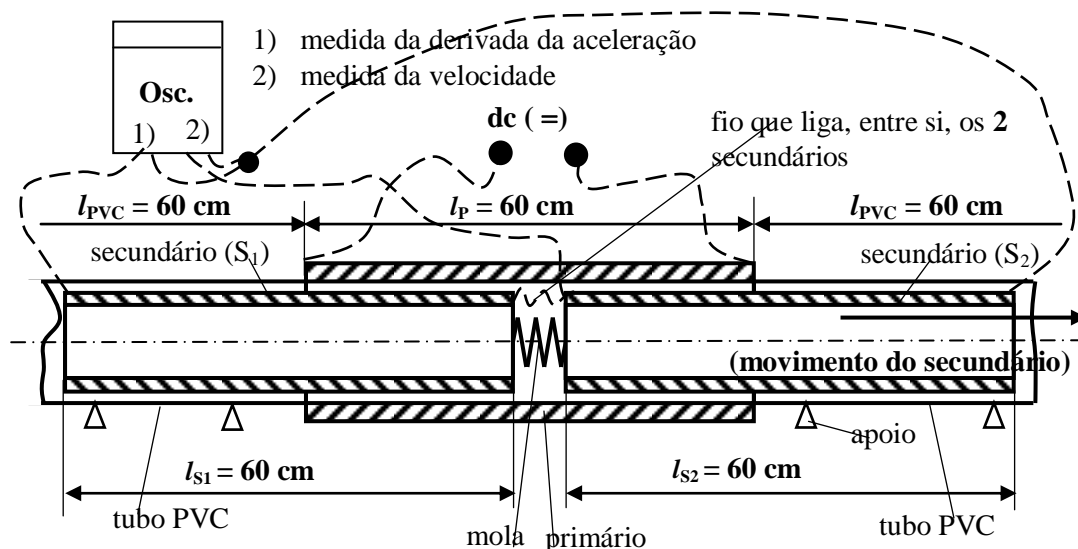


Figura 7.24 - Transdutor da derivada da aceleração composto por uma mola, e por 3 solenóides (um exterior - primário e dois interiores - secundários S_1 e S_2).

Da Figura 7.24, existem dois tubos, em **PVC**, de diâmetros interiores iguais ao diâmetro interior do primário, para facilitar o movimento dos dois secundários, com o mínimo de atrito, através do comprimento total igual a $2l_{PVC} + l_P = 180 \text{ cm}$. A mola é considerada de comprimento praticamente insignificante. Ainda da Figura 7.24, as ligações dos

secundários ao osciloscópio podem ser feitas de modo a que se obtenham simultaneamente leituras da velocidade e da derivada da aceleração. Na fonte dc foi mantida sempre uma corrente constante de cerca de **0,7 A**.

Ainda relativamente à Figura 7.24, foram medidas a resistência e o coeficiente de auto-indução do primário comum do transdutor de velocidade e da derivada da aceleração, que deu os seguintes resultados: **$R_P = 107,4 \Omega$; $L_P = 97,0 \text{ mH}$ (a 50 Hz).**

Estando inicialmente a mola no seu estado inicial de repouso, ao se puxar pela extremidade de um dos solenóides do secundário, por exemplo, pelo da direita, este, ao deslocar-se, irá distender a mola representada na Figura 7.24, fornecendo-lhe energia mecânica. Quando a energia armazenada pela mola é suficiente para produzir uma força sobre o outro solenóide interno, existe um movimento, pelo menos, do solenóide arrastado.

A Figura 7.25 representa um sistema de duas massas (massa m_1 – secundário S_1 , e massa m_2 – secundário S_2), ligadas, entre si, por uma mola de massa desprezável e de constante elástica k_e em [N/m], em que se considera, como parte de um sistema rígido, o conjunto constituído pelo secundário de massa m_2 , e pelo fio inextensível que desloca todo o sistema, que inclui o outro secundário, de massa m_1 , e a mola de comprimento, em repouso, igual a l .

Da Figura 7.25, por acção da força F , a mola sofre um alongamento Δl , que é positivo. No entanto, se o sentido da força F for contrário ao do indicado na Figura 7.25, então Δl será negativo.

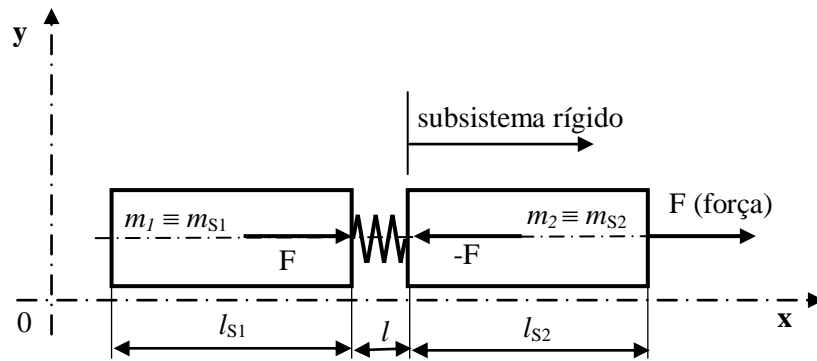


Figura 7.25 - Sistema de dois corpos, de massas m_{S1} e m_{S2} , ligados, entre si, por uma mola de comprimento l .

Pelo princípio da acção e da reacção, desprezando os efeitos dos atritos das massas m_1 e m_2 , e da conservação da energia mecânica na mola, pode-se estabelecer o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} F = ma \\ F = k_e \Delta l \end{cases} \rightarrow \Delta l = \frac{ma}{k_e} = \frac{m}{k_e} \frac{dv}{dt} \quad (7.11)$$

Em que m representa a massa total do sistema, $m = m_1 + m_2$, e que são desprezadas as massas da mola e dos fios de ligação. Por outro lado, considerando que $l_{S1} = l_{S2} = l_S$, e que os números de espiras dos dois secundários, ligados em série, são iguais a N_S . Então

o número de espiras por unidade de comprimento, respeitante a cada secundário, é igual a N_S / l_S , e o número de espiras correspondente ao comprimento da mola l será dado por $N_S l / l_S$.

Da Figura 7.25 o número de espiras no interior do primário, para uma aceleração nula ($\mathbf{a} = \mathbf{0}$), será dada por

$$N'_S = (1 - \frac{l}{l_S}) N_S \quad (7.12)$$

Se houver alongamento, $\Delta l > 0$, significa que $\mathbf{a} > 0$, pelo que a mola trabalha à atracção. No entanto se o alongamento for negativo, $\Delta l < 0$, significa que $\mathbf{a} < 0$, a mola trabalhará à compressão. Assim o novo número de espiras no interior do secundário será dado por

$$N''_S = N'_S - \frac{\Delta l}{l_S} N'_S = (1 - \frac{l + \Delta l}{l_S}) N_S \quad (7.13)$$

Dado que se pretende analisar, em cada instante, a posição relativa dos dois secundários, ligados em série, isto significa que quando estão em movimento e a posição relativa entre eles é constante, conclui-se que a velocidade também é constante e a aceleração nula (não existe variação do comprimento da mola). Por outro lado, quando a velocidade não é constante, pode-se determinar a derivada da aceleração, a partir de um sinal eléctrico (f.e.m. induzida), em que o fluxo. $\phi_{21} = \mathbf{B}_P N''_S S_S$ e que a indução magnética, originada pelo primário, será igual a $\mathbf{B}_P = \frac{\mu N_P \mathbf{I}_P}{l_P}$. Portanto a f.e.m. induzida será dada por

$$e_{21} = - \frac{d\phi_{21}}{dt} = \frac{\mu N_P N_S S_S I_P}{l_P l_S} \frac{d\Delta l}{dt} \quad (7.14)$$

Da expressão (7.11), $\Delta l = \frac{m\mathbf{a}}{\mathbf{k}_e}$, (7.14) poderá ser substituída por

$$e_{21} = \frac{\mu m N_P N_S S_S I_P}{l_P l_S k_e} \frac{da}{dt} \quad (7.15)$$

De (7.15) verifica-se que o sinal obtido pelo osciloscópio é proporcional à derivada da aceleração, e depende directamente da permeabilidade magnética do interior do secundário, da relação m/k_e , do produto do número de espiras do primário pelo número de espiras do secundário, da secção recta do solenóide do secundário, do valor da corrente contínua que percorre o primário, e depende inversamente do produto dos comprimentos do primário e do secundário. No entanto, os solenóides, de comprimentos $l_P \cong l_S$, devem ser suficientemente compridos para se poderem avaliar as derivadas da aceleração dos secundários de ALITs com grandes cursos.

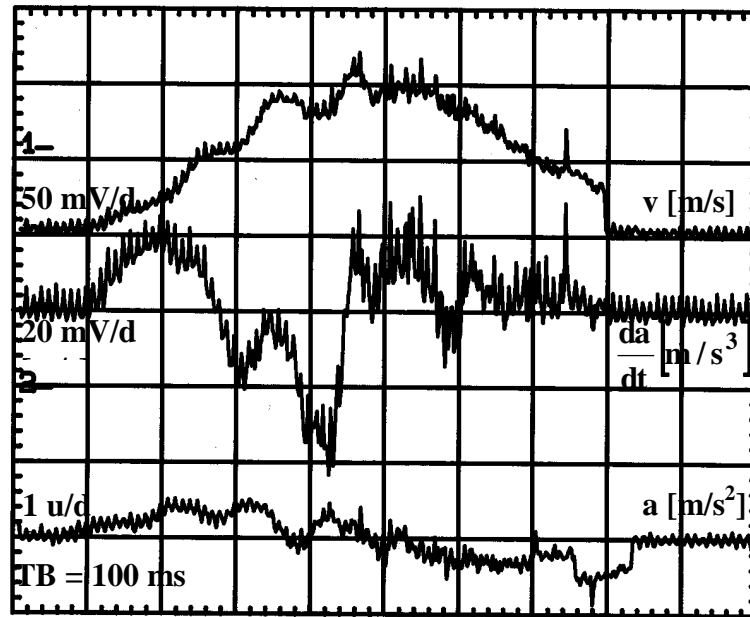


Figura 7.26 - Velocidade, aceleração e derivada da aceleração, obtidos por movimentação manual dos secundários dos transdutores (de velocidade e da derivada da aceleração).

Por movimentação manual, a Figura 7.26 apresenta as variações da velocidade e da derivada da aceleração dos transdutores, e ainda a própria variação da aceleração obtida internamente, no osciloscópio, por derivação do sinal de velocidade.

Assim, a Figura 7.27 apresenta os resultados de outro ensaio, cujo movimento foi obtido também manualmente, e ainda, por derivação interna do osciloscópio, a segunda

derivada da aceleração $\frac{d^2a}{dt^2} \left[\text{m/s}^4 \right]$.

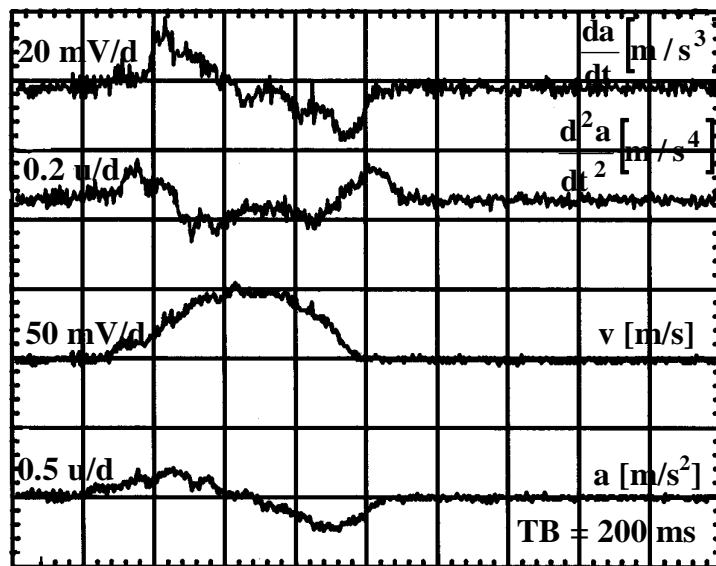


Figura 7.27 - Velocidade, aceleração, derivada da aceleração e segunda derivada da aceleração, obtidos por movimentação manual dos secundários dos transdutores.

Por observação das Figuras 7.26 e 7.27, verifica-se que o transdutor da derivada da aceleração apresenta um comportamento mais ou menos exacto nos instantes iniciais. Porém dado o mau comportamento da mola em trabalhar à compressão, os resultados posteriores tornam-se menos correctos. No mercado é difícil encontrar molas que satisfaçam simultaneamente as duas características de trabalho, isto é, à tracção e à compressão, o que seria a uma solução ideal, na medida em que os secundários dos ALITs são solicitados a forças de arranque e de travagem. Daí que o sinal correspondente à derivada da aceleração apresenta alguns erros. Como proposta para trabalho futuro, sugere-se que em vez de se ligarem ambos os secundários, de um transdutor da derivada da aceleração, por intermédio de uma mola, utilizar um pequeno êmbolo pneumático, envolvido num cilindro hermeticamente fechado ou não, cujo esquema se elucida na Figura 7.28.

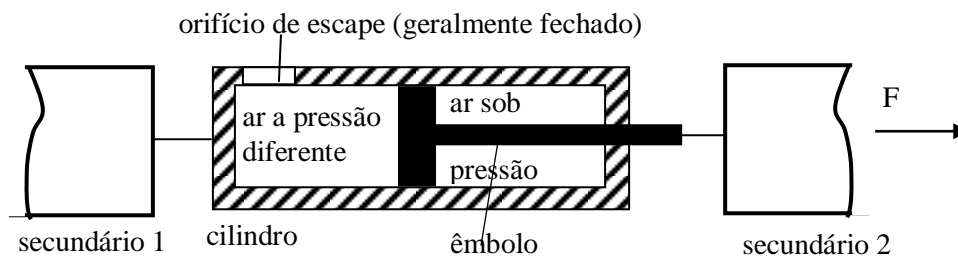


Figura 7.28 - Possível solução de um transdutor da derivada da aceleração composto por um êmbolo pneumático.

A Figura 7.29 apresenta a simulação de um transdutor da derivada da aceleração, em que se consideram os instantes $t_0 = 0$, $t_1 = 0,5$ s, $t_2 = 1,5$ s e $t_3 = 2$ s, para um espaço temporal igual a 4 s.

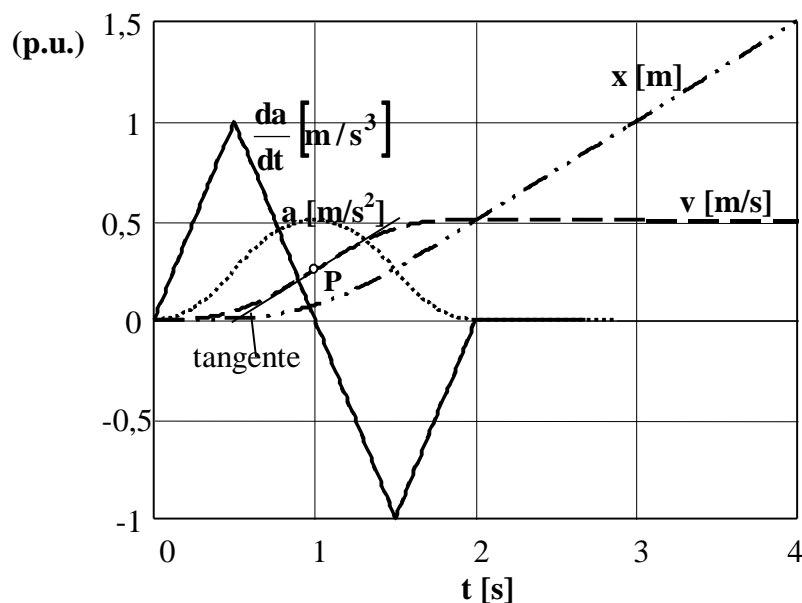


Figura 7.29 - Variação da aceleração, da velocidade e do deslocamento a partir de dados simulados da derivada da aceleração.

Os resultados da simulação apresentados na Figura 7.29 são muito importantes. Pois dão uma ideia das variações relativas das grandezas que se pretendem medir nos ensaios em regime dinâmico. Por exemplo, considerando que, durante **4 s**, o secundário de um ALIT se deslocou de **1,5 m**, segundo a lei apresentada na Figura 7.29, conclui-se que houve uma velocidade máxima de **0,5 m/s**, uma aceleração máxima de **0,5 m/s²**, e uma derivada da aceleração máxima de **1 m/s³**. Dado que nos osciloscópios nem sempre é possível usar factores de escala que dêem uma proporcionalidade como a indicada na Figura 7.29, um outro método de aferir as escalas consiste, por exemplo, em considerar a derivada da velocidade no ponto **P** (**t = 1 s**), cuja tangente intercepta o eixo **v = 0** no instante **t_a = 0,5 s**, e o eixo **v = 0,5 m/s** no instante **t_b = 1,5 s**, ora a aceleração no ponto **P** será dada por $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0,5 - 0}{1,5 - 0,5} = 0,5 \text{ m/s}^2$.

Dado que é sempre mais fácil avaliar o deslocamento, isto é, a posição num dado intervalo de tempo, torna-se sempre possível avaliar os factores de escala das grandezas que resultam das derivadas de várias ordens de **x** em relação ao tempo. Assim, por observação da Figura 7.29, ou do monitor de um osciloscópio, por exemplo, a velocidade entre os instantes **t_c = 2 s** e **t_d = 4 s** é constante e igual a $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1,5 - 0,5}{4 - 2} = 0,5 \text{ m/s}$. Esta análise pode ser aplicada na observação das leituras obtidas por intermédio dos osciloscópios.

$\frac{da_1(t)}{dt} = \text{if}(t \leq t_1, \frac{t}{t_1}, 2 - \frac{t}{t_1}); \quad \frac{da_2(t)}{dt} = \text{if}(t \leq t_2, \frac{da_1(t)}{dt}, \frac{t}{t_1} - 4);$ $\frac{da(t)}{dt} = \text{if}(t \leq t_3, \frac{da_2(t)}{dt}, 0)$
$a_1(t) = \text{if}(t \leq t_1, \frac{t^2}{2t_1}, 2t - t_1 - \frac{t^2}{2t_1}); \quad a_2(t) = \text{if}(t \leq t_2, a_1(t), -4t + 6t_2 + \frac{t^2 - 2t_2^2}{2t_1} - t_1);$ $a(t) = \text{if}(t \leq t_3, a_2(t), a_2(t_3))$
$v_1(t) = \text{if}(t \leq t_1, \frac{t^3}{6t_1}, t^2 + \frac{t_1^2}{3} - t_1t - \frac{t^3}{6t_1});$ $v_2(t) = \text{if}(t \leq t_2, v_1(t), -2t^2 - 3t_2^2 + 6t_2t + \frac{t^3}{6t_1} + \frac{2t_2^3}{3t_1} - \frac{t_2^2t}{t_1} - t_1t + \frac{t_1^2}{3});$ $v(t) = \text{if}(t \leq t_3, v_2(t), v_2(t_3))$
$x_1(t) = \text{if}(t \leq t_1, \frac{t^4}{24t_1}, \frac{t^3}{3} - \frac{t_1^3}{8} + \frac{t_1^2t}{3} - \frac{t_1t^2}{2} - \frac{t^4}{24t_1} + \frac{t_1^3}{24});$ $x_2(t) = \text{if}(t \leq t_2, x_1(t), \frac{4t_1^2t - 8t^3 - 6t_1t^2 - t_1^3}{3} + t_2^3 - 3t_2^2t + 3t_2t^2 + \frac{t^4 - 6t_2^4 + 16t_2^3t - 12t_2^2t}{24t_1});$ $x(t) = \text{if}(t \leq t_3, x_2(t), x_2(t) + v_2(t_3)(t - t_3))$

Tabela 7.VII - Simulação da aceleração, da velocidade e do deslocamento a partir de dados atribuídos à derivada da aceleração.

Ainda da Figura 7.29, verifica-se que os dados analíticos para obtenção dos gráficos apresentados, em **p.u.** (por unidade), podem ser observados na Tabela 7.VII.

A Figura 7.30 apresenta uma fotografia de um transdutor da derivada da aceleração com alguns acessórios, onde é possível ser observado o conjunto formado pelo primário e os dois secundários laterais, bem como a mola que liga ambos os secundários.



Figura 7.30 - Vista do transdutor da derivada da aceleração. Dado que existem 2 secundários de características idênticas ao secundário do sensor de velocidade, neste caso existem 2 tubos em PVC de comprimentos iguais a 60 cm para cada um dos lados do primário.

Na Figura 7.30 são visíveis os dois tubos em **PVC** para cada um dos lados o primário, localizado ao centro e assentes numa base de madeira de comprimento aproximadamente igual a **1,8 m**, e ainda, mais acima, os dois secundários ligados, entre si, por uma mola. O primário e os dois tubos laterais de PVC estão fixos a uma base de madeira por intermédio de braçadeiras. Os fios de ligação aos secundários, no interior dos tubos de PVC, são isolados e flexíveis para se evitar qualquer atrito suplementar.

Da Figura 7.30 são também visíveis os terminais de alimentação ao primário do transdutor electromagnético da derivada da aceleração. O secundário da esquerda encontra-se envolvido em papel de isolamento de muito pequena espessura.

CAPÍTULO 8

ENSAIOS

Resumo

Este capítulo será subdividido em quatro partes distribuídas por ensaios preliminares, de aquecimento, em regime estático e em regime dinâmico.

8 ENSAIOS

Todos os ensaios, descritos neste capítulo, foram realizados no Laboratório de Máquinas Eléctricas e Electrónica de Potência do DEM da UBI.

8.1 ENSAIOS PRELIMINARES

Neste subcapítulo serão apresentados alguns ensaios respeitantes a grandezas que têm interesse nos ensaios em regime estático e em regime dinâmico.

8.1.1 Coeficientes de Indução Relativos às Bobinas do Primário

Assim começa-se por medir os coeficientes de indução relativos a uma das bobinas do ALIT, de construção modular, em que são efectuados diversos ensaios, bifásicos com neutro e trifásicos com e/ou sem neutro. A Figura 8.1 apresenta uma das bobinas do primário do ALIT, envolvida por um núcleo de Fe rasgado, também pertencente ao primário. O rasgo efectuado no núcleo irá facilitar a ligação das extremidades dos fios de cada bobina a uma placa de terminais [09].

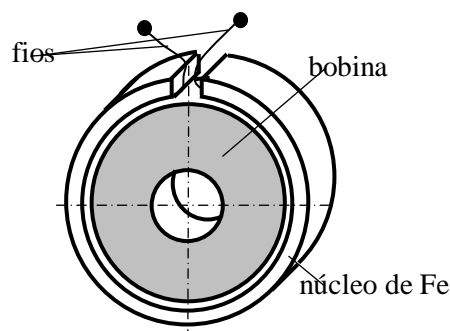


Figura 8.1 - Bobina do primário do ALIT envolvida pelo núcleo ferromagnético rasgado.

Com uma ponte de medida (ou multímetro), foram efectuadas medições, a 50 Hz, dos coeficientes de indução de cada bobina nas situações apresentadas na Tabela 8.I.

Bobina (medições a 50 Hz); $R_B = 0,425 \, \Omega$	Coeficiente de indução, L_B [mH]
isolada	0,50
no interior do núcleo	0,52
apenas com uma aleta na lateral	0,71
com duas aletas laterais	1,20

Tabela 8.I - Valores médios dos coeficientes de indução de cada bobina com e sem aletas.

Por observação da Tabela 8.I, pode-se concluir que o núcleo do primário não contribui grandemente para ao aumento do coeficiente de indução magnética, isto é, para a diminuição da relutância. Este fenómeno é análogo ao que se constata num solenóide suficientemente comprido, em a indução magnética no seu exterior é praticamente nula. Os núcleos ferromagnéticos do primário são muito importantes para a dissipação térmica, para aumentar a robustez, e permitir o fecho, com menor relutância, das l.f.c.m., particularmente em ALITs, em que o número de cavas bobinadas por pólo e por fase seja pequeno (por exemplo, $q = 1$).

Ainda da Tabela 8.I, verifica-se que as aletas, de material ferromagnético, são fundamentais para a diminuição da relutância do respectivo circuito magnético. Para além disso, permitem, juntamente com os núcleos do primário e com o tubo de aço inoxidável, uma dissipação eficaz do calor desenvolvido durante o funcionamento do ALIT, e uma maior protecção mecânica das bobinas do primário.

Para estudar melhor o comportamento das bobinas do primário, estas foram ligadas em série, de modo que os fluxos criados pelas bobinas fossem todos concordantes, e intercaladas simultaneamente entre aletas e entre núcleos do primário do ALIT, como se indica na Figura 8.2.

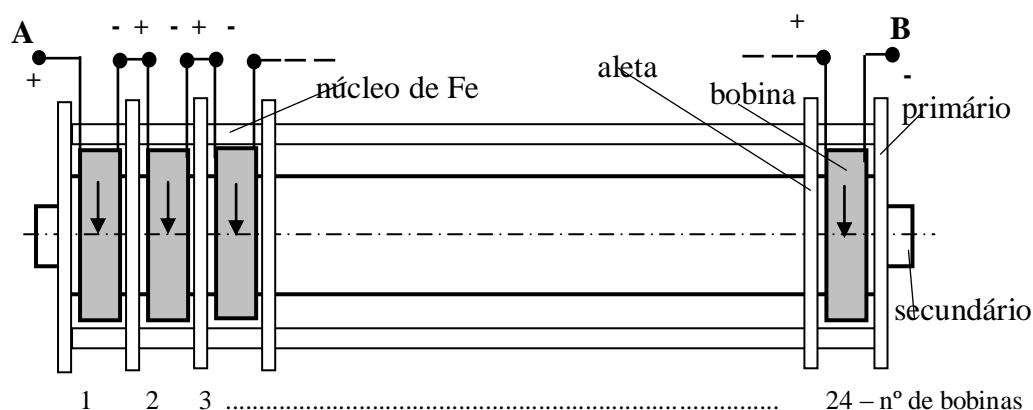


Figura 8.2 - Implementação das bobinas intercaladas simultaneamente entre aletas e entre núcleos. A ligação entre as bobinas deve ser feita de modo a que todos os fluxos originados sejam concordantes.

De acordo com a Figura 8.2, efectuaram-se medições, a 50 Hz, relativas aos coeficientes de indução, entre os terminais A e B, cujos resultados se apresentam na Tabela 8.II.

bobinas ligadas de modo que os seus fluxos sejam concordantes - Secundário	Coeficiente de indução - L_{AB} [mH]				
	Nº de bobinas em série ($\uparrow\uparrow\ldots\uparrow$) - medidas a 50 Hz				
	24	18	12	6	3
Cu de 1m \cong Cu de 0,6 m (+Fe)	60,0	46,7	31,2	15,7	7,54
Al + Fe de 0,6 m	83,4	66,7	44,5	21,8	9,36
tubo de Fe	195,6	164,0	102,2	41,7	15,5
tubo de Fe rasgado	226,2	192,0	118,1	46,1	16,8
isolada	38,0	29,3	19,3	9,43	3,19

Tabela 8.II - Valores médios dos coeficientes de indução de conjuntos de bobinas em série, de fluxos concordantes, obtidos por leitura directa de um multímetro.

De acordo com a Tabela 8.II, a Figura 8.3 representa um gráfico de variação dos coeficientes de indução, entre os terminais **A** e **B**, indicados na Figura 8.2.

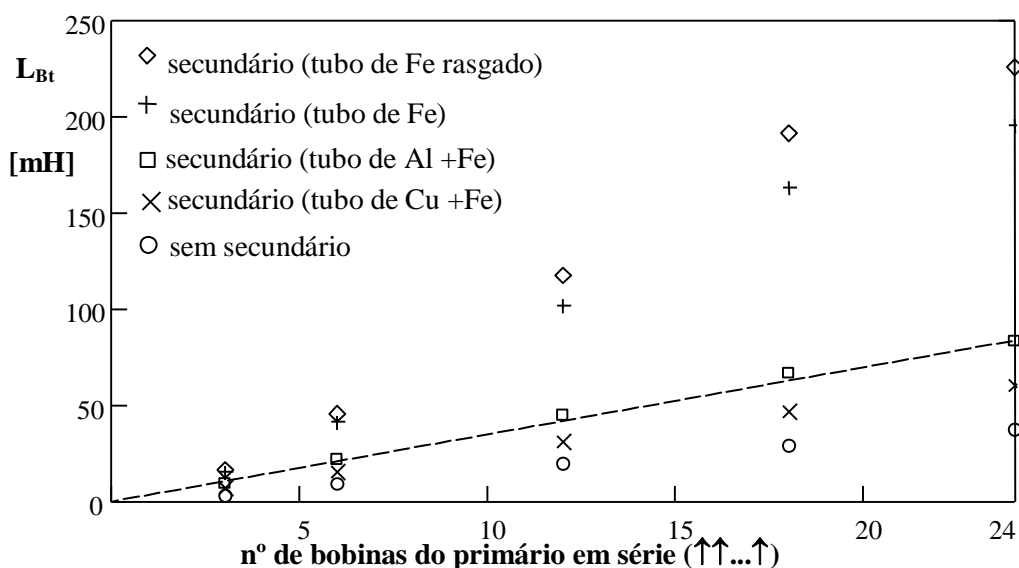


Figura 8.3 - Coeficientes de indução de conjuntos de bobinas do primário, ligadas em série, de modo que os fluxos gerados sejam concordantes.

Por observação da Figura 8.3, verifica-se que os coeficientes de indução, medidos entre **A** e **B** (Figura 8.2), apresentam uma variação linear que é proporcional ao nº de espiras do primário em série e ligadas de modo que os fluxos sejam todos concordantes. Quando não é introduzido qualquer secundário no interior do ALIT, os valores dos coeficientes de indução magnética são os mais baixos. Pelo contrário, quando no secundário é introduzido um tubo de ferro rasgado longitudinalmente, de características idênticas às dos tubos de ferro envolvidos por Cu ou por Al, os valores dos coeficientes de indução magnética são os mais elevados, isto é devido ao facto de, mesmo em ac, não existirem correntes induzidas no secundário, e daí a reacção magnética à variação do fluxo indutor não existir (lei de Lenz). Por outro lado os valores dos coeficientes indução relativos apenas à presença de Fe no secundário, são inferiores aos correspondentes ao Fe rasgado, porque neste caso existem pequenas correntes induzidas no ferro, e o fluxo originado por estas ir-se-á opor ao fluxo indutor (muito embora a condutividade do Fe seja de cerca de seis vezes inferior à condutividade do Cu - $\sigma_{Fe} \cong 10^7 \Omega m$ [73]).

Ainda da Figura 8.3, partindo do princípio que os tubos de Cu e de Al, de espessuras iguais, envolvem tubos de Fe de características também iguais, para as mesmas correntes indutoras, as correntes induzidas no Cu são superiores às correntes induzidas no Al em virtude de $\sigma_{Cu} \cong 5,8 \cdot 10^7 \Omega m$ e de $\sigma_{Al} \cong 3,5 \cdot 10^7 \Omega m$ [73], e, por isso, os coeficientes de indução das bobinas do primário são inferiores quando o secundário é de Cu.

Dado que o multímetro digital utilizado, também chamado ponte de medida, apresenta valores dos coeficientes de indução que são variáveis com os grau de saturação do ferro, optou-se por avaliar outros resultados pelo método do voltímetro e do amperímetro, para uma corrente praticamente constante e igual aproximadamente a **1 A**, como se indica na Figura 8.4.

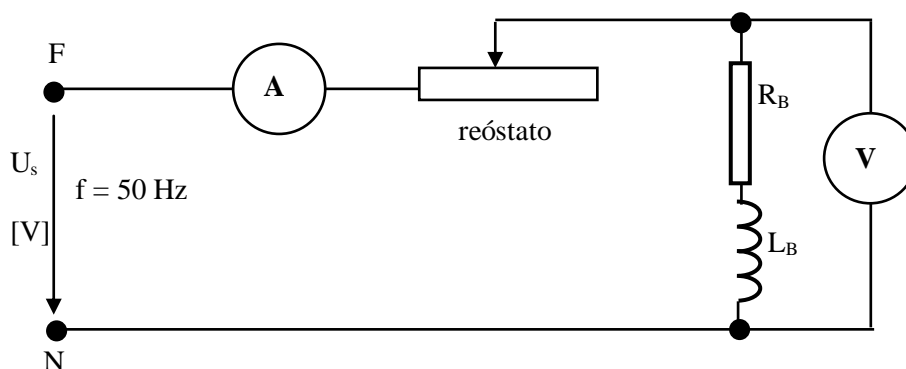


Figura 8.4 - *Medições dos coeficientes de indução das espiras do primário pelo método do voltímetro e do amperímetro.*

De acordo com a disposição das bobinas do primário, indicada na Figura 8.2, pelo método do voltímetro e do amperímetro, a Tabela 8.III apresenta os valores das tensões monofásicas e das respectivas correntes, bem como os resultados das impedâncias e dos coeficientes de indução, de cada bobina colocada fora do ALIT, com os diversos secundários no seu interior.

Bobina (medições a 50 Hz) – $R_B \cong 0,425 \Omega$					
		U_s [V]	I [A]	Z_B [Ω]	L_B [mH]
Bobina com ou sem núcleo do primário a envolver	Cu de 1m (ou 0,6 m)	0,620	1,03	0,602	1,357
	Al de 0,6 m	0,664	1,04	0,638	1,517
	tubo de Fe	0,932	1,03	0,905	2,543
	tubo de Fe rasgado	0,991	1,04	0,953	2,715
	sem secundário	0,459	1,0	0,459	0,552
Bobina com ou sem núcleo do primário a envolver, mas com 1 aleta na lateral	Cu de 1m (ou 0,6 m)	0,677	1,0	0,677	1,677
	Al de 0,6 m	0,759	1,05	0,723	1,861
	tubo de Fe	1,010	1,0	1,01	2,916
	tubo de Fe rasgado	1,075	1,0	1,075	3,143
	sem secundário	0,498	1,05	0,474	0,67
Bobina com ou sem núcleo do primário a envolver, mas com 2 aletas nas laterais	Cu de 1m (ou 0,6 m)	0,880	1,0	0,88	2,453
	Al de 0,6 m	0,987	1,05	0,94	2,669
	tubo de Fe	1,260	1,0	1,26	3,776
	tubo de Fe rasgado	1,340	1,0	1,34	4,045
	sem secundário	0,622	1,04	0,598	1,339

Tabela 8.III - *Tensões, correntes, impedâncias, e coeficientes de indução de bobinas (que envolvem tubo de Cu + Fe, tubo de Al + Fe, tubo de Fe, tubo de Fe rasgado, e sem secundário).*

Dado que os resultados dos coeficientes de indução das bobinas equidistantes do centro do ALIT, Figura 8.2, são iguais, a Tabela 8.IV apresenta, pelo método do voltímetro e do amperímetro, os diversos coeficientes de indução referentes apenas a uma bobina colocada no extremo esquerdo (ou no extremo direito) e a uma outra bobina colocada no centro do ALIT.

Bobina (medições a 50 Hz) – $R_B \cong 0,425 \Omega$		U_s [V]	I [A]	Z_B [Ω]	L_B [mH]
Bobina intercalada no extremo esquerdo ou direito do ALIT (tubos ao centro)	Cu de 1m (ou 0,6 m)	0,945	0,99	0,955	2,721
	Al de 0,6 m	1,031	0,98	1,052	3,063
	tubo de Fe	1,428	0,98	1,457	4,437
	tubo de Fe rasgado	1,491	0,98	1,521	4,65
	sem secundário	0,606	0,98	0,618	1,43
Bobina intercalada a meio do ALIT (tubos ao centro)	Cu de 1m (ou 0,6 m)	0,914	0,99	0,923	2,609
	Al de 0,6 m	0,991	0,98	1,011	2,921
	tubo de Fe	1,538	0,99	1,554	4,756
	tubo de Fe rasgado	1,670	0,98	1,704	5,253
	sem secundário	0,570	0,99	0,576	1,236

Tabela 8.IV - Tensões, correntes, impedâncias, e coeficientes de indução respeitantes a apenas uma bobina.

A Tabela 8.V apresenta, pelo método do voltímetro e do amperímetro, os diversos coeficientes de indução referentes a duas bobinas colocadas no extremo esquerdo e a outras duas colocadas no centro do ALIT.

2 Bobinas em série (medições a 50 Hz) – $R_{Bt} \cong 0,85 \Omega$ - fluxos concordantes ($\uparrow\uparrow$)						
$L_{B21} = L_{B12} = \frac{1}{2}(L_{Bt} - 2L_B)$ – coeficiente de indução mútua entre as bobinas 1 e 2		U_s [V]	I [A]	Z_{Bt} [Ω]	L_{Bt} [mH]	L_{B12} [mH]
Bobinas intercaladas no extremo esquerdo ou direito do ALIT (tubos ao centro)	Cu de 1m (ou 0,6 m)	2,420	0,98	2,469	7,38	0,969
	Al de 0,6 m	2,783	0,98	2,84	8,625	1,249
	tubo de Fe	4,30	0,98	4,388	13,702	2,414
	tubo de Fe rasgado	4,77	0,97	4,918	15,417	3,059
	sem secundário	1,263	0,98	1,289	3,084	0,112
Bobinas intercaladas a meio do ALIT (tubos ao centro)	Cu de 1m (ou 0,6 m)	2,405	0,99	2,429	7,244	1,013
	Al de 0,6 m	2,706	0,98	2,761	8,362	1,26
	tubo de Fe	4,54	0,98	4,633	14,496	2,492
	tubo de Fe rasgado	5,24	0,98	5,347	16,803	3,149
	sem secundário	1,230	0,99	1,242	2,884	0,206

Tabela 8.V - Tensões, correntes, impedâncias, coeficientes de indução (própria), e coeficientes de indução mútua, respeitantes a 2 bobinas nos extremos e a 2 bobinas ao centro.

Por observação da Tabela 8.V, verifica-se que os coeficientes de indução mútua entre duas bobinas consecutivas, com todas de polaridades concordantes, são bastante inferiores aos respectivos coeficientes de indução própria.

Para duas bobinas colocadas lado a lado, no caso de fluxos discordantes, os coeficientes de indução são considerados teoricamente nulos.

A Tabela 8.VI apresenta, pelo método do voltímetro e do amperímetro, os diversos coeficientes de indução referentes a três bobinas colocadas no extremo esquerdo e a outras três colocadas no centro do ALIT.

3 Bobinas em série (medições a 50 Hz) – $R_{Bt} \cong 1,275 \Omega$ - fluxos concordantes ($\uparrow\uparrow\uparrow$)						
$L_{B31} = L_{B13} = \frac{1}{2}(L_{Bt} - 3L_B - 4L_{B12})$ – coeficiente de indução mútua entre as bobinas 1 e 3 (extremos)		U_s [V]	I [A]	Z_{Bt} [Ω]	L_{Bt} [mH]	L_{B13} [mH]
Bobinas intercaladas no extremo esquerdo ou direito do ALIT (tubos ao centro)	Cu de 1m (ou 0,6 m)	4,08	0,97	4,206	12,759	0,36
	Al de 0,6 m	4,82	0,97	4,969	15,288	0,55
	tubo de Fe	7,87	0,97	8,113	25,505	1,269
	tubo de Fe rasgado	8,95	0,96	9,323	29,397	1,606
	sem secundário	1,914	0,98	1,953	4,709	$\cong 0$
Bobinas intercaladas a meio do ALIT (tubos ao centro)	Cu de 1m (ou 0,6 m)	4,06	0,97	4,186	12,69	0,405
	Al de 0,6 m	4,67	0,97	4,814	14,778	0,487
	tubo de Fe	8,13	0,96	8,469	26,65	1,207
	tubo de Fe rasgado	9,53	0,96	9,927	31,337	1,492
	sem secundário	1,878	0,98	1,916	4,554	0,011

Tabela 8.VI - Tensões, correntes, impedâncias, coeficientes de indução, e coeficientes de indução mútua respeitantes a 3 bobinas nos extremos e a 3 bobinas no centro.

Por observação da Tabela 8.VI, verifica-se que os coeficientes de indução mútua entre duas bobinas que têm uma outra entre elas, com todas de polaridades concordantes, são ainda mais inferiores do que os coeficientes de indução mútua entre duas bobinas consecutivas.

A Tabela 8.VII apresenta, pelo método do voltímetro e do amperímetro, os diversos coeficientes de indução referentes a quatro bobinas colocadas no extremo esquerdo e a outras quatro colocadas no centro do ALIT.

4 Bobinas em série (medições a 50 Hz) – $R_{Bt} \cong 1,7 \Omega$ - fluxos concordantes ($\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow$)						
$L_{B41} = L_{B14} = \frac{1}{2}(L_{Bt} - 4L_B - 6L_{B12} - 4L_{B13})$ – coeficiente de indução mútua entre as bobinas 1 e 4 (extremos)		U_s [V]	I [A]	Z_{Bt} [Ω]	L_{Bt} [mH]	L_{B14} [mH]
Bobinas intercaladas no extremo esquerdo ou direito do ALIT (tubos ao centro)	Cu de 1m (ou 0,6 m)	5,76	0,96	6,0	18,316	0,089
	Al de 0,6 m	6,97	0,96	7,26	22,468	0,259
	tubo de Fe	11,70	0,95	12,316	38,827	0,76
	tubo de Fe rasgado	13,30	0,95	14,0	44,234	0,429
	sem secundário	2,555	0,98	2,607	6,292	$\cong 0$
Bobinas intercaladas a meio do ALIT (tubos ao centro)	Cu de 1m (ou 0,6 m)	5,83	0,97	6,01	18,35	0,107
	Al de 0,6 m	6,97	0,96	7,26	22,468	0,638
	tubo de Fe	12,06	0,95	12,695	40,045	0,621
	tubo de Fe rasgado	13,88	0,95	14,611	46,191	0,16
	sem secundário	2,584	0,97	2,664	6,528	0,153

Tabela 8.VII - Valores de grandezas respeitantes a 4 bobinas nos extremos e a 4 bobinas no centro.

Por observação da Tabela 8.VII, verifica-se que os coeficientes de indução mútua entre duas bobinas que têm outras duas entre elas, com todas de polaridades concordantes, são praticamente nulos.

A Tabela 8.VIII apresenta, pelo método do voltímetro e do amperímetro, os diversos coeficientes de indução referentes a seis bobinas colocadas no extremo esquerdo e a outras seis colocadas no centro do ALIT, e ainda as respectivas reactâncias, X_{Bt} , medidas a **50 Hz**.

6 Bobinas em série (a 50 Hz) – $R_{Bt} \cong 2,55 \Omega$ - fluxos concordantes ($\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow$)						
		U_s [V]	I [A]	Z_{Bt} [Ω]	X_{Bt} [Ω]	L_{Bt} [mH]
Bobinas intercaladas no extremo esquerdo ou direito do ALIT (tubos ao centro)	Cu de 1m (ou 0,6 m)	9,08	0,95	9,558	9,211	29,321
	Al de 0,6 m	11,25	0,94	11,968	11,693	37,221
	tubo de Fe	19,67	0,93	21,151	20,996	66,833
	tubo de Fe rasgado	21,52	0,92	23,391	23,252	74,013
	sem secundário	3,860	0,97	3,979	3,055	9,724
Bobinas intercaladas a meio do ALIT (tubos ao centro)	Cu de 1m (ou 0,6 m)	9,15	0,95	9,632	9,288	29,564
	Al de 0,6 m	10,94	0,95	11,516	11,23	35,746
	tubo de Fe	19,94	0,93	21,441	21,289	67,764
	tubo de Fe rasgado	21,95	0,92	23,859	23,722	75,51
	sem secundário	3,810	0,97	3,928	2,988	9,51

Tabela 8.VIII - Valores de grandezas respeitantes a 6 bobinas nos extremos e a 6 bobinas no centro.

A Tabela 8.IX apresenta, pelo método do voltímetro e do amperímetro, os diversos coeficientes de indução referentes a doze bobinas colocadas no extremo esquerdo e a outras doze colocadas no centro do ALIT, e ainda as respectivas reactâncias, X_{Bt} , medidas a **50 Hz**.

12 Bobinas em série (a 50 Hz) – $R_{Bt} \cong 5,1 \Omega$ - fluxos concordantes ($\uparrow\uparrow.....\uparrow$)						
		U_s [V]	I [A]	Z_{Bt} [Ω]	X_{Bt} [Ω]	L_{Bt} [mH]
Bobinas intercaladas no extremo esquerdo ou direito do ALIT (tubos ao centro)	Cu de 1m (ou 0,6 m)	18,07	0,89	20,303	19,652	62,556
	Al de 0,6 m	22,27	0,88	25,307	24,788	78,901
	tubo de Fe	41,2	0,83	49,639	49,376	157,17
	tubo de Fe rasgado	44,3	0,84	52,738	52,491	167,08
	sem secundário	7,50	0,95	7,895	6,026	19,182
Bobinas intercaladas a meio do ALIT (tubos ao centro)	Cu de 1m (ou 0,6 m)	18,26	0,90	20,289	19,637	62,508
	Al de 0,6 m	22,07	0,88	25,08	24,556	78,163
	tubo de Fe	41,7	0,83	50,241	49,981	159,10
	tubo de Fe rasgado	44,7	0,84	53,214	52,969	168,61
	sem secundário	7,53	0,95	7,926	6,068	19,314

Tabela 8.IX - Valores de grandezas respeitantes a 12 bobinas nos extremos e a 12 bobinas no centro.

A Tabela 8.X apresenta, pelo método do voltímetro e do amperímetro, os diversos coeficientes de indução referentes a dezoito bobinas colocadas no extremo esquerdo e a outras dezoito colocadas no centro do ALIT, e ainda as respectivas reactâncias, X_{Bt} , medidas a **50 Hz**.

18 Bobinas em série (a 50 Hz) – $R_{Bt} \cong 7,65 \Omega$ - fluxos concordantes ($\uparrow\uparrow.....\uparrow$)						
		U_s [V]	I [A]	Z_{Bt} [Ω]	X_{Bt} [Ω]	L_{Bt} [mH]
Bobinas intercaladas no extremo esquerdo ou direito do ALIT (tubos ao centro)	Cu de 1m (ou 0,6 m)	26,98	0,86	31,372	30,425	96,846
	Al de 0,6 m	32,9	0,84	39,167	38,412	122,27
	tubo de Fe	61,4	0,76	80,789	80,426	256,01
	tubo de Fe rasgado	66,5	0,77	86,364	86,024	273,82
	sem secundário	11,28	0,94	12,0	9,245	29,429
Bobinas intercaladas a meio do ALIT (tubos ao centro)	Cu de 1m (ou 0,6 m)	25,56	0,87	29,379	28,366	90,291
	Al de 0,6 m	29,58	0,86	34,395	33,534	106,74
	tubo de Fe	53,6	0,78	68,718	68,291	217,38
	tubo de Fe rasgado	58,1	0,79	73,544	73,145	232,83
	sem secundário	11,6	0,93	12,473	9,852	31,359

Tabela 8.X - Valores de grandezas respeitantes a 18 bobinas nos extremos e a 18 bobinas no centro.

A Tabela 8.XI apresenta, pelo método do voltímetro e do amperímetro, os diversos coeficientes de indução referentes a vinte e quatro bobinas colocadas no ALIT (número máximo de bobinas utilizadas no ensaio), e ainda as respectivas reactâncias, X_{Bt} , medidas a **50 Hz**.

24 Bobinas em série (a 50 Hz) – $R_{Bt} \cong 10,2 \Omega$ - fluxos concordantes ($\uparrow\uparrow.....\uparrow$)						
		U_s [V]	I [A]	Z_{Bt} [Ω]	X_{Bt} [Ω]	L_{Bt} [mH]
Nº máximo de bobinas intercaladas no ALIT (tubos ao centro)	Cu de 1m (ou 0,6 m)	32,2	0,84	38,333	36,951	117,62
	Al de 0,6 m	39,0	0,81	48,148	47,055	149,78
	tubo de Fe	72,2	0,71	101,69	101,18	322,06
	tubo de Fe rasgado	80,5	0,73	110,27	109,80	349,51
	sem secundário	14,86	0,93	15,978	12,299	39,15

Tabela 8.XI - Valores de grandezas respeitantes a 24 bobinas.

A Figura 8.5 apresenta as médias aritméticas, entre bobinas intercaladas no extremo esquerdo e no centro do ALIT, dos diversos valores das reactâncias indutivas, X_{Bt} , medidas a **50 Hz**, relativas às Tabelas 8.IV, 8.V, 8.VI, 8.VII, 8.VIII, 8.IX e 8.X, e ainda os diversos valores das reactâncias indutivas referentes a 24 bobinas em série e de fluxos todos concordantes (Tabela 8.XI).

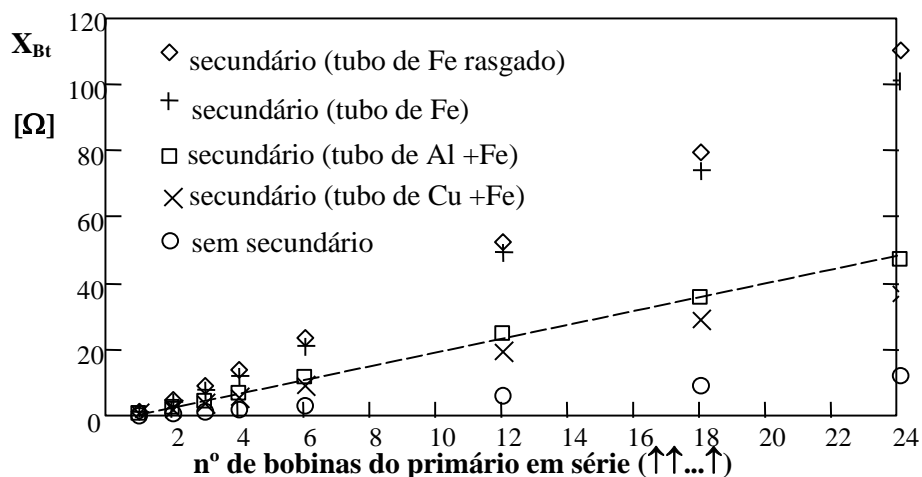


Figura 8.5 - Reactâncias indutivas de conjuntos de bobinas do primário, ligadas em série, de modo que os fluxos gerados sejam concordantes. Medições pelo método do voltímetro e do amperímetro.

Embora se admita que o método do voltímetro e do amperímetro seja mais exacto do que o do multímetro (ponte de medida), apresentado na Figura 8.3, na verdade, tanto num caso como no outro, verifica-se que a evolução da reactância ou do coeficiente de indução é proporcional ao número de espiras. A diferença entre os resultados apresentados na Tabela 8.II e nas Tabelas de 8.IV a 8.IX deve-se também ao facto das correntes, num método e no outro, serem diferentes, e por isso a relação \mathbf{B}/\mathbf{H} (indução – intensidade do campo magnético) variar devido à não linearidade da curva de magnetização do Fe.

8.1.2 Ciclo de Histerese e de Correntes de Foucault

Para avaliar a característica de magnetização do Fe utilizado na construção do protótipo, implementou-se um toro ferromagnético não rasgado, em que foram medidos a resistência e o coeficiente de indução relativos às 800 espiras enroladas à volta do núcleo ferromagnético. A Tabela 8.XII apresenta os resultados dos ensaios obtidos pelo multímetro (ponte de medida), e pelo método do voltímetro e do amperímetro [09].

Toro bobinado com 800 espiras (não rasgado) – núcleo do primário	
Medições por intermédio de um multímetro (ponte de medida)	Medições pelo método do voltímetro e do amperímetro
$R_{IN} = 3,9 \, \Omega$	$R_{IN} = 3,9 \, \Omega$ (resistência das 800 espiras)
$L_{IN} = 15,91 \, \text{mH}$ (coeficiente de indução relativo às 800 espiras)	$U_s = 13,38 \, \text{V}; I_{IN} = 0,95 \, \text{A} \rightarrow Z_{IN} = 14,08 \, \Omega \rightarrow$ $X_{IN} = \sqrt{Z_{IN}^2 - R_{IN}^2} = 13,53 \, \Omega \rightarrow$ $L_{IN} = \frac{X_T}{2\pi f} = 43 \, \text{mH}$

Tabela 8.XII - Resistência e coeficiente de indução relativos às 800 espiras enroladas no núcleo ferromagnético do primário não rasgado.

Portanto, para se determinar alguns parâmetros dos materiais ferromagnéticos utilizados no protótipo do ALIT, foram efectuados ensaios para obtenção das resistências e das reactâncias de magnetização, para diversos valores de intensidade de corrente, como se indica na Figura 8.6.

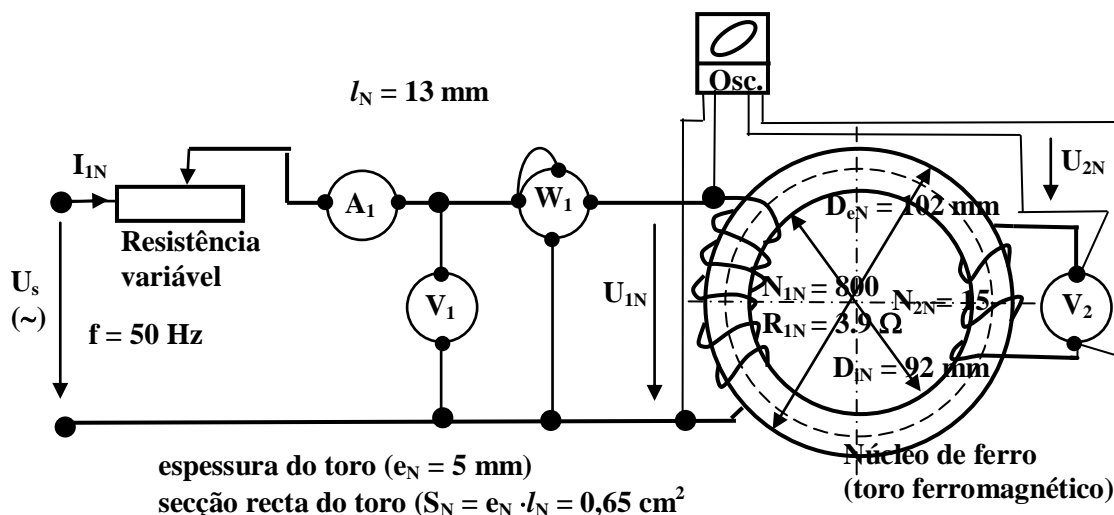


Figura 8.6 - Esquema de ligações toro ferromagnético.

Nos ensaios estabelecidos de acordo com a Figura 8.6, o toro, de dimensões idênticas aos anéis do primário do ALIT, com **800** espiras no primário e **15** espiras no secundário, foi considerado equivalente a um transformador em vazio, em que se registaram diversos valores da corrente (I_{1N}), da tensão (U_{1N}), da potência activa (P_{1N}) e da potência reactiva (Q_{1N}) do primário e, ainda, a tensão em vazio do secundário (U_{2N}).

Na Tabela 8.XIII estão registados os diversos valores obtidos durante este ensaio [09].

Primário (Núcleo)				Secundário
I_{1N} [A]	U_{1N} [V]	P_{1N} [W]	Q_{1N} [VAr]	U_{2N} [V]
0,3	6,0	1,5	0,7	0,098
0,5	8,8	3,8	1,8	0,139
0,7	11,4	6,8	3,2	0,172
0,9	13,5	10,4	5,1	0,200
1,1	15,4	14,6	7,0	0,220
1,3	17,0	18,5	9,0	0,236
1,5	18,5	23,0	11,0	0,254
1,7	20,5	29,0	14,0	0,273

Tabela 8.XIII - Diversos valores obtidos no ensaio do toro ferromagnético.

Dado que o toro se comporta como um transformador em vazio, na Figura 8.7 é apresentado o respectivo esquema eléctrico equivalente.

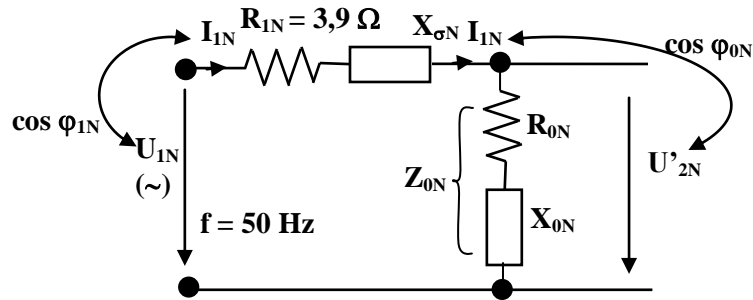


Figura 8.7 - Esquema equivalente do toro ferromagnético utilizado como transformador em vazio.

A Tabela 8.XIV descreve as grandezas apresentadas na Figura 8.7 e também as que são necessárias a um ensaio em vazio.

Grandeza		
Símbolo	Nome	Unidade
R_{1N}	Resistência do enrolamento do primário ($3,9 \Omega$)	Ω
$X_{\sigma N}$	Reactância de fugas do primário	Ω
R_{0N}	Resistência de magnetização	Ω
X_{0N}	Reactância de magnetização	Ω
Z_0	Impedância de magnetização correspondente a R_{0N} e a X_{0N} em série ($Z_0 = \sqrt{R_0^2 + X_0^2}$)	Ω
I_{1N}	Corrente do primário corresponde à corrente de magnetização no ensaio em vazio	A
U_{1N}	Tensão do primário em vazio	V
U'_{2N}	Tensão do secundário reduzida ao primário em vazio, que corresponde à f.e.m. ($U'_{2N} = m_{12}U_{2N}$; m_{12} - relação de transformação, $m_{12} = 800/15 = 53,3$)	V
$\cos\phi_{1N}$	Coseno do ângulo de defasagem entre a tensão da fonte (U_{1N}) e a corrente. I_{1N} (factor de potência do circuito em vazio - indutivo)	-
$\cos\phi_{0N}$	Coseno do ângulo de defasagem entre a tensão U'_{2N} e a corrente. I_{1N} (factor de potência de magnetização - indutivo)	-

Tabela 8.XIV - Parâmetros do esquema equivalente do toro ferromagnético relativos à Figura 8.7.

Considerando que durante os ensaios, de curta duração, a resistência do enrolamento do primário se manteve constante ($R_{1N} = 3,9 \Omega$), é possível determinarem-se os parâmetros, indicados na Figura 8.7, a partir dos dados registados na Tabela 8.XIII.

Assim, usando como referência a corrente I_{1N} , a Tabela 8.XV indica os resultados analíticos das grandezas relativas à Figura 8.7.

I_{1N} [A]	U'_{2N} [V]	P_{j1N} [W]	P_{j0N} [W]	R_{0N} [Ω]	X_{0N} [Ω]	$\cos\phi_1$ []	$\cos\phi_0$ []
0,3	5,227	0,36	1,14	12,667	7,778	0,906	0,852
0,5	7,413	1,0	2,80	11,20	7,20	0,904	0,841
0,7	9,173	1,96	4,84	9,878	6,531	0,905	0,834
0,9	10,667	3,24	7,16	8,84	6,296	0,898	0,815
1,1	11,733	4,84	9,76	8,066	5,785	0,902	0,813
1,3	12,587	6,76	11,7	6,947	5,325	0,899	0,793
1,5	13,547	9,0	14,0	6,222	4,889	0,902	0,786
1,7	14,56	11,56	17,4	6,035	4,844	0,901	0,779

Tabela 8.XV - Resultados analíticos das grandezas relativas à Figura 8.7 (núcleo de Fe).

Os resultados apresentados na Tabela 8.XV, foram efectuados a partir das expressões apresentadas na Tabela 8.XVI.

Grandeza			
Símbolo	Nome	Expressão	Unidade
m_{12}	Relação de transformação entre o primário e o secundário do toro ferromagnético; neste caso é igual 800/15	$m_{12} = \frac{N_{1N}}{N_{2N}}$	-
U'_{2N}	Tensão do secundário reduzida ao primário em vazio - $m_{12} = 53,3$	$U'_{2N} = m_{12} U_{2N}$	V
P_{j1N}	Perdas por efeito de Joule no enrolamento do primário ($R_{1N} = 3,9 \Omega$)	$P_{j1N} = R_{1N} I_{1N}^2$	W
P_{j0N}	Perdas no ferro (por histerese e por correntes de Foucault)	$P_{j0N} = P_{1N} - P_{j1N}$	W
R_{0N}	Resistência de magnetização	$R_{0N} = \frac{P_{j0N}}{I_{1N}^2}$	Ω
X_{0N}	Reactância de magnetização (considera-se, por aproximação, que $X_{\sigma N} \ll X_{0N}$ - os valores aproximados seriam mais exactos se também se efectuar o ensaio em curto circuito)	$X_{0N} = \frac{Q_{1N}}{I_{1N}^2}$	Ω
$\cos\phi_{1N}$	Ângulo de defasagem entre a tensão da fonte (U_{1N}) e a corrente. I_{1N}	$\cos \phi_{1N} = \frac{P_{1N}}{\sqrt{P_{1N}^2 + Q_{1N}^2}}$	-
$\cos\phi_{0N}$	Ângulo de defasagem entre a tensão da fonte (U_{1N}) e a corrente. I_{1N}	$\cos \phi_{0N} \cong \frac{P_{j0N}}{\sqrt{P_{j0N}^2 + Q_{1N}^2}}$	-

Tabela 8.XVI - Expressões apresentadas na Tabela 8.XV (ensaio em vazio do núcleo ferromagnético não rasgado).

Perante os resultados da Tabela 8.XV, a Figura 8.8 apresenta as variações das tensões U_{1N} e U'_{2N} , da resistência R_{0N} e da reactância X_{0N} em função da corrente I_{1N} .

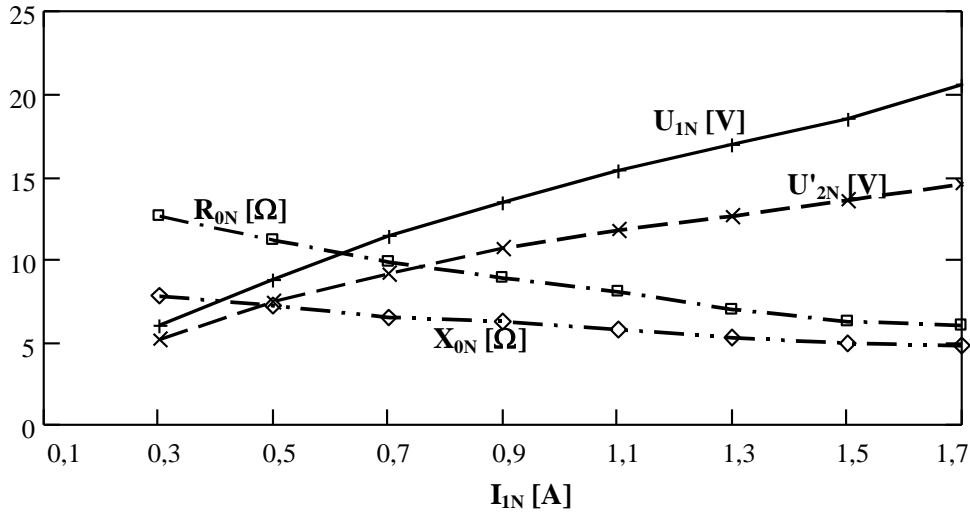


Figura 8.8 - Variações das tensões U_{1N} e U'_{2N} , da resistência R_{0N} e da reactância X_{0N} , em função da corrente I_{1N} .

Por observação da Figura 8.8, verifica-se as variações das tensões U_{1N} e U'_{2N} em função da corrente I_{1N} não são lineares, isto significa que a característica **B/H** do material ferromagnético em estudo não é linear. Por outro lado a resistência R_{0N} e a reactância X_{0N} também diminuem com o aumento da intensidade de corrente.

A Figura 8.9 apresenta a variação das potências postas em jogo no circuito electromagnético do toro não rasgado (anel do primário), em função da corrente I_{1N} .

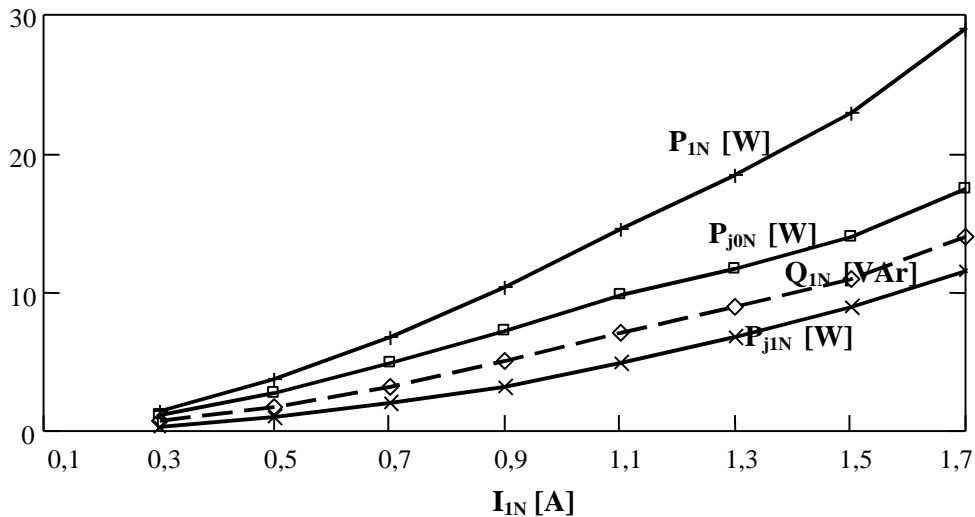


Figura 8.9 - Variações das potências postas em jogo no toro ferromagnético, em função da corrente I_{1N}

Por observação da Figura 8.9, verifica-se que as perdas de magnetização ($P_{j0N} = P_{jh} + P_{jF}$), devidas às perdas por histerese (proporcionais à frequência - $P_{jh} = k_h f$), e às perdas por correntes de Foucault (proporcionais ao quadrado da

frequência - $P_{jF} = k_F f^2$), são até superiores à potência reactiva de magnetização, o que leva a concluir que o ciclo de histerese seja largo, e, para além disso, provavelmente as perdas por correntes de Foucault sejam também apreciáveis. Como se sabe, as perdas por correntes de Foucault podem ser atenuadas se se laminasse o toro ferromagnético. A Figura 8.10 apresenta uma solução com o objectivo de se diminuir as perdas por correntes de Foucault, embora tecnicamente mais difícil.

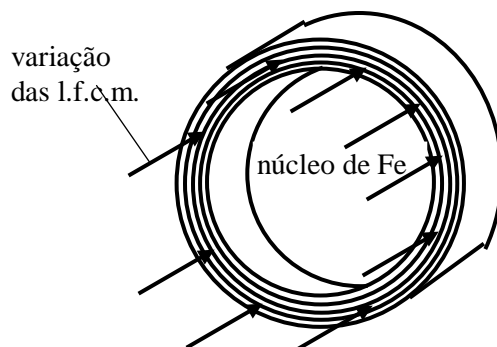


Figura 8.10 - Aspecto do toro ferromagnético com o objectivo de se eliminarem as perdas por correntes de Foucault.

A Figura 8.11.a apresenta o ângulo de desfasagem entre a tensão simples U_{1N} e a corrente I_{1N} , e o ângulo de desfasagem entre a tensão U_{2N} e a corrente I_{1N} ; e a Figura 8.11.b os respectivos factores de potência ($\cos\phi_{1N}$ e $\cos\phi_{0N}$).

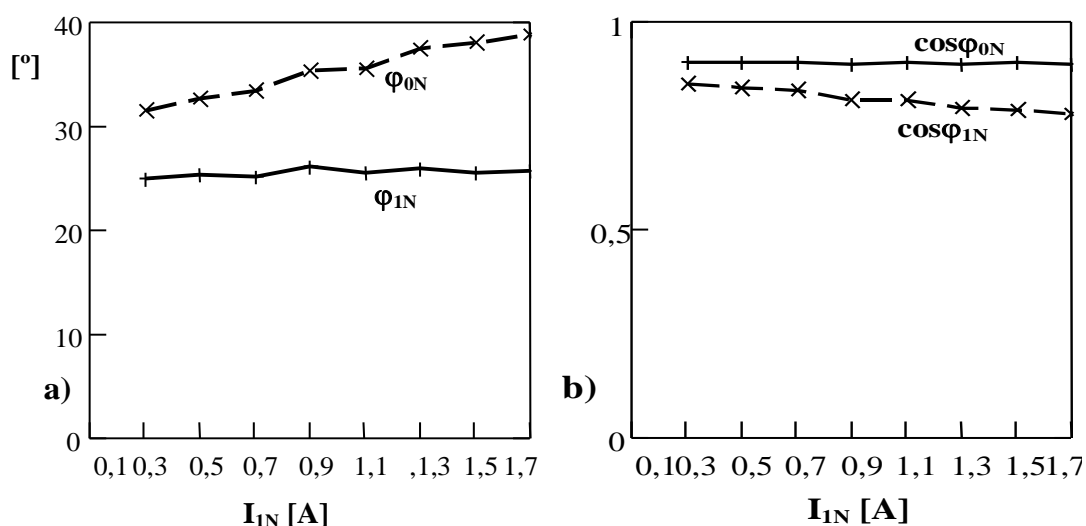


Figura 8.11 - a) Ângulos de desfasagem; b) factores de potência.

Da Figura 8.6 verifica-se, relativamente ao toro ferromagnético, que $H_{1N} \cong \frac{N_{1N} I_{1N}}{\pi D_{mN}}$, e, relativamente à f.e.m. induzida no secundário, que

$e_{2N} = u_{2N} \cong \frac{d\phi_{2N}}{dt} = \frac{N_{2N}S_N dB_{1N}}{dt}$, sendo $B_{1N} = \mu H_{1N}$, então
 $u_{2N} \cong \frac{\mu N_{1N} N_{2N} S_N}{\pi D_{mN}} \frac{di_{1N}}{dt}$. Supondo que a corrente i_{1N} é uma função sinusoidal do
 tipo $i_{1N} = I_{1N\text{máx}} \sin 100\pi t$ ($f = 50 \text{ Hz}$), então $\frac{di_{1N}}{dt} = 100\pi I_{1N\text{máx}} \cos 100\pi t$, e
 portanto, em grandeza eficaz, $U_{2N} \cong \frac{100\mu N_{1N} N_{2N} S_N I_{1N}}{D_{mN}}$, ou seja, a permeabilidade
 relativa, μ_r , virá dada por

$$\mu_r = \frac{D_{mN} U_{2N}}{100\mu_0 N_{1N} N_{2N} S_N I_{1N}} \quad (8.1)$$

Relativamente ao toro ferromagnético, a Figura 8.12 apresenta a variação da permeabilidade magnética relativa do Fe em função da corrente nas **800** espiras.

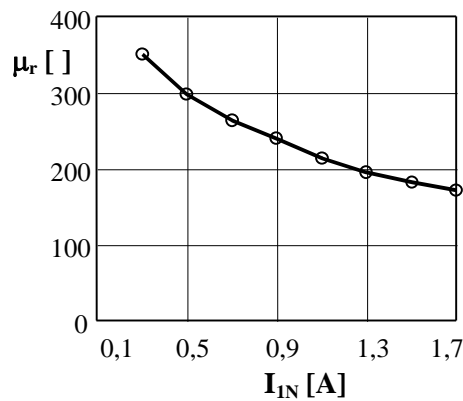


Figura 8.12 - Variação da permeabilidade relativa em função da corrente I_{1N} .

Por observação da Figura 8.12, verifica-se que a permeabilidade magnética relativa do Fe utilizado na construção do protótipo varia entre **150** e **400**. É vulgar considerar-se, neste tipo de material ferromagnético, um valor de $\mu_r \cong 350$ como sugerido por alguns autores [38, 57, 61, 77]. Na verdade a característica $\mu_r = f(I_{1N})$ deve situar-se acima da característica referenciada na Figura 8.12, isto devido ao facto de no ensaio efectuado, não ter sido possível separar as perdas por histerese das perdas por correntes de Foucault. No entanto, para o conhecimento do rendimento do protótipo, é suficiente conhecer a soma dos dois tipos de perdas (perdas por histerese + perdas por correntes de Foucault).

Uma maneira de avaliar o ciclo de histerese correctamente, isto é, descontar as perdas por correntes de Foucault, consiste em se alimentar as espiras do primário do toro ferromagnético por intermédio de uma fonte de corrente contínua, e no secundário utilizar-se um fluxímetro. Uma outra solução consiste em se efectuar dois ensaios a

frequências diferentes, e, posteriormente, ter em consideração que $P_{jh} = k_h f$ e que $P_{jF} = k_F f^2$.

A Figura 8.13-a apresenta a curva aproximada de magnetização, $\mathbf{B} = \mathbf{f}(\mathbf{H})$, do toro ferromagnético ensaiado, em que $H_{1N} \cong \frac{N_{1N} I_{1N}}{\pi D_{mN}} = \frac{800 \cdot I_{1N}}{0,097 \cdot \pi} = 2,625 \cdot 10^3 I_{1N}$ e $B_{1N} = \mu_0 \mu_r H_{1N}$. Esta curva, $\mathbf{B}_{1N} = \mathbf{f}(\mathbf{H}_{1N})$, contabiliza também dados referentes às perdas por correntes de Foucault. Do mesmo modo, a Figura 8.13-b apresenta a característica $\mu_r = \mathbf{f}(\mathbf{B}_{1N})$.

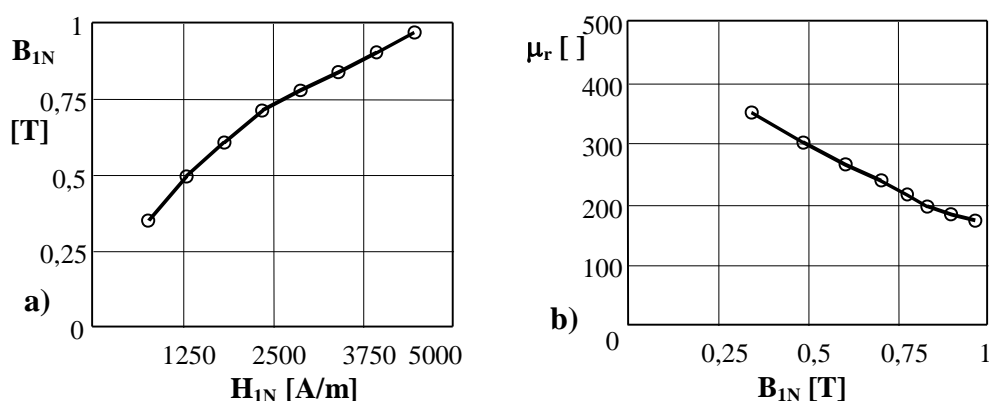


Figura 8.13 - a) Curva de magnetização aproximada do toro ferromagnético; **b)** Característica $\mu_r = \mathbf{f}(B_{1N})$.

A Figura 8.14-a representa a resistência, correspondente às perdas activas no Fe, e a reactância de magnetização também no Fe, ambas em função de B_{1N} . A Figura 8.14-b representa a potência de perda e a potência reactiva no Fe, ambas também em função de B_{1N} .

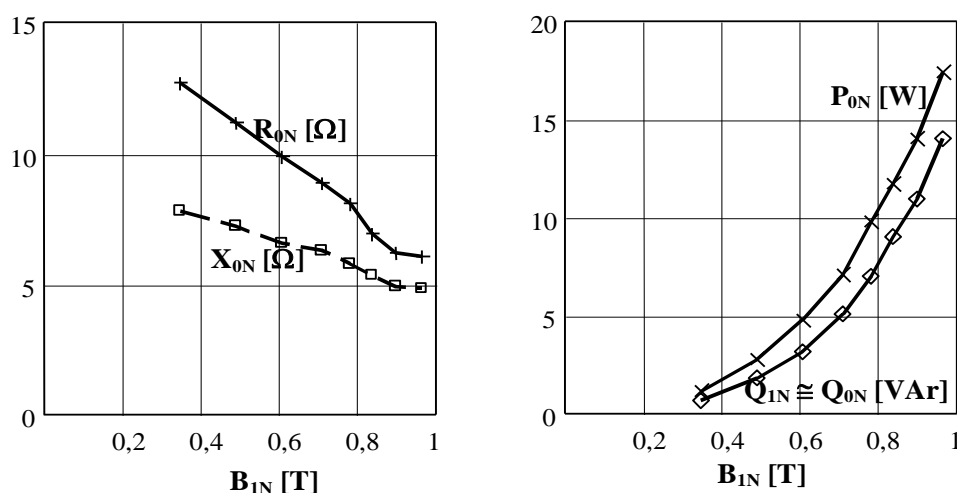


Figura 8.14 - a) R_{0N} e X_{0N} em função de B_{1N} ; **b)** P_{0N} e Q_{0N} em função de B_{1N} .

Por consulta da Figura 8.14, é possível para uma determinada indução magnética ter conhecimento de determinados parâmetros, isto é, por exemplo, perdas no ferro e reactância de magnetização.

As perdas indicadas nas Figuras 8.9 e 8.14 dizem respeito a um toro ferromagnético de volume igual a $V_N = \frac{\pi}{4} (D_{eN}^2 - D_{iN}^2) l_N$, ou seja, $V_N = 23,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$. Assim, para se determinarem as perdas correspondentes a uma certa zona do ALIT (por exemplo, perdas no ferro - P_{Fe}), é conveniente conhecer o volume do material ferromagnético dessa parte do protótipo, V_{Fe} , e posteriormente, para um determinado valor da indução magnética, utilizar a seguinte expressão:

$$P_{Fe} = \frac{V_{Fe}}{V_N} P_{0N} \quad (8.2)$$

Alimentando o primário do circuito magnético, representado na Figura 8.6, em corrente contínua, para se visualizar apenas o ciclo de histerese utilizou-se um fluxímetro ligado aos terminais das **15** espiras do secundário, cujos resultados são apresentados na Tabela 8.XVII, em que se aumentou gradualmente a corrente desde **0** até **2 A**, e, posteriormente, diminuiu-se essa mesma corrente desde **2 A** até **0**. Assim, os diversos valores da indução magnética serão dados por

I_{1N} [A] (dc)	H_{1N} [A/m]	Fluxímetro (Leitura →)	B_{1N} [T]	Fluxímetro (Leitura ←)	B_{1N} [T]
0	0	0	0	0,31	0,318
0,2	525	0,20	0,205	0,62	0,636
0,4	1050	0,38	0,390	0,72	0,738
0,6	1575	0,50	0,513	0,76	0,779
0,8	2100	0,58	0,595	0,77	0,790
1,0	2625	0,64	0,656	0,79	0,810
1,2	3150	0,68	0,697	0,80	0,821
1,4	3675	0,72	0,738	0,81	0,831
1,6	4200	0,76	0,779	0,81	0,831
1,8	4725	0,80	0,821	0,82	0,841
2,0	5250	0,82	0,841	0,82	0,841

Tabela 8.XVII - *Variação de B_{1N} em função de H_{1N} (ciclo de histerese).*

Dado que os resultados do ensaio, registados na Tabela 8.XVII, foram obtidos em corrente contínua, a Figura 8.15-a apresenta o respectivo ciclo de histerese, e a Figura 8.15-b a permeabilidade relativa em função da indução magnética, e em função da corrente no enrolamento do primário do toro ferromagnético.

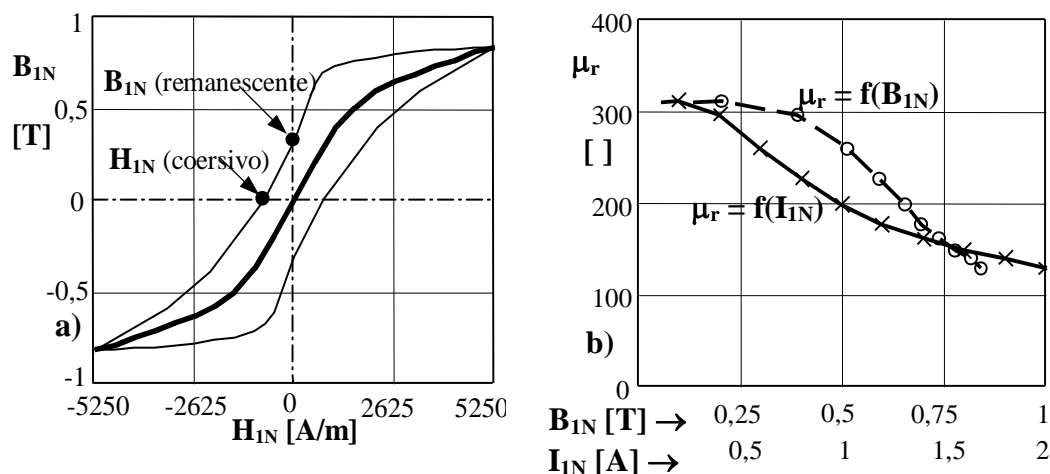


Figura 8.15 - a) Ciclo de histerese [$B_{IN} = f(H_{IN})$]; **b)** Permeabilidade relativa em função de B_{IN} , e em função I_{IN} .

Para se visualizar o efeito das perdas por correntes de Foucault e o ciclo de histerese no osciloscópio, pode-se intercalar no circuito secundário do toro ferromagnético um integrador, ou uma resistência em série com um condensador de grande reactância capacitiva, de modo a que a corrente no secundário esteja em avanço de praticamente $\pi/2$.

Assim, como se indica na Figura 8.16, a Figura 8.17 apresenta o gráfico de variação da corrente I_{IN} em função da corrente I_{2N} , que tem um andamento aproximado ao do ciclo de histerese ($R_{P2} \ll \frac{1}{2\pi f C_P}$).

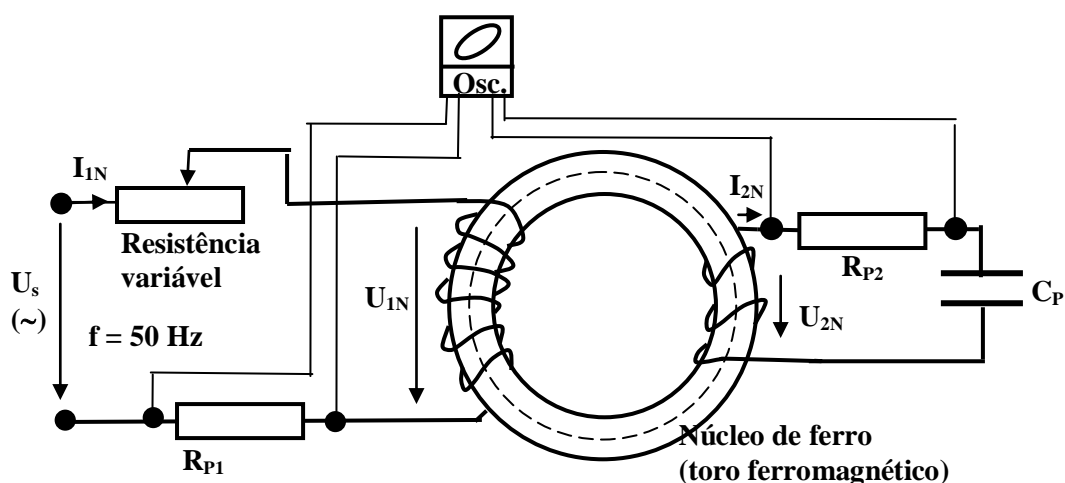


Figura 8.16 - a) R_{0N} e X_{0N} em função de B_{IN} ; **b)** P_{0N} e Q_{0N} em função de B_{IN} .

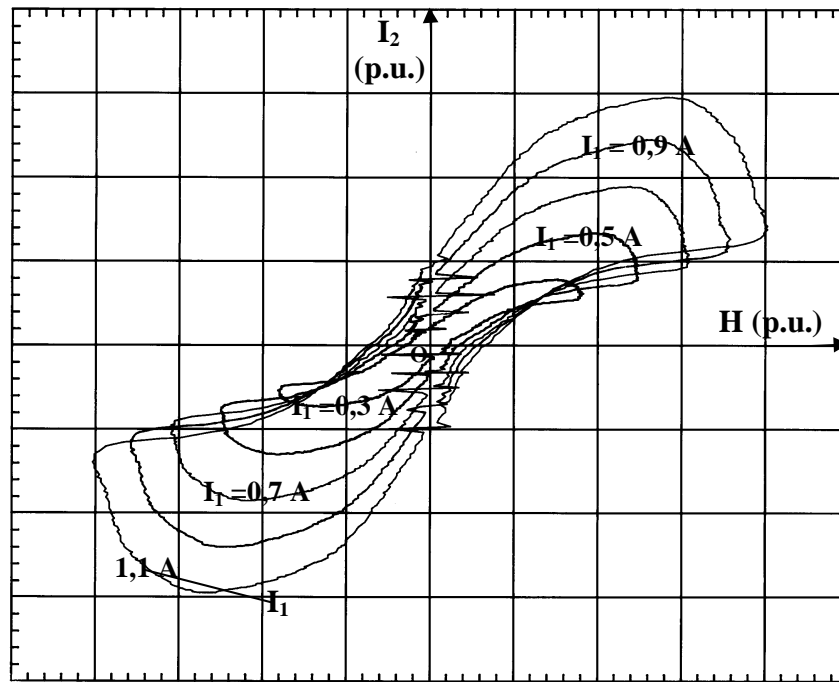


Figura 8.17 - Ciclo de histerese e de correntes de Foucault em função da corrente através das espiras de um núcleo ferromagnético.

As áreas representadas na Figura 8.17 serão proporcionais às perdas por histerese e por correntes de Foucault.

8.1.3 Ensaio de Determinação dos Coeficientes de Atrito Estático

Com o objectivo de se determinarem os diversos coeficientes de atrito estático, μ_E , foram realizados ensaios, de acordo com a Figura 8.18, em que m_c representa a massa do conjunto (secundário do ALIT, acessórios, sensor de posição, sensor de velocidade e/ou sensor da derivada da aceleração), e m_g a massa necessária para se iniciar o movimento das massas m_c e m_g .

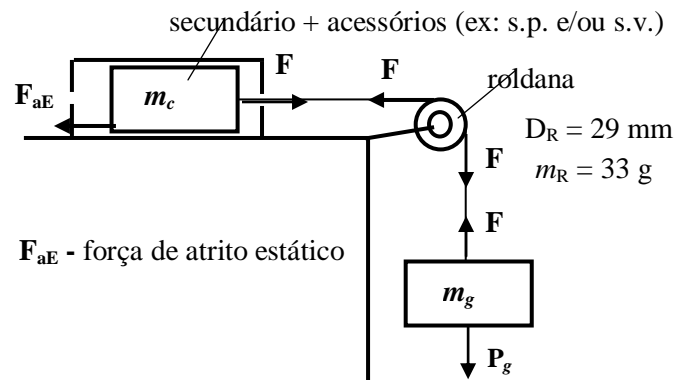


Figura 8.18 - Ensaio de atrito estático. Aumenta-se a massa m_g até tornar eminente o movimento.

Da Figura 8.18, o coeficiente de atrito estático, μ_E , pode ser obtido por aumento da massa m_g até que o movimento do sistema se torne eminente. Assim, em regime estático, a força de atrito estático torna-se igual a $F_{aE} = \mu_E m_c a_{gr}$, por outro lado, desprezando o momento de inércia da roldana (pois a sua massa pode ser considerada praticamente nula), a força de tensão F , em equilíbrio, será igual a F_{aE} , e igual ao peso da massa m_g , isto é, igual a $P_g = F = m_g a_{gr}$. Assim o coeficiente de atrito estático é praticamente igual a [34]

$$F_{aE} = \mu_E m_c a_{gr} = m_g a_{gr} \rightarrow \mu_E = \frac{m_g}{m_c} \quad (8.3)$$

- Assim começou-se por determinar a força e o coeficiente de atrito estáticos relativos apenas ao sensor de posição, e cujos resultados estão apresentados na Tabela 8.XVIII.

Núcleo de ferro (móvel)	comprimento ($2/3$ de $l_p + 2l_{s1}$)	$l_N = 40$ cm
	massa do núcleo de ferro + acessórios	$m'_N = 0,460$ kg
	massa de gravitação (eminência do movim. vertical)	$m_g = 0,218$ kg
	coeficiente de atrito estático	$\mu_E = 0,47$
	força de atrito estático	$F_{aE} \cong 2,14$ N

Tabela 8.XVIII - *Dados relativos à força de atrito estático apenas do transdutor de posição.*

A força e o coeficiente de atrito estáticos, relativos apenas ao sensor de velocidade, são apresentados na Tabela 8.XIX.

Secundário com ferro maciço - $l = 60$ cm	massa total do secundário com acessórios	$m_c = 0,686$ kg
	massa de gravitação (eminência do mov. vertical)	$m_g = 0,178$ kg
	coeficiente de atrito estático	$\mu_E = 0,26$
	força de atrito estático	$F_{aE} \cong 1,75$ N
Secundário com ferro oco - $l = 60$ cm	massa total do secundário com acessórios	$m_c = 0,256$ kg
	massa de gravitação (eminência do mov. vertical)	$m_g = 0,120$ kg
	coeficiente de atrito estático	$\mu_E = 0,47$
	força de atrito estático	$F_{aE} \cong 1,18$ N

Tabela 8. XIX - *Dados relativos à força de atrito estático apenas do transdutor de velocidade.*

Para os ensaios em regime estático foram efectuados ensaios de gravidade, em separado, para o secundário em Al + Fe com **60 cm**, em Cu + Fe com **60 cm**, e em Cu + Fe com **100 cm**, interpondo-se os acessórios descritos nas Tabelas 8.XX a 8.XXII.

Secundário com tubo de alumínio ($l_s = 60$ cm)				
	m_c [kg]	m_g [kg]	μ_E []	F_{aE} [N]
apenas o secundário com o tubo de Al + Fe	0,466	0,154	0,33	1,51
secundário com o tubo de alumínio + s.p. + acessórios de ligação	0,926	0,262	0,283	2,57
secundário com o tubo de alumínio + s.v. + acessórios de ligação	0,724	0,266	0,37	2,61
secundário com o tubo de alumínio + s.p + s.v. + acessórios de ligação	1,184	0,382	0,32	3,74

Tabela 8.XX - *Dados relativos às forças de atrito estático relativas ao secundário de Al + Fe e outros acessórios.*

Secundário com tubo de cobre curto ($l_s = 60$ cm)				
	m_c [kg]	m_g [kg]	μ_E []	F_{aE} [N]
apenas o secundário com o tubo de Cu + Fe	0,620	0,182	0,294	1,784
secundário com o tubo de cobre + s.p. + acessórios de ligação	1,080	0,342	0,317	3,35
secundário com o tubo de cobre + s.v. + acessórios de ligação	0,902	0,390	0,43	3,82
secundário com o tubo de cobre + s.p + s.v. + acessórios de ligação	1,384	0,450	0,325	4,41

Tabela 8.XXI - *Dados relativos às forças de atrito estático relativas ao secundário, com 60 cm, de Cu + Fe e outros acessórios.*

Secundário com tubo de cobre grande ($l_s = 100$ cm)				
	m_c [kg]	m_g [kg]	μ_E []	F_{aE} [N]
apenas o secundário com o tubo de Cu + Fe	1,016	0,303	0,294	2,973
secundário com o tubo de cobre + s.p. + acessórios de ligação	1,476	0,463	0,314	4,54
secundário com o tubo de cobre + s.v. + acessórios de ligação	1,270	0,511	0,402	5,01
secundário com o tubo de cobre + s.p + s.v. + acessórios de ligação	1,730	0,57	0,329	5,59

Tabela 8.XXII - *Dados relativos às forças de atrito estático relativas ao secundário, com 100 cm, de Cu + Fe e outros acessórios.*

8.1.4 Ensaaios de Determinação dos Coeficientes de Atrito Cinético

Com o objectivo de se determinarem os diversos coeficientes de atrito cinético [34], μ_c , foram realizados ensaios, de acordo com a Figura 8.19, em que m_c representa a massa do conjunto (secundário do ALIT, acessórios, sensor de posição, sensor de velocidade e/ou sensor da derivada da aceleração), e m_g a massa necessária para se estabelecer o movimento das massas m_c e m_g , durante um determinado intervalo de tempo. Os interruptores fins de curso, **FC1 (ON)** e **FC2 (OFF)**, têm a função de estabelecer o instante inicial e o instante final do movimento.

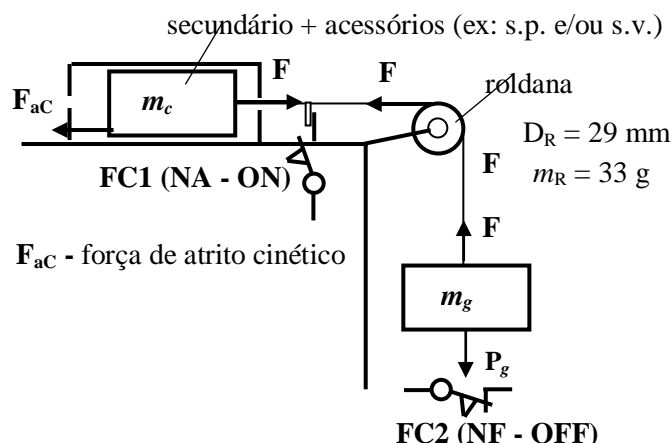


Figura 8.19 - Ensaio de atrito cinético. Perante uma determinada massa m_g , contabiliza-se o tempo respeitante a um determinado percurso.

Da Figura 8.19, o coeficiente de atrito cinético, μ_c , pode ser obtido por uma determinada massa m_g , de modo a que provoque sempre o movimento do sistema. As Tabelas 8.XXIII a 8.XXV apresentam valores do coeficiente de atrito cinético relativo aos elementos utilizados nos ensaios.

Secundário com tubo de alumínio ($l_s = 60$ cm) - $\Delta x = 60$ cm						
	m_c [kg]	m_g [kg]	Δt [ms]	a [m/s ²]	μ_c []	F_{aC} [N]
apenas o secundário com o tubo de Al + Fe	0,466	0,864	469	5,456	0,265	1,211
secundário com o tubo de alumínio + s.p. + acessórios de ligação	0,926	0,864	608	3,246	0,293	2,657
secundário com o tubo de alumínio + s.v. + acessórios de ligação	0,724	0,864	537	4,161	0,262	1,859
secundário com o tubo de alumínio + s.p + s.v. + acessórios de ligação	1,184	0,864	663	2,73	0,248	2,876

Tabela 8.XXIII - Dados relativos às forças de atrito cinético relativas ao secundário de Al + Fe e outros acessórios.

Secundário com tubo de cobre curto ($l_s = 60$ cm)						
	m_c [kg]	m_g [kg]	Δt [ms]	a [m/s ²]	μ_c []	F_{aC} [N]
apenas o secundário com o tubo de Cu + Fe	0,620	0,864	495	4,897	0,197	1,199
secundário com o tubo de cobre + s.p. + acessórios de ligação	1,080	0,864	622	3,102	0,23	2,437
secundário com o tubo de cobre + s.v. + acessórios de ligação	0,902	0,864	614	3,183	0,322	2,846
secundário com o tubo de cobre + s.p + s.v. + acessórios de ligação	1,384	1,880	520	4,438	0,29	3,939

Tabela 8.XXIV - Dados relativos às forças de atrito cinético relativas ao secundário, com 60 cm, de Cu + Fe e outros acessórios.

Secundário com tubo de cobre grande ($l_s = 100$ cm)						
	m_c [kg]	m_g [kg]	Δt [ms]	a [m/s ²]	μ_c []	F_{aC} [N]
apenas o secundário com o tubo de Cu + Fe	1,016	0,864	588	3,471	0,195	1,942
secundário com o tubo de cobre + s.p. + acessórios de ligação	1,476	0,864	775	1,998	0,262	3,792
secundário com o tubo de cobre + s.v. + acessórios de ligação	1,270	0,864	663	2,73	0,212	2,641
secundário com o tubo de cobre + s.p + s.v. + acessórios de ligação	1,730	1,880	563	3,786	0,281	4,757

Tabela 8.XXV - Dados relativos às forças de atrito cinético relativas ao secundário, com 100 cm, de Cu + Fe e outros acessórios.

Verifica-se que os coeficientes de atrito estático e cinético variam bastante com as propriedades microscópicas dos materiais em contacto, pois rugosidades e superfícies não perfeitamente cilíndricas alteram os valores de μ_E e de μ_C . Os valores indicados sobre o atrito entre cobre e aço, por consulta em [34], são iguais a $\mu_E = 0,53$ e a $\mu_C = 0,36$. Embora se considere que μ_C varie com a velocidade, no entanto, sem grande erro, este valor pode ser considerado praticamente constante.

Ainda da Figura 8.19, desprezando a massa da roldana e o coeficiente da atrito de rolamento (roldana – fio inextensível), os valores dos coeficientes de atrito cinético, μ_C , e das forças de atrito, F_{aC} , podem ser determinados de acordo com as seguintes equações de equilíbrio da dinâmica na roldana, e de momento de inércia $I_R \cong \frac{1}{8} m_R D_R^2$ (considera-se que a massa da roldana se encontra praticamente na periferia):

$$\begin{cases} -F_2 \frac{D_R}{2} + F_1 \frac{D_R}{2} = I_R \alpha_R \\ \alpha_R \frac{D_R}{2} = a \\ F_2 - F_a = m_c a \\ P_g - F_1 = m_g a \\ |F_a|_{\text{máx}} = F_{aE} = \mu_E m_c a_{gr} \\ |F_a|_C = F_{aC} = \mu_C m_c a_{gr} \end{cases} \quad (8.4)$$

em que α_R representa a aceleração angular da roldana, e a a aceleração do conjunto. De (8.4), F_a representa a força de atrito, que em regime estático é igual a F_{aE} , e em regime dinâmico igual a F_{aC} , com $F_{aC} \leq F_{aE}$.

Do sistema de equações (8.4), considerando $I_R \cong 0$, resultará $F_1 = F_2$, e desprezando o coeficiente de atrito de rolamento da roldana, $\mu_R \cong 0$, a aceleração, a , suposta constante no intervalo compreendido entre os limites $x = 0$ e $x = 45$ cm, pode-se ser determinada por $a = \frac{2\Delta x}{\Delta t^2} = \frac{0,9}{\Delta t^2}$. Sendo $P_g = m_g a_{gr} = 9,8 \cdot m_g$, de (8.4), a força de atrito cinético será dada por: $F_a \cong F_{aC} = P_g - (m_c + m_g) a$

A Figura 8.20 apresenta a variação da posição para o ensaio de gravidade do conjunto secundário de cobre de 1m + s.p. + acessórios, para uma tensão aplicada ao primário de valor eficaz igual a 17 V. Como se pode verificar da Figura 8.20, foi excedida a capacidade de medida do transdutor de posição.

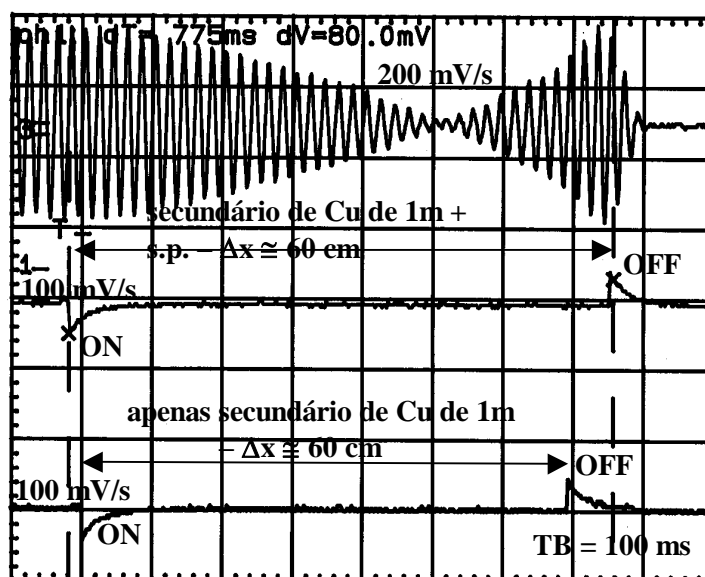


Figura 8.20 - Gráfico da variação da posição relativo ao ensaio de gravidade. Obtenção dos coeficientes de atrito cinético.

8.2 ENSAIOS DE AQUECIMENTO E DE ARREFECIMENTO

Neste subcapítulo apresentam-se as curvas da evolução do aquecimento e do arrefecimento de um corpo ideal homogéneo, aquecido internamente e arrefecido superficialmente. Com base nas variações do aquecimento e do arrefecimento, deduz-se a curva da corrente máxima admissível e da corrente de sobrecarga em função do tempo para uma máquina eléctrica. Para validade do método, apresentam-se os resultados experimentais obtidos no ensaio de aquecimento do protótipo do ALIT, para baixas velocidades, estudado neste trabalho [13, 16, 35, 56].

8.2.1 Determinação da Corrente Máxima Admissível num ALIT

Para determinação da corrente máxima admissível num ALIT, apresentam-se as curvas da evolução do aquecimento e do arrefecimento de um corpo ideal homogéneo, aquecido internamente e arrefecido superficialmente. Com base nas variações do aquecimento e do arrefecimento, deduz-se a curva da corrente máxima admissível e da corrente de sobrecarga, em função do tempo, para uma determinada máquina eléctrica.

Para validade do método, apresentam-se, no Subcapítulo 8.2.2, os resultados experimentais obtidos no ensaio de aquecimento do protótipo do ALIT, para baixas velocidades, estudado neste trabalho [13, 16, 35, 56].

Dado que a vida útil de uma máquina eléctrica depende fundamentalmente dos efeitos térmicos (devidos a sobreintensidades - curto-circuitos e sobrecargas - que provocam mais facilmente a fusão dos condutores por falta de radiação e/ou convecção atempadas), mecânicos (devidos a esforços electrodinâmicos entre condutores que podem causar a destruição mecânica das partes dos circuitos eléctricos) e dieléctricos (devidos sobretudo a sobrecargas permanentes que originam a deterioração lenta dos isolamentos).

Segundo Montsinger [13], nos ensaios feitos sobre materiais isolantes orgânicos, a uma subida de 10°C na temperatura de funcionamento faz reduzir para metade a vida útil do isolante, o que pode ser traduzido pela seguinte relação

$$t = 2^{\frac{\Delta\theta}{10}} t_0 \quad (8.5)$$

Da expressão (8.5) verifica-se que para uma variação de $\Delta\theta$ igual a 20°C , a vida útil é reduzida para $1/4$, como se pode observar na Figura 8.21.

Na Figura 8.21 verifica-se que, por exemplo, por cada aumento de temperatura de 10°C , durante todo o período de funcionamento, a longevidade relativa é reduzida de 50% .

Portanto a vida média útil de determinado isolante é função do tempo, t , e da temperatura, θ , a que está sujeito, sendo a temperatura uma função da intensidade de corrente que atravessa o condutor e da sua resistência óhmica.

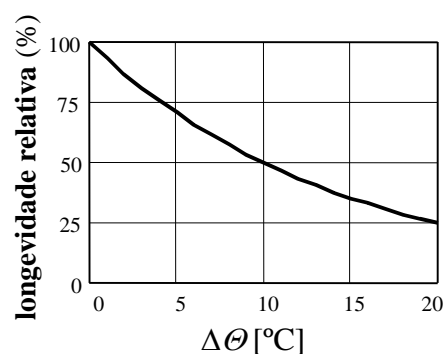


Figura 8.21 - Longevidade relativa, segundo Montsinger, em função da variação de temperatura $\Delta\Theta$.

Assim o conhecimento da corrente máxima admissível $I_{\text{máx}}$, em função do tempo, para um dado nível de isolamento à temperatura Θ , é portanto um elemento fundamental para o bom funcionamento, dentro dos limites de segurança, de uma máquina eléctrica. É essa função $I_{\text{máx}} = f(\Theta, t)$ que, a partir do ensaio de aquecimento da máquina, se pretende determinar.

Para determinação da curva da evolução do aquecimento, considera-se uma máquina eléctrica (ALIT), como sendo idealmente um corpo homogéneo que desenvolve calor no seu enrolamento do primário a ritmo constante e em condições de ventilação superficial sempre constante. Nestas condições o aumento de temperatura da superfície é directamente proporcional à potência de aquecimento e inversamente proporcional à superfície efectiva de emissão de calor. Aquando do equilíbrio térmico, o balanço entre a temperatura final da máquina e o calor dissipado torna-se nulo, isto é, a potência absorvida fica igual à potência dissipada por efeito de Joule [35].

Assim, considerando que os enrolamentos de um ALIT, todos ligados em série, percorridos por uma corrente de valor I , possuem uma resistência R_T , absorvem, em cada segundo, uma potência absorvida $P_{\text{abs}} = R_T I^2$, uma parte dessa potência aquece os condutores do primário do ALIT (P_{aquec} - potência de aquecimento) e a restante (P_{dissip} - potência dissipada) dissipa-se por radiação, convecção e/ou condução, em que $P_{\text{abs}} = P_{\text{aquec}} + P_{\text{dissip}}$, como se verifica na Figura 8.22 [35].

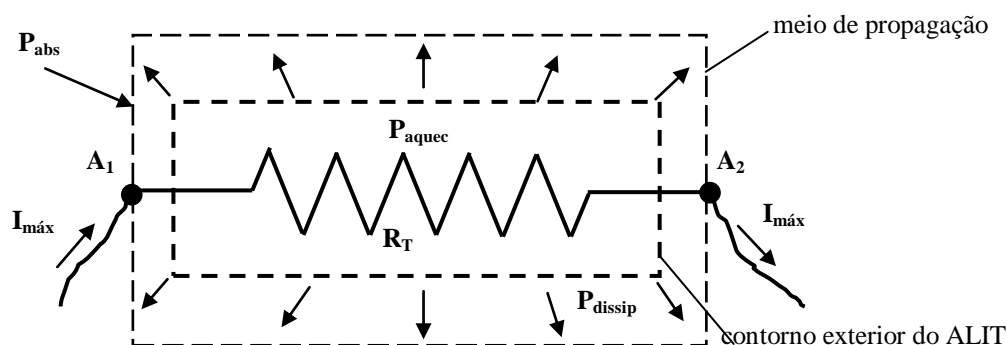


Figura 8.22 - Esboço do balanço das potências postas em jogo no aquecimento de uma máquina eléctrica.

Da Figura 8.22, não considerando qualquer sistema de ventilação forçada, a energia de aquecimento nos condutores da máquina eléctrica, nos materiais ferromagnéticos, no tubo de aço inoxidável, nas balizas de nylon, e no volume de ar que limita a máquina eléctrica, por efeito de Joule, é dada por $\mathbf{W} = \mathbf{Q}$, ou seja

$$\begin{aligned} P_{\text{aquec}} \Delta t &= (m_{\text{Cu}} c_{\text{Cu}} + m_{\text{Fe}} c_{\text{Fe}} + m_{\text{Inóx}} c_{\text{Inóx}} + m_{\text{Ny}} c_{\text{Ny}} + m_{\text{Al}} c_{\text{Al}}) \Delta \Theta = \\ &= m_{\text{T}} c_{\text{equiv}} \Delta \Theta \leftrightarrow P_{\text{aquec}} dt = m_{\text{T}} c_{\text{equiv}} d\Theta \end{aligned} \quad (8.6)$$

De (8.6), a massa total do ALIT é dada por $m_{\text{T}} = m_{\text{Cu}} + m_{\text{Fe}} + m_{\text{Inóx}} + m_{\text{Ny}} + m_{\text{Al}}$, ou seja, $m_{\text{T}} = \sum m_i$, em que m_i representa as diversas massas que constituem o ALIT, e o calor específico equivalente, a pressão constante, será dado por

$$c_{\text{equiv}} = \frac{m_{\text{Cu}} c_{\text{Cu}} + m_{\text{Fe}} c_{\text{Fe}} + m_{\text{Inóx}} c_{\text{Inóx}} + m_{\text{Ny}} c_{\text{Ny}} + m_{\text{Al}} c_{\text{Al}}}{m_{\text{T}}} = \frac{\sum m_i c_i}{m_{\text{T}}} \quad (8.7)$$

Das expressões (8.6) e (8.7), a Tabela 8.XXVI apresenta algumas propriedades físicas dos materiais utilizados na construção do protótipo e relacionados com o ensaio de aquecimento [13, 16, 34, 56], nomeadamente as densidades volúmicas, δ_v , os calores específicos a pressão constante, c , a condutividade térmica, k , e a temperatura de fusão, Θ_F . De notar que m_{Al} só existe quando se utiliza o secundário constituído pelos tubo de Al e de Fe. Para além das massas descritas anteriormente, pode-se considerar ainda as massas do material isolante dos condutores de cobre do primário, das fitas de teflon que protegem mecanicamente as bobinas, e, ainda, em refrigeração natural, o próprio ar.

	Densidade volúmica δ_v [kg/dm ³]	Calor específico c [kJ/(kg°C)]	Condutividade térmica k [W/(m°C)]	Temperatura de fusão Θ_F [°C]
Alumínio	2,7	0,896	204	660
Cobre	8,9	0,383	386	1085
Ferro	7,8	0,452	73	1537
Aço inoxidável	7,9	0,460	19	1500
Verniz e fita isolante	$\cong 0,88$	1,08	-	-
Nylon	2,21	0,027	0,35	*
Ar	0,00129	4,18	-	-

* - $\Theta_{\text{máxNy}} = 120^\circ\text{C}$ - temperatura máxima de funcionamento do nylon sem se danificar

Tabela 8.XXVI - *Propriedades físicas de alguns materiais relacionados com o ALIT.*

A Tabela 8.XXVII apresenta o significado de algumas grandezas relacionadas com os ensaios de aquecimento.

Símbolo	Designação	Unidade
$\Delta\Theta$	variação de temperatura no condutor (diferença entre uma dada temperatura e a temperatura inicial ou ambiente - $\Delta\Theta = \Theta - \Theta_{amb}$);	°C
Δt	variação de tempo	s
P_{aquec}	potência de aquecimento	W
P_{dissip}	potência de dissipação	W
P_{abs}	potência eléctrica absorvida	W

Tabela 8.XXVII - Dados relacionados com o ALIT.

A Tabela 8.XXVIII apresenta as dimensões e as massas relativas aos tubos do ALIT implementado.

Tipo de tubo	Símbolo	Nome	Dimensões [mm]	Volume [dm³]	Massa <i>m</i> [kg]	
					Calculado	Medido
Fe do secundário ($\delta_V = 7,8$ kg/dm³)	D _{iF}	Diâmetro interior	16,5			
	D _{eF}	Diâmetro exterior	19,5			
	e _{Fe}	Espessura	1,5			
	l _{Fe}	Comprimento	600	0,0509	0,397	0,400
			1000	0,085	0,662	0,660
Fe do secundário rasgado ($\delta_V = 7,8$ kg/dm³)	D _{iF}	Diâmetro interior	16,5	0,0505	0,394	0,396
	D _{eF}	Diâmetro exterior	19,5			
	e _{Fe}	Espessura	1,5			
	e _{cFe}	Espessura do corte	0,4			
	l _{Fe}	Comprimento	600			
Cu ou Al do secund. ($\delta_{Cu} = 8,9$) ou ($\delta_{Al} = 2,7$ kg/dm³)	D _{iC}	Diâmetro interior	19,5	0,038	0,337	0,340
	D _{eC}	Diâmetro exterior	20,7			
	e _C	Espessura	0,6			
	l _C	Comprimento	1000 (Cu)	0,0227	0,202	0,210
			600 (Cu)			
			600 (Al)		0,056	0,061
Aço inóx (sust. das aletas - $\delta_V = 7,9$ kg/dm³)	D _{iInóx}	Diâmetro interior	21,5	0,0709	0,560	0,560
	D _{eInóx}	Diâmetro exterior	25,5			
	e _{Inóx}	Espessura	2			
	l _{Inóx}	Comprimento	480			

Tabela 8.XXVIII - Dimensões e massas relativas aos tubos do ALIT implementado.

A Tabela 8.XXIX apresenta as dimensões e as massas relativas a outros materiais utilizados na implementação do ALIT.

Para determinação do volume total do ALIT, não considerando os apoios longitudinais, nem a estrutura inferior do banco de ensaios, somam-se todos os volumes das aletas e

dos anéis do núcleo do primário, como se fossem peças inteiramente maciças. Depois acrescenta-se o volume correspondente ao comprimento do tubo de aço inoxidável que fica de fora $[l_{\text{Inóx}} - (Q_t + 1)d - Q_t l_N]$. Finalmente acrescenta-se o volume correspondente ao tubo do secundário que fica de fora do tubo de aço inoxidável $(l_C - l_{\text{Inóx}})$. Há ainda a considerar o volume dos parafusos roscados, com as respectivas porcas do tipo orelha, que apertam todas as aletas, e cujo volume, fora das aletas, é aproximadamente igual a **0,013 dm³**.

Tipo de Material	Símbolo	Nome	Dimensões [mm]	Volume [dm ³]	Massa <i>m</i> [kg]	
					Calculado	Medido
Anel de Fe do primário (1 peça) ($\delta_V = 7,8$ kg/dm ³)	D _{iN}	Diâmetro interior	92	0,019	0,149	0,149
	D _{eN}	Diâmetro exterior	102			
	e _N	Espessura	5			
	l _N	Comprimento	13			
	l _r	Largura da ranhura	11			
Aletas de Fe (1 peça) ($\delta_V = 7,8$ kg/dm ³)	L _a	Largura (□)	150	0,032	0,247	0,247
	D _{id}	Diâmetro interior	26			
	d	Largura do dente	1,5			
	l _r	Largura da ranhura	11			
4 parafusos de aperto das aletas + porcas ($\delta_V = 7,8$ kg/dm ³)	l _{paraf}	Comprimento	400	0,0183	0,143	0,144
	φ _{paraf}	Diâmetro	6			
	-	8 porcas de orelhas + 8 anilhas	-	-	-	0,140
	-	Total parcial	-	-	-	0,284
Cond. de Cu (1 bobina) ($\delta_V = 8,9$ kg/dm ³)	l _f	Comprimento total	19350	0,0152	0,135	0,135
	D _f	Diâmetro útil (sem isolamento)	1			
Isolamento dos cond. + revest. (1 bobina) ($\delta_V \cong 0,88$ kg/dm ³)	l _f	Comprimento total	19350	0,007	0,006	0,006
	D _{fi}	Diâmetro do fio com isolamento	1,2			
		Revestimento com fita isolante		0,042	0,037	0,037
		Total parcial				0,043
Tabelas de nylon (1 peça) ($\delta_V \cong 2,21$ kg/dm ³)	D _{iNy}	Diâmetro interior	27	0,019	0,042	0,042
	D _{eNy}	Diâmetro exterior	90			
	D _{itmNy}	Diâmetro intermédio	31			
	l _{Ny}	Largura das paredes laterais	1,5			
	l _{TNy}	Largura total	12			
	l _{uNy}	Largura útil	9			

Tabela 8.XXIX - *Dimensões e massas relativas a outros materiais do ALIT implementado.*

Para determinação da massa total do protótipo, consideram-se todas as massas parciais dos elementos que constituem o ALIT, como pode ser observado nas Tabelas 8.XXVIII e 8.XXIX. Por intermédio de uma balança, a massa de cada bobina com a respectiva tabela de nylon e os fios de ligação à placa de terminais foi de **0,230 kg**. Também foram implementadas aletas de madeira, em substituição das aletas de Fe, cuja massa de cada unidade é de **0,052 kg**.

A Tabela 8.XXX apresenta as massas totais, respeitantes à construção modular do ALIT, para diferentes números de cavas, e para diferentes secundários. Dado que a diferença de massas entre o tubo de Fe e o tubo de Fe rasgado é mínima, apenas se apresentam características, em volume e em peso, relativas ao tubo de Fe não cortado longitudinalmente.

Secundário	ALIT					
	24 cavas			12 cavas		
	Volume [dm ³]	Massa [kg]	Calor específico c_{equiv} [kJ/(kg°C)]	Volume [dm ³]	Massa [kg]	Calor específico c_{equiv} [kJ/(kg°C)]
Al + Fe (60 cm)	3,51	16,58	0,46	1,91	9,06	0,46
Cu + Fe (60 cm)		16,73	0,46		9,21	0,46
Fe (60 cm)	3,49	16,52	0,46	1,90	9,00	0,46
Cu + Fe (1 m)	3,65	17,13	0,46	2,06	9,62	0,46
Fe (1 m)	3,61	16,78	0,46	2,02	9,27	0,46

Tabela 8.XXX - *Volumes, massas e calores específicos equivalentes para ALITs com 24 e 12 cavas.*

Não considerando o efeito do ar nos intervalos sem materiais, da Tabela 8.XXX verifica-se que o calor específico equivalente do actuador é praticamente constante, mesmo para diferentes construções modulares.

Por outro lado, pode-se admitir que a baixas temperaturas e para pequenas variações das mesmas, a energia dissipada por segundo é proporcional à superfície de contacto com o exterior, S_L , e ao excesso de temperatura, $\Delta\theta$, em relação à temperatura ambiente, ou seja [35]

$$P_{dissip} = K S_L \Delta\theta \quad (8.8)$$

Em que K é o coeficiente de emissividade térmica da superfície S_L , em [W/m².°C], K é ainda um coeficiente de proporcionalidade que exprime o quociente entre a potência dissipada (P_{dissip}) e a superfície de contacto (S_L) para uma variação de temperatura de 1° C.

Sendo o balanço térmico dado por "A energia absorvida é igual à energia de aquecimento do motor mais a energia dissipada para o exterior", e que é igual a

$$P_{abs} dt = P_{aquec} dt + P_{dissip} dt \leftrightarrow R_T I_{max}^2 dt = m_T c_{equiv} d\theta + K S_L \Delta\theta dt \quad (8.9)$$

Ou seja, para $\Theta_{amb} < \Theta < \Theta_f$ ($\Delta\Theta = \Theta - \Theta_{amb}$), obtém-se

$$dt = \frac{m_T c_{equiv}}{R_T I_{máx}^2 - K S_L (\Theta - \Theta_{amb})} d\Theta \quad (8.10)$$

Integrando (8.10) e considerado que para $t = 0 \rightarrow \Theta - \Theta_{amb} = 0$, virá

$$\Theta - \Theta_{amb} = \frac{R_T I_{máx}^2}{K S_L} \left(1 - e^{-\frac{K S_L t}{m_T c_{equiv}}}\right) \quad (8.11)$$

De (8.11) verifica-se que quando $t \rightarrow \infty$, o valor de $\Theta - \Theta_{amb}$ transforma-se em $\Theta_f - \Theta_{amb}$ (Θ_f - temperatura final) que é dada por

$$\Theta_f = \frac{R_T I_{máx}^2}{K S_L} + \Theta_{amb} \quad (8.12)$$

A temperatura final (ou de aquecimento de regime) é atingida quando todo o calor produzido pela fonte se dissipa para o exterior e não há mais calor armazenado na máquina eléctrica.

Ainda de (8.11), $\tau_{\Theta aqu} = \frac{m_T c_{equiv}}{K S_L}$ representa a constante de tempo térmica e mede o

tempo que a máquina eléctrica demoraria a atingir a temperatura final se todo o calor produzido ficasse armazenado na sua massa sem haver dissipação para o exterior. Uma boa ventilação dá origem a pequenos valores de constantes de tempo térmicas, uma vez que, por vezes, o coeficiente é elevado. O valor da constante de tempo térmica, como é directamente proporcional à massa da máquina eléctrica (m_T), pode variar entre alguns segundos e várias horas, dependendo também da facilidade da transferência de calor para o exterior (K).

Exprimindo em valores por unidade (p.u.), o tempo t e a sobrelevação de temperatura ($\Theta - \Theta_{amb}$), tomando como base a constante de tempo térmica ($\tau_{\Theta aqu}$) e a sobrelevação

máxima ($\Theta_f - \Theta_{amb}$), de (8.11) e de (8.12), obtém-se $t^* = \frac{t}{\tau_{\Theta aqu}}$ e $\Theta^* = \frac{\Theta - \Theta_{amb}}{\Theta_f - \Theta_{amb}}$,

pelo que, de (8.10), resultará

$$\Theta^* = 1 - e^{-t^*} \quad (8.13)$$

cujos andamento está representado na Figura 8.23. A expressão (8.13) permite concluir que:

- a lei do aquecimento, em valores p.u., é universal e não depende em absoluto das características térmicas dos materiais que constituem a máquina eléctrica;
- com o aumento da variável tempo ($t \rightarrow \infty$) a evolução da temperatura Θ^* tende assintoticamente para a unidade;

- a tangente à curva da evolução do aquecimento, na origem dos eixos coordenados da Figura 8.23, intercepta a assíntota em $\Theta^* = 1$ ao fim de um intervalo de tempo $t = \tau_{\Theta aqu}$ ($t^* = 1$), neste caso a temperatura atinge 63,2 % do seu valor final, o que equivale a um valor igual a $1 - \frac{1}{e}$;
- ao fim de um intervalo de tempo $t = \kappa \tau_{\Theta}$ ($t^* = \kappa$; $\kappa = 2, 3, 4, 5, 6, \dots$) a temperatura atinge 86,5 %; 95,0 %; 98,2 %; 99,3 %; 99,8 %;...; do seu valor final, o que equivale a $1 - \frac{1}{e^\kappa}$.

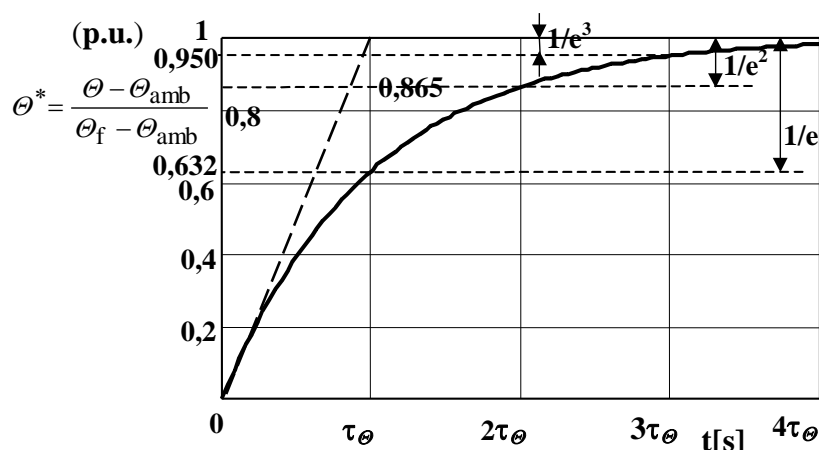


Figura 8.23 - Curva universal da evolução do aquecimento.

Na prática, para se conhecer experimentalmente a temperatura final (Θ_f), basta efectuar os ensaios, por exemplo, durante um tempo $t \cong 6\tau_{\Theta aqu}$.

Para se determinar o valor de $\tau_{\Theta aqu}$ basta derivar (8.13) em ordem a t^* , pelo que se obtém

$$\frac{d\Theta^*}{dt^*} = e^{-t^*} = 1 - \Theta^* \rightarrow \frac{\tau_{\Theta aqu}}{\Theta_f - \Theta_{amb}} \frac{d\Theta}{dt} = \frac{\Theta_f - \Theta}{\Theta_f - \Theta_{amb}} \rightarrow \tau_{\Theta aqu} = \frac{\Theta_f - \Theta}{\frac{d\Theta}{dt}} \quad (8.14)$$

Da expressão (8.14), a determinação experimental da constante de tempo $\tau_{\Theta aqu}$, através do traçado gráfico representado na Figura 8.23, é feita pelo quociente entre a diferença da temperatura final, Θ_f , e da temperatura, Θ , e a variação de temperatura $d\Theta \cong \Delta\Theta$ no intervalo de tempo $dt \cong \Delta t$. Por uma questão de simplificação, considera-se $\tau_{\Theta aqu} \equiv \tau_{\Theta}$.

- A curva de evolução do arrefecimento pode ser obtida a partir de (8.9), em que se considera que $P_{abs} = 0$, ou seja

$$m_T c_{equiv} d\Theta + K S_L \Delta\Theta dt = 0 \quad (8.15)$$

cuja solução será dada por

$$\Theta - \Theta_{\text{amb}} = (\Theta_f - \Theta_{\text{amb}}) e^{-\frac{t}{\tau_{\Theta}}} \quad (8.16)$$

que decresce a partir do valor máximo de temperatura ($\Theta_f - \Theta_{\text{amb}}$) previamente atingido. De acordo com (8.13), (8.16) será dado por

$$\Theta^* = e^{-t^*} \quad (8.17)$$

cujo andamento está representado na Figura 8.24. Pode-se concluir que para um corpo homogéneo, a constante de tempo térmica de arrefecimento é igual à constante de tempo térmica de aquecimento. No entanto, numa máquina eléctrica com boa ventilação a constante de tempo térmica de aquecimento é menor do que a constante de tempo térmica de arrefecimento.

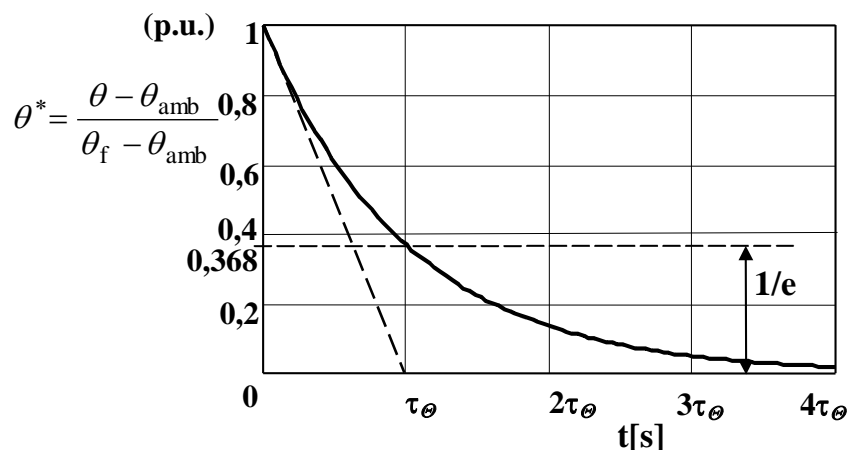


Figura 8.24 - Curva universal da evolução do arrefecimento.

- Quando se procede aos ensaios de aquecimento ou de arrefecimento de uma máquina eléctrica, a temperatura pode ser medida pelos seguintes processos [13, 16]:

- utilizando um termómetro aplicado sobre a superfície que se pretende medir (método directo);
- utilizando sondas termopares embebidas em pontos estratégicos da máquina eléctrica;
- por variação da resistência óhmica dos enrolamentos (método indirecto). Através deste último processo, a temperatura Θ é calculada pela expressão

$$R_{\Theta} = R_{\text{amb}} [1 + \alpha_{\Theta} (\Theta - \Theta_{\text{amb}})] \quad (8.18)$$

onde R_{Θ} e R_{amb} representam as resistências óhmicas do enrolamento respectivamente à temperatura Θ e à temperatura ambiente Θ_{amb} e α_{Θ} é o coeficiente de temperatura do

enrolamento ($\alpha_\theta = 0,0043 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} - \text{Cu}$). A resistência do enrolamento a uma dada temperatura pode ser medida directamente através de uma ponte de Kelvin.

• A fim de se determinar a corrente máxima admissível por uma máquina eléctrica é necessário fazer-se um ensaio de temperatura com vista a conhecer o valor da temperatura final θ_f para uma dada corrente I e a constante de tempo térmica τ_θ . A temperatura final θ_f pode ser determinada a partir tanto do ensaio de aquecimento como do ensaio de arrefecimento. Por outro lado, a curva da evolução do arrefecimento é facilmente obtida injectando durante um curto intervalo de tempo uma corrente contínua suficientemente elevada e ajustando-a em seguida até se estabelecer o equilíbrio térmico. Na prática, o equilíbrio térmico é atingido quando a tensão aplicada não necessita mais de ajuste para manter a corrente I constante. Nesta situação a fonte de tensão é desligada da máquina e a partir desse instante mede-se em intervalos sucessivos a resistência do enrolamento e determina-se a temperatura θ através de (8.18), gerando assim a curva da evolução do arrefecimento em função do tempo. Assim combinando (8.16) e (8.18) resultará

$$R_\theta - R_{\text{amb}} = (R_f - R_{\text{amb}}) e^{-\frac{t}{\tau_\theta}} \quad (8.19)$$

onde R_θ é a resistência dos enrolamentos à temperatura θ , no instante t , e R_f é a resistência à temperatura θ_f , no instante em que se interrompeu a corrente ($t = 0$). Portanto, a curva da evolução do arrefecimento poderá ser traçada em termos da temperatura do enrolamento da máquina eléctrica ou da sua resistência óhmica (à parte de um factor de escala), como se indica na Figura 8.25.

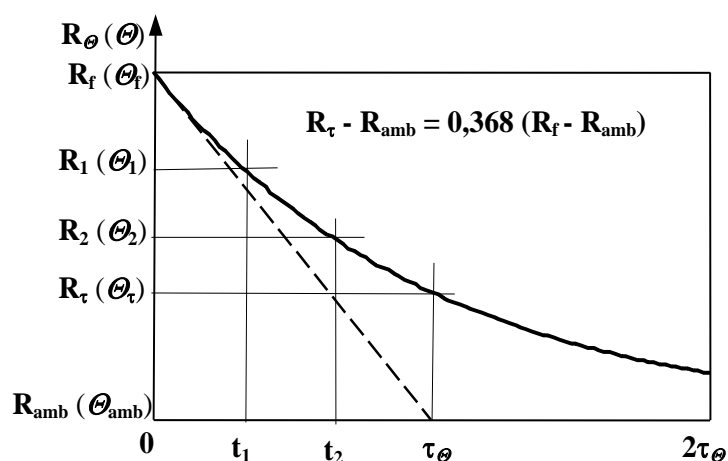


Figura 8.25 - Curva da evolução do arrefecimento dos enrolamentos da máquina eléctrica em termos da sua resistência óhmica.

A resistência R_f do enrolamento no instante de corte da corrente, corresponde à temperatura final de equilíbrio, é difícil de ser medida com rigor, uma vez que terá de decorrer algum tempo para se poder ligar a ponte de medida. O problema é facilmente

solucionado medindo as resistências \mathbf{R}_1 e \mathbf{R}_2 do enrolamento em intervalos de tempo t_1 e $t_2 = 2t_1$. Para estes valores resulta de (8.19)

$$\begin{cases} R_1 - R_{amb} = (R_f - R_{amb}) e^{-\frac{t_1}{\tau_\theta}} \\ R_2 - R_{amb} = (R_f - R_{amb}) e^{-\frac{2t_1}{\tau_\theta}} \end{cases} \quad (8.20)$$

Do sistema (8.20) obtém-se então o valor da resistência \mathbf{R}_f no instante inicial, ou seja

$$R_f = \frac{(R_1 - R_{amb})^2}{R_2 - R_{amb}} + R_{amb} \quad (8.21)$$

e de (8.21), o valor da constante térmica da máquina eléctrica será dado por

$$\tau_\theta = \frac{t_1}{\ln \frac{R_1 - R_{amb}}{R_2 - R_{amb}}} \quad (8.22)$$

A temperatura θ_f dos enrolamentos no instante em que a máquina eléctrica é desligada ($t = 0$) correspondente a uma determinada curva da evolução do arrefecimento obtida a partir de uma corrente injectada \mathbf{I} , é determinada pela combinação de (8.18) e (8.21) que irá resultar

$$\theta_f = \frac{1}{\alpha_\theta R_{amb}} \frac{(R_1 - R_{amb})^2}{R_2 - R_{amb}} + \theta_{amb} \quad (8.23)$$

Conhecido θ_f correspondente a uma corrente \mathbf{I} , poder-se-á determinar qual a corrente máxima em regime permanente que a máquina eléctrica pode suportar sem que a correspondente sobrelevação de temperatura ($\theta_{m\acute{a}x} - \theta_{amb}$) ultrapasse o valor imposto pela respectiva classe de isolamento; esta corrente, designada por $\mathbf{I}_{m\acute{a}x}$, representa a corrente nominal da máquina. Com efeito, como a sobrelevação de temperatura ($\theta_f - \theta_{amb}$) é, de acordo com (8.12), proporcional às perdas por efeito de Joule no enrolamento ($P_{abs} = R_T I^2$), virá

$$\theta_f - \theta_{amb} = \frac{\Delta R}{KS_L} I^2 \quad (8.24)$$

onde $\Delta R = R_f - R_{amb}$. Admitindo que $\Delta R \cong R_{m\acute{a}x} - R_{m\acute{i}n}$, a corrente $\mathbf{I}_{m\acute{a}x}$ produz uma sobrelevação máxima de temperatura que será dada por

$$\Theta_{\text{máx}} - \Theta_{\text{amb}} = \frac{\Delta R}{KS_L} I_{\text{máx}}^2 \quad (8.25)$$

Dividindo membro a membro (8.24) por (8.25), resultará

$$I_{\text{máx}} = I \sqrt{\frac{\Theta_{\text{máx}} - \Theta_{\text{amb}}}{\Theta_f - \Theta_{\text{amb}}}} \quad (8.26)$$

Convém aqui referir que a expressão (8.26) erra por defeito, uma vez que a hipótese de $\Delta R = \text{cte}$, nas expressões (8.25) e (8.24) nas condições de corrente constante não é estritamente correcta, uma vez que ΔR aumenta com a sobrelevação de temperatura.

Determinada a constante de tempo térmica, τ_Θ , a partir de (8.22), $I_{\text{máx}}$ a partir de (8.26), e atendendo a (8.16), pode-se escrever a relação

$$\Theta - \Theta_{\text{amb}} = (\Theta_{\text{máx}} - \Theta_{\text{amb}}) \left(\frac{I}{I_{\text{máx}}} \right)^2 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_\Theta}} \right) \quad (8.27)$$

que permite determinar a temperatura Θ do enrolamento da máquina eléctrica para uma dada corrente I em qualquer instante t . Inversamente, é possível determinar a corrente I através do enrolamento da máquina eléctrica em qualquer instante t de forma a não ultrapassar a sobrelevação de temperatura, $\Theta_{\text{máx}} - \Theta_{\text{amb}}$, imposta pela classe do seu isolamento. Com efeito, fazendo em (8.27) $\Theta = \Theta_{\text{máx}}$, resulta [13]

$$t = -\tau_\Theta \ln \left[1 - \left(\frac{I_{\text{máx}}}{I} \right)^2 \right] \quad (8.28)$$

cujo andamento, em coordenadas semi-logarítmicas, é uma hipérbole quadrática tendendo para a assíptota $I_{\text{máx}}$.

Sendo, por definição, $sc = I/I_{\text{máx}}$ a sobrecarga da máquina eléctrica, e atendendo a (8.28) resultará [13]

$$sc = \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_\Theta}} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (8.29)$$

cujo andamento, em coordenadas semi-logarítmicas, está representado na Figura 8.26. A expressão (8.29) mostra que a lei de sobrecargas da máquina eléctrica, expressa em valores p.u., é universal, não dependendo em absoluto do tipo de máquina ou das suas características. A curva representada na Figura 8.26 tem o mesmo andamento que, por exemplo, a característica de fusão dos corta circuitos fusíveis.

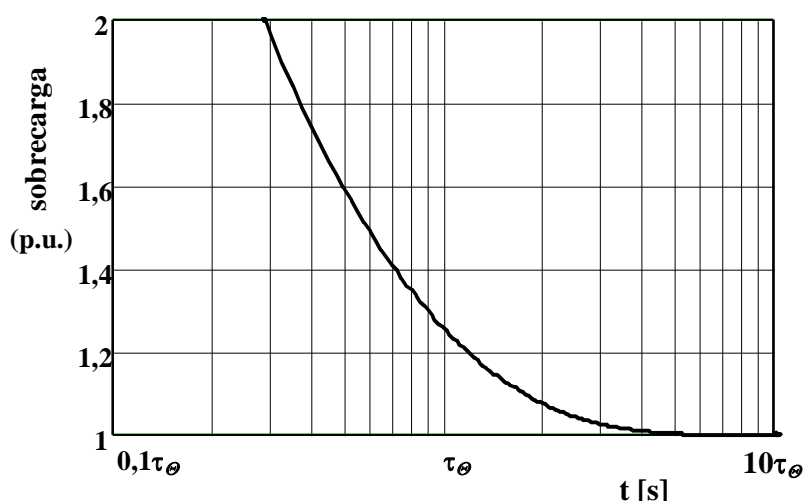


Figura 8.26 - *Curva universal de sobrecargas.*

8.2.2 Resultados Experimentais

Devido aos fenómenos de sobrecargas nas máquinas eléctricas, que originam sobreaquecimentos capazes de alterarem as características dos materiais, particularmente dos isolantes, é conveniente proceder-se aos ensaios de aquecimento - arrefecimento, para se estabelecerem critérios válidos sobre as correntes nominais e as correntes máximas admissíveis que podem actuar durante um determinado intervalo de tempo.

Para se determinar a limitação do tempo, em que pode ocorrer um determinado valor da corrente máxima admissível, foram efectuados ensaios de aquecimento - arrefecimento, que tiveram como objectivo a determinação da corrente máxima que um ALIT pode suportar, durante um determinado tempo, sem se danificar. Para isso foram descritas características corrente máxima admissível - tempo, $I(t)$, em que se recorreram apenas a ensaios com ventilação natural.

A medição da temperatura dos enrolamentos do ALIT foi efectuada, através da variação da resistência óhmica, pelo método indirecto do voltímetro e do amperímetro (pequenas resistências), cujo esquema é indicado na Figura 8.27. Para que a corrente fosse igual ao longo de todos os enrolamentos, as três fases do primário foram ligadas em série, constituindo assim um único enrolamento que foi posteriormente alimentado em corrente contínua (dc).

Para a obtenção de maiores valores de tensões e de correntes optou-se pela utilização de duas fontes dc em série [09].

Para as medições das resistências dos primários das tipologias dos ALITs apresentados, optou-se pelo método do voltímetro e do amperímetro, para resistências consideradas de pequeno valor, dado que os resultados obtidos eram muito próximos dos experimentados pelo método da ponte de Weaststone.

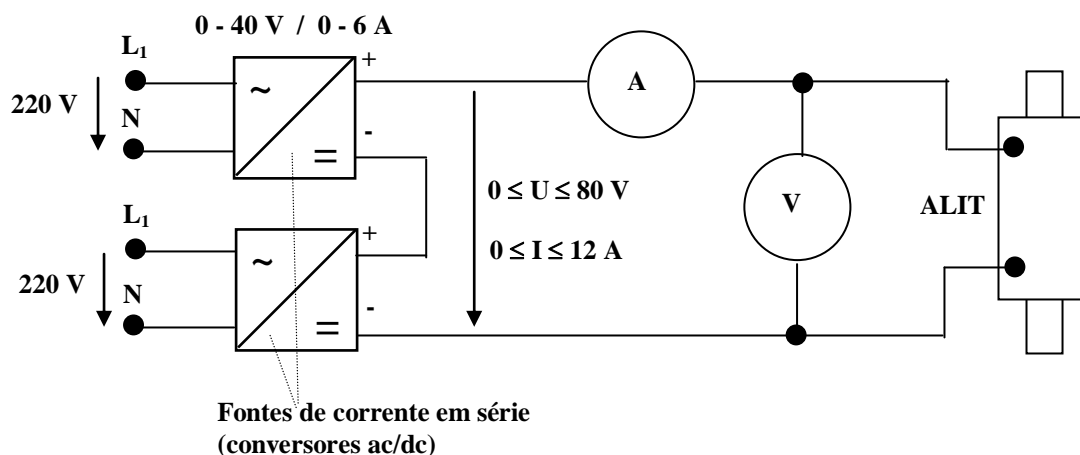


Figura 8.27 - Esquema de montagem (método do voltímetro e do amperímetro).

Dada a versatilidade de se utilizarem ALITs com diversas bobinas em série e tubos secundários ferromagnéticos com cobre ou com alumínio, optou-se por se efectuarem ensaios de quatro tipologias diferentes:

- ALIT com **24** bobinas e secundário com cobre de **60 cm**;
- ALIT com **24** bobinas e secundário com alumínio de **60 cm**;
- ALIT com **12** bobinas e secundário com cobre de **60 cm**;
- ALIT com **12** bobinas e secundário com alumínio de **60 cm**.

Devido à necessidade de se notar que para qualquer das tipologias descritas anteriormente, a sequência do ensaio para cada ALIT foi a seguinte [13]:

- Medição da temperatura ambiente θ_{amb} , utilizando um termómetro digital com termopar.
- Medição da resistência do enrolamento à temperatura ambiente R_{amb} , utilizando o método do voltímetro e do amperímetro.
- Aquecimento do ALIT, por intermédio de uma fonte de corrente dc (para o caso de 12 bobinas em série) ou de duas fontes de corrente em série (para o caso de 24 bobinas em série), até se atingir o equilíbrio térmico (em que o calor produzido torna-se igual ao calor dissipado).
- Medição da resistência do enrolamento e da temperatura na zona lateral das aletas centrais, nos instantes 1, 2, 3, 4 e 5 minutos e, posteriormente, de 5 em 5 minutos, durante aproximadamente uma hora, de forma a obterem-se as curvas da evolução do aquecimento do ALIT.
- Interrupção da corrente de aquecimento - início do arrefecimento.
- Medição da resistência do enrolamento e da temperatura na zona lateral das aletas centrais, nos instantes 1, 2, 3, 4 e 5 minutos e, posteriormente, de 5 em 5 minutos, durante aproximadamente uma hora, de forma a obterem-se as curvas da evolução do arrefecimento do ALIT.
- Determinação do valor da resistência do enrolamento R_t , correspondente ao momento do início do arrefecimento, através da expressão (8.21) [13], em que se considera, por exemplo, R_1 o valor da resistência correspondente ao instante $t_1 = 2 \text{ min}$, e R_2 o valor correspondente ao instante $t_2 = 2t_1 = 4 \text{ min}$.

- Determinação da constante de tempo térmica de arrefecimento $\tau_{\Theta_{arr}} = \tau_{\Theta}$, através da expressão (8.22).
- Determinação do valor da temperatura do enrolamento no instante em que o ALIT inicia o seu arrefecimento Θ_t , através da expressão (8.23).
- Determinação do valor da corrente $I_{m\acute{a}x}$, que corresponde ao valor máximo admissível em regime permanente, que o ALIT pode suportar sem que a correspondente sobreelevação de temperatura, $\Theta_{m\acute{a}x} - \Theta_{amb}$, ultrapasse o valor imposto pela respectiva classe de isolamento dos condutores do primário, e que é dado por (8.26).

Nota: No caso das quatro tipologias dos ALITs a ensaiar, o isolamento dos condutores do primário é da classe **H** ($\cong 180\text{ }^{\circ}\text{C}$), pelo que o limite de temperatura imposto por esta classe, admitindo que $\Theta_{amb} \cong 25\text{ }^{\circ}\text{C}$, é de $\Theta_{m\acute{a}x} - \Theta_{amb} = 155\text{ }^{\circ}\text{C}$.

- Traçado da curva das correntes máximas admissíveis em função do tempo, a partir dos valores obtidos por (8.28).

Dos ensaios efectuados, colocou-se um termómetro na parte lateral da zona central das aletas e um outro nas restantes posições como se indica na Figura 8.28 [16, 74].

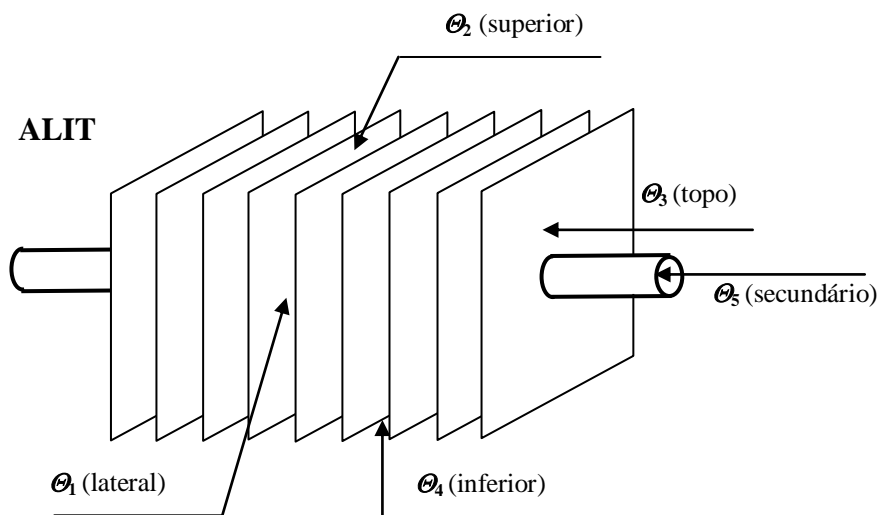


Figura 8.28 - Posição de termómetros para medição de temperatura.

A Tabela 8.XXXI indica os resultados dos ensaios de aquecimento e de arrefecimento do ALIT com **24** bobinas em série – secundário com tubo de cobre de **60 cm**, em que:

- **método directo** significa que os resultados se obtém directamente através das leituras dos aparelhos de medida;
- **método indirecto** significa que os resultados se obtém por intermédio de cálculos obtidos a partir das leituras dos aparelhos de medida.

É importante considerar-se que, no ensaio de arrefecimento, a partir do instante $t = 0$, se efectuaram medições, pelo método indirecto, da resistência **R** e da temperatura Θ_t , através de valores muito baixos de tensão aplicada, com o objectivo de não existir qualquer influência na evolução das diversas características durante o ensaio de arrefecimento.

Tempo [min]	Ensaio de Aquecimento					Ensaio de Arrefecimento				
	U [V] *	I [A] *	R [Ω] **	Θ_1 [°C] **	Θ_1 [°C] *	U [V] *	I [A] *	R [Ω] **	Θ_1 [°C] **	Θ_1 [°C] *
0	67,0	6,70	10,00	25,4	25,4	69,3	5,01	13,83	125,7	76,5
1	67,0	6,30	10,63	42,0	26,7	0,82	0,06	13,67	122,6	76,4
2	67,0	6,08	11,02	52,1	27,1	0,78	0,06	13,00	110,0	76,3
3	67,1	6,02	11,15	55,4	28,0	0,765	0,06	12,75	105,3	75,7
4	67,2	5,95	11,29	59,3	29,0	0,75	0,06	12,50	100,5	74,3
5	67,8	5,88	11,53	65,5	30,4	0,73	0,059	12,37	98,1	73,4
10	68,5	5,65	12,12	81,0	38,0	0,71	0,059	12,03	91,7	67,8
15	68,7	5,46	12,58	93,0	45,2	0,69	0,059	11,69	85,3	62,5
20	68,9	5,34	12,90	101,4	51,4	0,67	0,059	11,36	78,9	57,4
25	69,1	5,26	13,14	107,5	56,6	0,67	0,06	11,17	75,3	53,2
30	69,2	5,22	13,26	110,7	60,7	0,665	0,061	10,90	70,3	49,7
35	69,3	5,16	13,43	115,2	64,6	0,65	0,061	10,66	65,6	46,3
40	69,3	5,10	13,59	119,3	67,8	0,645	0,061	10,57	64,1	44,0
45	69,3	5,08	13,64	120,7	70,0	0,63	0,06	10,50	62,7	41,6
50	69,3	5,05	13,72	122,9	71,8	0,62	0,06	10,33	59,5	40,0
55	69,3	5,03	13,78	124,3	73,0	0,615	0,06	10,25	57,9	38,1
60	69,3	5,01	13,83	125,7	74,4	0,613	0,06	10,22	57,3	36,7
65	69,3	5,01	13,83	125,7	75,5	0,602	0,059	10,20	57,1	35,4
70	69,3	5,01	13,83	125,7	76,5	0,60	0,059	10,17	56,4	34,4
90	-	-	-	-	-	0,595	0,059	10,08	51,7	31,3
Outros dados	Θ_{amb} [°C] *	U [V] *	I [A] *	R [Ω] **			Θ_1 [°C] *	Θ_2 [°C] *	Θ_3 [°C] *	Θ_4 [°C] *
	frio	25,4	0,70	0,07		quente	81,9	81,9	55,9	51,3
*	Valores obtidos por método directo				**	Valores obtidos por método indirecto				

Tabela 8.XXXI - Resultados dos ensaios de aquecimento e de arrefecimento do ALIT com 24 bobinas em série – secundário com tubo de cobre de 60 cm.

Nota: De acordo com a Figura 8.28, para uma temperatura ambiente de **25,4 °C**, quando $\Theta_1 = 76,5$ °C, verifica-se que as temperaturas registadas por termómetros, colocados nas posições indicadas na mesma Figura, são iguais a $\Theta_2 = 81,9$ °C; $\Theta_3 = 55,9$ °C e $\Theta_4 = 51,3$ °C.

A Tabela 8.XXXII indica os resultados dos ensaios de aquecimento e de arrefecimento do ALIT com 24 bobinas em série – secundário com tubo de alumínio de **60 cm**, em que inicialmente se registaram os seguintes valores: $\Theta_{amb} = 24,7$ °C; U = **1,88 V**; I = **0,191 A**; R_{amb} = **9,84 Ω** .

Nota: De acordo com a Figura 8.28, para uma temperatura ambiente de **24,7 °C**, para quando $\Theta_1 = 73,0$ °C, verificaram-se que as temperaturas médias registadas por termómetros na superfície exterior do tubo secundário de alumínio foi de $(64,9 + 55,7)/2 = 60,3$ °C, e na superfície exterior tubo inoxidável foi de $(49,3 + 46,3)/2 = 47,8$ °C. Para $\Theta_{amb} = 24,7$ °C e que quando $\Theta_1 = 73,0$ °C, também se verificaram ainda as seguintes temperaturas: $\Theta_2 = 78,3$ °C, $\Theta_3 = 61,0$ °C e $\Theta_4 = 65,9$ °C.

Tempo [min]	Ensaio de Aquecimento					Ensaio de Arrefecimento				
	U [V] *	I [A] *	R [Ω] **	Θ_1 [°C] *	Θ_5 [°C] *	U [V] *	I [A] *	R [Ω] **	Θ_1 [°C] *	Θ_5 [°C] *
0	1,88	0,191	9,84	24,7	24,7	68,3	4,98	13,71	73,2	40,0
1	66,0	6,35	10,39	24,9	24,8	1,45	0,11	13,18	73,1	48,0
2	66,3	6,18	10,73	25,0	24,8	1,42	0,11	12,91	72,9	55,0
3	66,8	6,05	11,04	25,8	25,0	1,41	0,11	12,82	72,7	59,1
4	67,0	5,95	11,26	27,0	25,5	1,40	0,11	12,73	72,3	60,7
5	67,0	5,86	11,43	28,3	25,9	1,39	0,111	12,52	71,1	61,7
10	67,8	5,62	12,06	35,7	30,8	1,34	0,112	11,96	65,7	63,0
15	68,3	5,48	12,46	42,9	37,7	1,315	0,113	11,64	60,0	60,3
20	68,4	5,38	12,71	49,0	44,4	1,29	0,114	11,32	55,6	56,5
25	68,4	5,28	12,95	54,4	50,4	1,28	0,115	11,13	51,7	52,2
30	68,8	5,22	13,18	58,1	55,3	1,27	0,115	11,04	48,8	55,3
35	68,8	5,16	13,33	61,0	59,2	1,25	0,114	10,96	45,3	59,2
40	68,6	5,10	13,45	63,5	62,3	1,23	0,113	10,88	42,8	62,3
45	68,0	5,05	13,47	65,9	64,7	1,18	0,11	10,73	41,0	40,7
50	68,2	5,04	13,53	67,8	66,6	1,145	0,107	10,70	39,2	38,8
55	68,2	5,00	13,64	69,1	68,1	1,109	0,104	10,66	37,6	37,2
60	68,25	5,00	13,65	70,1	69,3	1,10	0,104	10,58	36,2	35,6
65	68,3	5,00	13,66	71,2	70,1	-	-	-	-	-
70	68,4	5,00	13,68	71,8	70,8	-	-	-	-	-
75	68,2	4,98	13,69	72,8	71,4	-	-	-	-	-
80	68,3	4,98	13,71	73,2	71,7	-	-	-	-	-
120	-	-	-	-	-	1,04	0,102	10,20	28,0	28,3

Tabela 8.XXXII - Resultados dos ensaios de aquecimento e de arrefecimento do ALIT com 24 bobinas em série – secundário com tubo de alumínio de 60 cm.

Ainda na fase do equilíbrio térmico, isto é, quando a potência absorvida da fonte, por efeito de Joule, torna-se igual à potência dissipada ao meio ambiente sob a forma de calor, substituiu-se o secundário em alumínio pelo secundário em cobre, ambos de dimensões idênticas, e esperou-se vários minutos, pelo que os novos resultados obtidos foram os seguintes:

- $U = 69,0 \text{ V}$ e $I = 4,96 \text{ A} \rightarrow R = 13,91 \Omega$;
- $\Theta_1 = 74,0 \text{ }^\circ\text{C}$; $\Theta_2 = 81,8 \text{ }^\circ\text{C}$; $\Theta_3 = 62,5 \text{ }^\circ\text{C}$ e $\Theta_4 = 67,7 \text{ }^\circ\text{C}$;
- Zona exterior do tubo secundário de cobre de 60 cm, $65,5 \text{ }^\circ\text{C}$;
- Zona exterior do tubo de aço inoxidável, $57,6 \text{ }^\circ\text{C}$.

A Tabela 8.XXXIII indica os resultados dos ensaios de aquecimento e de arrefecimento do ALIT com 12 bobinas em série – secundário com tubo de cobre de 60 cm, em que inicialmente se registaram os seguintes valores: $\Theta_{\text{amb}} = 25,7^\circ \text{ C}$; $U = 1,10 \text{ V}$; $I = 0,22 \text{ A}$; $R_{\text{amb}} = 5,00 \Omega$.

A Tabela 8.XXXIV indica os resultados dos ensaios de aquecimento e de arrefecimento do ALIT com 12 bobinas em série – secundário com tubo de alumínio de 60 cm, em que inicialmente se registaram os seguintes valores: $\Theta_{\text{amb}} = 24,5^\circ \text{ C}$; $U = 0,56 \text{ V}$; $I = 0,113 \text{ A}$; $R_{\text{amb}} = 4,96 \Omega$.

Tempo [min]	Ensaio de Aquecimento					Ensaio de Arrefecimento				
	U [V] *	I [A] *	R [Ω] **	Θ_f [°C] **	Θ_l [°C] *	U [V] *	I [A] *	R [Ω] **	Θ_f [°C] **	Θ_l [°C] *
0	33,0	6,60	5,00	25,7	25,7	34,2	5,10	6,71	115,0	71,0
1	33,0	6,20	5,32	42,6	27,7	0,65	0,10	6,50	106,9	71,0
2	33,0	6,10	5,41	47,2	28,0	0,64	0,10	6,40	103,1	70,9
3	33,0	5,95	5,55	54,3	29,2	0,63	0,10	6,30	99,2	70,4
4	33,2	5,90	5,63	58,5	30,3	0,62	0,10	6,20	95,3	69,9
5	33,4	5,82	5,74	64,4	31,3	0,61	0,098	6,16	93,8	69,0
10	33,8	5,59	6,05	80,5	38,4	0,58	0,098	5,92	84,3	63,4
15	34,0	5,44	6,25	91,2	45,2	0,56	0,098	5,71	76,3	57,9
20	34,2	5,35	6,39	98,6	51,1	0,545	0,098	5,56	70,3	52,8
25	34,2	5,27	6,49	103,7	55,4	0,535	0,098	5,46	66,3	48,9
30	34,2	5,22	6,55	106,9	59,2	0,525	0,097	5,41	64,5	45,6
35	34,2	5,19	6,59	108,9	61,8	0,515	0,097	5,31	60,5	42,7
40	34,2	5,16	6,63	110,9	64,5	0,505	0,097	5,21	56,5	40,6
45	34,2	5,14	6,65	112,3	66,4	0,502	0,097	5,18	55,3	38,5
50	34,2	5,12	6,68	113,6	68,4	0,495	0,096	5,16	54,5	37,0
55	34,2	5,11	6,69	114,3	69,0	0,493	0,096	5,14	53,7	35,5
60	34,2	5,105	6,70	115,0	70,6	0,492	0,096	5,13	53,3	34,4
65	34,2	5,10	6,71	115,0	70,8	0,48	0,094	5,11	52,6	33,2
70	34,2	5,10	6,71	115,0	71,0	0,473	0,093	5,09	51,8	32,4

Tabela 8.XXXIII - Resultados dos ensaios de aquecimento e de arrefecimento do ALIT com 12 bobinas em série – secundário com tubo de cobre de 60 cm.

Em qualquer dos ensaios representados nas Tabelas 8.XXXI, 8.XXXII, 8.XXXIII e 8.XXXIV, uma vez atingido o equilíbrio térmico, a corrente foi desligada e, posteriormente, procederam-se aos ensaios de arrefecimento, cujos resultados também se encontram registados nas tabelas anteriores.

Relativamente ao ensaio de aquecimento, a Figura 8.29 apresenta os gráficos da variação da tensão (em dc), da intensidade de corrente (em dc), da resistência das **24** bobinas em série do protótipo do ALIT (com o secundário constituído por Cu + Fe - **60 cm**), da temperatura Θ_f (obtida por método indirecto), e da temperatura Θ_l (obtida por termómetro para medição de temperatura localizado na posição indicada na Figura 8.28). Este ensaio foi efectuado com ventilação natural [11].

Relativamente ao ensaio de arrefecimento, a Figura 8.30 apresenta os gráficos da variação da resistência das 24 bobinas em série do protótipo do ALIT (com o secundário constituído por Cu + Fe - **60 cm**), da temperatura Θ_f (obtida por método indirecto), e da temperatura Θ_l (obtida por termómetro para medição de temperatura localizado na posição indicada na Figura 8.28). Este ensaio foi efectuado com ventilação natural [11].

Tempo [min]	Ensaio de Aquecimento					Ensaio de Arrefecimento				
	U [V]	I [A]	R [Ω]	Θ_f [°C]	Θ_i [°C]	U [V]	I [A]	R [Ω]	Θ_f [°C]	Θ_i [°C]
0	0,56	0,113	4,96	24,5	24,5	33,9	5,02	6,75	119,4	72,4
1	32,2	6,30	5,11	32,7	24,7	0,53	0,082	6,46	108,2	72,4
2	32,8	6,18	5,31	43,1	25,2	1,24	0,195	6,36	104,2	72,2
3	33,0	6,02	5,48	52,3	26,1	1,23	0,195	6,31	102,2	71,6
4	33,0	5,95	5,55	55,7	27,2	1,21	0,194	6,24	99,4	70,7
5	33,2	5,84	5,69	63,0	28,7	1,20	0,195	6,15	96,2	69,5
10	33,5	5,60	5,98	78,7	36,6	1,17	0,198	5,91	86,7	63,3
15	33,6	5,44	6,18	89,0	44,3	1,14	0,199	5,73	79,7	57,5
20	33,8	5,36	6,31	95,8	50,3	1,12	0,199	5,63	75,8	52,6
25	33,8	5,28	6,40	100,9	55,1	1,085	0,199	5,45	69,0	48,9
30	33,8	5,21	6,49	105,4	58,9	1,06	0,198	5,35	65,2	45,5
35	33,8	5,17	6,54	108,1	62,5	1,02	0,193	5,28	62,5	42,5
40	33,8	5,13	6,59	110,8	64,7	0,995	0,190	5,24	60,7	40,3
45	33,8	5,10	6,63	112,8	66,1	0,97	0,188	5,16	57,7	38,2
50	33,8	5,08	6,65	114,2	67,9	0,95	0,184	5,16	57,8	36,8
55	33,8	5,04	6,71	117,0	69,0	0,92	0,180	5,11	55,8	35,3
60	33,8	5,03	6,72	117,7	69,5	0,91	0,178	5,11	55,8	34,1
65	33,8	5,02	6,73	118,4	70,9	0,86	0,169	5,09	54,9	32,9
70	33,8	5,02	6,73	118,4	71,8	0,84	0,167	5,03	52,6	32,0
75	33,9	5,02	6,75	119,4	71,7	0,82	0,163	5,03	52,7	31,3
80	33,9	5,02	6,75	119,4	71,9	0,79	0,157	5,03	52,7	30,6

Tabela 8.XXXIV - Resultados dos ensaios de aquecimento e de arrefecimento do ALIT com 12 bobinas em série – secundário com tubo de alumínio de 60 cm.

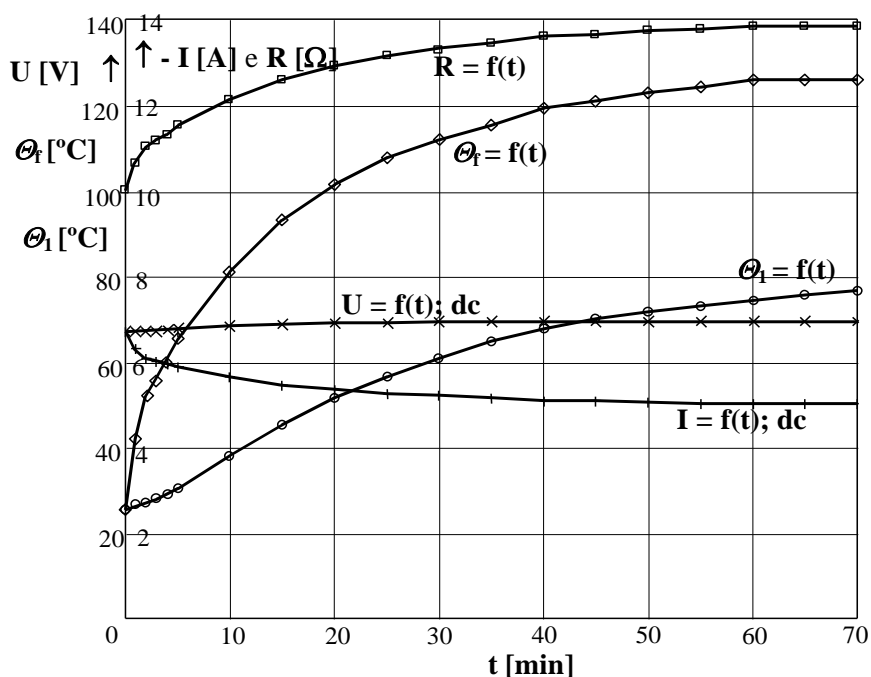


Figura 8.29 - Gráficos característicos da evolução de algumas grandezas relativas ao aquecimento do protótipo do ALIT com 24 cavas, e com o secundário constituído por Cu + Fe - 60 cm.

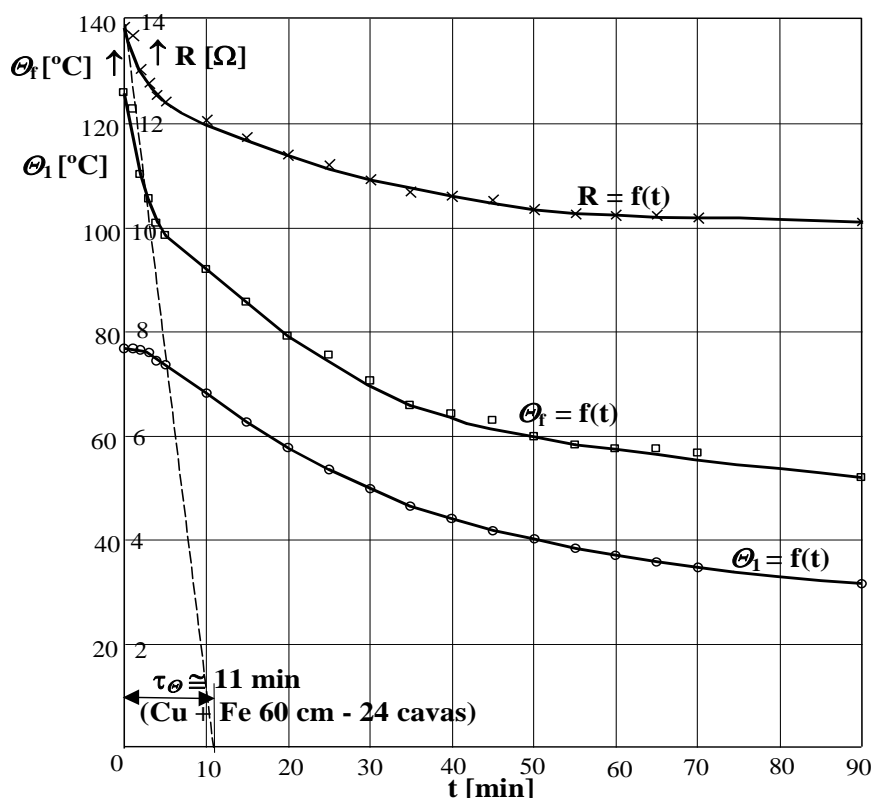


Figura 8.30 - Gráficos característicos da evolução de algumas grandezas relativas ao arrefecimento do protótipo do ALIT com 24 cavas, e com o secundário constituído por Cu + Fe - 60 cm.

Da Figura 8.30, considerando os instantes $t_1 = 2 \text{ min}$ e $t_2 = 4 \text{ min}$ [13, 16], as resistências óhmicas correspondentes são $R_1 = 13,0 \, \Omega$ e $R_2 = 12,5 \, \Omega$, respectivamente (Tabela 8.XXX). Medindo previamente $R_{\text{amb}} = 10,0 \, \Omega$ e $\Theta_{\text{amb}} = 25,4 \, ^\circ\text{C}$ (Tabela 8.XXX), as expressões (8.21), (8.22) e (8.23) dão respectivamente $R_f = 13,6 \, \Omega$, $\tau_\theta \cong 11,0 \text{ min}$ e $\Theta_f \cong 109 \, ^\circ\text{C}$.

Admitindo que o limite de temperatura imposta pela classe do isolamento é igual a $\Theta_{\text{máx}} - \Theta_{\text{amb}} = 125 \, ^\circ\text{C}$ (classe H), a corrente nominal $I_{\text{máx}}$ admissível para a corrente de equilíbrio térmico $I = 5 \text{ A}$, é calculada pela expressão (8.26) que dá $I_{\text{máx}} \cong 5,5 \text{ A}$ (valor permitido em regime permanente). É natural que os valores de corrente máxima admissível sofram flutuações em função da temperatura ambiente.

Substituindo na expressão (8.28), $I_{\text{máx}} \cong 5,5 \text{ A}$ e $\tau_\theta \cong 11,0 \text{ min}$ (ventilação natural), a Figura 8.31 estabelece uma fronteira para cada valor da corrente máxima admissível pelo ALIT durante um determinado intervalo de tempo finito. Por observação da referida Figura, verifica-se que, por exemplo, para um funcionamento da máquina durante **10 min**, a corrente admissível é de **7 A**.

Curvas semelhantes à representada na Figura 8.31, podem ser traçadas para a força longitudinal desenvolvida para o secundário bloqueado, bastando para isso multiplicar o quadrado do valor das ordenadas (intensidade de corrente) pela constante de força do actuador [13, 16].

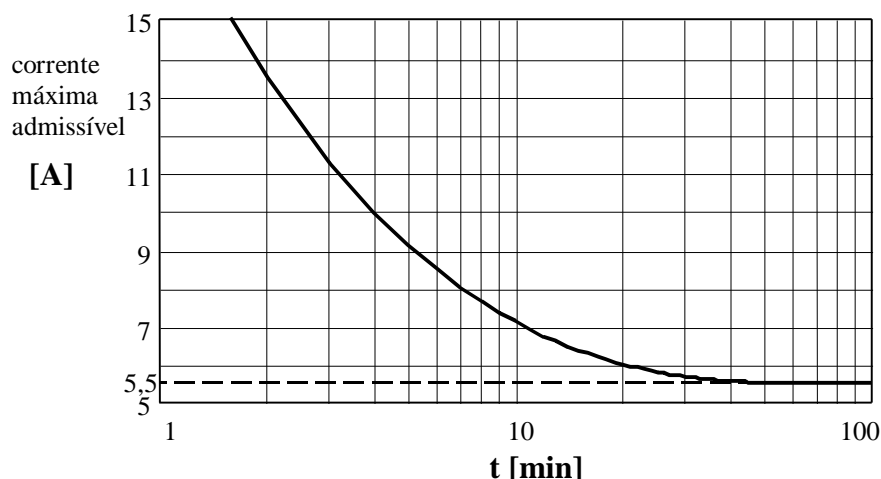


Figura 8.31 - Correntes admissíveis em função do tempo (ALIT de 24 cavas com secundário de Cu + Fe - 60 cm).

Com base na expressão (8.29), é possível traçar a curva de sobrecarga do ALIT, como se representa na Figura 8.32 [13, 16].

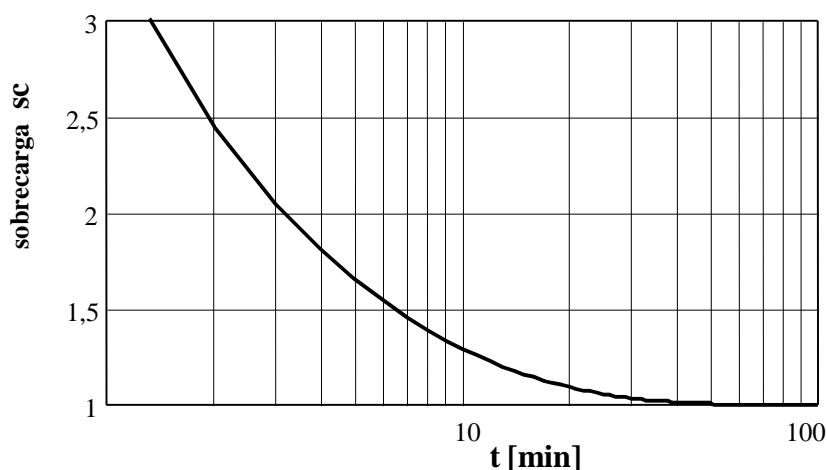


Figura 8.32 - Capacidade de sobrecarga do ALIT de 24 cavas e com secundário de Cu + Fe - 60 cm.

Relativamente aos ensaios de aquecimento, a Figura 8.33 apresenta os gráficos da variação da intensidade de corrente (em dc), para 24 bobinas em série, secundário, de **60 cm**, constituído por Cu + Fe e secundário constituído por Al + Fe, e para 12 bobinas em série, secundário constituído por Cu + Fe e secundário constituído por Al + Fe, para uma ventilação natural.

Da Figura 8.33 pode-se observar que a corrente máxima admissível, em regime permanente, é de aproximadamente **5 A** (também chamada corrente de equilíbrio térmico, em que a temperatura ambiente tem uma grande importância na variação desta mesma corrente). Nos ensaios de aquecimento, das Tabelas 8.XXXI, 8.XXXII, 8.XXXIII e 8.XXXIV, verifica-se que, ao fim de **70 min**, existem algumas flutuações nos valores das correntes máximas admissíveis, isto devido ao facto dos diversos

ensaaios terem sido realizados a temperaturas ambientes diferentes. Todos os ensaios foram efectuados com ventilação natural. No entanto, em regimes de funcionamento de curta duração, entre **5 e 10 min**, a corrente máxima de regime poderá ser de cerca de **7 a 9 A**, isto é, uma sobrecarga de cerca de **50%**, como se pode observar na Figura 8.31.

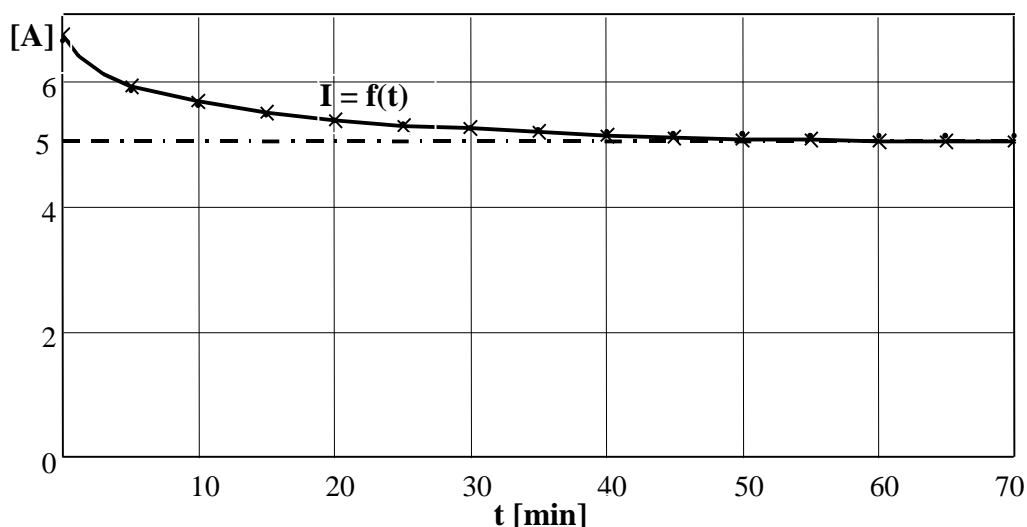


Figura 8.33 - Gráficos característicos da evolução das intensidades de corrente admissíveis em função do tempo, relativas aos ensaios de aquecimento (ALIT com 24 cavas e com 12 cavas - Cu + Fe e Al + Fe - 60 cm).

Relativamente aos ensaios de aquecimento, a Figura 8.34 apresenta os gráficos da variação das resistências de 24 bobinas em série (Al + Fe - **60 cm**), e de 24 bobinas também em série (Cu + Fe e Al + Fe - **60 cm**), para uma ventilação natural [13, 16].

Relativamente aos ensaios de arrefecimento, a Figura 8.35 apresenta os gráficos da variação das resistências de 24 bobinas em série (Al + Fe - **60 cm**), e de 24 bobinas também em série (Cu + Fe e Al + Fe - **60 cm**), para uma ventilação natural [13, 16].

Foi apresentado um método que permite determinar experimentalmente, de modo eficiente e rápido, a corrente máxima admissível durante um dado tempo de funcionamento por uma máquina eléctrica. O método é geral, podendo ser aplicado a qualquer dispositivo eléctrico, tendo sido particularizado, neste trabalho, para um ALIT.

Dado que a temperatura ambiente sofre, durante o ano, grandes variações de amplitude, pode-se admitir que a corrente máxima admissível, em regime permanente, seja, aproximadamente, igual a **5 A**, o que irá corresponder ao valor eficaz de uma densidade superficial de corrente, no enrolamento do primário do ALIT, igual a

$$J_I = \frac{I_1}{S_1} = \frac{4I_1}{\pi D_f^2} \cong 6,4 \text{ A/mm}^2.$$

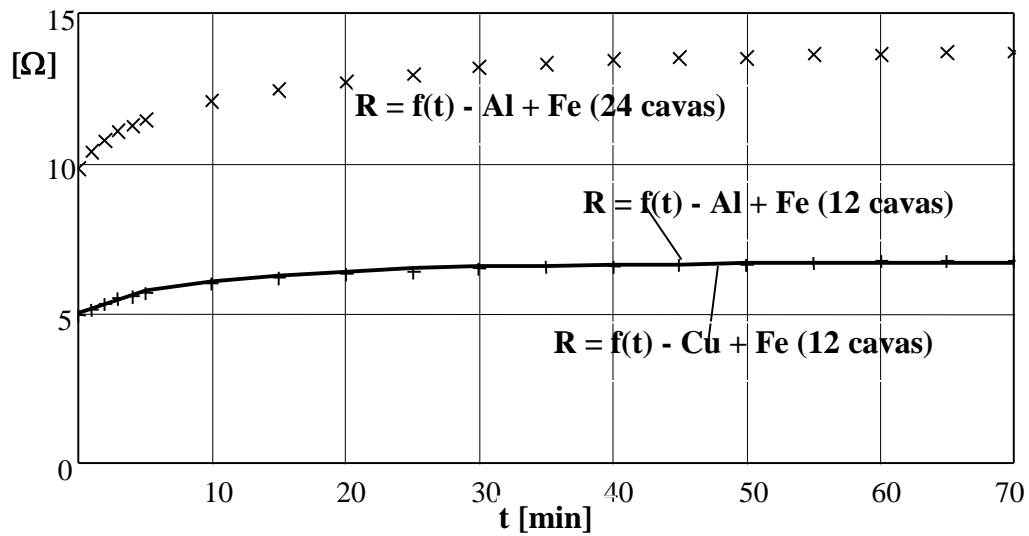


Figura 8.34 - Gráficos característicos da evolução das resistências das bobinas do primário, em série, em função do tempo, relativas aos ensaios de aquecimento (ALIT com 24 cavas - Al + Fe - 60 cm, e com 12 cavas - Cu + Fe e Al + Fe - 60 cm).

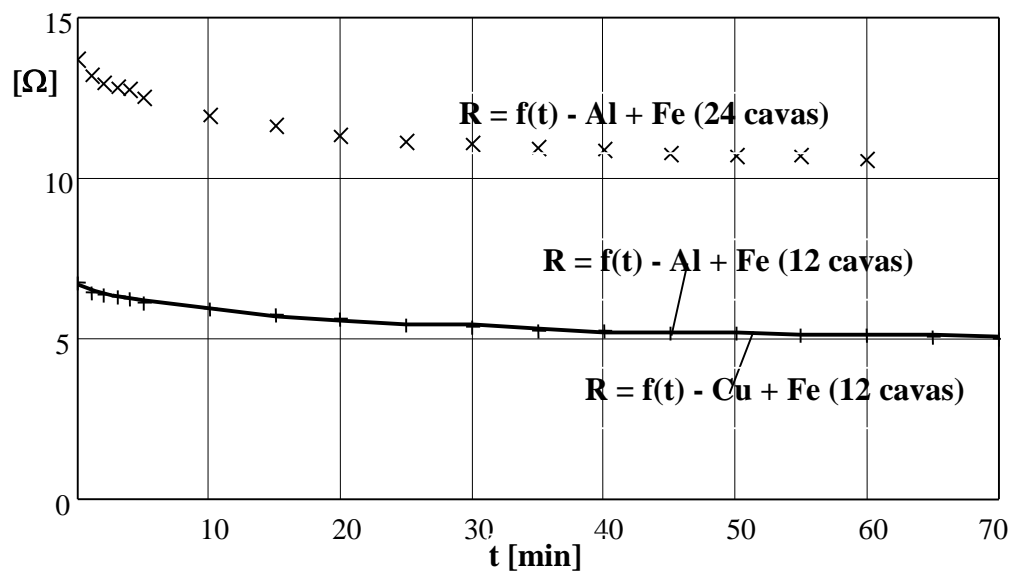


Figura 8.35 - Gráficos característicos da evolução das resistências das bobinas do primário, em série, em função do tempo, relativas aos ensaios de arrefecimento (ALIT com 24 cavas - Al + Fe - 60 cm, e com 12 cavas - Cu + Fe e Al + Fe - 60 cm).

8.3 ENSAIOS EM REGIME ESTÁTICO

Foram realizados diversos ensaios em regime estático, em vazio e em carga ou em curto-circuito [09].

8.3.1 Ensaaios em Vazio

Nos ensaios em vazio, o secundário foi substituído por um tubo de ferro de dimensões iguais aos tubos de ferro, envolvidos por cobre ou por alumínio. A Figura 8.36 apresenta uma fotografia dos diversos tubos de ferro utilizados nos ensaios em vazio e em curto-circuito.

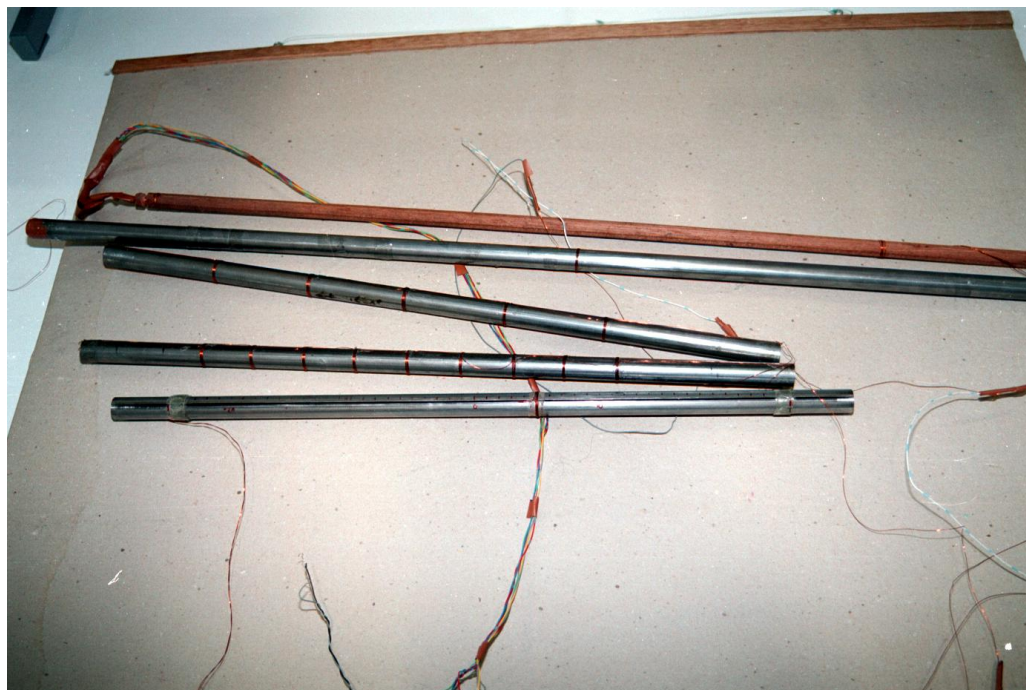


Figura 8.36 - Apresentação de diversos secundários utilizados no ensaio do protótipo.

Da Figura 8.36, para $m_1 = 3$, no 2º tubo de ferro, a contar de baixo, é visível a série de espiras enroladas sequencialmente em sentidos inversos, e intervaladas de τ ($q = 1$), no 3º tubo de ferro, também a contar de baixo, as espiras encontram-se distribuídas em intervalos de 2τ para $q = 1$, ou de apenas de τ para $q = 2$, e, para qualquer valor de m_1 , o 4º (de Fe) e o 5º (de madeira) tubos apresentam apenas uma sonda constituída por um conjunto de 5 espiras que, tal como os tubos descritos anteriormente, têm a função de medir a f.e.m. induzida no secundário. Como também se pode observar, o 1º tubo de ferro rasgado longitudinalmente, a contar de baixo, para além de apresentar uma sonda constituída por 5 espiras, possui também duas cintas nas extremidades com o objectivo de se manter o seu diâmetro constante.

A Figura 8.37 apresenta o esquema de ligações respeitante ao ensaio em vazio de um ALIT alimentado por 3 fases e pelo neutro [09], onde é visível a sonda de 5 espiras ligadas a um voltímetro. A função do tubo de ferro, rasgado longitudinalmente, com uma espessura de cerca de **0,5 mm**, é de inviabilizar quaisquer correntes induzidas no circuito do secundário.

Em todos os ensaios trifásicos equilibrados verificou-se que a corrente de neutro era insignificante, por isso, foram também realizados ensaios utilizando-se o método de

Aron. Nos ensaios em vazio e em curto-circuito, a **40** e a **60 Hz**, intercalou-se um ondulator trifásico entre a fonte e o autotransformador de potência.

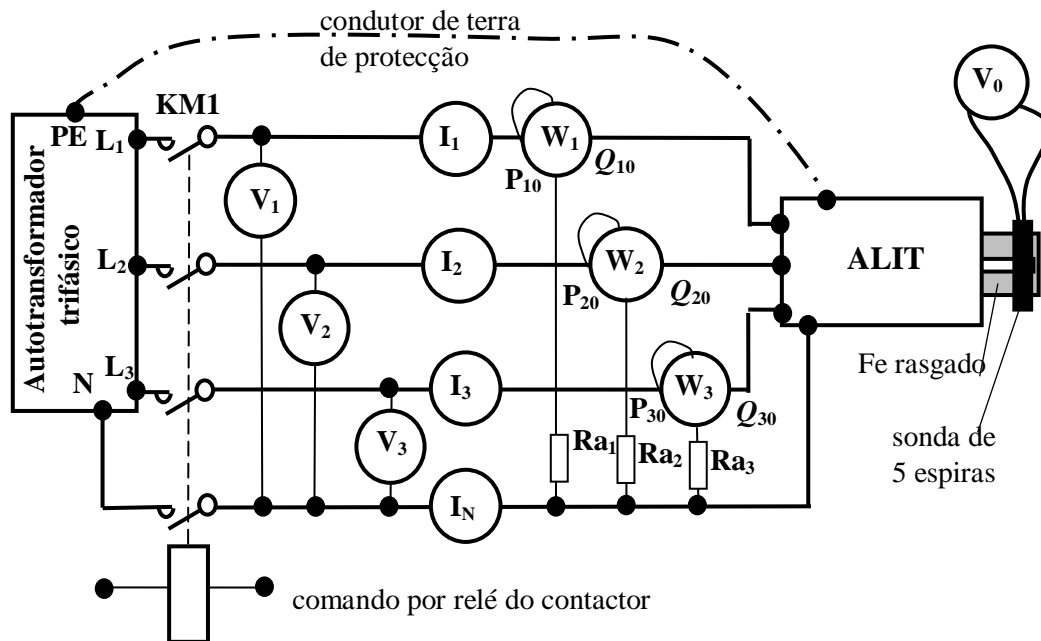


Figura 8.37 - Esquema de ligações relativo ao ensaio em vazio do ALIT trifásico com neutro.

A Figura 8.38 apresenta um aspecto geral do ondulator trifásico, do protótipo, e da maior parte dos aparelhos utilizados nos ensaios em vazio e em carga.



Figura 8.38 - Apresentação de dispositivos utilizados no ensaio do protótipo (vista lateral esquerda).

A Figura 8.39 apresenta um outro aspecto geral do ondulador trifásico, do protótipo, e da maior parte dos aparelhos de medida (vista lateral direita).

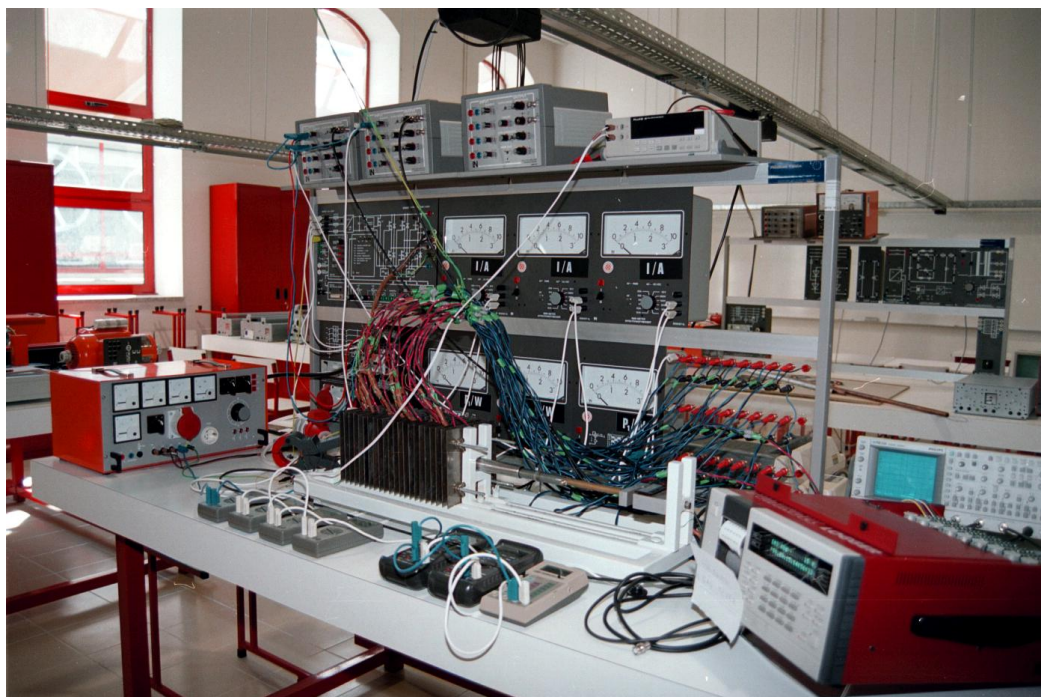


Figura 8.39 - Apresentação de dispositivos utilizados no ensaio do protótipo (vista lateral direita).

A Figura 8.40 apresenta um outro aspecto geral do ondulador trifásico, do protótipo, e da maior parte dos aparelhos de medida (vista de frente).

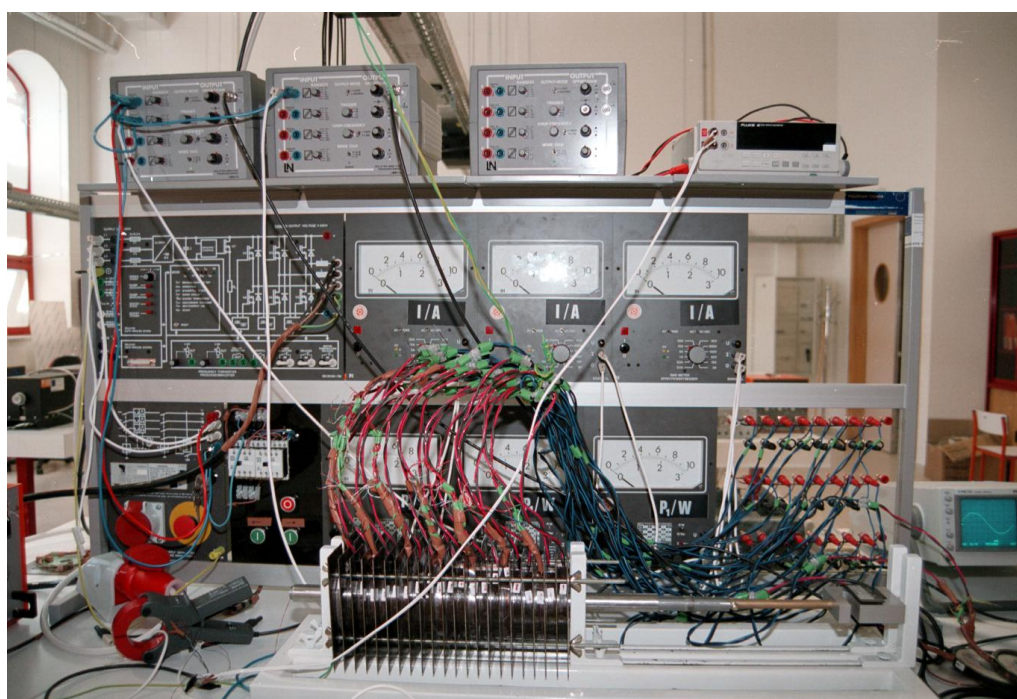
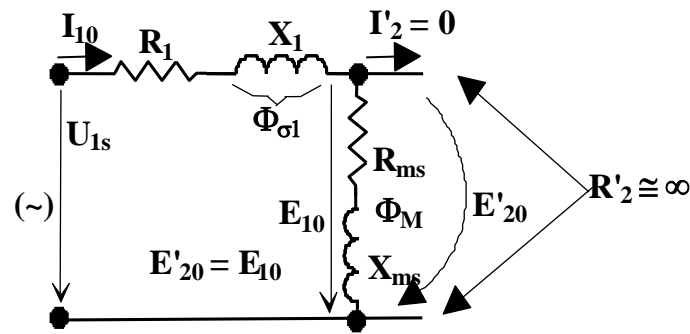


Figura 8.40 - Apresentação de dispositivos utilizados no ensaio do protótipo (vista de frente).

Do lado esquerdo das Figuras 8.38, 8.39 e 8.40, pode-se observar o ondulator trifásico utilizado para realização dos ensaios do protótipo, a **40** e a **60 Hz**. Na parte superior podem ser vistos diversos transformadores de isolamento, cujos secundários têm o objectivo de serem ligados aos diversos canais do osciloscópio, apresentado do lado direito das mesmas Figuras, para que não existam terras fictícias a potenciais diferentes, susceptíveis de danificarem os diversos aparelhos onde sejam aplicados. Para além dos multímetros, amperímetros, voltímetros, wattímetros, autotransformador, protecções, célula de carga e respectivo aparelho de aquisição de dados, é bem visível acima, do lado direito das Figuras 8.38, 8.39 e 8.40, um multímetro digital.

Derivado do esquema equivalente em T, a Figura 8.41 apresenta o esquema relativo a um ensaio em vazio ($R'_2 \cong \infty$).



I_{10} - corrente resultante do ensaio em vazio, por fase

Figura 8.41 - Esquema equivalente, por fase, do protótipo ensaiado em vazio.

A Figura 8.42-a apresenta as características, $P_{abs} = f(I_{10})$, dos resultados de dois ensaios em vazio, um para $Q_t = 24$, $q = 1$ e $m_1 = 3$, e o outro para $Q_t = 18$, $q = 1$ e $m_1 = 3$. Para estes mesmos dados a Figura 8.42-b, apresenta os respectivos factores de potência também em função da corrente absorvida de uma das fases.

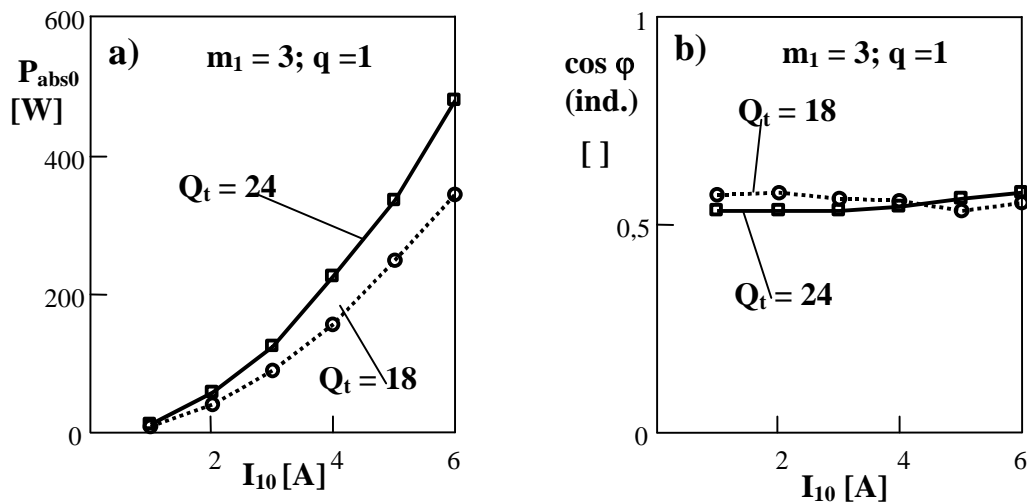


Figura 8.42 - Protótipo trifásico ensaiado em vazio.
a) Potência absorvida; b) Factor de potência.

Da Figura 8.42, conhecidas a resistências do primário, R_1 , as potências absorvidas em vazio e os respectivos factores de potência, pelo esquema equivalente, facilmente se obtêm os parâmetros R_{ms} e $X_1 + X_{ms}$ (facilmente também se obtêm os valores de R_{mp} e de X_{mp}), em que os resultados obtidos se podem considerar aproximados aos indicados no Capítulo 5. Ainda por observação da Figura 8.42-a, para $Q_t = 24$ e para $Q_t = 18$, verifica-se que a relação de potências absorvidas, em vazio - para a mesma corrente absorvida, é de aproximadamente **24/18**, isto significa que a densidade linear de força longitudinal, F_l , se mantém praticamente constante para as estas duas tipologias.

A Figura 8.43 apresenta um gráfico das f.e.m.s induzidas, em vazio de um protótipo trifásico, em valores **p.u.**, utilizando-se uma bobina de prova com 5 espiras, ao longo do entreferro, na vizinhança do tubo secundário de ferro rasgado.

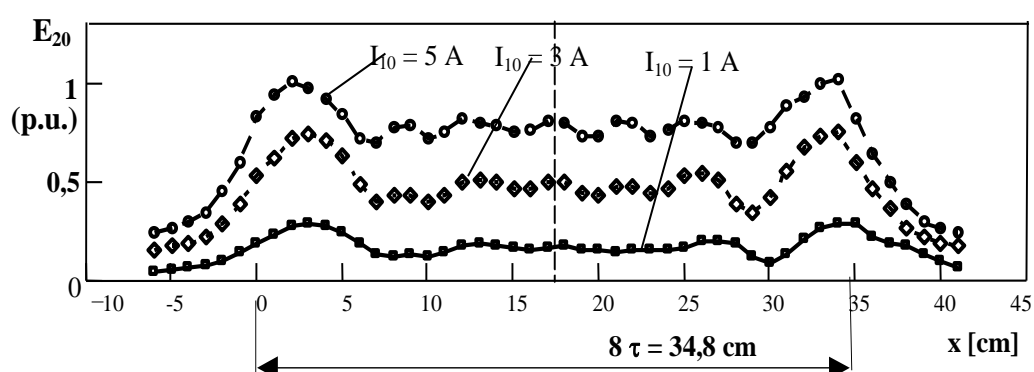


Figura 8.43 - *F.e.m.s induzidas no secundário do protótipo, para $Q_t = 24$, $q = 1$, $p = 4$ e $m_1 = 3$.*

Da Figura 8.43 verifica-se que a f.e.m. do secundário do protótipo varia proporcionalmente com a corrente aplicada. Também se verifica que as amplitudes são maiores nos extremos devido aos fenómenos relativos aos efeitos de extremidade. A menor amplitude da f.e.m. induzida na cavidade situada na vizinhança dos **30 cm** está de acordo com a teoria exposta na primeira parte do Capítulo 5. As flutuações da f.e.m.s induzidas ao longo do tubo de ferro devem-se aos intervalos originados pela sucessão de dentes e de cavas, sendo ao valor da f.e.m. maior nas zonas frontais aos dentes (menor relutância).

Relativamente aos ensaios do protótipo modular, utilizado como receptor bifásico, a Figura 8.44 apresenta um esquema de ligações respeitante ao ensaio em vazio de um ALIT alimentado apenas por 2 fases e pelo neutro obrigatoriamente.

No caso particular de $m_1 = 2$, com as tensões desfasadas, entre si de $2\pi/3$, o esquema da Figura 8.41, pode ser substituído por dois equivalentes, um com as componentes da tensão e da corrente em sentidos directos, e o outro com as respectivas componentes em sentidos inversos, como se apresenta na Figura 8.45. No caso do actuador linear for monofásico, as componentes directas e inversas, da tensão e da corrente, são iguais (teorema de Leblanc).

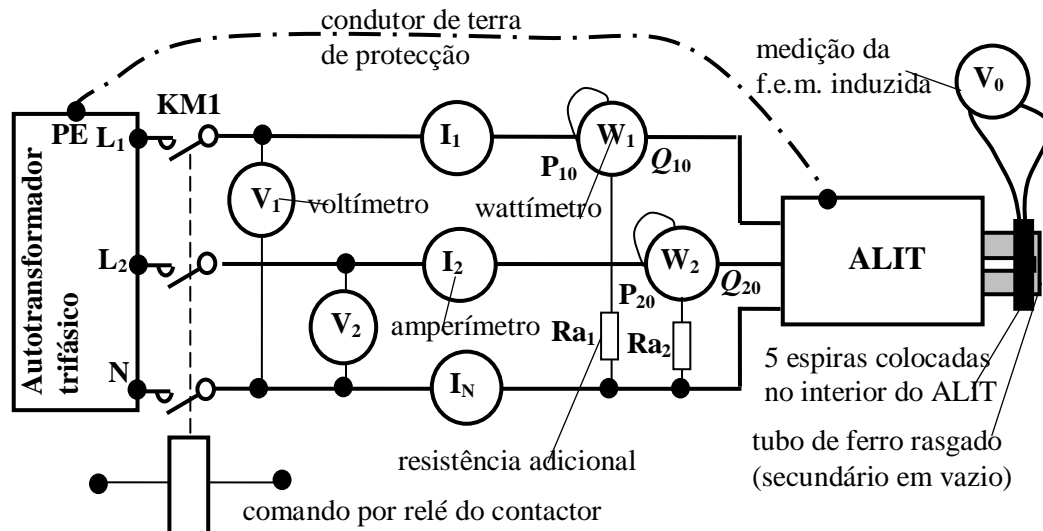
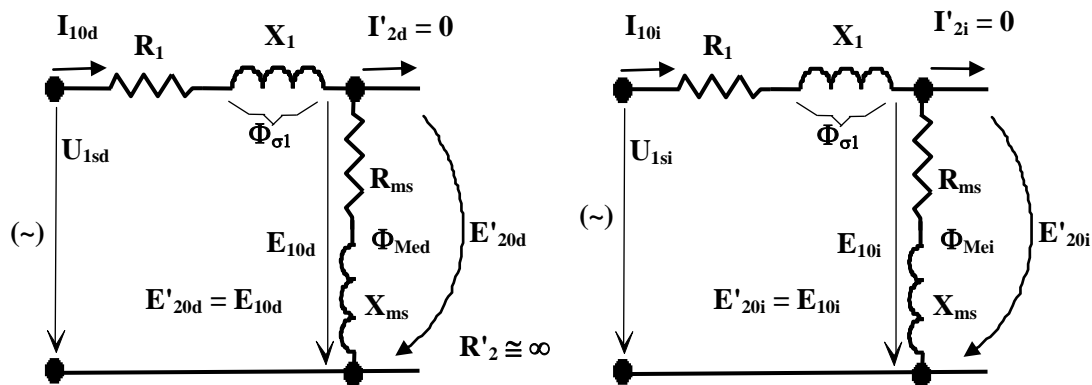


Figura 8.44 - Esquema de ligações relativo ao ensaio em vazio do ALIT bifásico com neutro.



(d) - índice respeitante a componente directa **(i)** - índice respeitante a componente inversa

Figura 8.45 - Esquema equivalente em T , por fase, do ALIT bifásico em vazio.

Para o ensaio em vazio de um ALIT bifásico, para $\mathbf{Q}_t = \mathbf{16}$ e $\mathbf{q} = \mathbf{1}$, a Figura 8.46-a apresenta um gráfico de variação das potências activas absorvidas, \mathbf{P}_{abs} , \mathbf{P}_{absd} (potência activa absorvida resultante das componentes directas das correntes), e \mathbf{P}_{absi} , (potência activa absorvida resultante das componentes inversas das correntes), em função da corrente \mathbf{I}_1 . Do mesmo modo, a Figura 8.46-b apresenta um gráfico de variação da componente directa da potência activa absorvida, \mathbf{P}_{absd} , e das potências reactivas \mathbf{Q}_{abs} , em que \mathbf{Q}_{absd} (potência reactiva absorvida resultante das componentes directas das correntes), e \mathbf{Q}_{absi} (potência reactiva absorvida resultante das componentes inversas das correntes), em função da tensão \mathbf{U}_{10} .

A Figura 8.47-a apresenta um gráfico de variação das correntes \mathbf{I}_{1d} , \mathbf{I}_{1i} , \mathbf{I}_d (v.m.p.) e \mathbf{I}_i (v.m.p.), em função de \mathbf{I}_1 . A Figura 8.47-b apresenta um gráfico de variação das tensões \mathbf{U}_{10d} , \mathbf{U}_{10i} , \mathbf{U}_{1sd} (v.m.p.) e \mathbf{U}_{1si} (v.m.p.), em função de \mathbf{I}_1 .

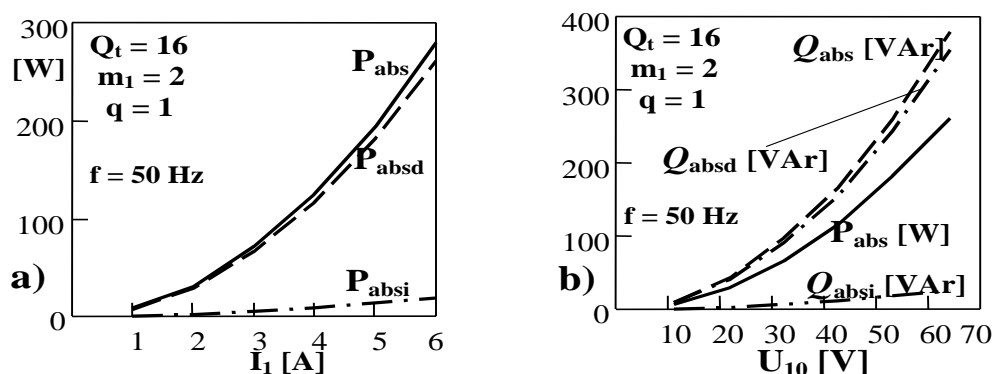


Figura 8.46 - a) Potência absorvida e suas componentes directa e inversa em função da corrente I_1 ;
b) Potência reactiva, suas componentes directa e inversa, e componente directa da potência activa em função da tensão U_{10} .

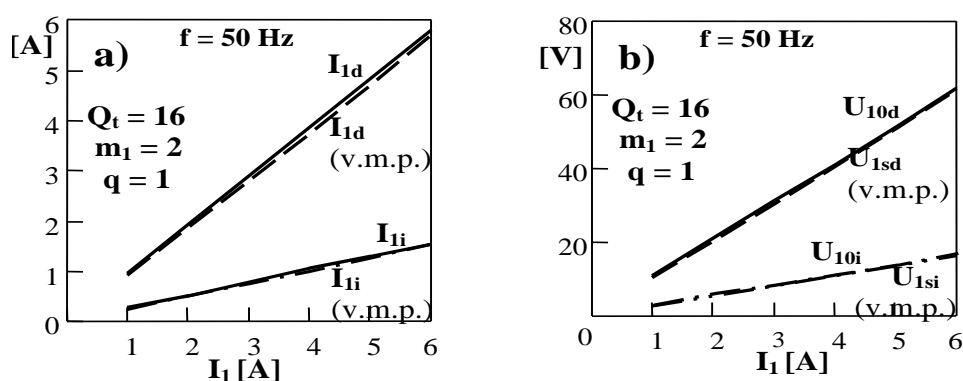


Figura 8.47 - a) Componentes directas e inversas da corrente, I_{1d} , I_{1d} (v.m.p.), I_{1i} e I_{1i} (v.m.p.), em função da corrente I_1 ;
b) Componentes directas e inversas da tensão, U_{10d} , U_{10d} (v.m.p.), U_{10i} e U_{10i} (v.m.p.), em função da corrente I_1 .

No ensaio em vazio a **50 Hz** ($m_1 = 3$, $q = 1$ e $Q_t = 24$), a Figura 8.48-a apresenta as características dos factores de potência, $\cos\varphi$ (todo o circuito) e $\cos\varphi_0$ (perna de magnetização), em função da corrente I_1 . A Figura 8.48-b apresenta as características das potências absorvidas, P_{abs} , Q_{abs} e S_{abs} , em função da corrente I_1 .

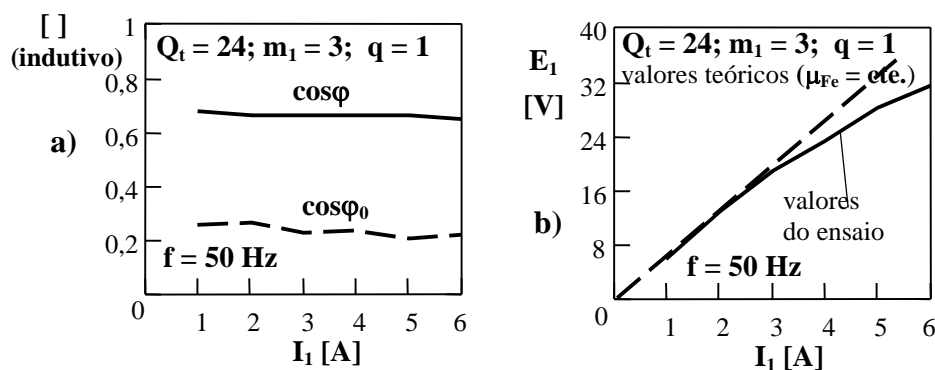


Figura 8.48 - a) Características de $\cos\varphi$ e de $\cos\varphi_0$ em função de I_1 ;
b) Potências absorvidas, P_{abs} , Q_{abs} e S_{abs} , em função de I_1 .

Por observação da Figura 8.48, verifica-se que os factores de potência, $\cos\phi$ e $\cos\phi_0$, se mantêm praticamente constantes, e que P_{abs} , Q_{abs} e S_{abs} , variam com I_1^2 , ou seja, a tensão U_{1s} é proporcional à corrente I_1 , isto significa que, neste ensaio em vazio, os parâmetros do esquema equivalente, R_1 , X_1 , R_{ms} (ou R_{mp}) e X_{ms} (ou X_{mp}), se mantiveram praticamente constantes para valores de corrente, no primário, compreendidos entre os limites 1 A e 6 A. Quer isto dizer que o valor da permeabilidade magnética relativa do ferro não sofreu grandes alterações. Os valores de R_{ms} e $X_1 + X_{ms}$, obtidos neste ensaio, mediante algumas flutuações, servirão de referência para os ensaios em curto-circuito. Todos ensaios em vazio foram realizados com o protótipo na posição horizontal.

8.3.2 Ensaio em Carga

Para se avaliar o efeito da temperatura, considerando a força de atrito estático constante e igual a 1,784 N (secundário com tubo de Cu + Fe de retorno de 60 cm - Subcapítulo 8.1.3), a Figura 8.49 apresenta um gráfico de variação da força do ALIT, colocado na horizontal, com 24 bobinas e 8 pólos (trifásico com neutro à frequência de 50 Hz), ligação em estrela.

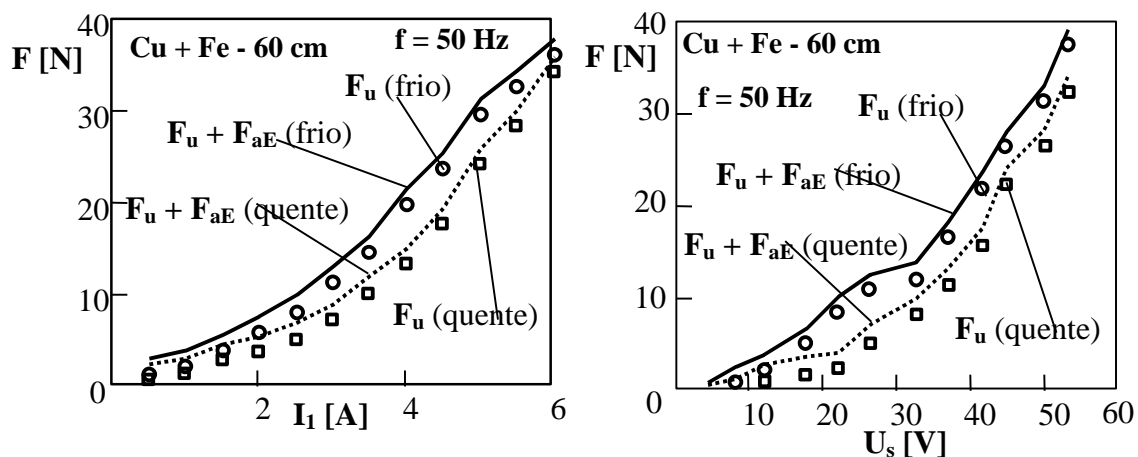


Figura 8.49 - Ensaio de força de um ALIT, $Q_t = 24$, $q = 1$, $m_l = 3$, a frio e a quente.
a) Em função da corrente; b) Em função da tensão simples.

Por observação da Figura 8.49, pode-se concluir que a temperatura tem grande influência nos resultados relativamente à força útil ($F_u = F - F_{aE}$), devido ao facto de, por aquecimento, existirem dilatações dos materiais e, por isso, aumentar a força de atrito.

Com o objectivo de se medir a força longitudinal, sem se considerarem os atritos, efectuou-se um ensaio com o ALIT ($Q_t = 24$, $q = 1$, $f = 50$ Hz, trifásico com neutro e ligação em estrela), colocado na vertical, com o secundário de Al + Fe (60 cm), depois de descontado o peso referente à célula de carga e ao secundário, obtiveram-se os resultados indicados na Figura 8.50. Para valores de I_1 superiores a 6 A, os ensaios

foram efectuados muito rapidamente a fim de se evitarem aumentos de temperatura capazes de danificarem o protótipo.

Por observação da Figura 8.50-a, ensaios efectuados com os secundários na posição vertical, verifica-se que, relativamente ao induzido constituído por Al + Fe (60 cm), o modelo teórico unidimensional apresenta resultados satisfatórios para correntes até aproximadamente 5 A. Para valores de corrente, por fase, superiores a 5 A, começa a pesar o factor de saturação, K_μ , que se torna bem superior à unidade. Quanto à força longitudinal devida ao efeito de extremidade de entrada, considerada a mais importante, esta é praticamente nula como se poder observar por intermédio da Figura 8.51-a ($Q_t = 24$, $q = 1$, $m_1 = 3$).

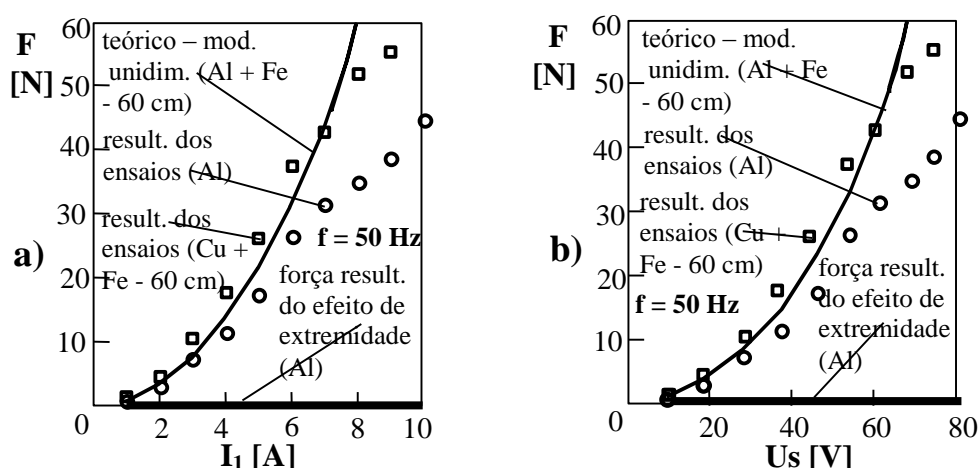


Figura 8.50 - Ensaio do ALIT com os secundários de Al + Fe e de Cu + Fe - 60 cm, colocados na vertical, $Q_t = 24$, $q = 1$, $m_1 = 3$.

a) Em função da corrente [$F(U_s = 79,5 \text{ V}) = 66 \text{ N} - \text{Cu}$];

b) Em função da tensão simples [$F(I_1 = 10 \text{ A}) = 66 \text{ N} - \text{Cu}$].

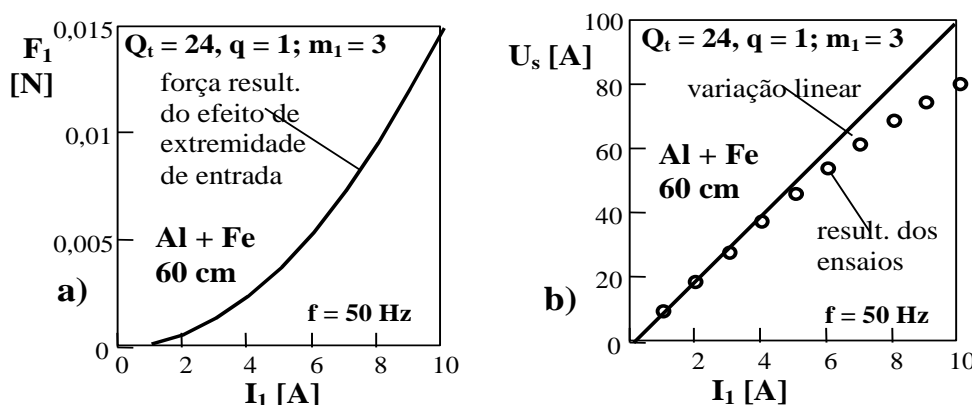


Figura 8.51 - a) Força devida ao efeito de extremidade de entrada (praticamente nula);

b) Gráfico da tensão simples em função da corrente.

Por observação da Figura 8.51-a, verifica-se que, para escorregamentos iguais a um, as forças devidas ao efeito de extremidade são praticamente nulas.

Da Figura 8.51-b pode-se concluir que a relação tensão simples - intensidade de corrente não é linear, isto significa que a impedância do circuito equivalente em **T** diminuiu, pois muito embora a resistência equivalente tenha aumentado devido ao aumento de temperatura, a reactância equivalente diminuiu muito mais devido ao facto de o factor de saturação ter aumentado significativamente. Todos ensaios em carga, excepto os representados nas Figuras 8.50 e 8.51, foram realizados com o protótipo na posição horizontal.

A Figura 8.52-a apresenta resultados dos ensaios em carga do protótipo, colocado na horizontal, com o secundário de Cu + Fe - 60 cm, para $Q_t = 24$, $q = 1$ e $m_1 = 3$, às frequências de 40, 50 e 60 Hz [$F_u = f(I_1)$]. Do mesmo modo, a Figura 8.52-b apresenta, para as mesmas frequências, as características de F_u em função da tensão simples (U_s).

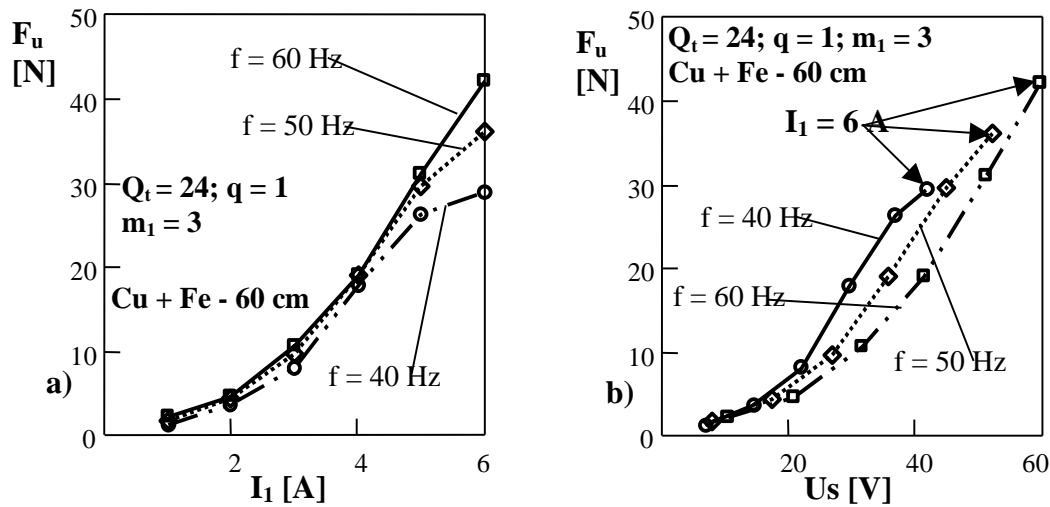


Figura 8.52 - a) Características $F_u = f(I_1)$, às frequências de 40, 50 e 60 Hz;
b) Características $F_u = f(U_s)$, às frequências de 40, 50 e 60 Hz.

Dos dados utilizados na Figura 8.52, tendo em consideração a noção de força específica, F_e , definida como a relação entre a força longitudinal, em que se considera que $F_u \cong F$, e a potência absorvida, P_{abs} , a Figura 8.53-a apresenta as características $F_e = f(I_1)$, para as frequências de 40, 50 e 60 Hz. Do mesmo modo, a Figura 8.53-b apresenta as características $F_e = f(U_s)$, também para as mesmas frequências descritas anteriormente.

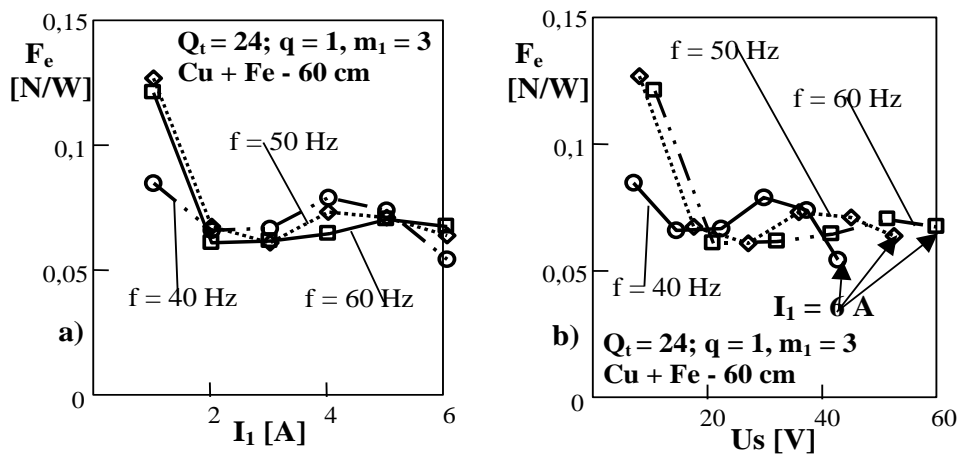


Figura 8.53 - a) Força específica em função da corrente I_1 ;
b) Força específica em função da tensão U_s .

Por observação da Figura 8.53, não considerando as zonas na vizinhança de $I_1 = 1\text{ A}$, verifica-se que as eficiências máximas do protótipo com o secundário de Cu + Fe de retorno (60 cm), se situam, para quaisquer valores de frequências iguais a 40, 50, ou 60 Hz, na zona compreendida entre os limites de 4 e 5 A. Por outro lado, estas eficiências máximas correspondem às tensões aproximadas de 30 V (40 Hz), 40 V (50 Hz), e de 50 V (60 Hz), respectivamente. Esta noção de força específica está inteiramente relacionada com o factor de qualidade Q , que é proporcional à frequência.

Ainda dos dados utilizados na Figura 8.52, a Figura 8.54-a apresenta o factor de potência do protótipo em função da corrente I_1 , para as diversas frequências (40, 50 e 60 Hz). Do mesmo modo foi intercalada uma sonda de 5 espiras a envolver uma zona fixa do secundário, na qual se mediram as respectivas f.e.m.s induzidas, E_{25} , e cujas características estão apresentadas na Figura 8.54-b ($Q_t = 24$, $q = 1$ e $m_1 = 3$).

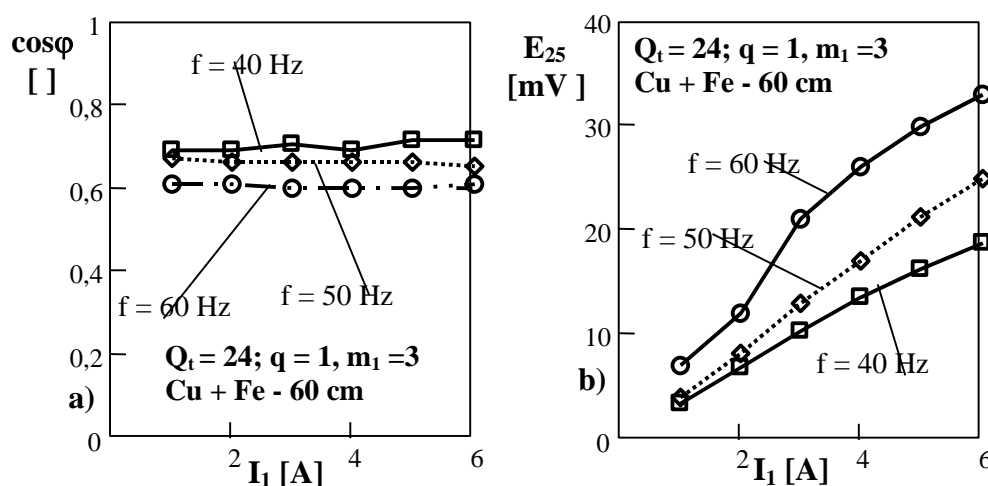


Figura 8.54 - a) Factor de potência em função da corrente I_1 ;
b) F.e.m. induzida por 5 espiras a envolverem o secundário em função da corrente I_1 .

Por observação da Figura 8.54-a, para $Q_t = 24$, $q = 1$, e $m_1 = 3$, verifica-se que o factor de potência decresce com a frequência, pois, como é lógico, admitindo que a resistência equivalente do esquema em T se mantém constante, isto implica que a reactância equivalente, que depende directamente da frequência, será maior para 60 Hz do que, por exemplo, para 50 Hz. Do mesmo modo, como a reactância de magnetização torna-se maior para maiores frequências, então também se pode concluir de que a f.e.m. induzida aumentará com a frequência.

Para a frequência de 60 Hz, a Figura 8.55 apresenta, num diagrama cartesiano, a variação das características das tensões compostas, U_{12} , U_{23} e U_{31} , e das correntes I_1 , I_2 e I_3 , para uma corrente $I_1 \equiv I_R \cong 5\text{ A}$, de um ensaio em carga (ou em curto-circuito) com o secundário de Cu + Fe de retorno (60 cm), para $Q_t = 24$, $q = 1$ e $m_1 = 3$. Também para a frequência de 60 Hz, a Figura 8.56 apresenta, num diagrama cartesiano, a variação das características das correntes $I_1 \cong 1\text{ A}$, $I_1 \cong 3\text{ A}$ e $I_1 \cong 5\text{ A}$, e das respectivas f.e.m.s induzidas no secundário (E_2); em grandezas p.u., cuja sonda de 5 espiras foi

colocada em torno do secundário e no alinhamento da primeira bobina do ALIT (fase **R** ou **L₁**).

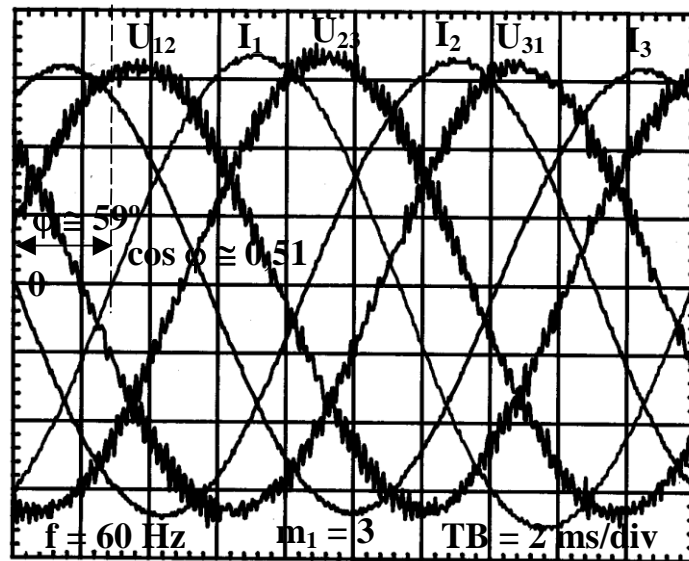


Figura 8.55 - Diagrama cartesiano das tensões compostas e das correntes de um ALIT em carga ($Q_t = 24$, $q = 1$, $m_1 = 3$ e $\text{Cu} + \text{Fe}$ de 60 cm), alimentado a 60 Hz ($I_1 \cong 5$ A e $U_s \cong 51$ V).

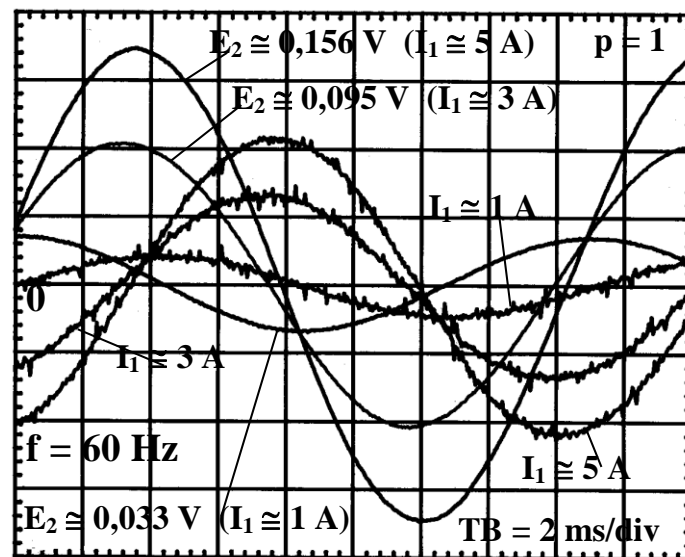


Figura 8.56 - Diagrama cartesiano das f.e.m.s induzidas no secundário, e das correntes de um ALIT em carga ($Q_t = 24$, $q = 1$, $m_1 = 3$ e $\text{Cu} + \text{Fe}$ de 60 cm), alimentado a 60 Hz, para $I_1 \cong 1$, 3 e 5 A.

Das Figuras 8.55 e 8.56, apesar de ter sido intercalado, entre a rede ($f = 50$ Hz) e o protótipo ($f = 60$ Hz), um ondulador e um autotransformador, verifica-se que todas as grandezas de tensão, corrente e de f.e.m. induzida no secundário são praticamente sinusoidais; o mesmo se pode concluir relativamente aos ensaios realizados à frequência de 40 Hz (por exemplo: $I_1 \cong 5$ A $\rightarrow U_s \cong 36$ V).

Com o protótipo colocado na horizontal, a Figura 8.57-a apresenta um gráfico de variação da força, F , em função da tensão simples, de um ensaio em curto-circuito com o secundário de Cu + Fe de retorno (60 cm), para $Q_t = 24$, $q = 1$, $m_1 = 3$ e $f = 50$ Hz. Do mesmo modo, a Figura 8.57-b apresenta os resultados comparativos para o caso de se substituir o tubo do secundário, de Cu + Fe, por outro de Al + Fe retorno (60 cm).

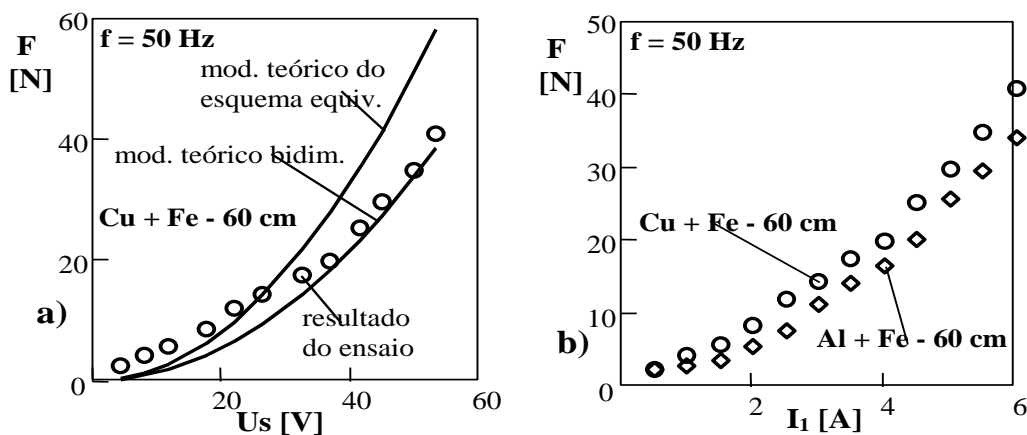


Figura 8.57 - a) Ensaio de força de um ALIT com o secundário de Cu + Fe - 60 cm, em função de U_s ($Q_t = 24$, $q = 1$ e $m_1 = 3$);
b) Ensaio de força de um ALIT com secundários de Cu + Fe e de Al + Fe - 60 cm, em função de I_1 ($Q_t = 24$, $q = 1$ e $m_1 = 3$).

A Figura 8.58-a apresenta os resultados comparativos da força em função da corrente absorvida, entre dois ALITs trifásicos com 24 cavas, sendo de Al o secundário de ambos, mas num deles $q = 1$, e no outro $q = 2$. Também na Figura 8.58-a apresenta-se a característica comparativa de $F = f(I_1)$, relativa ao ALIT com 24 cavas, com o secundário de Cu + Fe de retorno (60 cm), e em que $q = 2$. A Figura 8.58-b apresenta a força específica para os dados referenciados em relação à Figura 8.58-a.

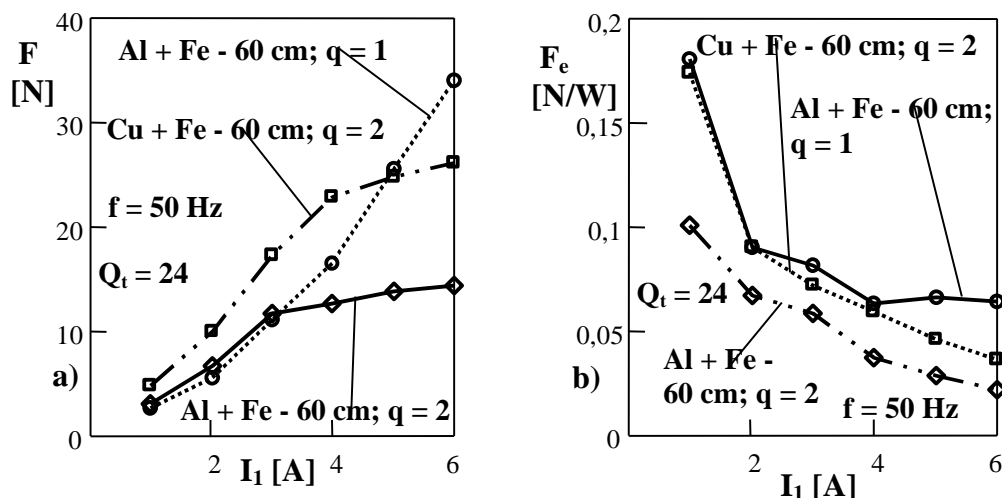


Figura 8.58 - a) Ensaio de força do ALIT trifásico com 24 cavas;
b) Resultados da força específica.

Da Figura 8.58-a, em que Q_t é constante e igual **24**, verifica-se que a partir da corrente absorvida de **3 A**, o protótipo com $q = 1$ apresenta maior eficiência do que o seu homólogo com $q = 2$, porque neste, para correntes superiores a $I_1 = 3$ A, o factor de saturação, para a pequena espessura do tubo de Fe do secundário, toma valores elevados (cerca de **2** vezes superiores à unidade). Da Figura 8.58-b, para igual tipologia, verifica-se que a eficiência do protótipo com o secundário de Cu + Fe é superior à do secundário de Al + Fe de retorno, mas com as desvantagens peso e preço.

A Figura 8.59-a apresenta os resultados comparativos da força em função da corrente absorvida, do protótipo bifásico com **24** cavas, com o secundário de Cu + Fe de retorno (**60 cm**), para $q = 1$, $q = 3$ e $q = 4$. A Figura 8.59-b apresenta, em função de I_1 , os respectivos valores da força específica.

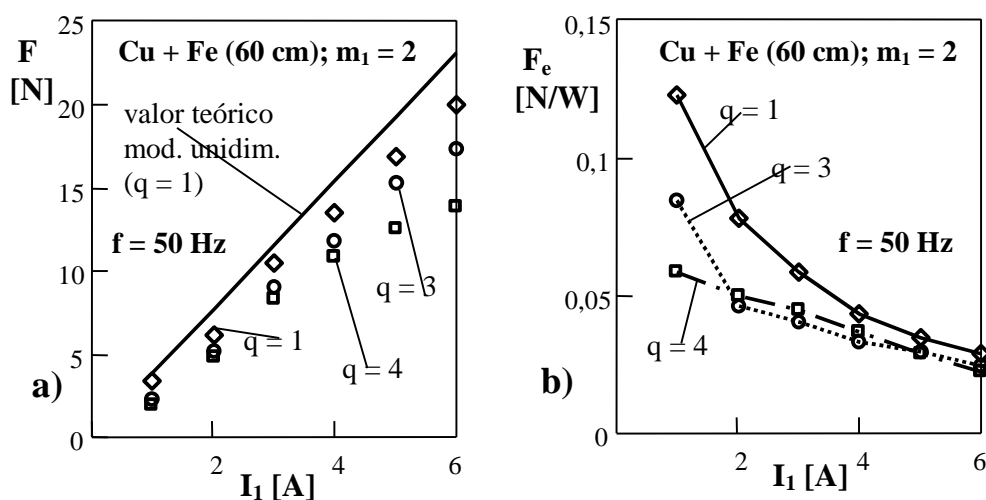


Figura 8.59 - a) Ensaio de força de um ALIT bifásico com 24 cavas;
b) Resultados da força específica.

Por observação da Figura 8.59-a, verifica-se que os valores teóricos da força longitudinal são muito aproximados aos resultados obtidos no ensaio (modelo unidimensional). Também se verifica que, devido à presença de harmónicas de índice $k = -1$, a variação da força com a corrente torna-se praticamente linear, contrariamente ao que acontecia em relação aos ensaios trifásicos equilibrados. Esta proporcionalidade deixa de existir para correntes superiores a **4 A**, aproximadamente, devido ao facto de K_μ tomar valores apreciáveis face à unidade. Da Figura 8.59-b pode-se concluir que a eficiência dos actuadores bifásicos é inferior à dos seus homólogos trifásicos.

Para a frequência de **50 Hz**, a Figura 8.60 apresenta, num diagrama cartesiano, a variação das características das tensões simples, U_{1s} e U_{2s} , e das correntes I_1 , I_2 e I_N (corrente de neutro), para uma corrente $I_1 \equiv I_R \cong 5$ A, de um ensaio em carga (ou em curto-circuito) com o secundário de Cu + Fe de retorno (**60 cm**), para $Q_t = 24$, $q = 1$ e $m_1 = 2$.

Da Figura 8.60 verifica-se que as intensidades de correntes, para além das ondas fundamentais, apresentam harmónicas de outros índices.

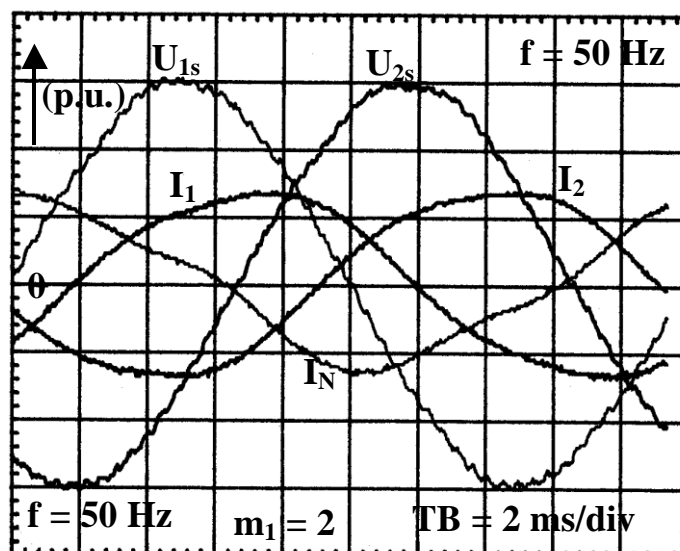


Figura 8.60 - Diagrama cartesiano das tensões simples e das correntes de um ALIT em carga ($Q_t = 24$, $q = 1$, $m_1 = 2$ e $\text{Cu} + \text{Fe}$ de 60 cm), alimentado a 50 Hz ($I_1 \cong 5 \text{ A}$ e $U_s \cong 65 \text{ V}$).

• Num ensaio em curto-circuito, para uma corrente absorvida de 3 A, e para o protótipo implementado, em que $Q_t = 18$, $m_1 = 3$, $q = 2$ ($p = 3/2$ - número ímpar de pólos), a Figura 8.61-a apresenta, em termos relativos, as diversas f.e.m.s induzidas, obtidas por intermédio de 4 sondas de 5 espiras cada, localizadas nas seguintes zonas da extremidade de entrada: (1) - na periferia do secundário; (2) - entre o tubo de aço inoxidável e os dentes (aletas); (3) - região imediatamente exterior às bobinas do primário; e (4) - região imediatamente superior ao diâmetro do núcleo do primário (anéis de Fe). Na Figura 8.61-b são representadas f.e.m.s induzidas com as sondas localizadas na extremidade de saída.

Por comparação das Figuras 8.61-a e 8.61-b, verifica-se que para um número ímpar de pólos, e mesmo para $s = 1$, devem-se ter em conta os efeitos de extremidade. É importante verificar que as amplitudes das f.e.m.s induzidas nas regiões (1) e (2) são praticamente iguais, isto significa que as fugas da indução, segundo o eixo x , são praticamente nulas e, por isso, é suficiente utilizar-se, para valores de q iguais ou inferiores a 3, o modelo unidimensional na determinação da força longitudinal. Entre as regiões (2) e (3), como existe uma diferença acentuada de amplitudes, pode-se concluir que as fugas no primário nunca devem ser desprezadas. Entre as regiões (3) e (4), existem fugas que se fecham entre as bobinas e as periferias inferiores dos núcleos. Como a amplitude relativa da f.e.m.s na região (4) é bastante menor, isto significa que o protótipo mesmo sem núcleo de ferro também funciona, embora, como é lógico, com menor eficiência (ou rendimento).

Ainda das Figuras 8.61-a e 8.61-b, por aumento da corrente absorvida, verifica-se que, devido à saturação magnética, as f.e.m.s induzidas começam a comportar diversas harmónicas com amplitudes apreciáveis.

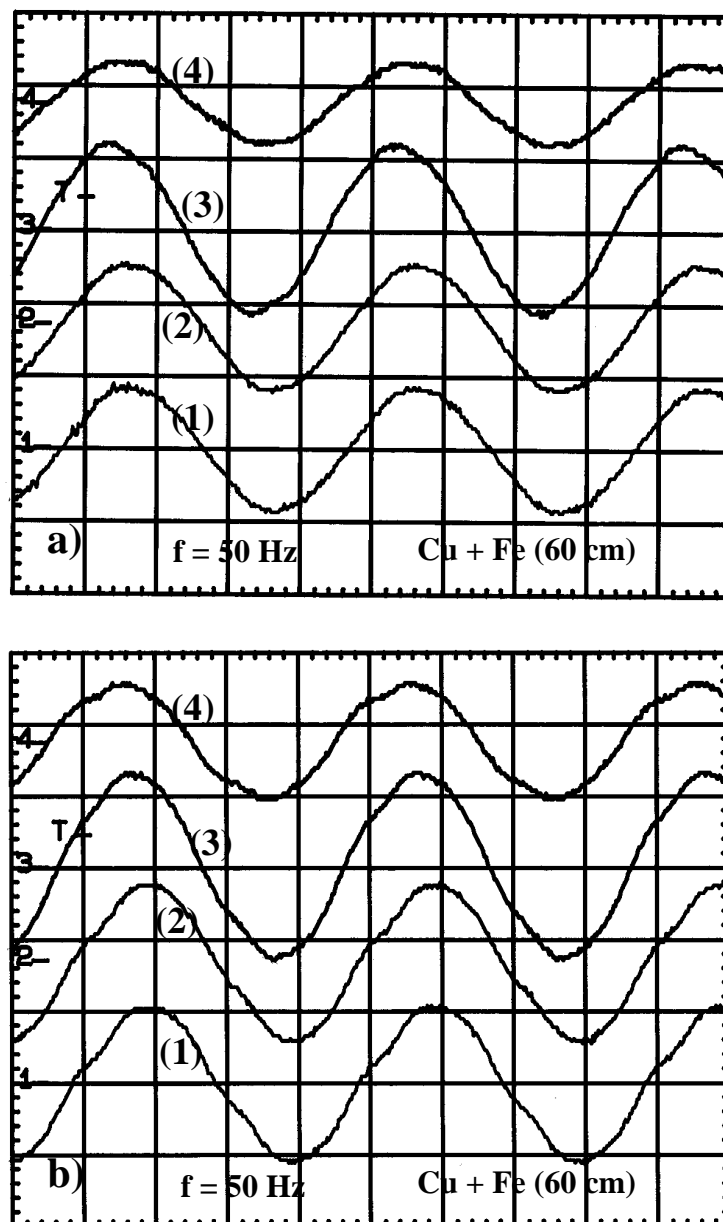


Figura 8.61 - *a) F.e.m.s induzidas na extremidade de entrada ($Q_t = 18$, $q = 2$, $p = 3/2$, $m_1 = 3$, $I_1 = 3$ A e $U_s \cong 25$ V);
b) Idem, na extremidade de saída; valores p.u.*

A Figura 8.62 apresenta as f.e.m.s induzidas nas regiões (1), (2), (3) e (4), para o protótipo com 12 cavas, $m_1 = 3$, $q = 4$ (para $q = 4$, as harmónicas tornam-se mais influentes por aumento da relutância do circuito magnético), e para $I_1 = 5$ A. No entanto, também se verifica que mesmo para $q = 1$, 2 ou 3, e para $I_1 = 5$ A, as configurações das f.e.m.s induzidas nas regiões (1), (2), (3) e (4), comportam harmónicas apreciáveis.

Da Figura 8.62 verifica-se que fugas entre os dentes e a periferia exterior das bobinas do primário são apreciáveis, no entanto as f.e.m.s, na parte inferior dos dentes (2), e na periferia exterior do secundário (1), continuam aproximadamente iguais.

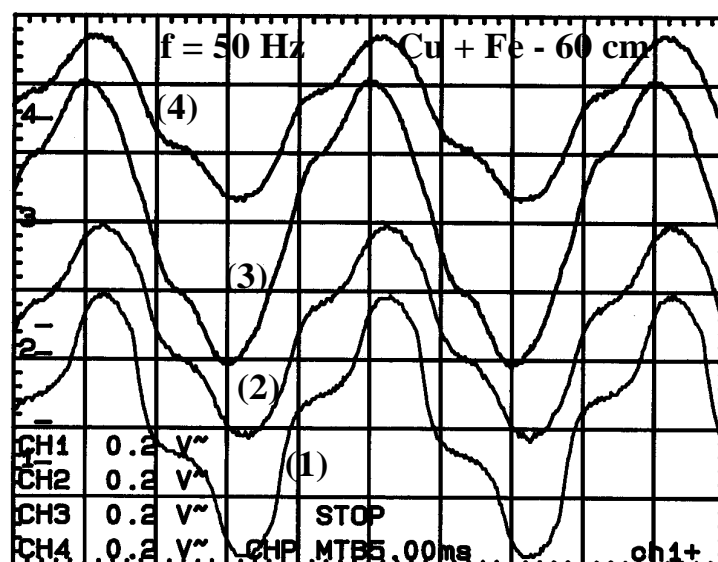


Figura 8.62 - *F.e.m.s induzidas na extremidade de entrada ($Q_t = 12$, $p = 1$, $q = 2$, $m_1 = 3$, $I_1 = 5$ A e $U_s \cong 21$ V); valores p.u.*

Com várias sondas de 5 espiras, a Figura 8.63 apresenta as f.e.m.s induzidas nas periferias exteriores do tubo de aço inoxidável (que corresponde à periferia interior dos dentes), para $Q_t = 18$, $q = 2$, $m_1 = 3$, $p = 3/2$ e $I_1 = 3$ A. As sondas foram colocadas nas posições, segundo o eixo x , $-\tau/2$ (a), $\tau/2$ (b), τ (c), 2τ (d), 3τ (e), e $7\tau/2$ (f).

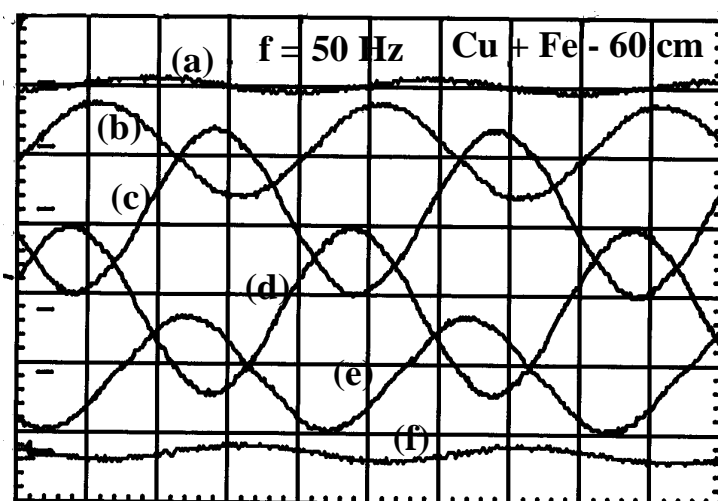


Figura 8.63 - *F.e.m.s induzidas na periferia exterior do tubo de aço inoxidável ($Q_t = 18$, $p = 3/2$, $q = 2$, $m_1 = 3$, $I_1 = 3$ A e $U_s \cong 25$ V); valores p.u.*

Da Figura 8.63 pode-se concluir que, por exemplo, com as sondas colocadas na posição longitudinal de τ (c) e de 2τ (d), as f.e.m.s induzidas, como é de esperar, estão em oposição de fase, e não nas extremidades, como se mostra teoricamente no Subcapítulo 6.1.

A Figura 8.64 apresenta as f.e.m.s induzidas nas periferias exteriores do secundário de 1m (Cu + Fe de retorno), para os posicionamentos, segundo o eixo x , de 0, τ , 2τ , 3τ , 4τ , 5τ , 6τ e 7τ (ALIT para $Q_t = 24$, $q = 1$, $m_1 = 3$, $p = 4$ e $I_1 = 3$ A).

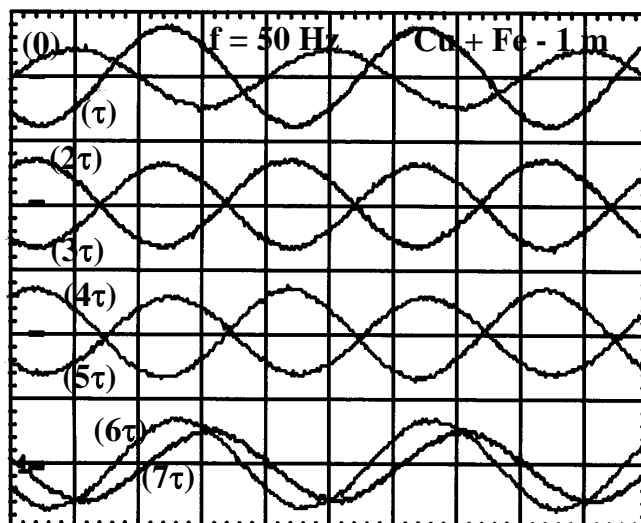


Figura 8.64 - *F.e.m.s induzidas no secundário em pontos distanciados uns dos outros de τ ($Q_t = 24$, $p = 4$, $q = 1$, $m_l = 3$, $I_l = 3$ A e $U_s \cong 44$ V); valores p.u.*

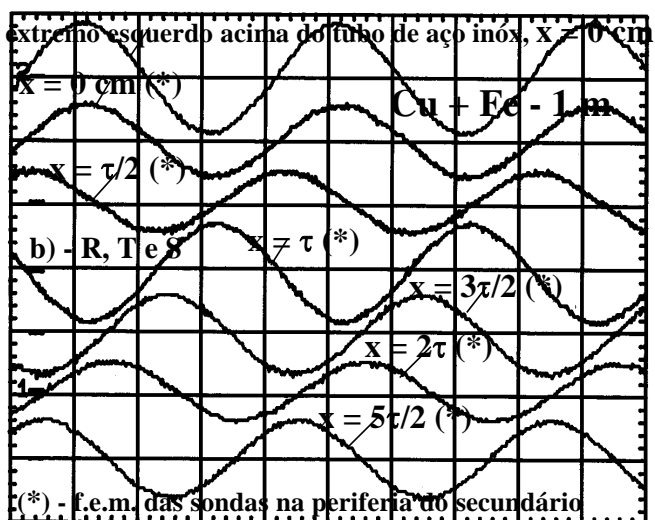
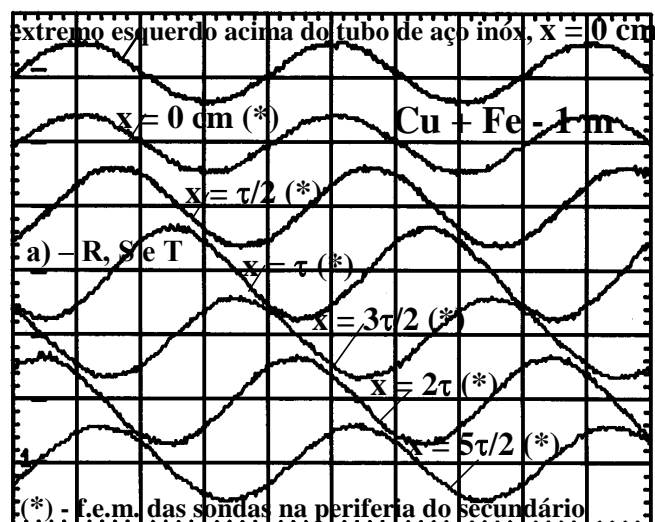


Figura 8.65 - *F.e.m.s induzidas no secundário em pontos distanciados uns dos outros de $\tau/2$ ($Q_t = 24$, $p = 2$, $q = 2$, $m_l = 3$, $f = 50$ Hz, $I_l = 3$ A e $U_s \cong 33$ V); valores p.u. a) Sequência R, S e T; b) Sequência R, T e S.*

Da Figura 8.64, excepto na extremidade da direita ($x = 7\tau$), todas as f.e.m.s induzidas têm amplitudes aproximadamente iguais e, para além disso, estão sempre em oposição de fases em espaçamentos iguais a um passo polar. Mas, tal como se pode verificar também na Figura 8.64, nas extremidades, as f.e.m.s apresentam maiores amplitudes.

A Figura 8.65-a apresenta as f.e.m.s induzidas nas periferias exteriores do secundário de **1m** (Cu + Fe de retorno), para os posicionamentos, segundo o eixo x , de **0**, $\tau/2$, τ , $3\tau/2$, 2τ e $5\tau/2$ (ALIT para $Q_t = 24$, $q = 2$, $m_1 = 3$, $p = 2$ e $I_1 \cong 3$ A). Do mesmo modo, a Figura 8.65-b apresenta as f.e.m.s induzidas nas periferias exteriores do secundário de **1m** (Cu + Fe de retorno), em que houve troca de duas fases [**S** (ou L_2) com **T** (ou L_3)].

De acordo com a Figura 8.65, como se pode verificar no Capítulo 3, existe um campo magnético viajante, da esquerda para a direita ou vice-versa, que induzem f.e.m.s que também se deslocam sempre no sentido da indução magnética.

Por outro lado, foi experimentada a substituição das aletas de ferro por aletas de madeira, como se indica na Figura 8.66, e perante os resultados praticamente nulos, relativamente ao valor da força longitudinal, chegou-se à conclusão que os dentes são imprescindíveis. Da Figura 8.66, os tacos de madeira têm a função de manter a distância entre aletas, também de madeira, de aproximadamente **13 mm**.

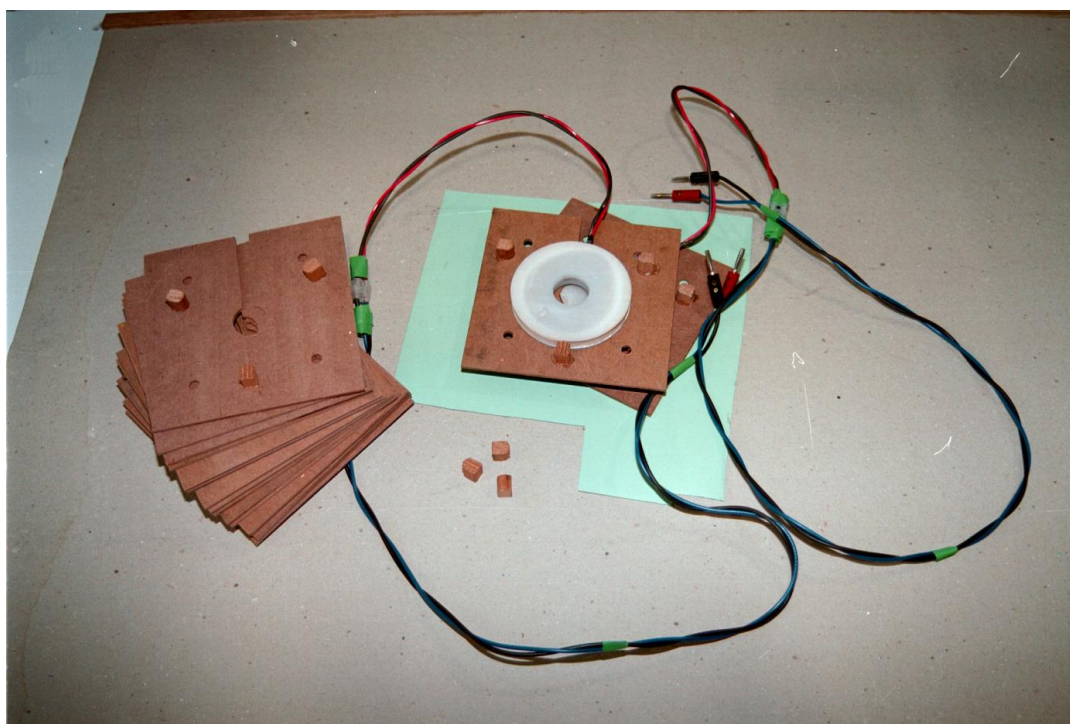


Figura 8.66 - *Substituição das aletas de Fe por aletas de madeira.*

Efectuadas medidas das f.e.m.s no interior de um tubo de ferro de retorno, em substituição do secundário, verificou-se que os resultados foram praticamente nulos. Também com o secundário constituído por apenas um tubo condutor sem ferro, verificou-se que a força longitudinal era praticamente inexistente.

8.4 ENSAIOS EM REGIME DINÂMICO

Com os transdutores de posição, de velocidade e da derivada da aceleração, foram realizados, à frequência de **50 Hz**, diversos ensaios em regime dinâmico [31, 34]. Todos os ensaios em regime dinâmico foram efectuados com o protótipo na posição horizontal.

Dado o interesse em se visualizar o comportamento do protótipo modular, em regime dinâmico, optou-se por estudar com maior pormenor o comportamento relativo ao secundário de Cu + Fe de retorno de maior comprimento (**1 m**), que apresenta a força de atrito cinético igual a (Subcapítulo 8.1): **1,942 N** (apenas tubo de Cu + Fe de retorno); **3,792 N** (tubo de Cu + Fe de retorno, e sensor de posição + acessórios de ligação); **2,641 N** (tubo de Cu + Fe de retorno, e sensor de velocidade + acessórios de ligação); e **4,757 N** (tubo de Cu + Fe de retorno, e sensor de posição + sensor de velocidade + acessórios de ligação). Como se pode constatar, a velocidade do secundário do protótipo irá ficar condicionada às massas ligadas a esse secundário, assim o escorregamento irá depender da massa associada ao conjunto em movimento, m_c , de tal modo que, para secundários de grande comprimento, a força longitudinal, F (calculada pelos modelos apresentados no Capítulo 6), passa a ser igual a F_{ac} (em regime permanente - aceleração nula), dado que não foram efectuados ensaios com quaisquer cargas suplementares. Foram realizados ensaios em regime dinâmico com cursos não superiores a **50 cm**, dado que o comprimento máximo do primário do protótipo modular é igual a **34,8 cm** (o que corresponde a $Q_t = 24$), e que os secundários têm apenas comprimentos iguais a **1 m** (Cu + Fe) e a **60 cm** (Cu + Fe e Al + Fe). Só nalguns casos, por observação dos gráficos em regime dinâmico, se conseguiu obter a velocidade nominal. Também se verificou, de um modo geral, que a potência média absorvida é de cerca de **10 % a 20 %** inferior à resultante do respectivo ensaio em carga.

Para deslocamentos aproximadamente iguais a **45 cm** ($\Delta x \cong 45 \text{ cm}$), a Figura 8.67 apresenta resultados dos ensaios, em regime dinâmico, do protótipo modular com o secundário de Al + Fe - **60 cm**, acoplado a um sensor de velocidade de comprimento também igual a **60 cm**, em que $Q_t = 24$, $q = 1$, $p = 4$ e $m_1 = 3$, e que $I_1 \cong 3 \text{ A}$ (Figura 8.67-a), e $I_1 \cong 5 \text{ A}$ (Figura 8.67-b).

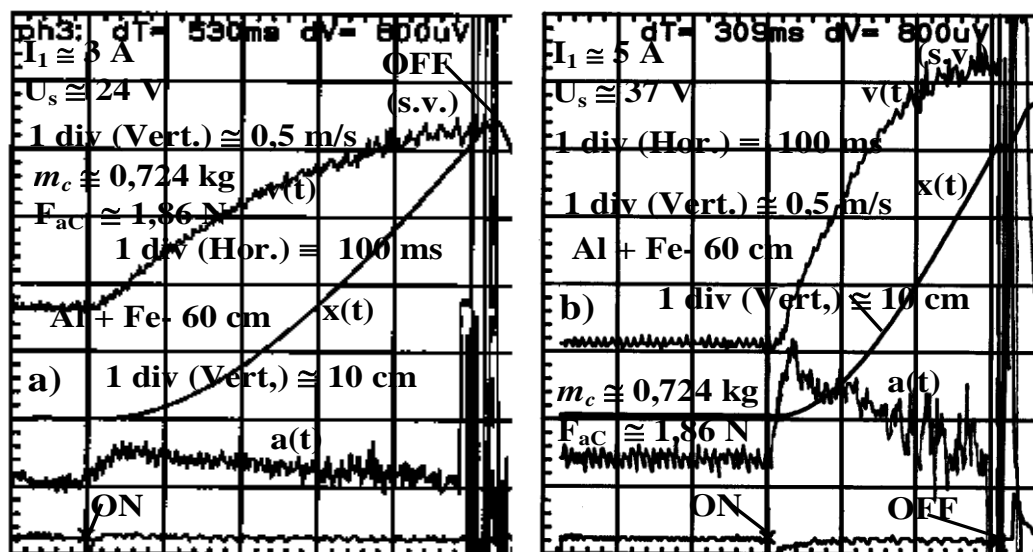


Figura 8.67 - Características dinâmicas do protótipo para deslocamentos de 45 cm ($Q_t = 24$, $q = 1$, $m_1 = 3$ e $f = 50 \text{ Hz}$). a) $I_1 \cong 3 \text{ A}$; b) $I_1 \cong 5 \text{ A}$.

Das Figuras 8.67-a [$v_s = 4,35 \text{ m/s}$, $P_{abs} \cong 130 \text{ W}$ (potência activa obtida em regime estático), $Q_{abs} \cong 155,9 \text{ VAR}$ (potência reactiva obtida em regime estático), $\cos\phi \cong 0,64$ (factor de potência - indutivo), aceleração máxima: $a_{m\acute{a}x} \cong 5,2 \text{ m/s}^2$ (que corresponde a $s \cong 0,96$), força electromagnética máxima: $F_{m\acute{a}x} = F_{u_{m\acute{a}x}} + F_{aC} = m_c a_{m\acute{a}x} + F_{aC} \cong 5,65 \text{ N}$, rendimento máximo: $\eta_{m\acute{a}x} \cong 2,0 \%$ (que corresponde a $s \cong 0,79$), eficiência máxima: $\eta_{m\acute{a}x} \cos\phi \cong 0,013$, energia cinética disponível no fim do movimento do secundário ou trabalho útil, correspondente ao deslocamento de **45 cm** aproximadamente

$$(W_c \equiv W_u = \int_0^{x=0,45\text{m}} F_u dx = \int_0^{t=0,53\text{s}} F_u v dt = \frac{1}{2} m_c [v(45\text{cm})]^2 \cong 0,59 \text{ J}), \text{ e energia absorvida}$$

$$\text{durante o movimento } (W_{abs} = \int_0^{t=0,53\text{s}} p(t) dt \cong 55,1 \text{ J}, \text{ o que corresponde ao rendimento}$$

$$\text{médio de cerca de: } \eta_{méd} = \frac{W_c}{W_{abs}} \cong 1,1\% \text{)], e 8.67-b } [v_s = 4,35 \text{ m/s}, P_{abs} \cong 340 \text{ W},$$

$Q_{abs} \cong 381,1 \text{ VAR}$, $\cos\phi \cong 0,67$, $a_{m\acute{a}x} \cong 14,5 \text{ m/s}^2$ ($s \cong 0,92$), $F_{m\acute{a}x} \cong 12,33 \text{ N}$, $\eta_{m\acute{a}x} \cong 3,4 \%$ ($s \cong 0,67$), $\eta_{m\acute{a}x} \cos\phi \cong 0,023$, $W_c \cong 1,78 \text{ J}$, $W_{abs} \cong 84,0 \text{ J}$, e $\eta_{méd} \cong 2,1 \%$] podem ser observadas, em valores relacionados proporcionalmente com as escalas das tensões eléctricas visualizadas em osciloscópio, as velocidades do secundário do protótipo acoplado ao sensor de velocidade. A posição, $x(t)$, e a aceleração, $a(t)$, são obtidas, internamente no osciloscópio, a partir da integração e da derivação da velocidade, $v(t)$, respectivamente. Devido ao regime transitório a partir do momento em que são aplicadas tensões ao ALIT, o escorregamento torna-se inferior a um, os valores das potências absorvidas, P_{abs} e Q_{abs} , tornam-se um pouco inferiores aos indicados anteriormente, e por isso os rendimentos indicados estão apresentados por defeito. Também se pode verificar que para a massa do conjunto aplicada nestes ensaios, $m_c = 0,724 \text{ kg}$, a solução indicada na Figura 8.67-b apresenta maior eficiência.

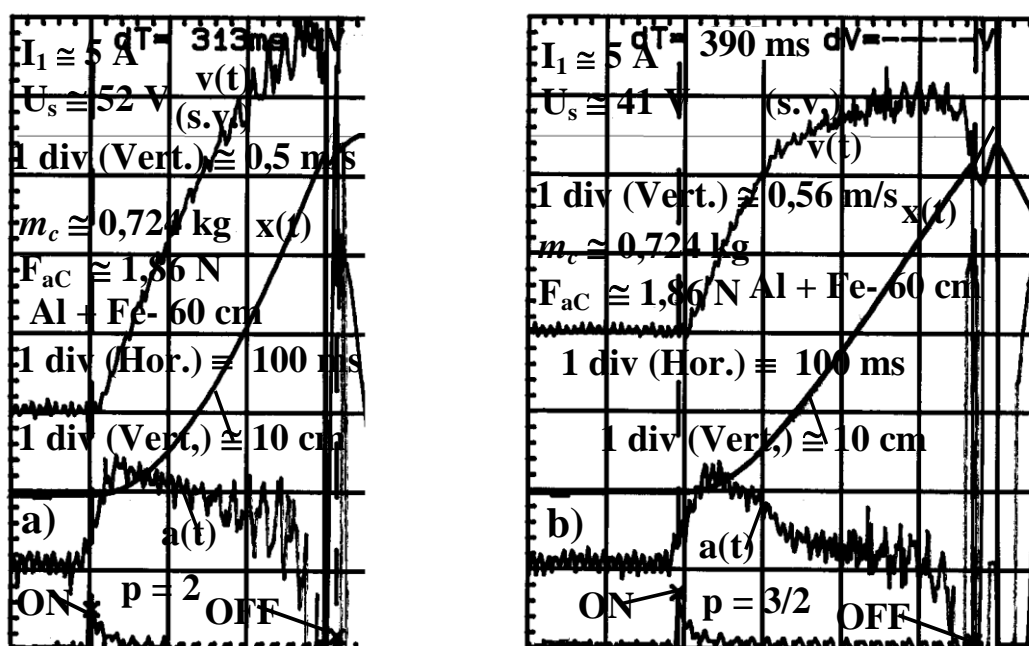


Figura 8.68 - Características dinâmicas do protótipo para deslocamentos de 45 cm ($I_1 = 5 \text{ A}$, $q = 2$, $m_1 = 3$ e $f = 50 \text{ Hz}$). a) $Q_t = 24$; b) $Q_t = 18$.

Para deslocamentos aproximadamente iguais a **45 cm**, a Figura 8.68 apresenta resultados dos ensaios, em regime dinâmico, do protótipo modular com o secundário de Al + Fe - **60 cm**, acoplado a um sensor de velocidade de comprimento também igual a **60 cm**, em que $Q_t = 24$, $q = 2$, $p = 2$, $m_1 = 3$, e $I_1 \cong 5$ A (Figura 8.68-a), e que $Q_t = 18$, $q = 2$, $p = 3/2$, $m_1 = 3$, e $I_1 \cong 5$ A (Figura 8.68-b).

Os resultados do ensaio indicados na Figura 8.68-a [$v_s = 8,7$ m/s, $P_{abs} \cong 530$ W, $Q_{abs} \cong 519,6$ VAR, $\cos\phi \cong 0,72$, $a_{m\acute{a}x} \cong 14,2$ m/s² ($s \cong 0,94$), $F_{m\acute{a}x} \cong 12,12$ N, $\eta_{m\acute{a}x} \cong 2,5$ % ($s \cong 0,80$), $\eta_{m\acute{a}x}\cos\phi \cong 0,018$, $W_c \cong 2,18$ J, $W_{abs} \cong 132,7$ J e $\eta_{m\acute{e}d} \cong 1,7$ %] apresentam maior eficiência do que os da Figura 8.68-b [$v_s = 8,7$ m/s, $P_{abs} \cong 415$ W, $Q_{abs} \cong 433,0$ VAR, $\cos\phi \cong 0,69$, $a_{m\acute{a}x} \cong 14,3$ m/s² ($s \cong 0,96$), $F_{m\acute{a}x} \cong 12,24$ N, $\eta_{m\acute{a}x} \cong 2,0$ % ($s \cong 0,91$), $\eta_{m\acute{a}x}\cos\phi \cong 0,013$, $W_c \cong 1,01$ J, $W_{abs} \cong 129,5$ J e $\eta_{m\acute{e}d} \cong 0,8$ %]. Comparativamente, entre as Figuras 8.67-b e 8.68-a, verifica-se que a solução $q = 1$ apresenta melhores performances do que $q = 2$.

Num ensaio do protótipo modular de características: Al + Fe - **60 cm**, $Q_t = 24$, $q = 8$ ($p = 1/2$), $m_1 = 3$, $I_1 \cong 5$ A, e $U_s \cong 60$ V [$v_s = 34,8$ m/s, $P_{abs} \cong 550$ W, $Q_{abs} = 720,5$ VAR, $\cos\phi \cong 0,61$, $a_{m\acute{a}x} \cong 7,6$ m/s² ($s \cong 0,99$), $F_{m\acute{a}x} \cong 7,34$ N, $\eta_{m\acute{a}x} \cong 0,76$ % ($s \cong 0,98$), $\eta_{m\acute{a}x}\cos\phi \cong 0,005$, velocidade máxima: $v_{m\acute{a}x} \cong 1,33$ m/s ($W_c \cong 0,64$ J)], verifica-se que o tempo necessário, para um deslocamento aproximadamente igual a **45 cm**, é de cerca de **465 ms**, o que corresponde a $W_{abs} \cong 204,6$ J, pelo que $\eta_{m\acute{e}d} \cong 0,31$ %. No mesmo ensaio, para $I_1 \cong 3$ A não houve qualquer movimento do secundário.

Para deslocamentos aproximadamente iguais a **50 cm**, a Figura 8.69 apresenta resultados dos ensaios, em regime dinâmico, do protótipo modular com o secundário de Al + Fe - **60 cm**, acoplado a um sensor de velocidade de comprimento também igual a **60 cm**, em que $Q_t = 18$, $q = 3$, $p = 1$, e $m_1 = 3$ [Figura 8.69-a ($I_1 \cong 3$ A) e Figura 8.69-b ($I_1 \cong 5$ A)].

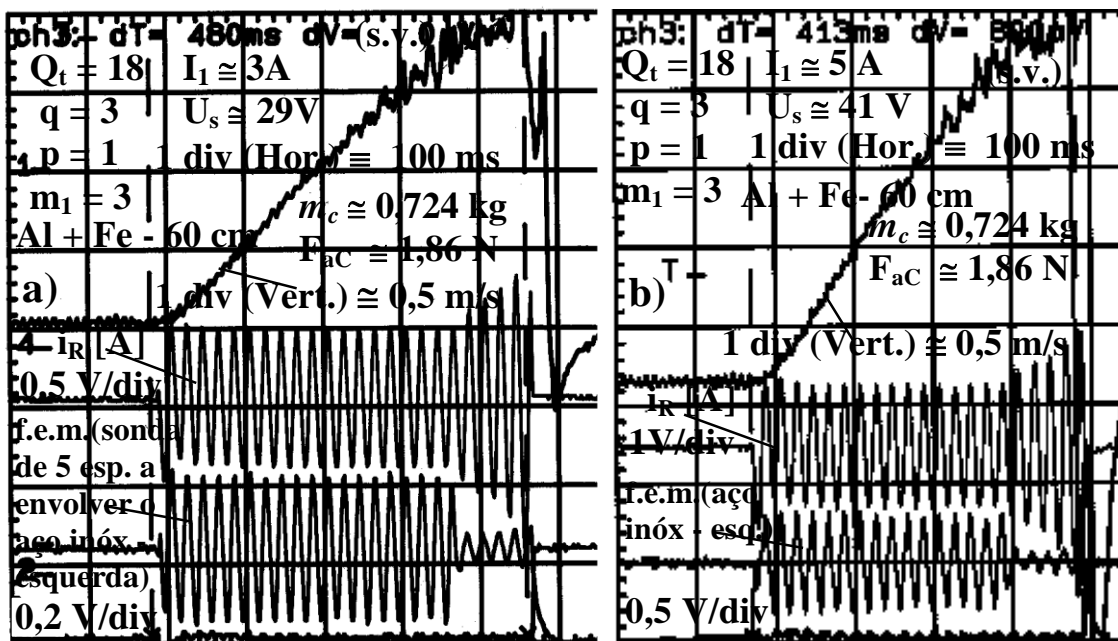


Figura 8.69 - Características dinâmicas do protótipo para deslocamentos de 50 cm ($Q_t = 18$, $q = 3$, $m_1 = 3$ e $f = 50$ Hz). a) $I_1 \cong 3$ A; b) $I_1 \cong 5$ A.

Das Figuras 8.69-a [$v_s = 13,05$ m/s, $P_{abs} \cong 170$ W, $Q_{abs} \cong 209,6$ VAR, $\cos\varphi \cong 0,63$, $a_{m\acute{a}x} \cong 5,6$ m/s² ($s \cong 0,94$), $F_{m\acute{a}x} \cong 5,92$ N, $\eta_{m\acute{a}x} \cong 3,6$ % ($s \cong 0,87$), $\eta_{m\acute{a}x}\cos\varphi \cong 0,023$, e $v \cong 1,96$ m/s, $W_c \cong 1,39$ J e $W_{abs} \cong 61,2$ J ($\eta_{m\acute{e}d} \cong 2,3$ %), para $\Delta x \cong 45$ cm] e 8.69-b [$v_s = 13,05$ m/s, $P_{abs} \cong 380$ W, $Q_{abs} \cong 485$ VAR, $\cos\varphi \cong 0,62$, $a_{m\acute{a}x} \cong 7,5$ m/s² ($s \cong 0,97$), $F_{m\acute{a}x} \cong 7,31$ N, $\eta_{m\acute{a}x} \cong 3,5$ % ($s \cong 0,87$), $\eta_{m\acute{a}x}\cos\varphi \cong 0,022$, e $v \cong 2,04$ m/s, $W_c \cong 1,43$ J e $W_{abs} \cong 117,6$ J ($\eta_{m\acute{e}d} \cong 1,3$ %), para $\Delta x \cong 45$ cm] podem ser observadas, em valores p.u. relacionados proporcionalmente com as escalas das tensões eléctricas visualizadas em osciloscópio, as f.e.m.s induzidas em sondas de 5 espiras, em série, colocadas na periferia do tubo de aço inoxidável e na extremidade de entrada do ALIT ($\cong \tau_d/2$). Das Figuras 8.69-a e 8.69-b pode-se observar que a f.e.m. induzida no lado esquerdo (extremidade de entrada - periferia do aço inoxidável) diminui devido ao facto de deixar de existir parte do secundário durante o percurso final, o que torna menor a impedância equivalente do ALIT, por esse motivo verifica-se o aumento de corrente. Por comparação das Figuras 8.69-a e 8.69-b, verifica-se que a eficiência do ALIT para $I_1 = 3$ A é superior a $I_1 = 5$ A, isto deve-se ao aumento da saturação magnética do circuito electromagnético correspondente ao esquema equivalente, que é devido ao facto de se tornar elevado o número de cavas bobinadas por pólo e por fase ($q = 3$).

Para deslocamentos aproximadamente iguais a 50 cm, a Figura 8.70 apresenta resultados dos ensaios, em regime dinâmico, do protótipo modular com o secundário de Cu + Fe - 60 cm, acoplado a um sensor de velocidade de comprimento também igual a 60 cm, em que $Q_t = 18$, $m_1 = 3$, e $I_1 \cong 5$ A, com as seguintes particularidades: $q = 3$ (Figura 8.70-a), e $q = 1$ (Figura 8.70-b).

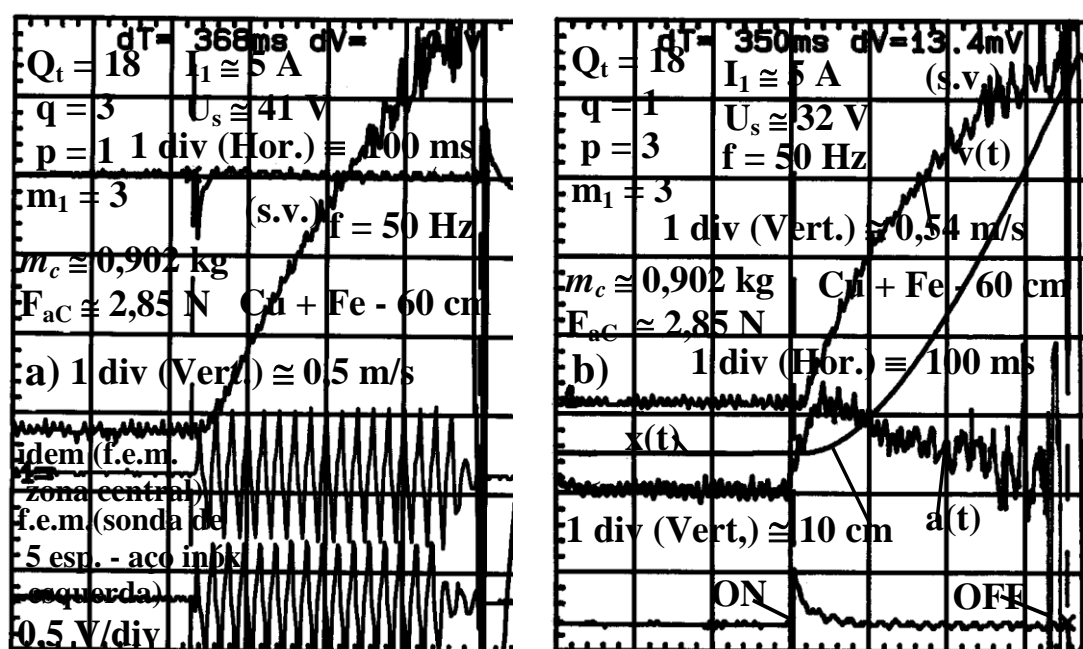


Figura 8.70 - Características dinâmicas do protótipo para deslocamentos de 50 cm ($Q_t = 18$, $m_1 = 3$, e $I_1 \cong 5$ A). a) $q = 3$; b) $q = 1$.

Das Figuras 8.70-a [$v_s = 13,05$ m/s, $P_{abs} \cong 430$ W, $Q_{abs} \cong 536,9$ VAR, $\cos\varphi \cong 0,63$, $a_{m\acute{a}x} \cong 9,5$ m/s² ($s \cong 0,97$), $F_{m\acute{a}x} \cong 11,40$ N, $\eta_{m\acute{a}x} \cong 3,4$ % ($s \cong 0,86$), $\eta_{m\acute{a}x}\cos\varphi \cong 0,022$, e $W_c \cong 2,39$ J, $W_{abs} \cong 118,6$ J e $\eta_{m\acute{e}d} \cong 2,0$ %, para $\Delta x \cong 45$ cm] e 8.70-b [$v_s = 4,35$ m/s, $P_{abs} \cong 260$ W, $Q_{abs} \cong 346,4$ VAR, $\cos\varphi \cong 0,60$, $a_{m\acute{a}x} \cong 12,1$ m/s² ($s \cong 0,91$),

$F_{\text{máx}} \cong 13,75 \text{ N}$, $\eta_{\text{máx}} \cong 5,0 \%$ ($s \cong 0,63$), $\eta_{\text{máx}} \cos \varphi \cong 0,030$, e $W_c \cong 2,27 \text{ J}$, $W_{\text{abs}} \cong 68,2 \text{ J}$ e $\eta_{\text{méd}} \cong 3,3 \%$, para $\Delta x \cong 45 \text{ cm}$] pode-se constatar que a eficiência e consequentemente o rendimento da solução $q = 1$ apresenta melhores resultados do que a correspondente a $q = 3$.

A Figura 8.71 apresenta resultados dos ensaios, em regime dinâmico, do protótipo modular, em que $Q_t = 12$, $q = 4$, $p = 1/2$, $m_1 = 3$, $I_1 = 5 \text{ A}$, e deslocamento aproximadamente de **45 cm**, com as seguintes particularidades: secundário de Al + Fe - **60 cm** (Figura 8.71-a), e secundário de Cu + Fe - **60 cm** (Figura 8.71-b).

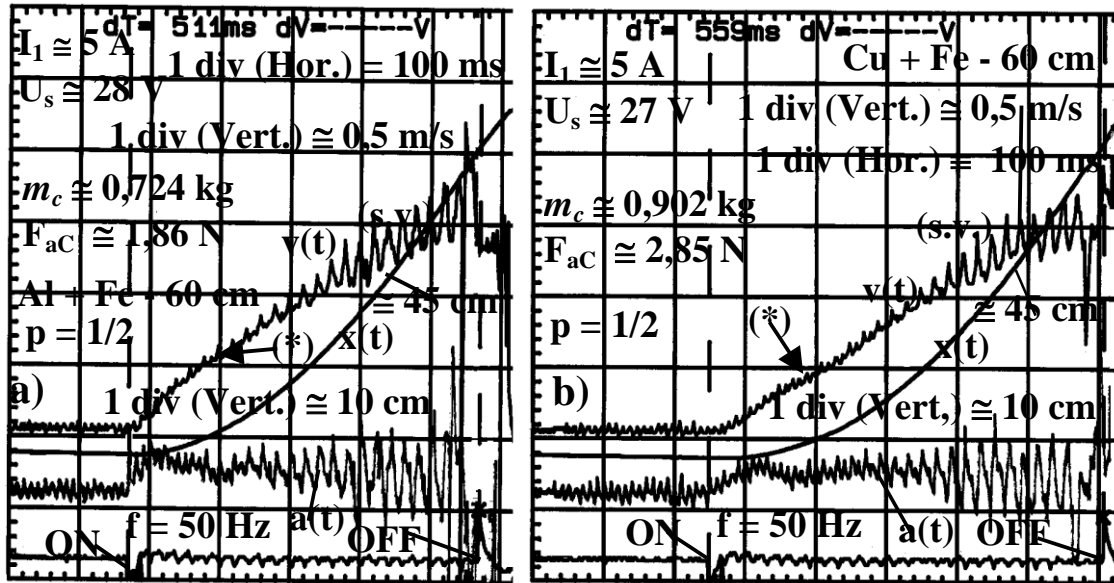


Figura 8.71 - Características dinâmicas do protótipo para $Q_t = 12$, $q = 4$, $m_1 = 3$, e $I_1 \cong 5 \text{ A}$; (*) - zonas de atrito suplementar devidas a algumas imperfeições do secundário. **a)** Al + Fe - 60 cm; **b)** Cu + Fe - 60 cm.

Por comparação da Figura 8.71-a [$v_s = 17,4 \text{ m/s}$, $P_{\text{abs}} \cong 265 \text{ W}$, $Q_{\text{abs}} \cong 285,8 \text{ VAR}$, $\cos \varphi \cong 0,71$, $a_{\text{máx}} \cong 5,3 \text{ m/s}^2$ ($s \cong 0,99$), $F_{\text{máx}} \cong 5,72 \text{ N}$, $\eta_{\text{máx}} \cong 1,3 \%$ ($s \cong 0,93$), $\eta_{\text{máx}} \cos \varphi \cong 0,009$, $W_c = 0,91 \text{ J}$, $W_{\text{abs}} \cong 107,3 \text{ J}$, e $\eta_{\text{méd}} \cong 0,9 \%$] com a Figura 8.71-b [$v_s = 17,4 \text{ m/s}$, $P_{\text{abs}} \cong 295 \text{ W}$, $Q_{\text{abs}} \cong 363,7 \text{ VAR}$, $\cos \varphi \cong 0,63$, $a_{\text{máx}} \cong 3,8 \text{ m/s}^2$ ($s \cong 0,98$), $F_{\text{máx}} = 6,29 \text{ N}$, $\eta_{\text{máx}} \cong 1,4 \%$ ($s \cong 0,94$), $\eta_{\text{máx}} \cos \varphi \cong 0,009$, $W_c \cong 0,96 \text{ J}$, $W_{\text{abs}} \cong 131,9 \text{ J}$, e $\eta_{\text{méd}} \cong 0,7 \%$] podem ser observados os decréscimos das acelerações resultantes de atritos suplementares devidos a algumas inevitáveis imperfeições resultantes do conjunto dos secundários do ALIT e do sensor de velocidade. Este facto é tanto mais notório quanto menor forem as forças electromagnéticas longitudinais.

A Figura 8.72 apresenta resultados do ensaio, em regime dinâmico, do protótipo modular com as características indicadas na própria Figura (secundário em Cu + Fe com o comprimento de **1m** acoplado a um sensor de velocidade de comprimento igual a **60 cm**) [$v_s = 4,35 \text{ m/s}$, $P_{\text{abs}} \cong 260 \text{ W}$, $Q_{\text{abs}} \cong 346,4 \text{ VAR}$, $\cos \varphi \cong 0,60$, $a_{\text{máx}} \cong 10,1 \text{ m/s}^2$ ($s \cong 0,84$), $F_{\text{máx}} = 15,46 \text{ N}$, $\eta_{\text{máx}} \cong 8,9 \%$ ($s \cong 0,79$), $\eta_{\text{máx}} \cos \varphi \cong 0,053$, e $W_c \cong 3,2 \text{ J}$, $W_{\text{abs}} \cong 72,2 \text{ J}$, e $\eta_{\text{méd}} \cong 4,4 \%$, para $\Delta x \cong 45 \text{ cm}$]. Também se verifica que o factor de potência permanece praticamente constante, durante o movimento do secundário, e de valor aproximadamente igual a **0,60; ind.**, o que confirma com o resultado obtido no ensaio em carga.

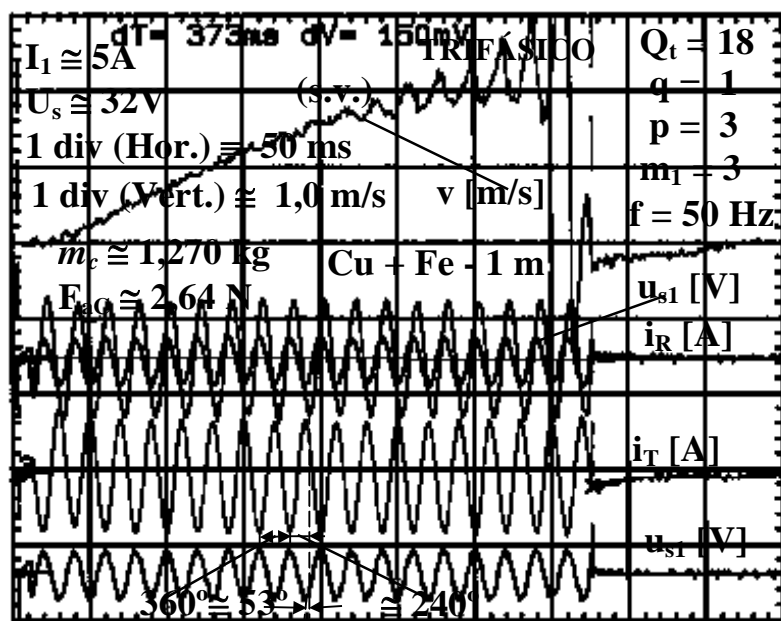


Figura 8.72 - Características dinâmicas do protótipo para um deslocamento de 50 cm ($Q_t = 18$, $q = 1$, $m_1 = 3$ e $I_1 \cong 5A$).

Da Figura 8.72, verifica-se que, para além dos dados apresentados no Capítulo 7, sendo a distância percorrida pelo secundário aproximadamente igual a **50 cm**, o que corresponde a cerca de **373 ms**, mais correctamente **370 ms**, então supondo a curva da velocidade linearizada, pode-se concluir que esta, no final do deslocamento, é aproximadamente igual a **2,3 m/s**. Também da Figura 8.72 se pode observar que o regime transitório tem a duração de apenas **3 a 4** alternâncias, isto significa que a constante de tempo do circuito, que está relacionada com o factor de qualidade, Q , é de apenas **0,007 s**, o que corresponde a um factor de potência de aproximadamente **0,42; ind.** durante o início do regime transitório. Aplicando Transformadas de Laplace (domínio $s = \sigma + j\omega$), para um factor de potência de **0,42; ind.** - valor obtido, por exemplo, neste ensaio, pode-se concluir de que a constante de tempo $\tau_t \cong 0,007$ s. Num estudo a parâmetros constantes, a Figura 8.73 apresenta uma simulação da variação das correntes indicadas na Figura 8.72, cujos valores são mesmo muito aproximados aos resultados experimentais. Dado que no circuito RL do esquema equivalente em T, R'_2/s varia com o escorregamento s , isto significa que, por vezes, no uso das Transformadas de Laplace, esse aspecto deva ser tido em consideração.

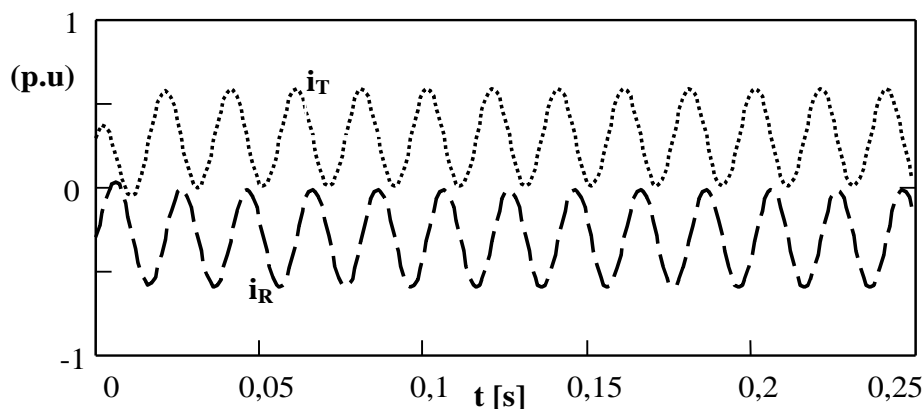


Figura 8.73 - Simulação das correntes, i_R e i_T , representadas na Figura 8.72.

As Figuras 8.74 [$v_s = 4,35 \text{ m/s}$, $m_1 = 3$, $P_{abs} \cong 210 \text{ W}$, $Q_{abs} \cong 242,5 \text{ VAR}$, $\cos\phi \cong 0,66$, $a_{m\acute{a}x} \cong 6,3 \text{ m/s}^2$ ($s \cong 0,94$), $F_{m\acute{a}x} \cong 10,57 \text{ N}$, $\eta_{m\acute{a}x} \cong 5,5 \%$ ($s \cong 0,63$), $\eta_{m\acute{a}x}\cos\phi \cong 0,036$, e $W_c \cong 2,5 \text{ J}$, $W_{abs} \cong 58,1 \text{ J}$, e $\eta_{m\acute{e}d} \cong 4,3 \%$, para $\Delta x \cong 45 \text{ cm}$], e 8.75 [$v_s = 5,8 \text{ m/s}$, $m_1 = 2$, $P_{abs} \cong 340 \text{ W}$, $Q_{abs} \cong 380 \text{ VAR}$, $\cos\phi \cong 0,66$, $a_{m\acute{a}x} \cong 6,7 \text{ m/s}^2$ ($s \cong 0,91$), $F_{m\acute{a}x} \cong 11,09 \text{ N}$, $\eta_{m\acute{a}x} \cong 2,5 \%$ ($s \cong 0,80$), $\eta_{m\acute{a}x}\cos\phi \cong 0,016$, e $W_c \cong 2,21 \text{ J}$, $W_{abs} \cong 94,1 \text{ J}$, e $\eta_{m\acute{e}d} \cong 2,3 \%$, para $\Delta x \cong 45 \text{ cm}$] apresentam resultados de ensaios, em regime dinâmico, do protótipo modular com as características indicadas na próprias Figuras (secundário de Cu de **1m** + Fe de retorno e sensor de velocidade acoplado).

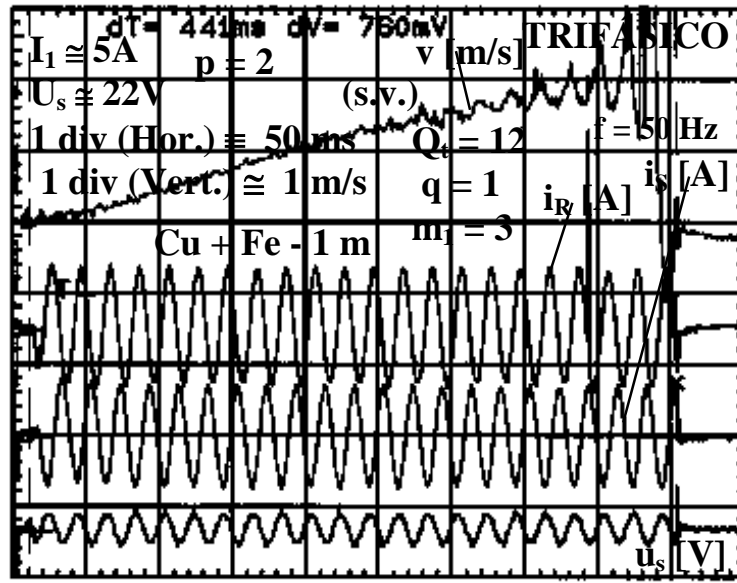


Figura 8.74 - Características dinâmicas do protótipo para um deslocamento de 50 cm ($m_c \cong 1,270 \text{ kg}$, $F_{ac} \cong 2,64 \text{ N}$, $Q_t = 12$, $q = 1$, $m_1 = 3$ e $I_1 \cong 5A$).

Comparando as Figuras 8.72 e 8.74, e admitindo que o factor de potência, $\cos \phi$, se mantém constante em ambas as situações, pode-se admitir de que as potências aparentes postas em jogo estão directamente relacionadas com as respectivas potências activas, isto significa que para um percurso, em ambos os casos, de $\Delta x \cong 50 \text{ cm}$, a relação de energias consumidas, por fase, poderá ser dada aproximadamente por $\frac{I_1 U_s t \cos \phi (Q_t = 18)}{I_1 U_s t \cos \phi (Q_t = 12)} \cong \frac{U_s t (Q_t = 18)}{U_s t (Q_t = 12)} = \frac{33 \cdot 0,373}{22 \cdot 0,451} = 1,27$, o que significa, em termos energéticos para a mesma massa do conjunto (secundário de Cu de **1 m** + sensor de velocidade + acessórios - $m_c \cong 1,270 \text{ kg}$), a solução $Q_t = 12$ é mais eficiente do que a correspondente a $Q_t = 18$. Como é lógico, para cargas, acopladas ao secundário, superiores a $m_c \cong 1,270 \text{ kg}$, como experimentado em laboratório, o protótipo correspondente a $Q_t = 18$ torna-se mais eficiente do que o correspondente a $Q_t = 12$.

Como por exemplo, da Figura 8.75 verifica-se que, na parte final do movimento, a característica da velocidade, obtida num osciloscópio, sofre flutuações que são devidas ao facto de, no início, o secundário do sensor de velocidade estar totalmente no interior do seu primário, de comprimento igual a **60 cm**, e na parte final, dada a ausência de guias ou de suportes laterais ao movimento do secundário, este apresenta movimentos oscilatórios transversais (também chamadas vibrações mecânicas), o que obriga a flutuações na dilatação do fio de amarração ao secundário do protótipo. Isto foi comprovado quando se iniciou o movimento com o secundário quase totalmente fora do

primário do sensor de velocidade, em que as flutuações passaram para o início do movimento.

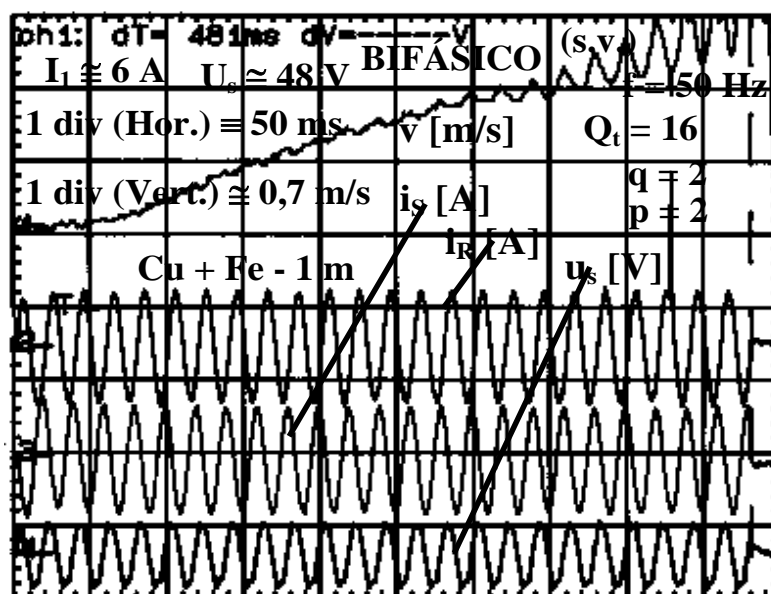


Figura 8.75 - Características dinâmicas do protótipo para um deslocamento de 50 cm ($m_c \approx 1,270$ kg, $F_{ac} \approx 2,64$ N, $Q_t = 16$, $q = 2$, $m_1 = 2$ e $I_1 \approx 6$ A).

Por observação da Figura 8.75, no início do movimento, é bem visível que a velocidade se mantém praticamente nula durante algumas milésimas de segundo, isto é devido ao facto de existir uma inércia quando as massas variam de velocidade. Este pormenor também pode ser verificado pelo facto de a força de atrito estático ser superior à força de atrito cinético, e por esta razão existe um atraso no tempo. Também foi verificado experimentalmente que, para $m_1 = 2$ e Q_t constante, os resultados para $q = 1$ tornam-se menos eficientes, com menor rendimento, do que para $q = 2$. Como é de esperar, a opção bifásica, $m_1 = 2$ (com as correntes desfasadas, entre si, de $2\pi/3$), torna-se menos eficiente do que a trifásica, $m_1 = 3$.

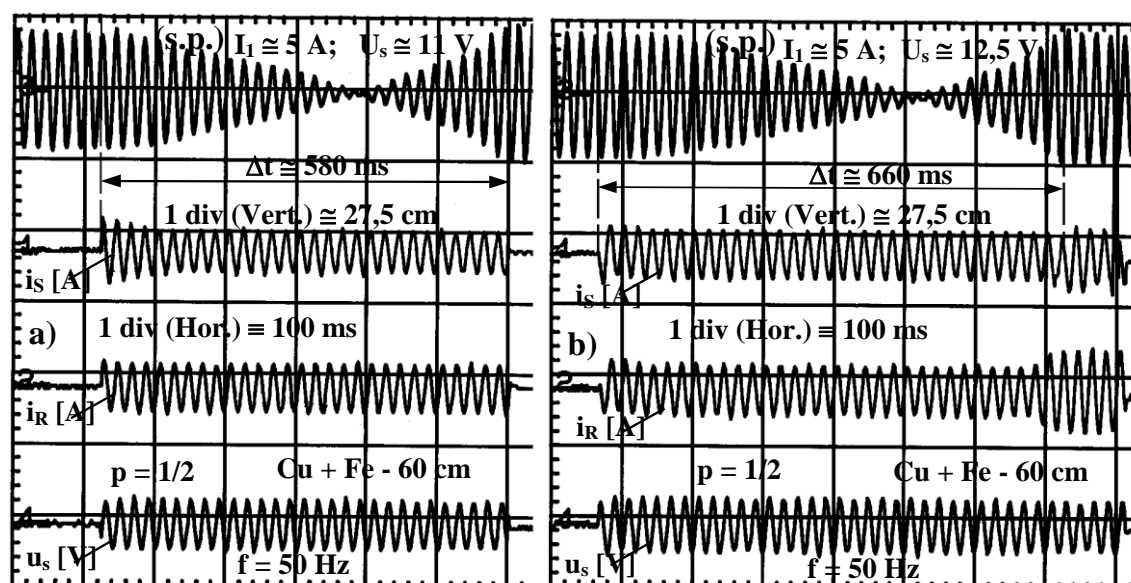


Figura 8.76 - Características dinâmicas do protótipo para um deslocamento de 45 cm ($m_c \approx 1,080$ kg, $F_{ac} \approx 2,44$ N, $Q_t = 6$, $q = 2$, $m_1 = 3$ e $I_1 \approx 5$ A).
a) Bobinas do centro; b) Bobinas da extremidade de entrada.

Com a utilização do sensor de posição e do secundário de Cu + Fe de **0,6 m**, para deslocamentos de **45 cm**, a Figura 8.76-a apresenta a posição, as correntes nas fases **R** e **S** (i_R e i_S), e a tensão entre uma das fases e o neutro (u_{R0}), do protótipo do ALIT trifásico, com todas as bobinas implementadas ($Q_t = 24$), em que apenas são utilizadas as **6** bobinas na zona central [$Q_t = 6$, $q = 2$, $v_s = 8,7$ m/s, $P_{abs} \cong 87$ W, $Q_{abs} \cong 39,1$ VAr, $\cos\phi \cong 0,91$, $a_{m\acute{a}x} \cong 5,4$ m/s² ($s \cong 0,96$), $F_{m\acute{a}x} \cong 8,27$ N, $\eta_{m\acute{a}x} \cong 5,5$ % ($s \cong 0,88$), $\eta_{m\acute{a}x}\cos\phi \cong 0,050$, $v_{m\acute{a}x} \cong 1,38$ m/s, $W_c \cong 1,03$ J, $W_{abs} \cong 40,4$ J, e $\eta_{m\acute{e}d} \cong 2,5$ %], e a Figura 8.76-b apresenta as características relativas também a **6** bobinas localizadas no extremo esquerdo (extremidade de entrada) [$Q_t = 6$, $q = 2$, $v_s = 8,7$ m/s, $P_{abs} \cong 87$ W, $Q_{abs} \cong 31,5$ VAr, $\cos\phi \cong 0,94$, $a_{m\acute{a}x} \cong 2,9$ m/s² ($s \cong 0,98$), $F_{m\acute{a}x} \cong 5,57$ N, $\eta_{m\acute{a}x} \cong 4,1$ % ($s \cong 0,89$), $\eta_{m\acute{a}x}\cos\phi \cong 0,039$, $v_{m\acute{a}x} \cong 1,27$ m/s, $W_c \cong 0,87$ J, $W_{abs} \cong 45,9$ J, e $\eta_{m\acute{e}d} \cong 1,9$ %]. Dada a maior facilidade do fecho das l.f.c.m., através do ferro, quando as **6** sucessivas bobinas activas do primário do ALIT são colocadas na zona central, esta construção modular torna-se mais eficiente do que quando as **6** bobinas se encontram na extremidade de entrada (pior solução). Estes resultados da posição do conjunto em função do tempo, de massa m_c , obtidos a partir das observações registadas no osciloscópio, são menos exactos para a obtenção de sucessivas derivações do que a leitura directa da velocidade por intermédio do respectivo transdutor.

Com a utilização do sensor de posição e do secundário de Cu + Fe de **1 m**, para deslocamentos de **45 cm**, a Figura 8.77 apresenta a posição, as correntes nas fases **R** e **T** (i_R e i_T), e a tensão entre uma das fases e o neutro ($u_{R0} \equiv u_s$), do protótipo do ALIT trifásico [$Q_t = 12$, $q = 1$, $v_s = 4,35$ m/s, $I_R \cong I_S \cong 5,2$ A, $I_T \cong 5,0$ A, $P_{abs} \cong 230$ W, $Q_{abs} \cong 259,8$ VAr, $\cos\phi \cong 0,66$, $a_{m\acute{a}x} \cong 7,1$ m/s² ($s \cong 0,91$), $F_{m\acute{a}x} \cong 14,27$ N, $\eta_{m\acute{a}x} \cong 5,6$ % ($s \cong 0,64$), $\eta_{m\acute{a}x}\cos\phi \cong 0,031$, $v_{m\acute{a}x} = 1,58$ m/s, $W_c \cong 1,94$ J, $W_{abs} \cong 81,0$ J, e $\eta_{m\acute{e}d} \cong 2,4$ % - Figura 8.77-a; e $Q_t = 12$, $q = 2$, $v_s = 8,7$ m/s, $I_R \cong 5,3$ A, $I_S \cong 5,2$ A, $I_T \cong 5,0$ A, $P_{abs} \cong 300$ W, $Q_{abs} \cong 337,8$ VAr, $\cos\phi \cong 0,66$, $a_{m\acute{a}x} \cong 6,2$ m/s² ($s \cong 0,95$), $F_{m\acute{a}x} \cong 12,94$ N, $\eta_{m\acute{a}x} \cong 4,1$ % ($s \cong 0,82$), $\eta_{m\acute{a}x}\cos\phi \cong 0,027$, $v_{m\acute{a}x} \cong 1,53$ m/s, $W_c \cong 1,73$ J, $W_{abs} \cong 108,0$ J, e $\eta_{m\acute{e}d} \cong 1,6$ % - Figura 8.77-b]. Em vez das **12** cavas, para apenas **6** cavas e correntes de **5 A** por fase, verificou-se que, em qualquer dos casos anteriormente descritos, o secundário não se movimentou.

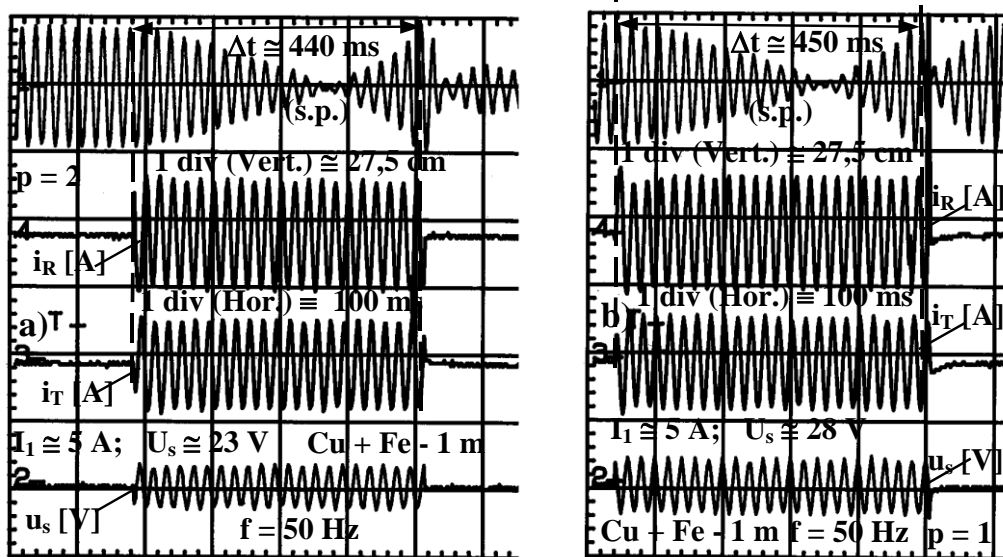


Figura 8.77 - Características dinâmicas do protótipo para um deslocamento de 45 cm ($m_c \cong 1,476$ kg, $F_{ac} \cong 3,79$ N, $Q_t = 12$, $m_l = 3$ e $I_l \cong 5$ A).
a) $q = 1$; b) $q = 2$.

Com a utilização do sensor de posição e do secundário de Cu + Fe de 1 m, para deslocamentos de $\Delta x \cong 45$ cm, a Figura 8.78-a apresenta a posição, as correntes nas fases R e T (i_R e i_T), e a tensão entre uma das fases e o neutro, do ALIT trifásico, para $Q_t = 18$ e $q = 2$ [$v_s = 8,7$ m/s, $P_{abs} \cong 375$ W, $Q_{abs} \cong 415,4$ VAr, $\cos\phi \cong 0,67$, $a_{m\acute{a}x} \cong 9,3$ m/s² ($s \cong 0,92$), $F_{m\acute{a}x} \cong 17,51$ N, $\eta_{m\acute{a}x} \cong 6,5$ % ($s \cong 0,79$), $\eta_{m\acute{a}x}\cos\phi \cong 0,044$, $v_{m\acute{a}x} \cong 2,09$ m/s, $W_c \cong 2,77$ J, $W_{abs} \cong 132,0$ J, e $\eta_{m\acute{e}d} \cong 2,1$ %], e a Figura 8.78-b apresenta a posição de um protótipo trifásico com falta de uma fase, mas com neutro, para $Q_t = 24$ e $q = 2$ [$v_s = 8,7$ m/s, $P_{abs} \cong 353$ W, $Q_{abs} \cong 423,0$ VAr, $\cos\phi \cong 0,64$, $a_{m\acute{a}x} \cong 4,0$ m/s² ($s \cong 0,97$), $F_{m\acute{a}x} \cong 9,70$ N, $\eta_{m\acute{a}x} \cong 2,4$ % ($s \cong 0,94$), $\eta_{m\acute{a}x}\cos\phi \cong 0,015$, $v_{m\acute{a}x} \cong 1,54$ m/s, $W_c \cong 1,51$ J, $W_{abs} \cong 189,2$ J, e $\eta_{m\acute{e}d} \cong 0,8$ %]. No caso de falta de uma fase, como se pode notar na Figura 8.78-b, a solução $Q_t = 24$ apresenta pior eficiência.

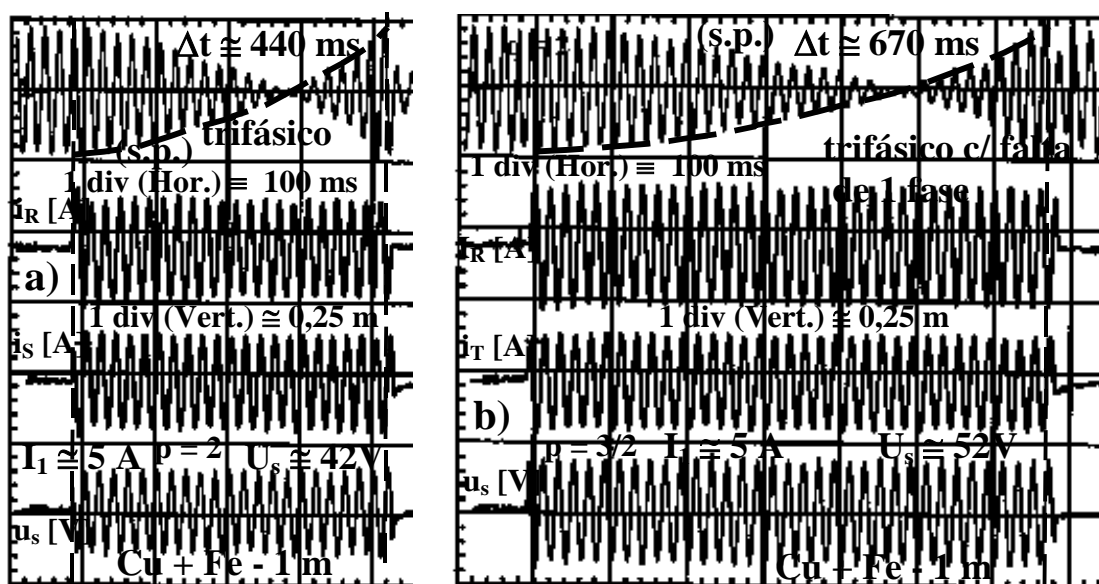


Figura 8.78 - Características dinâmicas do protótipo para um deslocamento de 45 cm ($m_c \cong 1,476$ kg, $F_{ac} \cong 3,79$ N, $q = 2$ e $m_l = 3$).

a) $Q_t = 18$; b) $Q_t = 24$ com falta de uma fase mas com neutro.

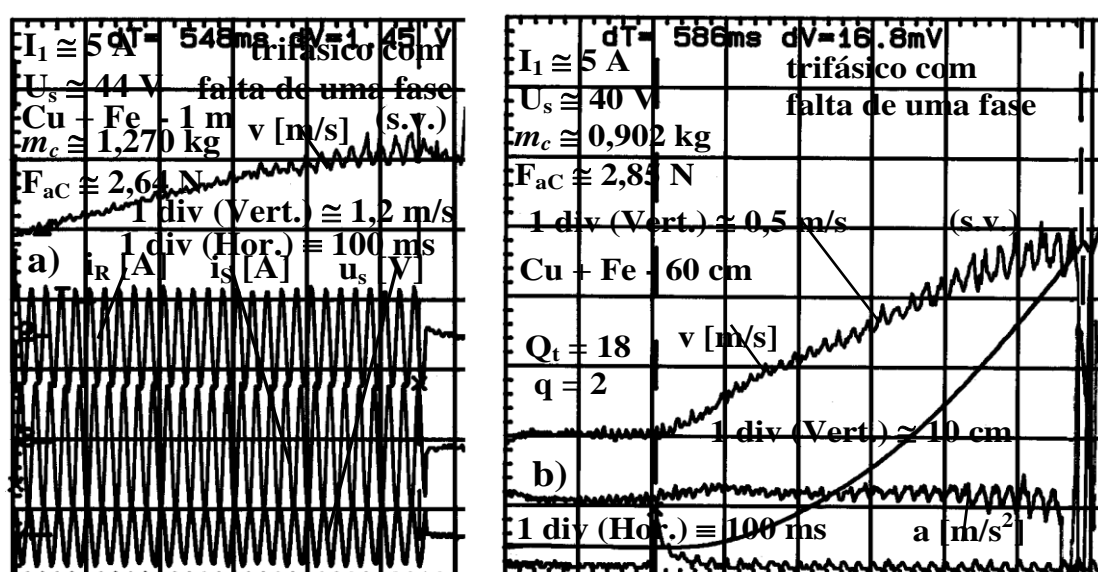


Figura 8.79 - Características dinâmicas do protótipo trifásico com falta de uma fase para deslocamentos de 45 cm. a) $m_c \cong 1,270$ kg, $F_{ac} \cong 2,64$ N, $Q_t = 24$, $q = 1$ e $I_l \cong 5$ A; b) $m_c \cong 0,902$ kg, $F_{ac} \cong 2,85$ N, $Q_t = 18$, $q = 2$ e $I_l \cong 5$ A.

Utilizando-se o sensor de velocidade (s.v.), nos ensaios em regime dinâmico do ALIT trifásico com falta de uma fase, mas com neutro, e para movimentos de $\Delta x \cong 45$ cm, a Figura 8.79-a apresenta características das correntes nas fases **R** e **S**, da tensão simples entre a fase **R** e o neutro, e da velocidade, em que o secundário é de Cu + Fe (1 m), $Q_t = 24$, $q = 1$ e $I_1 \cong 5$ A [no caso de falta de fase, as potências em jogo são cerca de 2/3 das correspondentes ao sistema trifásico equilibrado, $v_s = 4,35$ m/s, $P_{abs} \cong 267$ W, $Q_{abs} \cong 340,0$ VAr, $\cos\phi \cong 0,61$, $a_{m\acute{a}x} \cong 4,0$ m/s² ($s \cong 0,95$), $F_{m\acute{a}x} \cong 7,73$ N, $\eta_{m\acute{a}x} \cong 1,8$ % ($s \cong 0,74$), $\eta_{m\acute{a}x}\cos\phi \cong 0,011$, $W_c \cong 1,32$ J, $W_{abs} \cong 116,6$ J e $\eta_{m\acute{e}d} \cong 1,1$ %], e a Figura 8.79-b apresenta características da posição, da velocidade e da aceleração, em que o secundário é de Cu + Fe (60 cm), $Q_t = 18$, $q = 2$ e $I_1 \cong 5$ A [$v_s = 8,7$ m/s, $P_{abs} \cong 250$ W, $Q_{abs} \cong 264,5$ VAr, $\cos\phi \cong 0,69$, $a_{m\acute{a}x} \cong 3,7$ m/s² ($s \cong 0,97$), $F_{m\acute{a}x} \cong 6,11$ N, $\eta_{m\acute{a}x} \cong 1,4$ % ($s \cong 0,90$), $\eta_{m\acute{a}x}\cos\phi \cong 0,010$, $W_c \cong 0,67$ J, $W_{abs} \cong 117,2$ J e $\eta_{m\acute{e}d} \cong 0,6$ %]. Pode-se concluir que no caso de ALITs com falta de uma fase, as suas eficiências são bastante inferiores.

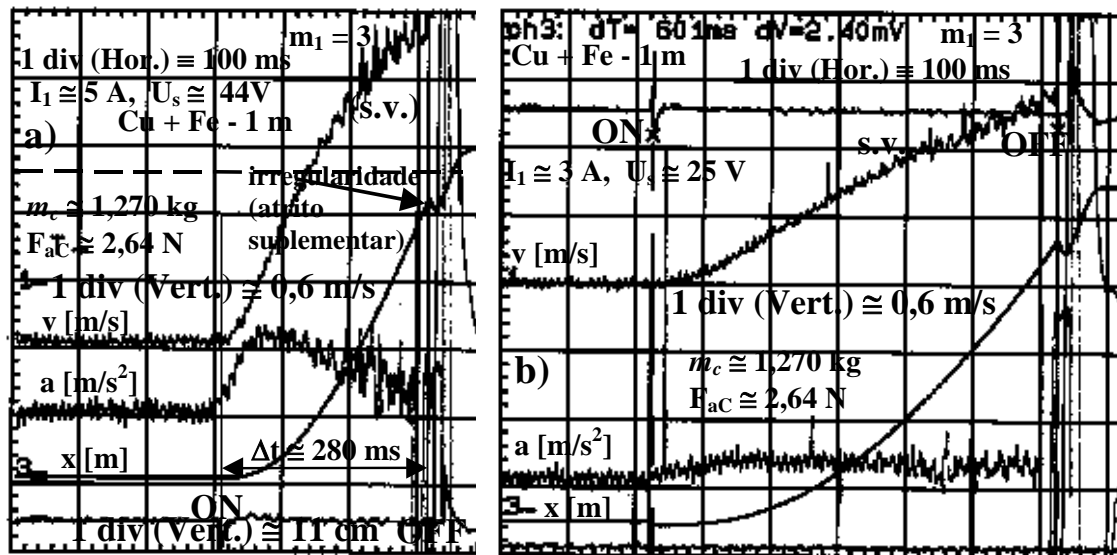


Figura 8.80 - Características comparativas para um deslocamento de 45 cm ($Q_t = 24$, $q = 1$ e $m_l = 3$). a) $I_1 \cong 5$ A; b) $I_1 \cong 3$ A.

Para deslocamentos de $\Delta x \cong 45$ cm, e para correntes nominais aproximadamente de 5 A e de 3 A, a Figura 8.80 apresenta as características comparativas da posição, velocidade, e aceleração do protótipo trifásico, em que $Q_t = 24$ e $q = 1$ (Cu + Fe de 1 m), para $I_1 \cong 5$ A [$v_s = 4,35$ m/s, $P_{abs} \cong 400$ W, $Q_{abs} \cong 519,6$ VAr, $\cos\phi \cong 0,61$, $a_{m\acute{a}x} \cong 14,6$ m/s² ($s \cong 0,88$), $F_{m\acute{a}x} = 21,13$ N, $\eta_{m\acute{a}x} \cong 8,4$ % ($s \cong 0,56$), $\eta_{m\acute{a}x}\cos\phi \cong 0,051$, $v_{m\acute{a}x} = 2,82$ m/s, $W_c \cong 5,05$ J, $W_{abs} \cong 89,6$ J, e $\eta_{m\acute{e}d} \cong 5,6$ % - Figura 8.80-a]; e para $I_1 \cong 3$ A [$v_s = 4,35$ m/s, $P_{abs} \cong 140$ W, $Q_{abs} \cong 173,2$ VAr, $\cos\phi \cong 0,63$, $a_{m\acute{a}x} \cong 3,1$ m/s² ($s \cong 0,93$), $F_{m\acute{a}x} \cong 6,59$ N, $\eta_{m\acute{a}x} \cong 3,3$ % ($s \cong 0,73$), $\eta_{m\acute{a}x}\cos\phi \cong 0,021$, $v_{m\acute{a}x} = 1,49$ m/s, $W_c \cong 1,41$ J, $W_{abs} \cong 67,3$ J, e $\eta_{m\acute{e}d} \cong 2,1$ % - Figura 8.80-b]. Da Figura 8.80 verifica-se, por exemplo, que em relação à posição houve um pequeno recuo do conjunto de massa m_c , na verdade, dadas as pequenas irregularidades sempre inevitáveis no secundário do protótipo e/ou no secundário do sensor de velocidade, é de esperar que, por vezes, existam também pequenas oscilações mecânicas longitudinais e transversais. Pelas mesmas Figuras 8.80-a e 8.80-b, as acelerações e as posições do secundário foram

obtidas internamente de um osciloscópio, por derivação e integração da velocidade, respectivamente. Sendo $\mathbf{F}_u = \mathbf{F} - \mathbf{F}_{ac} = m_c \cdot \mathbf{a}$, ainda relativamente à Figura 8.80-a, como exemplo, verifica-se que a aceleração, no arranque, é elevada porque a corrente absorvida é de aproximadamente **5 A**. Da Figura 8.80-b, para $I_1 \cong 3 \text{ A}$, verifica-se que a aceleração se manteve praticamente constante durante o deslocamento de **45 cm**, isto significa, mesmo não entrando em consideração com as aferições efectuadas no

Capítulo 7, que $\mathbf{a} \cong \frac{2\Delta x}{t^2} = \frac{0,9}{0,623^2} = 2,32 \text{ m/s}^2$ (1 divisão do osciloscópio, na

horizontal, é equivalente a **100 ms**), pelo que a velocidade, considerada linear, para $\Delta x \cong 45 \text{ cm}$, é igual a $\mathbf{v} \cong \mathbf{a}t = 2,32 \cdot 0,623 = 1,45 \text{ m/s}$, e o escorregamento será igual a

$s \cong \frac{v_s - v}{v_s} = \frac{2\tau f - v}{2\tau f} = 0,67$. Uma vez conhecido \mathbf{F}_{ac} do conjunto móvel

(Subcapítulo 8.1), determinou-se a força electromagnética, \mathbf{F} , e, perante os modelos apresentados no Capítulo 6, confirmou-se, para este escorregamento, que os resultados teóricos e experimentais estão razoavelmente aproximados.

Para o caso da velocidade não ter uma variação linear, e partindo do princípio, por exemplo, que apenas se conhece a posição dada pelo sensor de posição (**s.p.**), então pela teoria das diferenças finitas, pode-se formar um polinómio de grau n (geralmente $n \geq 3$ - existe um exemplo no Subcapítulo 7.2) que seja solução para a maior parte dos pontos do gráfico; a partir desse momento, a velocidade e a aceleração determinam-se, respectivamente, por simples derivação e segunda derivação do polinómio acima encontrado. A partir daí obtêm-se todos dados inerentes para que se possa efectuar uma confirmação dos resultados teóricos com os experimentais. Também para medir as potências activas e reactivas, pode-se recorrer ao osciloscópio registando as ondas de tensão e de corrente em cada uma das fases, pelo que observando o desfasamento entre ambas as grandezas ficar-se-á na posse de todos os elementos para se poderem confirmar outras grandezas como, por exemplo, o rendimento e o factor de potência. Foram efectuados alguns ensaios nesse sentido, mas os resultados não foram muito aproximados dos esperados teoricamente, devido ao facto de as tensões, na realidade estarem desequilibradas, verificando-se que a corrente do enrolamento que não se encontra nas extremidades do ALIT é de menor amplitude devido a maior coeficiente indução mútua nesse mesmo enrolamento. O ideal para esta solução, passaria pelo uso de vários osciloscópios, o que apenas se tornaria viável para uma equipa de trabalho.

Para correntes nominais de **5 A** e de **3 A**, e para deslocamentos aproximadamente iguais a **45 cm**, a Figura 8.81 apresenta as características comparativas da posição, velocidade, e aceleração do protótipo trifásico, para $Q_t = 18$, $q = 2$, $p = 3/2$, e $v_s = 8,7 \text{ m/s}$ (Cu + Fe - 1 m), em que: $P_{abs} \cong 375 \text{ W}$, $Q_{abs} \cong 415,4 \text{ VAR}$, $\cos\phi \cong 0,67$, $a_{m\acute{a}x} \cong 10,9 \text{ m/s}^2$ ($s \cong 0,94$), $F_{m\acute{a}x} \cong 16,47 \text{ N}$, $\eta_{m\acute{a}x} \cong 6,3 \%$ ($s \cong 0,79$), $\eta_{m\acute{a}x}\cos\phi \cong 0,042$, $v_{m\acute{a}x} \cong 2,32 \text{ m/s}$, $W_c \cong 3,42 \text{ J}$, $W_{abs} \cong 107,1 \text{ J}$, e $\eta_{m\acute{e}d} \cong 3,2 \%$ - Figura 8.81-a; e $P_{abs} \cong 195 \text{ W}$, $Q_{abs} \cong 225,2 \text{ VAR}$, $\cos\phi \cong 0,66$, $a_{m\acute{a}x} \cong 3,8 \text{ m/s}^2$ ($s \cong 0,97$), $F_{m\acute{a}x} \cong 7,47 \text{ N}$, $\eta_{m\acute{a}x} \cong 3,4 \%$ ($s \cong 0,88$), $\eta_{m\acute{a}x}\cos\phi \cong 0,022$, $v_{m\acute{a}x} \cong 1,21 \text{ m/s}$, $W_c \cong 0,93 \text{ J}$, $W_{abs} \cong 97,2 \text{ J}$, e $\eta_{m\acute{e}d} \cong 1,0 \%$ - Figura 8.81-b.

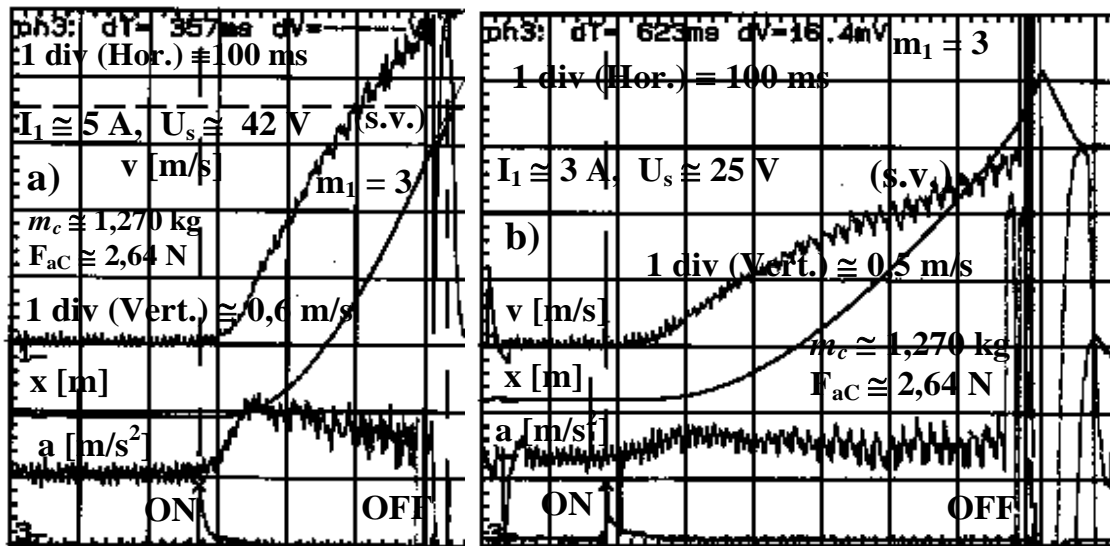


Figura 8.81 - Características comparativas para um deslocamento de 45 cm ($Q_t = 18$, $q = 2$ e $m_1 = 3$). **a)** $I_1 \approx 5$ A; **b)** $I_1 \approx 3$ A.

Comparando, por exemplo, as Figuras 8.80-b e 8.81-b, verifica-se que, para a mesma massa do conjunto (m_c - tubo de Cu + Fe de retorno - **1 m**, e sensor de velocidade + acessórios de ligação - que corresponde a $F_{ac} \approx 2,64$ N), nos dois modelos, para $\Delta x \approx 45$ cm, os respectivos secundários movimentam-se durante, aproximadamente, o mesmo intervalo de tempo. Então pode-se concluir que, para esta massa do conjunto, a força específica, em regime dinâmico, é menos eficiente para a solução $m_1 = 3$, $Q_t = 18$, $q = 2$, e $p = 3/2$, do que para a indicada na Figura 8.80-b.

Para o protótipo modular em que $Q_t = 9$, $q = 1$, $m_1 = 3$, $I_1 \approx 5$ A, e $\Delta x \approx 45$ cm, a Figura 8.82 apresenta as características da velocidade, da corrente na fase **R** (L_1), e das f.e.m.s induzidas em 2 sondas de 5 espiras cada, sendo uma fixa e colocada na periferia exterior do aço inoxidável (extremidade de entrada - **200 mV/div**), e a outra, móvel, será colocada na periferia exterior do secundário de Cu + Fe com **1 m** (e também na extremidade de entrada no início do movimento - **200 mV/div**). As f.e.m.s induzidas estão representadas em valores **p.u.** Por observação da Figura 8.82, verifica-se que a f.e.m. na zona (1) - periferia exterior do tubo de aço inoxidável - é superior à f.e.m. na zona (2) - periferia exterior do secundário em movimento, isto deve-se ao aumento do factor de saturação quando o protótipo se encontra em carga dinâmica. Na característica (2), assinalada na Figura 8.82, é visível o escorregamento associado ao aumento do período correspondente à velocidade relativa entre o campo viajante do primário e a velocidade real do secundário, e ainda modulações de amplitude devidos aos efeitos de extremidade.

Para o protótipo modular em que $Q_t = 12$, $q = 2$, $m_1 = 3$, $I_1 \approx 5$ A, e $\Delta x \approx 45$ cm, a Figura 8.83-a apresenta as características da velocidade, da corrente na fase **R** (L_1), e das f.e.m.s induzidas em 2 sondas de 5 espiras cada, sendo uma fixa e colocada na periferia exterior do aço inoxidável [extremidade de entrada (2) - **200 mV/div**], e a outra, móvel, será colocada na periferia exterior do secundário de Cu + Fe com **1 m** [e também na extremidade de entrada no início do movimento (1) - **500 mV/div**]. Na característica (1), representada na Figura 8.83-a, verifica-se que a amplitude da f.e.m. induzida aumentou devido à ausência de parte de secundário no período final do movimento. Do mesmo modo, para o protótipo modular em que $Q_t = 18$, $q = 2$, $m_1 = 3$, $I_1 \approx 3$ A, e $\Delta x \approx 45$ cm, a Figura 8.83-b apresenta as características da velocidade, da

corrente na fase **R** (L_1), e das f.e.m.s induzidas. Na característica (2) - sonda em movimento com o secundário, representada na Figura 8.83-b, é bem visível a variação da f.e.m. induzida devido aos efeitos de extremidade.

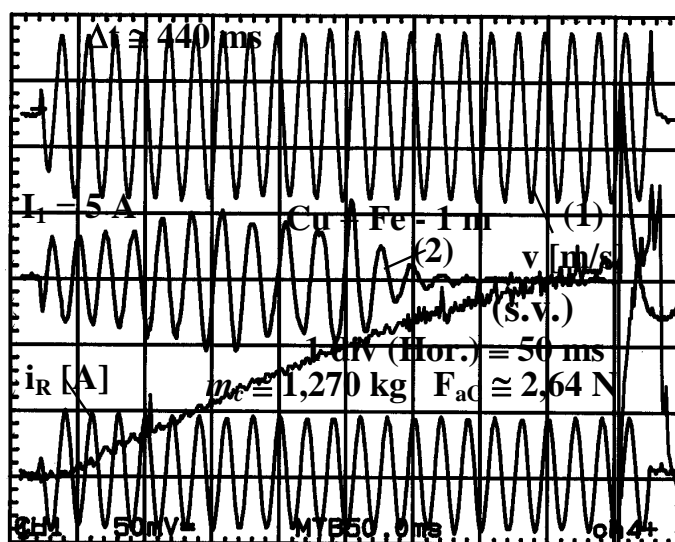


Figura 8.82 - Características de velocidade, de f.e.m.s induzidas, e de corrente na fase L_1 ($Q_t = 9$, $q = 1$, $p = 1/2$, $m_l = 3$, $I_l \cong 5$ A e $U_s \cong 18$ V).

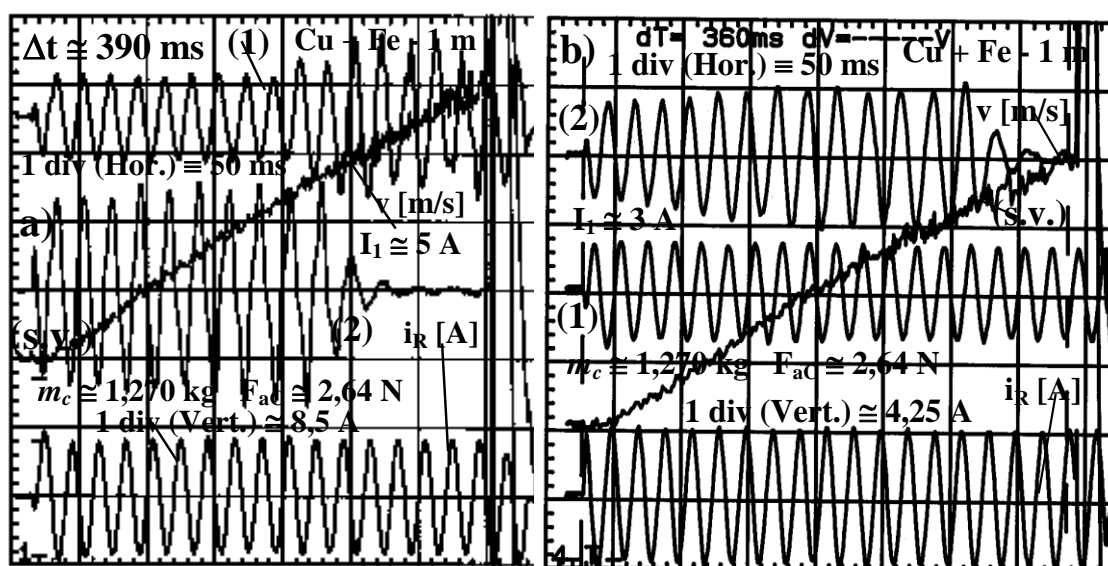


Figura 8.83 - Características de velocidade, de f.e.m.s induzidas, e de corrente na fase L_1 . a) $Q_t = 12$, $q = 2$, $p = 1$, $m_l = 3$, $I_l \cong 5$ A e $U_s \cong 27$ V; b) $Q_t = 18$, $q = 2$, $p = 3/2$, $m_l = 3$, $I_l \cong 3$ A e $U_s \cong 28$ V.

Por observação, por exemplo, das Figuras 8.82, 8.83-a e 8.83-b, verifica-se que a corrente de arranque, $s = 1$, é pouco superior à corrente para outros valores do escorregamento, $0 < s < 1$. Também, por exemplo, das Figuras 8.72, 8.74, 8.75, 8.76, 8.77, 8.78 e 8.79-a, verifica-se que as tensões, aplicadas ao ALIT, praticamente não sofrem oscilações relativamente aos seus valores eficazes.

Para $\Delta x \cong 45 \text{ cm}$ e para tipologias correspondentes a $Q_t = 24$, $q = 1$ e $m_1 = 3$ [$I_1 \cong 5 \text{ A}$, $U_s \cong 44 \text{ V}$, $v_s = 4,35 \text{ m/s}$, $P_{\text{abs}} \cong 400 \text{ W}$, $Q_{\text{abs}} \cong 519,6 \text{ VAR}$, $\cos\varphi \cong 0,61$, $a_{\text{máx}} \cong 18,1 \text{ m/s}^2$ ($s \cong 0,89$), $F_{\text{máx}} \cong 25,58 \text{ N}$, $\eta_{\text{máx}} \cong 8,3 \%$ ($s \cong 0,52$), $\eta_{\text{máx}}\cos\varphi \cong 0,051$, $v_{\text{máx}} = 2,81 \text{ m/s}$, $W_c \cong 5,02 \text{ J}$, $W_{\text{abs}} \cong 87,7 \text{ J}$, e $\eta_{\text{méd}} \cong 5,7 \%$ - Figura 8.84-a], e a $Q_t = 24$, $q = 2$ e $m_1 = 3$ [$I_1 \cong 5 \text{ A}$, $U_s \cong 51 \text{ V}$, $v_s = 8,7 \text{ m/s}$, $P_{\text{abs}} \cong 515 \text{ W}$, $Q_{\text{abs}} \cong 540,5 \text{ VAR}$, $\cos\varphi \cong 0,69$, $a_{\text{máx}} \cong 20,1 \text{ m/s}^2$ ($s \cong 0,95$), $F_{\text{máx}} \cong 28,17 \text{ N}$, $\eta_{\text{máx}} \cong 9,9 \%$ ($s \cong 0,73$), $\eta_{\text{máx}}\cos\varphi \cong 0,068$, $v_{\text{máx}} = 3,31 \text{ m/s}$, $W_c \cong 6,22 \text{ J}$, $W_{\text{abs}} \cong 101,8 \text{ J}$, e $\eta_{\text{méd}} \cong 6,1 \%$ - Figura 8.84-b], a Figura 8.84 apresenta as características da velocidade, das f.e.m.s induzidas em 3 sondas de 5 espiras cada, sendo duas fixas e colocadas na periferia exterior do aço inoxidável [extremidade de entrada (2) e zona intermédia do ALIT (3) - 200 mV/div], e a outra, móvel, será colocada na periferia exterior do secundário [e também na extremidade de entrada no início do movimento (1) - 200 mV/div].

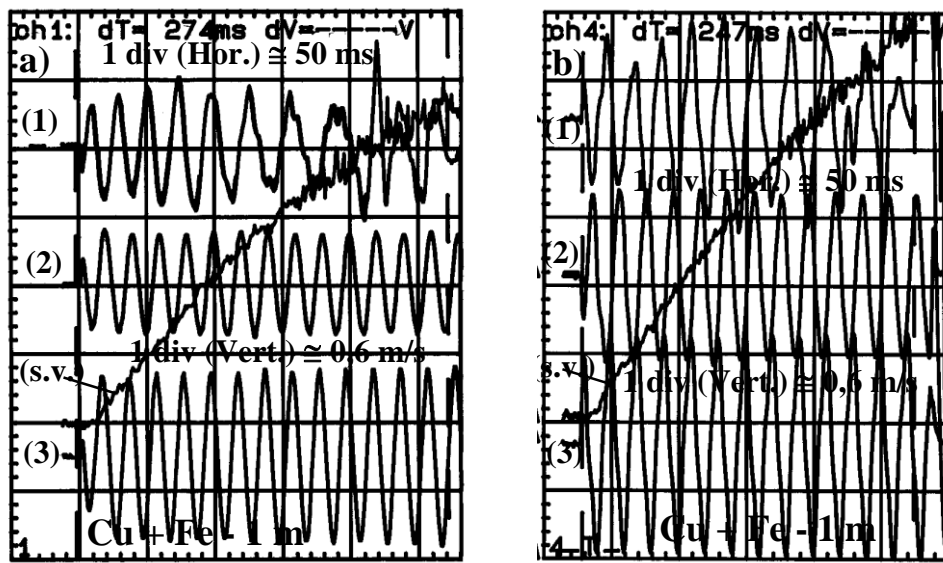


Figura 8.84 - Características de velocidade e de f.e.m.s induzidas ($f = 50 \text{ Hz}$).

- a) $Q_t = 24$, $q = 1$, $m_1 = 3$, $I_1 = 5 \text{ A}$ e $U_s = 44 \text{ V}$;
b) $Q_t = 24$, $q = 2$, $m_1 = 3$, $I_1 = 5 \text{ A}$ e $U_s = 51 \text{ V}$.

A Figura 8.85 apresenta características matemáticas que se adaptam aos gráficos das velocidades registados pelo osciloscópio e indicados na Figura 8.84 (polinómios do sétimo grau obtidos pelo método das diferenças finitas, v em m/s e t em s , para $q = 1$ - $v \cong -6,9 \cdot 10^5 t^7 + 8 \cdot 10^5 t^6 - 3,7 \cdot 10^5 t^5 + 9 \cdot 10^5 t^4 - 1,2 \cdot 10^5 t^3 + 782 t^2 - 6,7 t - 5 \cdot 10^{-10}$, e para $q = 2$ - $v \cong -2,4 \cdot 10^6 t^7 + 2,2 \cdot 10^6 t^6 - 8,3 \cdot 10^5 t^5 + 1,6 \cdot 10^5 t^4 - 1,7 \cdot 10^4 t^3 + 91 t^2 - 4,1 t - 8 \cdot 10^{-9}$); do mesmo modo, as acelerações, $a(t)$, e as derivadas das acelerações, $da(t)/dt$, são obtidas a partir das primeiras e das segundas derivadas das velocidades v , bem como as posições do secundário, $x(t)$, que serão obtidas a partir das respectivas integrações, considerando que no instante inicial $x(t = 0) = 0$.

Das Figuras 8.85-a e 8.85-b, a força útil, em função do tempo, será dada por $F_u(t) = m_c a(t)$, e a força electromagnética, posta em jogo no secundário, será igual a $F(t) \cong F_u(t) + F_{aC} \cong m_c a(t) + 2,641 \text{ N}$, pelo que, sendo $m_c \cong 1,270 \text{ kg}$, as forças electromagnéticas máximas serão iguais a $F_{\text{máx}} \cong 25,58 \text{ N}$ [Figura 8.85-a - este valor é

um pouco superior ao indicado na Figura 8.80-a ($F_{\max} \cong 21,13 \text{ N}$), pois a temperatura ambiente, pequenos atritos suplementares devidos a imperfeições do secundário e do sensor, e também os inevitáveis desequilíbrios oriundos da rede eléctrica, dão origem a pequenas diferenças de resultados para cada ensaio] e a $F_{\max} = 27,58 \text{ N}$ (Figura 8.85-b), o que correspondem aos escorregamentos $s = 88,8 \%$ e $s = 92,6 \%$, respectivamente. Por observação da Figura 8.85, como nalgumas Figuras apresentadas anteriormente, as oscilações das características das acelerações são devidas a algumas imperfeições resultantes da construção do protótipo e dos restantes acessórios. Relativamente às características dos protótipos apresentados nas Figuras 8.84-a e 8.84-b ($Q_t = 24$, $m_1 = 3$, $m_c \cong 1,270 \text{ kg}$, e $I_1 \cong 5 \text{ A}$), verifica-se que a solução correspondente a $q = 2$ apresenta melhor eficiência.

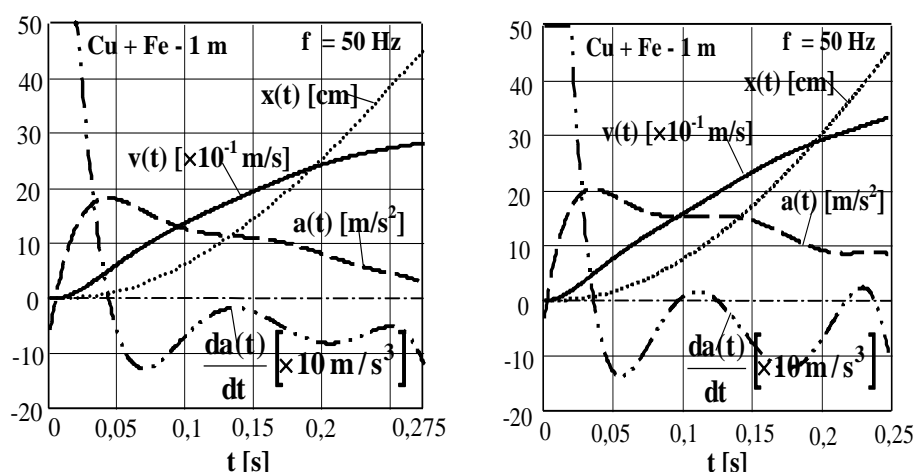


Figura 8.85 - Características de posição, velocidade, aceleração e da derivada da aceleração. a) $Q_t = 24$, $q = 1$, $m_1 = 3$, $I_1 \cong 5 \text{ A}$ e $U_s \cong 44 \text{ V}$; b) $Q_t = 24$, $q = 2$, $m_1 = 3$, $I_1 \cong 5 \text{ A}$ e $U_s \cong 51 \text{ V}$.

De acordo com as Figuras 8.85-a e 8.85-b, a Figura 8.86-a apresenta as variações do escorregamento, s , em função do tempo, t ($f = 50 \text{ Hz}$). A Figura 8.86-b apresenta as variações do escorregamento, em função do tempo, para $Q_t = 18$ e $m_1 = 3$, e para as situações: $q = 1$ e $I_1 \cong 5 \text{ A}$ (deslocamento de 45 cm , $v_s = 4,35 \text{ m/s}$), $q = 3$ e $I_1 \cong 5 \text{ A}$ (deslocamento de 45 cm , $v_s = 13,05 \text{ m/s}$), $q = 3$ e $I_1 \cong 3 \text{ A}$ (deslocamento de 35 cm , $v_s = 13,05 \text{ m/s}$), e para $Q_t = 16$, $m_1 = 2$, $q = 2$ e $I_1 \cong 5 \text{ A}$ (deslocamento de 45 cm , $v_s = 5,8 \text{ m/s}$).

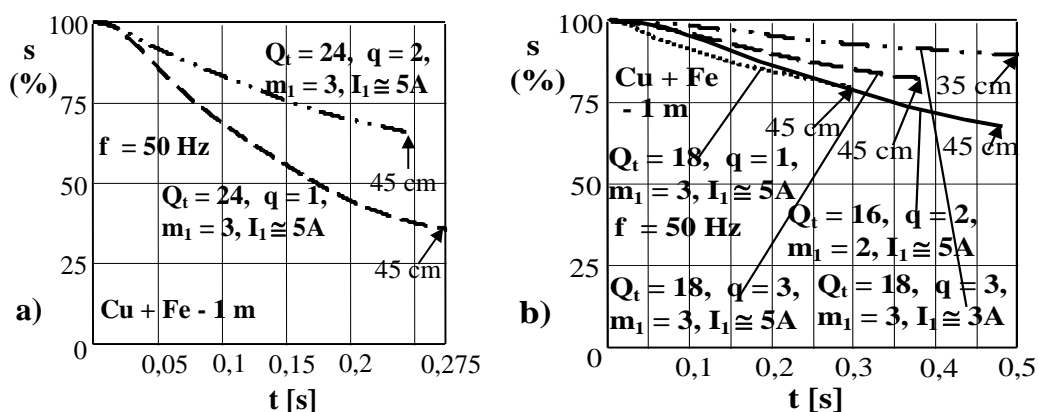


Figura 8.86 - Diversas características do escorregamento em função do tempo.

Ainda de acordo com as Figuras 8.85-a e 8.85-b, em que se pode verificar que, para um valor médio da corrente eficaz por fase de **5 A**, a solução **q = 2** apresenta melhor eficiência do que a correspondente a **q = 1**, as Figuras 8.87-a e 8.87-b apresentam as variações das forças longitudinais, úteis, **F_u**, e electromagnéticas, **F**, em função do escorregamento, **s** (ou da velocidade, **v**).

De acordo com as Figuras 8.87-a e 8.87-b, durante o arranque (**s = 1**), as forças longitudinais, obtidas nos ensaios, são inferiores às obtidas pelo modelo do esquema equivalente (considerando inclusive os efeitos de extremidade); isto deve-se ao facto de no início do movimento existir uma transição entre as forças de atrito estático e de atrito cinético, além disso, por resultados experimentais, também se pode concluir que os coeficientes de atrito cinético variam com a velocidade do secundário (com os acessórios), como se pode observar na Figura 8.88 (Cortesia Catálogo Telemecanique com algumas adaptações - Dezembro de 1994).

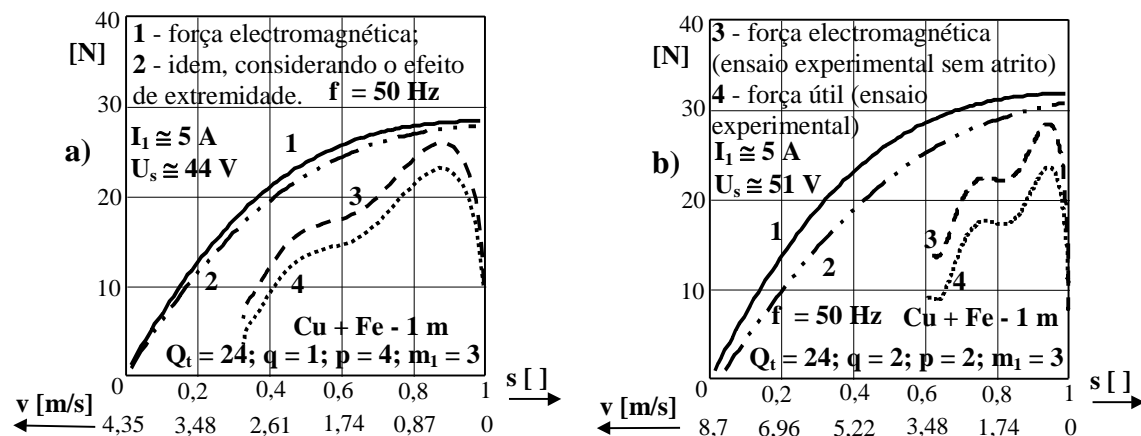


Figura 8.87 - Características da força em função do escorregamento.

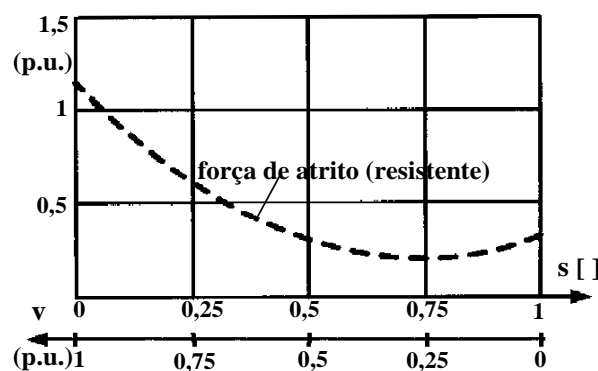


Figura 8.88 - Característica habitual da força de atrito em função do escorregamento ou da velocidade.

Das Figuras 8.84-a e 8.84-b, as Figuras 8.89-a e 8.89-b apresentam as variações dos rendimentos, **η**, em função do escorregamento, **s**.

Também das Figuras 8.87-a e 8.87-b, para menores escorregamentos, verifica-se que os resultados experimentais da força se desviam bastante dos valores analíticos, isto deve-se ao facto das correntes de arranque serem um pouco superiores às correntes variáveis em regime dinâmico, pois estas dependem também da relação R'_2/s , e até da impedância a montante (particularmente do autotransformador trifásico). A Figura 8.90 apresenta a corrente, $i_1(t)$, a tensão simples, $u_s(t) \equiv u_{1s}(t)$, e o valor instantâneo da potência absorvida por fase, $p(t)/\text{fase} = u_s(t) \cdot i_1(t)$, em que o secundário é ligado mecanicamente ao sensor de posição; de um ALIT trifásico cujas restantes características estão indicadas na própria Figura.

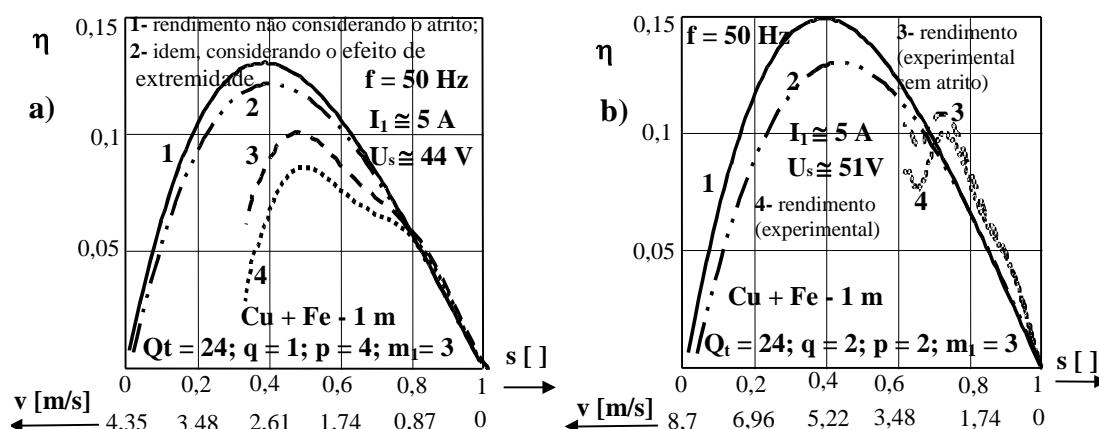


Figura 8.89 - Características do rendimento em função do escorregamento.

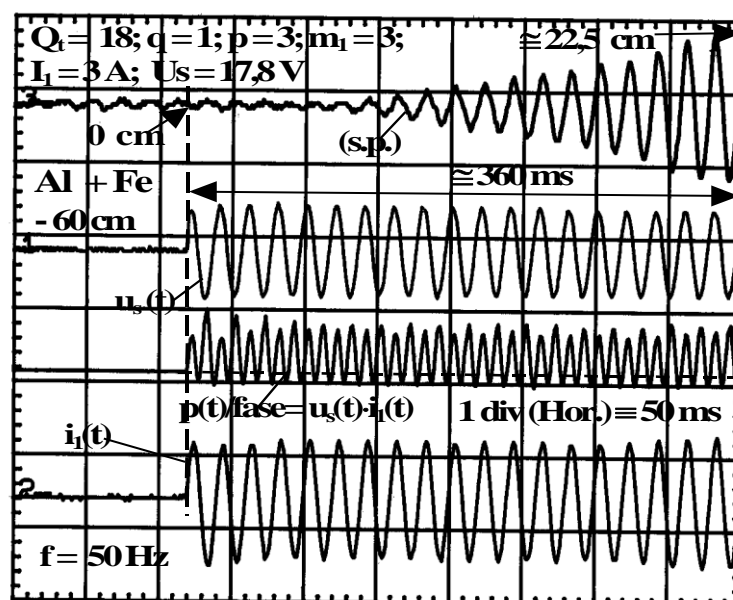


Figura 8.90 - Características da posição, da tensão, da corrente e da potência instantânea, por fase, em função do tempo ($Q_t = 18$, $q = 1$, $p = 3$, $m_1 = 3$, $I_1 \approx 3 \text{ A}$ e $U_s \approx 17,8 \text{ V}$).

Da Figura 8.90, dado que a massa da parte móvel do sensor de posição, **s.p.**, é superior à massa da parte móvel do sensor de velocidade (indicado, por exemplo, na Figura 8.84), verifica-se que o movimento torna-se muito mais lento. A Figura 8.92 apresenta

simulações matemáticas dos valores $i_1(t)$, $u_s(t)$ e $p(t)/\text{fase}$, apresentados na Figura 8.90, em que, por fase, se considera aproximadamente a associação série da impedância longitudinal do autotransformador, $\bar{Z}_{\text{aut}} = R_{\text{aut}} + jX_{\text{aut}}$ ($R_{\text{aut}} < X_{\text{aut}}$), com a impedância equivalente do ALIT, $\bar{Z}_{\text{eq}} = R_{\text{eq}} + jX_{\text{eq}}$ (em que se admite que a influência da variação de $R'_{2/s}$ é praticamente desprezada, e que $R_{\text{eq}} \cong X_{\text{eq}}$). Assim considerando que a constante de tempo de todo o circuito, $\tau = (L_{\text{aut}} + L_{\text{eq}})/(R_{\text{aut}} + R_{\text{eq}})$, é maior do que a constante de tempo do ALIT, $\tau_{\text{eq}} = L_{\text{eq}}/R_{\text{eq}}$, e admitindo que a tensão à entrada do autotransformador, $u(t)$ - tensão simples, é sinusoidal, a corrente $i_1(t)$ será igual a

$$i_1(t) = \sqrt{2}I_1 \left[\cos(\omega t + \alpha - \varphi_1) - \cos(\alpha - \varphi_1) e^{-\frac{t}{\tau}} \right], \text{ sendo } I_1 \cong \frac{U}{|\bar{Z}_{\text{aut}} + \bar{Z}_{\text{eq}}|}, \quad \alpha \text{ o}$$

ângulo de fase de $u(t)$ na origem dos tempos, e φ_1 o ângulo de defasagem entre $u(t)$ e $i_1(t)$, cujo esquema equivalente, por fase, é apresentado na Figura 8.91. Assim, da

Figura 8.91, a tensão $u_s(t)$ é obtida a partir de $u_s(t) = R_{\text{eq}} i_1(t) + L_{\text{eq}} \frac{di_1(t)}{dt}$.

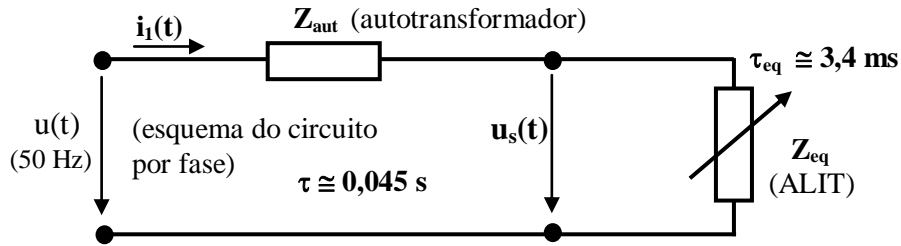


Figura 8.91 - Esquema do circuito elétrico, por fase, constituído pelo ALIT ($Q_t = 18$, $q = 1$, $m_1 = 3$, $I_1 \cong 3 \text{ A}$ e $U_s \cong 17,8 \text{ V}$), e pelo autotransformador.

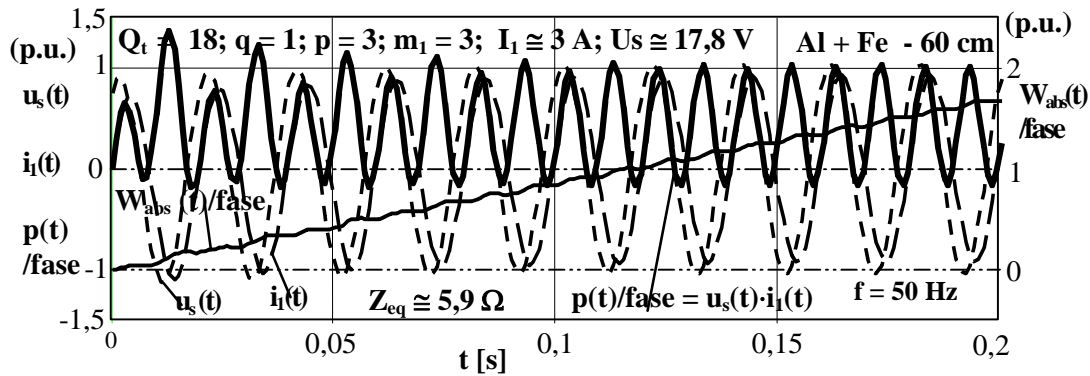


Figura 8.92 - Simulação matemática das características da tensão, da corrente, da potência instantânea e da energia absorvida, por fase, em função do tempo (regime forçado + regime livre - $Q_t = 18$, $q = 1$, $m_1 = 3$, $I_1 \cong 3 \text{ A}$ e $U_s \cong 17,8 \text{ V}$).

Das Figuras 8.90 e 8.92, para um estudo do regime transitório mais aprofundado será necessário introduzir nas expressões $i_1(t)$ e $u_s(t)$, o valor do escorregamento, s , para a determinação, em cada instante do parâmetro $R'_{2/s}$ e, conseqüentemente, o resultado $\bar{Z}_{\text{eq}}(s)$, para além da possível variação de outros parâmetros do ALIT, do

autotransformador, e até da impedância a montante da própria rede, em virtude da variação da corrente absorvida em regime dinâmico.

A Figura 8.93 apresenta simulações matemáticas das características da tensão simples, $u_s(t)$, corrente por fase, $i_1(t)$, potência instantânea por fase, $p(t)/\text{fase} = u_s(t) \cdot i_1(t)$, em que se considera extinto o regime livre, isto é, apenas se admite a existência do regime forçado, sendo φ o ângulo de defasagem entre $u_s(t)$ e $i_1(t)$.

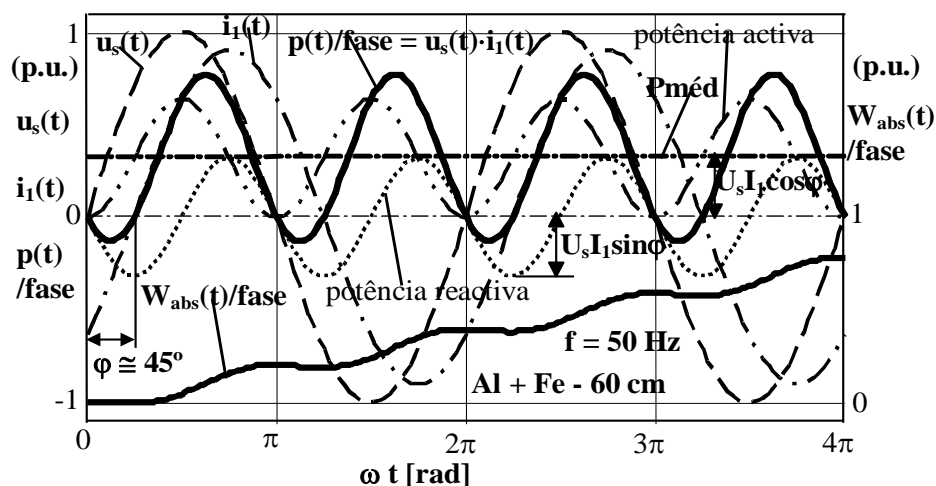


Figura 8.93 - Simulação matemática das características da tensão, da corrente e da potência instantânea e da energia absorvida, por fase, em função do tempo, considerando apenas o regime permanente ($Q_t = 18$, $q = 1$, $m_1 = 3$, $I_1 \cong 3$ A e $U_s \cong 17,8$ V).

Das Figuras 8.92 e 8.93, é importante salientar que as trocas de energia, existentes entre o protótipo e a rede, também são contabilizadas na energia absorvida ao longo do tempo, W_{abs} .

Para um deslocamento do secundário de $\Delta \cong 50$ cm, a Figura 8.94-a apresenta características da velocidade, $v(t)$, da tensão simples, $u_s(t)$, e da corrente por fase, $i_1(t)$, de um ALIT, sem anéis ou núcleos de Fe a envolver as bobinas do primário, em que $Q_t = 12$, $q = 1$, $p = 2$ e $m_1 = 3$. Embora a teoria apresentada no Subcapítulo 7.4 se julgue correcta, para um ALIT de características iguais às representadas na Figura 8.94-a, é apresentado na Figura 8.94-b um gráfico de resultados experimentais em que é utilizado, para além de um transdutor de velocidade, também um transdutor da derivada da aceleração, $da(t)/dt$.

Da Figura 8.94-b, devido ao facto da mola que une os dois secundários não trabalhar, com eficiência, simultaneamente à tracção e à compressão, nota-se que o gráfico da velocidade, contrariamente, por exemplo, aos apresentados nas Figuras 8.84 e 8.94-a, sofre grandes variações durante o deslocamento. Estas oscilações mecânicas são particularmente devidas a transferências de energia mecânica entre o sistema mola e pequenas perturbações devidas principalmente a algumas irregularidades de contactos entre o primário e o secundário do ALIT. Ainda da Figura 8.94-b, os resultados das simulações relativos, à velocidade (polinómio de grau 8), e à derivada da velocidade, são:

$v \cong 7,5 \cdot 10^3 t^8 - 2,35 \cdot 10^3 t^7 + 2,9 \cdot 10^4 t^6 - 1,9 \cdot 10^4 t^5 + 6,3 \cdot 10^3 t^4 - 1,1 \cdot 10^3 t^3 + 85,7 t^2 - 1,15 t - 5,8 \cdot 10^{-9}$
e $da/dt \cong 4,2 \cdot 10^5 t^6 - 9,9 \cdot 10^5 t^5 + 8,8 \cdot 10^5 t^4 - 1,9 \cdot 10^4 t^3 + 7,6 \cdot 10^4 t^2 - 6,6 \cdot 10^3 t + 171,4$, em **m/s** e em **m/s³**, respectivamente, e em que $x(t = 0,782 \text{ s}) \cong 51 \text{ cm}$. Como se pode observar das Figuras 8.94-a e 8.94-b, o ALIT apresenta também bons resultados mesmo sem os anéis intercalados entre as aletas, no entanto estas são imprescindíveis ao funcionamento do próprio ALIT.

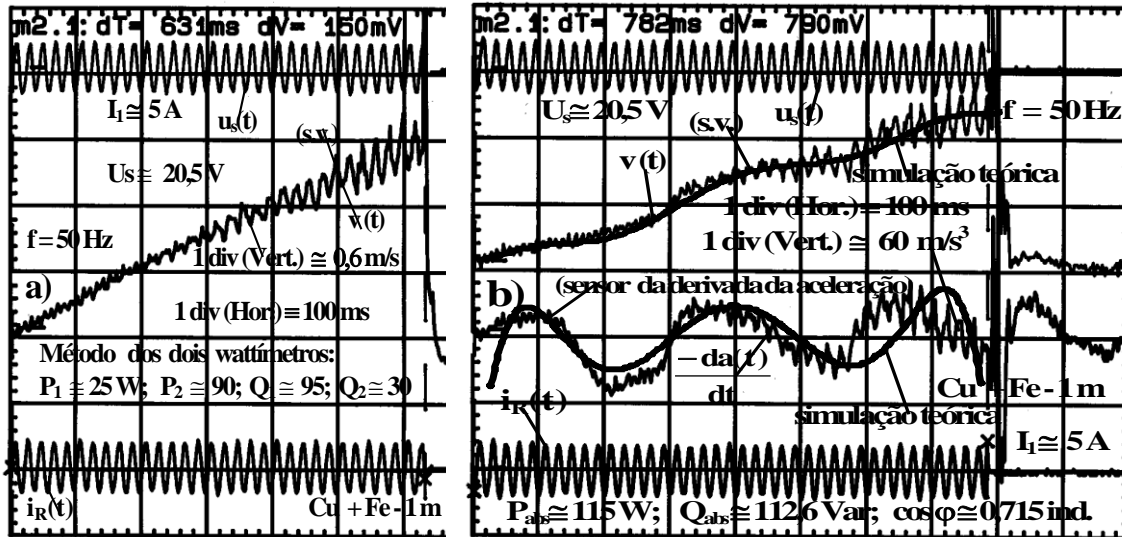


Figura 8.94 - Características da velocidade, da derivada da aceleração, da corrente e da tensão simples na fase L_1 ($Q_t = 12$, $q = 1$, $m_1 = 3$, $I_1 \cong 5 \text{ A}$ e $U_s \cong 20,5 \text{ V} - \Delta x \cong 50 \text{ cm}$). **a)** $m_c \cong 1,270 \text{ kg}$; **b)** $m_c \cong 1,530 \text{ kg}$.

Para $\Delta x \cong 30 \text{ cm}$, a Figura 8.95 apresenta as características da tensão simples, $u_s(t)$, da velocidade, $v(t)$, e da derivada da aceleração, $da(t)/dt$, de um ALIT trifásico, em que $Q_t = 24$, $q = 1$, $m_c \cong 1,270 \text{ kg}$, e $I_1 \cong 4 \text{ A}$.

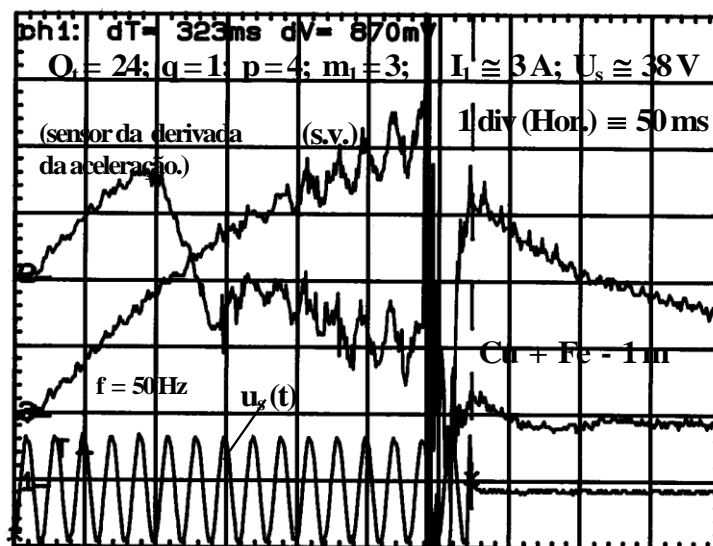


Figura 8.95 - Características da velocidade, da derivada da aceleração, e da tensão simples na fase L_1 ($Q_t = 24$, $q = 1$, $m_1 = 3$, $I_1 \cong 4 \text{ A}$ e $U_s \cong 38 \text{ V}$).

CAPÍTULO 9

OBSERVAÇÕES E CONCLUSÕES

Resumo

Neste capítulo pretende-se tecer algumas considerações sobre a análise, o dimensionamento, e o comportamento do protótipo implementado, bem como determinadas perspectivas de desenvolvimento futuro.

9 OBSERVAÇÕES E CONCLUSÕES

Os actuadores tubulares são máquinas com características electromagnéticas notáveis, de construção simples, sem necessidade de grande volume de ferro para o primário. O núcleo tubular de ferro, no interior do secundário, tem grande importância por permitir o fecho das l.f.c.m. através de uma menor secção ($\mu_{Fe} \gg \mu_0$) e, por isso, diminuir a relutância do circuito magnético por cada espaço correspondente a duplo passo polar. Dado que o fluxo magnético, na zona das bobinas, se pode fechar pelo ar através de amplas secções transversais, o uso de núcleo ferromagnético no primário, embora facilite o fecho das l.f.c.m., não tem uma importância fundamental. No entanto, é bastante útil para protecção mecânica das próprias bobinas. As aletas (dentes), além de contribuírem também para a protecção e o alinhamento das bobinas, em torno do tubo de aço inoxidável, têm uma função importantíssima de encaminhare as l.f.c.m. até à zona das bobinas e do núcleo ferromagnético do primário.

Como o campo magnético é relativamente reduzido, não se torna muito necessário construir as aletas e os núcleos do primário em chapa empilhada, o que simplificou consideravelmente a construção deste protótipo.

Estes tipos de actuadores, que funcionam como autênticos pistões eléctricos, apresentam uma boa relação força massa a baixo custo e, para além disso, são praticamente isentos de manutenção, o que lhes confere uma elevada segurança e fiabilidade.

Não foi objectivo deste trabalho impor rigidamente um método único na optimização do cálculo e das características de funcionamento de actuadores lineares para aplicações em regime estático ou a baixas velocidades, mas sim complementar, por extrapolação, alguns dos trabalhos de investigação relativos a este tipo de máquinas eléctricas.

Uma vez que os ALITs apresentam um conjunto de vantagens a ter em linha de conta, e atendendo aos resultados obtidos com o protótipo ensaiado, para diversos números de cavas, Q_t , e de cavas bobinadas por pólo e por fase, q , deverão constituir uma área a desenvolver com maior profundidade, tanto mais que algumas das aplicações enumeradas se encontram já algum tempo em funcionamento e com enorme sucesso no domínio das máquinas eléctricas.

No início deste trabalho, sempre se procurou situar o actuador linear de indução tubular dentro do contexto geral das máquinas eléctricas. Foram implementadas teorias generalizadas sobre campos de indução magnética, densidades lineares de corrente e forças magnetomotrizes (f.m.m.s), tendo em consideração todas as harmónicas possíveis em qualquer sistema monofásico ou multifásico. Para esse efeito, analisou-se, com algum pormenor, as componentes directas, inversas e homopolares respeitantes a sistemas trifásicos desequilibrados.

Para obtenção de resultados experimentais, em regime estático, implementou-se um transdutor de força, célula de carga, com o respectivo sistema de aquisição de dados. Para obtenção de resultados experimentais, em regime dinâmico, implementaram-se transdutores electromagnéticos de posição, de velocidade e da derivada da aceleração.

Verificou-se que os modelos de actuadores lineares de indução trifásicos apresentam sempre maior eficiência do que os seus homólogos monofásicos, bifásicos, ou noutras situações anómalas como, por exemplo, falta de fase.

Relativamente à construção modular do ALIT implementado, pode considerar-se que, para uma tensão de alimentação constante, a corrente absorvida aumenta com a diminuição da frequência, dado que as reactâncias do circuito equivalente se tornam menores. De acordo com a lei de Faraday, também se verifica que, a f.e.m. induzida no secundário aumenta com a frequência. Por comparação de resultados experimentais, para a mesma tensão aplicada, verifica-se que a força longitudinal aumenta com a diminuição da frequência, e para a mesma corrente absorvida, a força aumenta com o aumento de frequência.

Os efeitos de extremidade, particularmente o de entrada, devem ser considerados para velocidades próximas das de sincronismo. Estes são tanto mais importantes quanto menor for o número de pólos dos ALIs. Também o número de cavas bobinadas por pólo e por fase, bem como o facto do número total de pólos do primário ser par ou ímpar, são determinantes na importância dos efeitos de extremidade.

O rendimento dos ALIs é muito inferior ao dos seus homólogos, motores assíncronos rotativos, devido principalmente à existência de maiores entreferros e de geralmente se utilizarem materiais ferromagnéticos maciços. Dos ensaios em regime dinâmico, verifica-se que, a força longitudinal apresenta valores máximos para pequenas velocidades, em que geralmente os efeitos de extremidade são desprezados.

Para uma avaliação pormenorizada do comportamento de cada construção modular do protótipo, será necessário, em regime dinâmico, observar o seu comportamento para diversas cargas aplicadas (secundário + Fe de retorno e diversos acessórios). Por exemplo, em sistemas trifásicos, para a mesma corrente e para um deslocamento de aproximadamente **45 cm**, nos ensaios realizados verificou-se que, para uma determinada massa do conjunto (secundário + Fe de retorno de **1 m** de comprimento e transdutor de velocidade), a solução $Q_t = 24$ e $q = 2$ tornava-se mais rápida do que a solução $Q_t = 24$ e $q = 1$. No entanto, para outras cargas, poder-se-á vir a observar o contrário, como se constatou com diferentes massas. Assim, a eficiência dos diversos tipos de protótipos modulares implementados, depende essencialmente do número de cavas bobinadas por pólo e por fase, em que as melhores soluções corresponderam a $q = 1$ e a $q = 2$. Também, de um modo geral, verificou-se que, para o mesmo número total de cavas, os ALITs com um número ímpar de pólos apresentam menores eficiências do que as soluções homólogas correspondentes a um número par de pólos; este facto deixa de se verificar quando o número de pólos for elevado.

Para escorregamentos próximos da unidade, o factor de potência pode admitir-se praticamente constante, mesmo para diferentes valores da corrente absorvida, desde que estes valores não sejam bastante elevados para que não seja considerado o fenómeno da saturação magnética. De um modo geral, os factores de potência dos diversos tipos do protótipo modular implementado, situam-se entre **0,6** e **0,7** (com a corrente em atraso em relação à respectiva tensão simples).

Para ALITs trifásicos, cuja sequência de ligação dos enrolamentos é dada, por exemplo, por: $+L_1, -L_3, +L_2, -L_1, +L_3, -L_2, \dots$, verifica-se que, a corrente I_3 é, de um modo geral,

inferior a I_1 e a I_2 , devido ao aumento dos coeficientes de indução mútua entre a fase intermédia e as outras duas iniciadas nos extremos do protótipo. Este facto deixa de se verificar quando o actuador possuir um número elevado de pólos.

No dimensionamento dos ALITs nunca deverão ser desprezadas as variações de alguns parâmetros construtivos, como, por exemplo, largura das cavas, largura dos dentes, factor de enchimento, diâmetro e altura das bobinas, e, sobretudo, o entreferro.

A escolha do tipo de materiais é importante devido ao facto dos eixos do primário e do secundário dos ALITs se situarem, normalmente, na horizontal, que pela acção da gravidade originam forças de atrito suplementares. Para aumentar o rendimento dos actuadores lineares é fundamental o uso de materiais ferromagnéticos de elevada permeabilidade magnética. A saturação magnética torna-se evidente com o aumento da corrente absorvida e com o aumento de cavas bobinadas por pólo e por fase.

• Na sequência deste trabalho, em que a componente experimental teve um papel importante, surgem determinados tópicos possíveis de futuros desenvolvimentos, como sejam:

- Desenvolvimento tecnológico das novas aplicações inicialmente sugeridas;
- Utilização de novos materiais ferromagnéticos e supercondutores eléctricos, bem como novos materiais de classes de isolamento que suportem maiores temperaturas, na construção das unidades lineares, com vista a aumentar a sua rentabilidade como consequência da melhoria das suas características de funcionamento;
- Estudo aprofundado da validade de cada modelo equivalente em regime transitório;
- Análise mais pormenorizada das componentes directas, inversas e homopolares ao estudo dos campos magnéticos e das densidades lineares de correntes, aplicadas aos actuadores lineares bifásicos, trifásicos e tetrafásicos;
- Aplicação complementar da lei de Biot e Savart na determinação da indução magnética em quaisquer pontos de bobinas de um actuador linear de indução tubular;
- Análise aprofundada de regimes dinâmicos a frequência variável;
- Estudo complementar do actuador de indução helicoidal;
- Análise bidimensional mais aprofundada, em coordenadas cilíndricas;
- Dimensionamento de novos osciladores tubulares a serem utilizados como electrobombas;
- Dimensionamento de actuadores lineares síncronos, e de corrente contínua, com magnetes permanentes;
- Controlo do accionamento assegurado por variadores de velocidade, do tipo ondulator de tensão com comando PWM;
- Estudo de capacidades eléctricas entre espiras circulares, com interesse para as máquinas eléctricas (transformadores e motores assíncronos).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [01] Areny, R.P., *Transdutores y Acondicionadores de Señal*, Marcombo - Boixareu Editores, Barcelona - México, 1989.
- [02] Bagegni, A.H.; Adams, G.E.; Hoft, R.G., "Tubular linear induction motor for hydraulic capsule pipeline - Part I: Finite element analysis", IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 8, No. 2, June 1993, pp. 251-256.
- [03] Bagegni, A.H.; Adams, G.E.; Hoft, R.G., "Tubular linear induction motor for hydraulic capsule pipeline - Part II: Finite element method (fem) maximum thrust design", IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 8, No. 2, June 1993, pp. 257-262.
- [04] Baiona, P.G., *Motor Assíncrono Trifásico de Rotor em Gaiola. Dimensionamento Assistido por Computador*, Dissertação de Mestrado, IST/UTL, 1994.
- [05] Bessonov, L., *Electricidade Aplicada para Engenheiros*, Edições Lopes da Silva, Porto, 1976.
- [06] Boldea, I.; Nasar, S.A., "Optimum goodness criterion for linear-induction-motor design", IEE, Janeiro 1976, p. 89-92.
- [07] Boldea, I.; Nasar, S.A., *Linear Electric Actuators and Generators*, Cambridge, University Press, UK, 1997.
- [08] Bolton, H., "Transverse edge effect in sheet-rotor induction motors", Proc. IEE, Vol. 116, No. 3, May 1969, pp. 725-731.
- [09] Bregel, J.P., *Prácticas de Laboratorio de Máquinas Eléctricas*, Segunda Edición, Paraninfo, Madrid, 1977.
- [10] Cabral, C.A.; Gonçalves, J.G.; Pappalardo, E.; Cabrita, C.P., "A New Model and Performance of Single-Sided Linear Induction Motors Taking into Account the Back Iron Saturation", Comunicação apresentada no Second International Symposium on Linear Drives for Industry Applications - LDIA'98, pp. 359-362, Tokyo, Japão, Maio de 1998.
- [11] Cabrita, C.P., *Motor Linear de Indução. Análise Teórica, Projecto e Ensaio*, Dissertação de Doutoramento, IST/UTL, 1988.
- [12] Cabrita, C.P.; Rodrigues, A.L., "O motor de indução linear de indução como accionador de baixa velocidade", Revista Electricidade nº 252, Janeiro 1989, pp. 31-38.
- [13] Cabrita, C.P.; Rodrigues, A.L., "Determinação da corrente máxima admissível por uma máquina eléctrica", Revista Electricidade nº 260, Outubro 1989, pp. 441-448.
- [14] Cabrita, C.P.; Rodrigues, A.L., "Breve teoria, cálculo e aplicação do motor linear de indução tubular", Revista Electricidade nº 266, Abril 1990, pp. 139-145.

- [15] Cabrita, C.P.; Rodrigues, A.L., "Medição do campo de indução magnética ao longo do entreferro de um motor linear de indução", *Revista Electricidade* nº 270, Agosto/Setembro 1990, pp. 301-306.
- [16] Cabrita, C.P., "Construção e ensaio do protótipo de um motor linear de indução tubular trifásico", *Revista Electricidade* nº 271, Outubro 1990, pp. 337-341.
- [17] Cabrita, C.P., "Estudo do campo de indução magnética ao longo do entreferro de um motor linear de indução tubular", *Revista Electricidade* nº 274, Janeiro 1991, pp. 19-23.
- [18] Cabrita, C.P., "Dimensionamento de accionadores com motores lineares", *Revista Electricidade* nº 276, Março 1991, pp. 99-102.
- [19] Cabrita, C.P., "Breve teoria, aplicações e cálculo do motor linear de indução circular trifásico", *Revista Electricidade* nº 279, Junho 1991, pp. 218-224.
- [20] Cabrita, C.P., "O motor de indução plano. Características ideais de funcionamento", *Revista Electricidade* nº 282, Outubro 1991, pp. 327-330.
- [21] Cabrita, C.P., "Características de funcionamento a frequência variável de um motor linear de indução", *Revista Electricidade* nº 284, Dezembro 1991, pp. 427-431.
- [22] Cabrita, C.P.; Gonçalves, J.G.; Cabral, C.A., "Linear current density and magnetomotive force in linear induction motors - A new generalized theory", Comunicação apresentada no Final Technical Scientific Report of the Project Hosting and Training of Researches on the Study and Testing of Components and Systems for Urban and Rail Electrical Transport, Ansaldo, Nápoles, pp. 18 - 33, 21 a 23 de Junho 1997.
- [23] Cabrita, C.P.; Esteves, J.G.; Gonçalves, J.G.; Cabral, C.A., "Dimensionamento de motores lineares de indução trifásicos para médias velocidades", *Revista Electricidade* nº 346, Julho/Agosto 1997, pp. 205-213.
- [24] Cabrita, C.P.; Gonçalves, J.G., "The output power per unit of volume in both rotary and linear induction motors for electric traction at medium speeds", 3rd International Symposium on Advanced Electromechanical Motion Systems, ELECTROMOTION'99, Vol. II, Paper I-03, University of Patras, Greece, July 8-9, 1999, pp. 841-845.
- [25] Calado, M.R.; Cabrita, C.P., "O actuador linear de relutância variável comutado", *Revista Electricidade* nº 358, Setembro 1998, pp. 206-213.
- [26] Calado, M.R.; Cabrita, C.P., "O actuador linear de indução com gaiola secundária", *Revista Electricidade* nº 373, Janeiro 2000, pp. 17-25.
- [27] Canay, I.M., "Modelling of alternating-current machines having multiple rotor circuits", *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol. 8, No. 2, June 1993, pp. 280-295.

- [28] Cascio, D.A.; Ometto, A.; Rotondale, N.; Tinnirello, S, "Equivalent circuit of the single-sided linear induction motor based on a two-dimensional theory", Symposium on Power Electronics, Industrial Drives, Power Quality, Traction Systems, SPEEDAM'96, 5-7 June 1996, Capri, Italy, pp.A7/1- A7/6.
- [29] Chalmers, B.J.; Sarkar, B.R., "Induction-motor losses due to nonsinusoidal supply waveforms", Proc. IEE, Vol. 115, No. 12, December 1968, pp. 1777-1782.
- [30] Creppe, R.C.; Simone, G.A.; Serni, P.J.; Souza, C.R., "A new factor k_f for linear machines end effect consideration", Second International Symposium on Linear Drives for Industry Applications - LDIA'98, pp. 236-239, Tokyo, Japão, Maio 1998.
- [31] Creppe, R.C.; Simone, G.A.; Serni, P.J.; Souza, C.R., "Modeling linear for dynamic analysis", Second International Symposium on Linear Drives for Industry Applications - LDIA'98, pp. 240-243, Tokyo, Japão, Maio 1998.
- [32] Deleroi, W., "Linear motors with and without compensating winding", Symposium on Power Electronics, Industrial Drives, Power Quality, Traction Systems, SPEEDAM'96, pp. A7.35- Capry, Italy, 5-7 June 1996.
- [33] Drupré, L.R.; Keer, R.V.; Melkebeek, J.A., "Modelling and identification of iron losses in nonoriented steel laminations using Preisach theory", IEE Proc-Electr. Power Appl., Vol. 144, No. 4, July 1997, pp. 227-233.
- [34] Fink, D.G.; Beaty, H.W., *Estandard Handbook for Electrical Engineers*, Eleventh Edition, McGraw-Hill Book Company, New York, 1978.
- [35] Fouillé, A., *Electrotecnia para Ingenieros*, Volumes I e II, Editora Aguilar, Madrid, 1971.
- [36] Freeman, E.M., "Travelling waves in induction machines: input impedance and equivalent circuits", Proc. IEE, Vol. 115, No. 12, December 1968, pp. 1772-1776.
- [37] Gieras, J.F.; Dawson, G.E.; Eastham; A.R., "A new longitudinal end effect-factor for linear induction motors", IEEE Trans. on Energy Conversion, 1987, Vol. EC-2, pp.152-159.
- [38] Gieras, J.F., *Linear Induction Drives*, Oxford Science Publications, UK, 1994.
- [39] Gonçalves, J.G., *Motor Linear de Indução. Modelização e Ensaio*, Dissertação de Mestrado, IST/UTL, 1994.
- [40] Gonçalves, J.G.; Cabrita, C.P., "Tubular induction actuators - A new method of calculus and analysis of the magnetic field", Comunicação apresentada no First International Symposium on Linear Drives for Industry Applications - LDIA'95, pp. 357-360, Nagasaki, Japão, Junho 1995.
- [41] Gonçalves, J.G.; Cabrita, C.P., "Linear Current Density - A new method of calculus and analysis of the magnetic field", Comunicação apresentada no First International

- Symposium on Linear Drives for Industry Applications - LDIA'95, pp. 389-392, Nagasaki, Japão, Junho 1995.
- [42] Gonçalves, J.G.; Cabrita, C.P., "The equivalent current sheet in linear induction motors. A new point of view", Artigo publicado na Revista ELECTROMOTION, Vol. 3, Nº 1, pp. 8-12, 1996.
- [43] Gonçalves, J.G.; Cabrita, C.P., "On the Derivation of Induced-Voltage and Torque Formulas for Commutator Motors", Artigo publicado na Revista ELECTROMOTION, Vol. 3, Nº 3, pp. 107-110, 1996.
- [44] Gonçalves, J.G.; Cabrita, C.P., "Dimensionamento modular de motores lineares de indução trifásicos para baixas velocidades", Revista Electricidade, nº 341, pp. 37 - 43, Fevereiro 1997.
- [45] Gonçalves, J.G.; Cabral, C.A.; Cabrita, C.P., "Análise da densidade linear de corrente em actuadores lineares de indução m-fásicos", Revista Electricidade, nº 342, pp. 63- 69, Março 1997.
- [46] Gonçalves, J.G.; Cabrita, C.P.; Cabral, C.A., "The specific electric loading in ac machines. A new method of analysis", Artigo publicado na Revista ELECTROMOTION, Vol. 4, Nº 1-2 (Artigo convidado e apresentado no 2nd International Symposium Electromotion' 97, Cluj-Napoca, Roménia) - January/June 1997, pp. 3-9, 1997.
- [47] Gonçalves, J.G.; Cabrita, C.P., "Fractional H.P. Electric Motors. An Analysis from the Point of View of Their Sizes", Comunicação apresentada nas Jornadas Hispano - Lusas de Ingeniería Eléctrica, Tomo I, Salamanca, p. 29 - 33, 3 a 5 de Julho de 1997.
- [48] Gonçalves, J.G.; Cabrita, C.P., "Novos Modelos de Determinação do Coeficiente de Enviesamento em Máquinas Eléctricas", 6^{as} Jornadas Luso-Espanholas de Engenharia Electrotécnica, Universidade Nova de Lisboa, Monte da Caparica, 7 - 9 de Julho de 1999, pp. 83-92.
- [49] Gonçalves, J.G.; Cabrita, C.P., "Análise da densidade de fluxo magnético em actuadores lineares de indução tubulares", Revista Electricidade, nº 369, pp. 209 - 212, Setembro 1999.
- [50] Gonçalves, J.G.; Cabrita, C.P., "O actuador linear de indução tubular trifásico. Novos desenvolvimentos teórico-práticos", Revista Electricidade, nº 370, pp. 237-244, Outubro 1999.
- [51] Gonçalves, J.G.; Cabrita, C.P., "A new concept on linear current density in linear induction motors", International Conference on Electrical Machines, ICEM 2000, 28 a 30 de Agosto de 2000, Helsínquia, Finlândia.
- [52] Groot, D.J.; Heuvelman, C.J., "Tubular linear induction motor for use as a servo actuator", IEE Proc., Vol. 137, Pt. B, No. 4, July 1990, pp. 273-280.

- [53] Groot, D.J., "Dimensional analysis of the linear induction motor", IEE Proc.-B, Vol. 140, No. 4, July 1993, pp. 273-280.
- [54] Hanselman, D.C.; Peake, W.H., "Eddy-current effects in slot-bound conductors", IEE Proc.-Electr. Power Appl., Vol. 142, No. 2, March 1995, pp. 131-136.
- [55] Jacques, J.C.; Baiona, P.G.; Cabrita, C.P., "O motor linear de indução com número ímpar de pólos", Revista Electricidade nº 277, Abril 1991, pp. 137-143.
- [56] Kostenko, M.P.; Piotrovski, L.M, *Máquinas Eléctricas*, Editorial Mir, Moscovo, 1976, 2 Volumes.
- [57] Kraus, J.D., *Electromagnetics*, Fourth Edition, McGraw-Hill International Editions, Electrical Engineering Series, 1991.
- [58] Laithwaite, E.R., "The goodness of a machine", IEE, p. 538-541, Março 1965.
- [59] Laithwaite, E.R., *Máquinas de indução especiais*, Editorial Labor, Barcelona, 1976.
- [60] Matos, A.J.; Mestre, S.S.; Cabrita, C.P., "Breves considerações sobre as limitações de dimensionamento do actuador de indução", Revista Electricidade nº 335, Julho/Agosto 1996, pp. 166-168.
- [61] Monteanu, R.; Todoran, Gh., "Method of determining the analytical expression of the $B(t)$ and $H(t)$ quantities for a soft magnetic-cored coil with hysteresis", 3rd International Symposium on Advanced Electromechanical Motion Systems, ELECTROMOTION'99, Vol . II, Paper F-12, University of Patras, Greece, July 8-9, 1999, pp. 767-772.
- [62] Moura, D., *Linhas de Transmissão de Energia em Regime Permanente*, Texto de apoio à disciplina "Fontes e Transmissão de Energia" (3º ano do Curso de Engenharia Electrotécnica e Computadores - Ramo Energia), Secção de Energia do IST/UTL, Lisboa, 1992.
- [63] Nasar, S.A.; Del Cid, L., "Certain approaches to the analysis of single-sided linear induction motors", IEE Proc., Vol. 120, No. 4, 1973.
- [64] Nasar, S.A.; Boldea, I., *Linear Motion Electric Machines*, John Wiley & Sons, U.S.A., 1976.
- [65] Nonaka, S., "Calculation of equivalent circuit parameters and performance equations of single-sided linear induction motors", First International Symposium on Linear Drives for Industry Applications - LDIA'95, pp. 347-351, Nagasaki, Japão, Junho 1995.
- [66] Nonaka, S., "Simplified fourier transform method of LIM analysis based on space harmonic method", Second International Symposium on Linear Drives for Industry Applications - LDIA'98, pp. 347-351, Tokyo, Japão, Maio 1998.
- [67] Picardi, A.; Pappalardo, E., "Linear motor for urban transit system and special

- applications", Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Advanced Electrical Motors, SPEEDAM'94, pp. 243-247, Taormina, Italy, 8-10 June 1994.
- [68] Picardi, A.; Pappalardo, E.; Bell, K.R.W., "A rotating test for a single-sided linear induction motor", Symposium on Power Electronics, Industrial Drives, Power Quality, Traction Systems, SPEEDAM'96, pp. A8.1- A8.4, Capri, Italy, 5-7 June 1996.
- [69] Poloujadoff, M., *The Theory of Linear Induction Machinery*, Clarendon Press, Oxford, UK, 1980.
- [70] Rodrigues, A.L., *Design of Low Speed Linear Induction Motor*, Master of Science Thesis, Imperial College, London, UK, 1973.
- [71] Rodrigues, A.L.; Cabrita, C.P., "Distribuição do campo de indução magnética no entreferro do motor linear de indução", Revista Electricidade nº 256, Maio 1989, pp. 233-242.
- [72] Rodrigues, A.L.; Cabrita, C.P., "Breve teoria e ensaio do motor linear de indução trifásico para baixas velocidades", Revista Electricidade nº 263, Janeiro 1990, pp. 19-32.
- [73] Sadiku, M.N.O., *Elements of Electromagnetics*, Second Edition, Saunders College Publishing, USA, 1993.
- [74] Sousa, D.; Araújo F.; Lopes, L.; Rodrigues, P., *Motores Lineares de Indução Tubulares como Accionadores de um Plataforma de Simulação de Relevô*, Trabalho Final de Curso, Automação e Electrónica Industrial, ISEL, 1999.
- [75] Stevenson Jr., W.D., *Elementos de Análise de Sistemas de Potência*, Editora McGraw-Hill do Brasil, Ltda, 1976.
- [76] Vidal, L.M.; Blavi, H.V.; Tous, R.B., "Desarrollo de un motor de inducción lineal", 6^{as} Jornadas Luso-Espanholas de Engenharia Electrotécnica, Universidade Nova de Lisboa, Monte da Caparica, 7 - 9 de Julho de 1999, pp. 173-180.
- [77] Yamamura, S., *Theory of Linear Induction Motors*, Second Edition, John Wiley & Sons, University of Tokyo Press, 1978.
- [78] West, J.C.; Hesmondhalgh, D.E., "The analysis of thick cylinder induction machines", IEE Monograph, nº 477 U, Novembro 1961, pp. 172-181.

ANEXOS

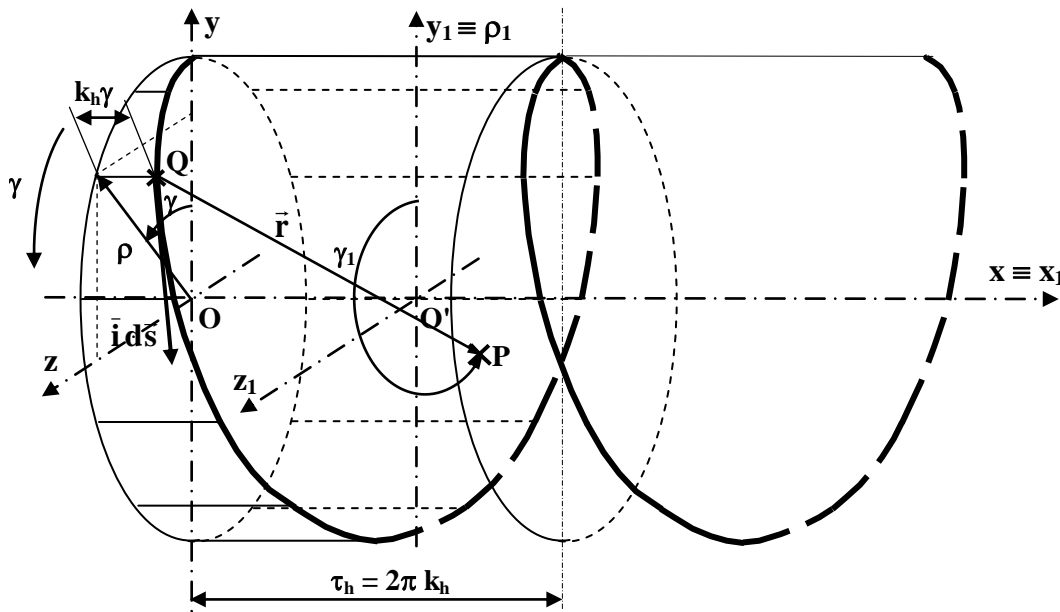
Resumo

*Neste trabalho são apresentados quatro Anexos referenciados por **A** (Componentes da Indução Magnética em Espiras Helicoidais), **B** (Componentes Directas, Inversas e Homopolares para o Estudo de Campos Magnéticos Trifásicos), **C** (Factor de Qualidade), e **D** (Indução Magnética Originada por Espiras Circulares).*

A COMPONENTES DA INDUÇÃO MAGNÉTICA EM ESPIRAS HELICOIDAIS

Dado que nos ALITs com espiras helicoidais, isto é, com as espiras (ou bobinas) enroladas em hélice ou em corda, as componentes da indução magnética segundo o eixo longitudinal \mathbf{x} , e segundo os outros dois eixos perpendiculares ao anterior, \mathbf{y} e \mathbf{z} (ou ρ e γ - em coordenadas cilíndricas), sofrem distorções de acordo com a própria topologia de cada espira, ou conjunto de espiras, enroladas em hélice. Como habitualmente admite-se que o eixo \mathbf{x} é considerado, nos ALITs, o do movimento do secundário, isto partindo do princípio que o primário está fixo, pelo que o sistema de eixos directo ($\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$) será substituído por outro sistema de eixos, também directo, ($\mathbf{y}, \mathbf{z}, \mathbf{x}$). Quanto às coordenadas cilíndricas (ρ, γ, \mathbf{z}) ir-se-á substituir a variável \mathbf{z} por \mathbf{x} , isto é, será estabelecido o sistema de eixos (ρ, γ, \mathbf{x}).

A Figura A.1 apresenta um condutor ou feixe de condutores enrolados em hélice (dado que um feixe de condutores insere um ou mais condutores, no texto que se segue, ir-se-á, preferencialmente, usar a frase "feixe de condutores"), no sentido dos ponteiros do relógio e do deslocamento do eixo \mathbf{x} , de passo helicoidal $\tau_h = 2\pi k_h$ (que corresponde à distância entre dois pontos do feixe de condutores com as mesmas coordenadas segundo os eixos \mathbf{y} e \mathbf{z}), sendo, neste caso, k_h uma constante positiva. Na Figura A.1, \mathbf{Q} representa um ponto do feixe de condutores helicoidais, \mathbf{P} um ponto qualquer do sistema de eixos ($\mathbf{y}, \mathbf{z}, \mathbf{x}$) ou (ρ, γ, \mathbf{x}), ρ o raio médio de cada condutor enrolado em hélice (neste caso, por simplificação de simbologia, considera-se que ao raio do feixe de condutores é dado o mesmo símbolo que ao eixo ρ), ρ_1 uma variável, segundo o eixo ρ , compreendida entre os limites 0 e ∞ , γ_1 a posição angular do ponto \mathbf{P} , estabelecida de \mathbf{y} para \mathbf{z} , ou segundo o eixo γ , e $\bar{\mathbf{i}} d\mathbf{s}$ o valor instantâneo da corrente, em grandezas complexas, através do feixe de condutores. Ainda da Figura A.1, o sistema de eixos auxiliar ($\mathbf{y}_1, \mathbf{z}_1, \mathbf{x}_1$), ou ($\rho_1, \gamma_1, \mathbf{x}_1$), contempla o ponto \mathbf{P} .



$$\mathbf{Q}(\mathbf{y}, \mathbf{z}, \mathbf{x}) \equiv \mathbf{Q}(\rho \cos \gamma, \rho \sin \gamma, k_h \gamma); \quad \mathbf{P}(\mathbf{y}_1, \mathbf{z}_1, \mathbf{x}_1) \equiv \mathbf{P}(\rho_1 \cos \gamma_1, \rho_1 \sin \gamma_1, \mathbf{x}_1)$$

Figura A.1 - Condutor ou feixe de condutores, enrolados em hélice, de passo helicoidal τ_h e de comprimento $2\tau_h$.

No caso de se pretender, por exemplo, um feixe de condutores helicoidais, enrolado no sentido directo, basta considerar, de acordo com a Figura A.1, k_h uma constante negativa (de que irá resultar para τ_h também um valor negativo; para ultrapassar este conceito, de números negativos para o passo helicoidal, é necessário inverter o sentido do eixo x).

Dado que para um feixe de condutores de ida deve sempre existir um feixe de condutores de volta, que formam uma bobina, pode-se concluir, no caso de ALITs helicoidais, que o número de rasgos independentes no primário (onde serão alojados os condutores), em forma de parafuso ou de corda, deve ser par (2, 4, 6, ...).

Assim para dois feixes de condutores, um de ida e outro de retorno, estes devem ser colocados, para qualquer plano (yOz), isto é, segundo o eixo longitudinal x , em posições diametralmente opostas.

A Figura A.2 apresenta seis feixes de condutores enrolados em hélice, no sentido dos ponteiros do relógio e do deslocamento do eixo longitudinal x , de passo helicoidal τ_h , o que corresponde, por exemplo, a um enrolamento trifásico constituído por três bobinas independentes, em que **R**, **S** e **T** são os terminais de ligação à rede eléctrica e aos terminais **U**, **V** e **W** do ALIT, respectivamente. De um modo geral os terminais **X**, **Y** e **Z** do ALIT estão ligados a um ponto comum (ligação em estrela).

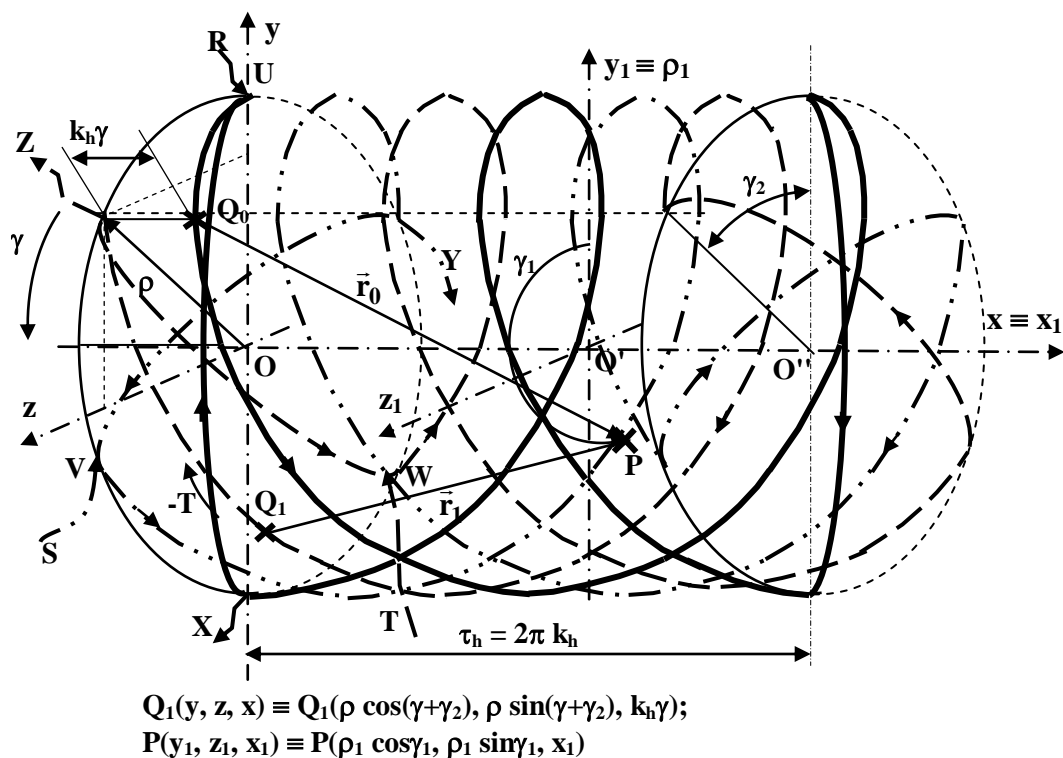


Figura A.2 - *Aspecto das bobinas enroladas em hélice de um ALIT helicoidal, de passo helicoidal e de comprimento iguais a τ_h .*

Da Figura A.2, o arco γ_2 é determinado pelo cociente entre $2\pi \text{ rad}$ e o número de feixes de condutores, n_h , enrolados em hélice e igualmente espaçados uns dos outros, em que, neste caso particular, o espaço angular será igual a $\pi/3$.

Para a determinação das componentes das induções magnéticas originadas apenas por um feixe de condutores percorridos pela corrente \bar{i} , da Figura A.1 verifica-se que $d\bar{s} = dy \hat{e}_y + dz \hat{e}_z + dx \hat{e}_x$, pelo que se podem obter as seguintes relações:

$$\begin{cases} y = \rho \cos \gamma \rightarrow dy = -\rho \sin \gamma d\gamma \\ z = \rho \sin \gamma \rightarrow dz = \rho \cos \gamma d\gamma \\ x = k_h \gamma \rightarrow dx = k_h d\gamma \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

em que $\rho > 0$, $0 \leq \gamma < 2\pi$ e $-\infty < x < \infty$. Da Figura A.2, o vector $\bar{P} - \bar{Q}_n$, em que n representa o índice do feixe de condutores, com $n = 0, 1, \dots, n_h - 1$, será dado por

$$\bar{r}_n = \bar{P} - \bar{Q}_n = (\rho_1 \cos(\gamma_1 + n\gamma_2) - \rho \cos \gamma, \rho_1 \sin(\gamma_1 + n\gamma_2) - \rho \sin \gamma, x_1 - k_h \gamma) \quad (\text{A.2})$$

em que $r_n \equiv |\bar{r}_n|$ será igual a

$$r_n = \sqrt{\rho^2 + \rho_1^2 - 2\rho\rho_1 \cos(\gamma_1 + n\gamma_2 - \gamma) + (x_1 - k_h \gamma)^2} \quad (\text{A.3})$$

Assim, das expressões (A.1), (A.2) e (A.3), para a determinação da indução magnética elementar, originada pelo feixe de condutores de índice n , no ponto \bar{P} ($d\bar{b}^{(n)}$ - grandeza complexa e vectorial), representada na Figura A.2, e atendendo à lei de Biot e Savart, obtém-se

$$\begin{aligned} d\bar{b}^{(n)} &= \frac{\mu \bar{i}}{4\pi} \frac{d\bar{s} \times \bar{r}_n}{r_n^3} = \\ &= \frac{\mu \bar{i}}{4\pi [\rho^2 + \rho_1^2 - 2\rho\rho_1 \cos(\gamma_1 + n\gamma_2 - \gamma) + (x_1 - k_h \gamma)^2]^{3/2}}. \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

$$\cdot \begin{bmatrix} \hat{e}_y & \hat{e}_z & \hat{e}_x \\ -\rho \sin \gamma d\gamma & \rho \cos \gamma d\gamma & k_h d\gamma \\ \rho_1 \cos(\gamma_1 + n\gamma_2) - \rho \cos \gamma & \rho_1 \sin(\gamma_1 + n\gamma_2) - \rho \sin \gamma & x_1 - k_h \gamma \end{bmatrix}$$

em que μ representa a permeabilidade magnética de um determinado meio que envolve ou que é envolvido pelos feixes de condutores. De (A.4), após integração, os valores instantâneos das componentes da indução, relativos ao feixe de condutores helicoidais de índice n , $\bar{b}_y^{(n)}$, $\bar{b}_z^{(n)}$ e $\bar{b}_x^{(n)}$, em grandezas complexas e segundo os eixos y , z e x , respectivamente, e que serão dados por

$$\bar{b}_y^{(n)} = \frac{\mu \bar{i}}{4\pi} \int_0^{2\pi k_x} \frac{(x_1 - k_h \gamma) \rho \cos \gamma - k_h [\rho_1 \sin(\gamma_1 + n \gamma_2) - \rho \sin \gamma]}{[\rho^2 + \rho_1^2 - 2\rho\rho_1 \cos(\gamma_1 + n \gamma_2 - \gamma) + (x_1 - k_h \gamma)^2]^{3/2}} d\gamma \quad (\text{A.5})$$

$$\bar{b}_z^{(n)} = \frac{\mu \bar{i}}{4\pi} \int_0^{2\pi k_x} \frac{(x_1 - k_h \gamma) \rho \sin \gamma + k_h [\rho_1 \cos(\gamma_1 + n \gamma_2) - \rho \cos \gamma]}{[\rho^2 + \rho_1^2 - 2\rho\rho_1 \cos(\gamma_1 + n \gamma_2 - \gamma) + (x_1 - k_h \gamma)^2]^{3/2}} d\gamma \quad (\text{A.6})$$

e por

$$\bar{b}_x^{(n)} = \frac{\mu \bar{i} \rho}{4\pi} \int_0^{2\pi k_x} \frac{\rho - \rho_1 \cos(\gamma_1 + n \gamma_2 - \gamma)}{[\rho^2 + \rho_1^2 - 2\rho\rho_1 \cos(\gamma_1 + n \gamma_2 - \gamma) + (x_1 - k_h \gamma)^2]^{3/2}} d\gamma \quad (\text{A.7})$$

em que $\mathbf{k}_x \in \mathbf{R}^+$; quando \mathbf{k}_x é igual a uma unidade, a integração corresponde a um passo helicoidal τ_h . Para $\gamma_1 = \mathbf{0}$ e $\mathbf{n} = \mathbf{0}$, o que corresponde, na Figura A.1, ao semiplano \mathbf{yOx} , as expressões (A.5), (A.6) e (A.7) podem ser simplificadas por

$$\bar{b}_y^{(0)} = \frac{\mu \bar{i}}{4\pi} \int_0^{2\pi k_x} \frac{(x_1 - k_h \gamma) \rho \cos \gamma + k_h \rho \sin \gamma}{[\rho^2 + \rho_1^2 - 2\rho\rho_1 \cos \gamma + (x_1 - k_h \gamma)^2]^{3/2}} d\gamma \quad (\text{A.8})$$

$$\bar{b}_z^{(0)} = \frac{\mu \bar{i}}{4\pi} \int_0^{2\pi k_x} \frac{(x_1 - k_h \gamma) \rho \sin \gamma + k_h (\rho_1 - \rho \cos \gamma)}{[\rho^2 + \rho_1^2 - 2\rho\rho_1 \cos \gamma + (x_1 - k_h \gamma)^2]^{3/2}} d\gamma \quad (\text{A.9})$$

e por

$$\bar{b}_x^{(0)} = \frac{\mu \bar{i} \rho}{4\pi} \int_0^{2\pi k_x} \frac{\rho - \rho_1 \cos \gamma}{[\rho^2 + \rho_1^2 - 2\rho\rho_1 \cos \gamma + (x_1 - k_h \gamma)^2]^{3/2}} d\gamma \quad (\text{A.10})$$

Da Figura A.1, para $\mathbf{n} = \mathbf{0}$, dado que se considera apenas um feixe de condutores helicoidais, a Figura A.3 apresenta partes do plano, \mathbf{yOx} (ou $\rho\mathbf{Ox}$ - para $\gamma = \mathbf{0}$) e \mathbf{zOx} (ou $\rho\mathbf{Ox}$ - para $\gamma = \pi/2$), onde são calculadas as componentes da indução magnética devidas a uma corrente nos condutores, e que correspondem apenas a um passo helicoidal τ_h .

Também para $\mathbf{n} = \mathbf{0}$, da Figura A.3, a Figura A.4 apresenta partes do plano, \mathbf{yOx} (ou $\rho\mathbf{Ox}$ - para $\gamma = \pi$) e \mathbf{zOx} (ou $\rho\mathbf{Ox}$ - para $\gamma = 3\pi/2$), onde também serão calculadas as componentes da indução magnética devidas a uma corrente no feixe de condutores helicoidais.

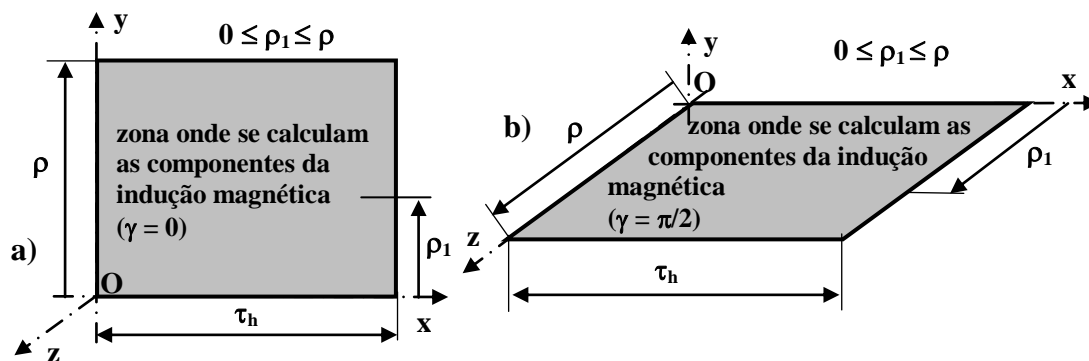


Figura A.3 - Partes do plano onde são determinadas as componentes da indução magnética para $n = 0$. **a)** Parte do plano yOx ($\gamma = 0$); **b)** Parte do plano zOx ($\gamma = \pi/2$).

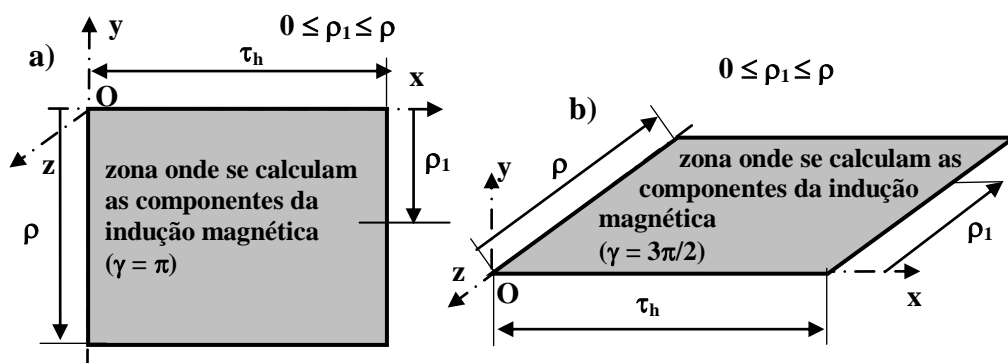


Figura A.4 - Partes do plano onde são determinadas as componentes da indução magnética para $n = 0$. **a)** Parte do plano yOx ($\gamma = \pi$); **b)** Parte do plano zOx ($\gamma = 3\pi/2$).

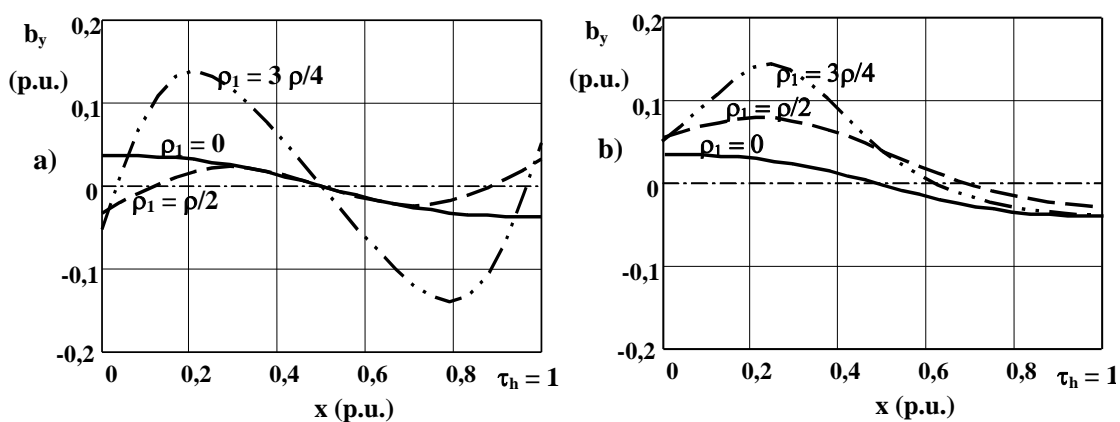


Figura A.5 - Partes do plano onde são determinadas as componentes da indução magnética para $n = 0$. **a)** Parte do plano yOx ($\gamma = 0$); **b)** Parte do plano zOx ($\gamma = \pi/2$).

A Figura A.5 apresenta as componentes da indução magnética, em valores por unidade (p.u.), segundo o eixo y - Figura A.3, nas partes dos planos yOx ($\gamma = 0$) e zOx ($\gamma = \pi/2$), para $\rho_1 = 0$, $\rho/2$ e $3\rho/4$, e para $n = 0$.

A Figura A.6 apresenta as componentes da indução magnética, em p.u. e em perspectiva, segundo o eixo y - Figuras A.3 e A.4, nas partes dos planos yOz ($\gamma = 0$ e $\gamma = \pi$, para $n = 0$) e zOx ($\gamma = \pi/2$ e $\gamma = 3\pi/2$, para $n = 0$).

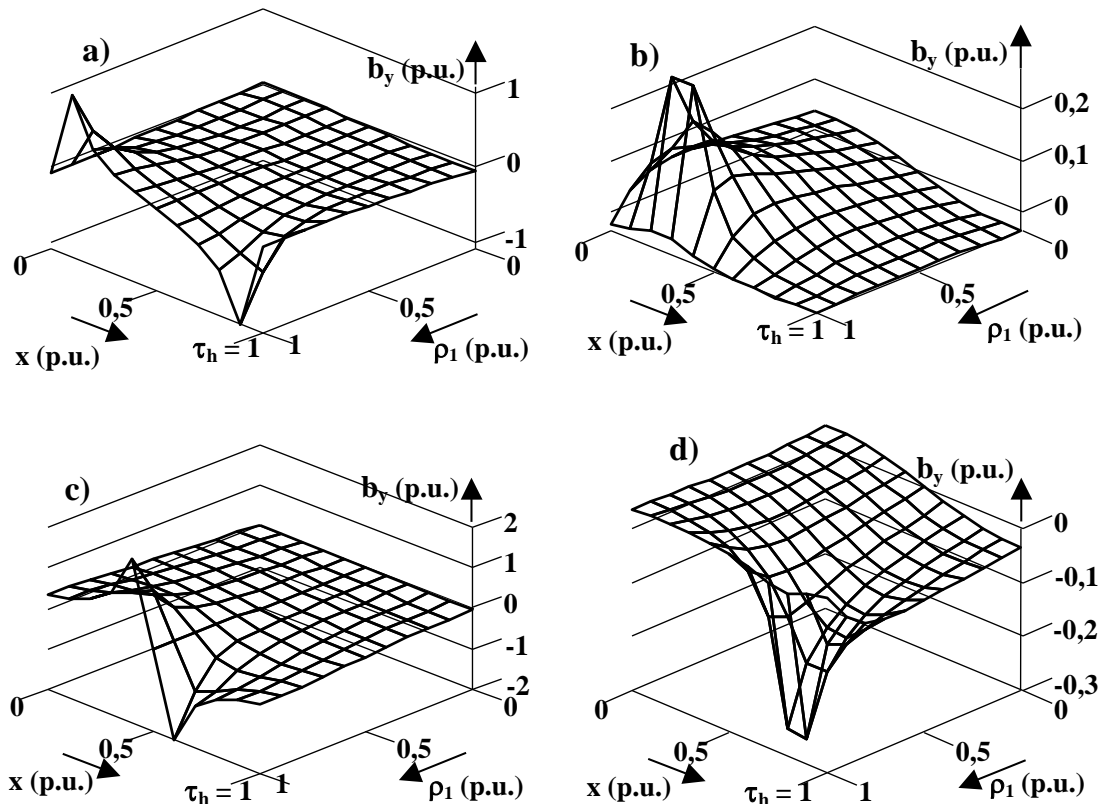


Figura A.6 - Representação, em perspectiva, da indução magnética segundo o eixo y e para $n = 0$. **a)** Parte do plano yOx ($\gamma = 0$); **b)** Parte do plano zOx ($\gamma = \pi/2$); **c)** Parte do plano yOx ($\gamma = \pi$); **d)** Parte do plano zOx ($\gamma = 3\pi/2$).

Das Figuras A.5 e A.6, para $n = 0$, verifica-se que uma corrente através de um feixe de condutores helicoidais representada na Figura A.1, considerada positiva num dado instante, origina, no semiplano positivo (yOx), uma indução magnética, segundo o eixo y , que é praticamente nula na vizinhança do eixo x ($\rho_1 \cong 0$), e aumenta de amplitude nos pontos em que $\rho_1 \cong \rho$. No semiplano negativo (yOx) as componentes da indução, segundo o eixo y , não são totalmente simétricas relativamente às correspondentes do semiplano positivo. Isto deve-se ao facto do feixe de condutores estar enrolado em hélice.

Ainda por observação das Figuras A.5 e A.6, para $n = 0$, verifica-se que, no semiplano positivo (zOx), as componentes das indução magnética, segundo o eixo y , apresentam

variações, embora de menor amplitude, na vizinhança do eixo x , e de maior amplitude nos pontos em que $\rho_1 \cong \rho$. No semiplano negativo (zOx), as componentes da indução magnética, segundo o eixo y , apresentam valores praticamente simétricos dos correspondentes ao semiplano positivo.

A Figura A.7 apresenta as componentes da indução magnética, em p.u. e em perspectiva, segundo o eixo z - Figuras A.3 e A.4, nas partes dos planos yOz ($\gamma = 0$ e $\gamma = \pi$) e zOx ($\gamma = \pi/2$ e $\gamma = 3\pi/2$), para $n = 0$.

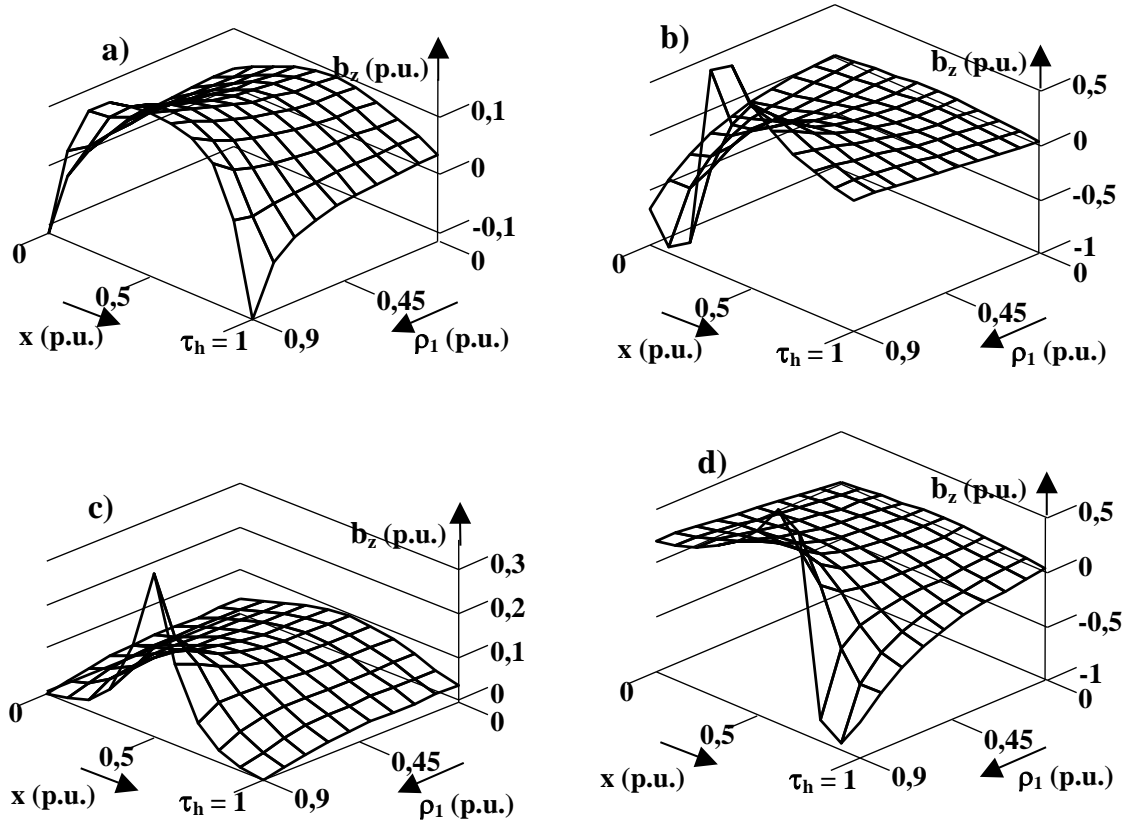


Figura A.7 - Representação, em perspectiva, da indução magnética segundo o eixo z e para $n = 0$. **a)** Parte do plano yOx ($\gamma = 0$); **b)** Parte do plano zOx ($\gamma = \pi/2$); **c)** Parte do plano yOx ($\gamma = \pi$); **d)** Parte do plano zOx ($\gamma = 3\pi/2$).

Da Figura A.7, para $n = 0$, verifica-se que uma corrente, considerada positiva num dado instante, através de um feixe de condutores helicoidais, representado na Figura A.1, origina, nos semiplanos positivo e negativo (yOx), uma indução magnética, segundo o eixo z , que toma valores máximos para $x \cong \tau_h/2$ e que aumenta de amplitude para valores de ρ_1 próximos de ρ . Para valores de ρ_1 iguais a ρ , estas componentes da indução magnética tornam-se extremamente elevadas (nesse aspecto deve-se efectuar uma análise, da variação da indução magnética no interior de cada condutor, ou conjunto de condutores muito próximos uns dos outros - lei de Ampère). Da Figura A.1, dada a configuração do feixe de condutores no espaço, verifica-se que as componentes

da indução magnética no semiplano superior e no inferior, (yOx), apresentam amplitudes diferentes.

Ainda da Figura A.7, verifica-se que no semiplano positivo (zOx), as componentes das indução magnética, segundo o eixo z , apresentam variações que aumentam com ρ_1 , e que essas variações são simétricas relativamente ao semiplano negativo ($\gamma_1 = 3\pi/2$). Também, embora de menor amplitude na vizinhança do eixo x , e de maior amplitude nos pontos em que $\rho_1 \cong \rho$, as componentes da indução magnética, segundo o eixo z , apresentam variações que aumentam com ρ_1 . As variações das mesmas componentes das induções magnéticas, no semiplano negativo (zOx), são simétricas das componentes relativas ao semiplano positivo ($\gamma_1 = \pi/2$).

A Figura A.8 apresenta as componentes da indução magnética, em p.u. e em perspectiva, segundo o eixo z - Figuras A.2 e A.3, nas partes dos planos yOz ($\gamma = 0$ e $\gamma = \pi$) e zOx ($\gamma = \pi/2$ e $\gamma = 3\pi/2$), para $n = 0$.

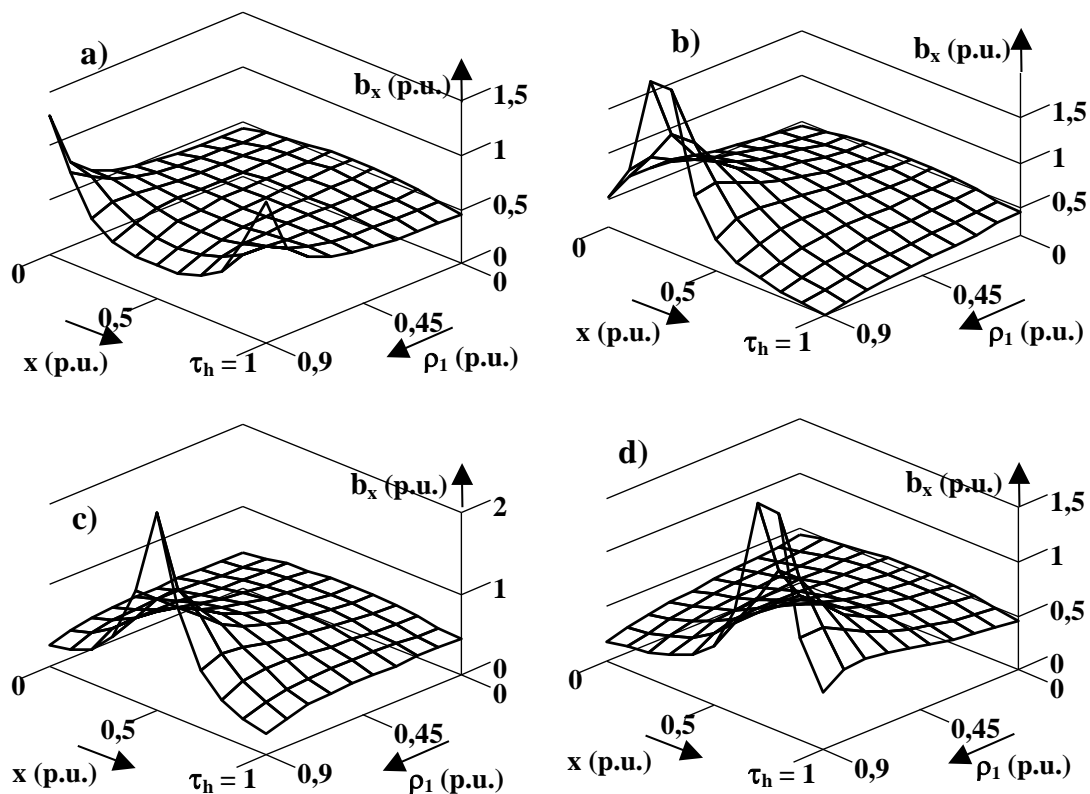


Figura A.8 - Representação, em perspectiva, da indução magnética segundo o eixo x e para $n = 0$. **a)** Parte do plano yOx ($\gamma = 0$); **b)** Parte do plano zOx ($\gamma = \pi/2$); **c)** Parte do plano yOx ($\gamma = \pi$); **d)** Parte do plano zOx ($\gamma = 3\pi/2$).

Da Figura A.8, verifica-se que uma corrente, considerada positiva num dado instante, através de um feixe de condutores helicoidais, também representado na Figura A.1, origina, no semiplano positivo (yOx), uma indução magnética, segundo o eixo x , que

toma amplitudes mínimas para $\mathbf{x} \cong \tau_h/2$ e para valores de ρ_1 próximos de ρ . Quanto ao semiplano negativo (\mathbf{yOx}), este apresenta, para valores de ρ_1 próximos de ρ , amplitudes máximas precisamente para valores de $\mathbf{x} \cong \tau_h/2$. Para valores de ρ_1 iguais a ρ , estas componentes da indução magnética tornam-se também extremamente elevadas.

Também da Figura A.8, verifica-se que os semiplanos positivo e negativo (\mathbf{zOx}), apresentam valores simétricos da indução magnética, segundo o eixo \mathbf{x} , e que aumentam de amplitude desde o eixo \mathbf{x} até pontos de valores de $\rho_1 \cong \rho$.

• Ainda da Figura A.1, em coordenadas cilíndricas, substituindo as coordenadas ($\mathbf{y}, \mathbf{z}, \mathbf{x}$) por (ρ, γ, \mathbf{x}), verifica-se que $d\mathbf{s} = d\rho\hat{\mathbf{e}}_\rho + \rho d\gamma\hat{\mathbf{e}}_\gamma + d\mathbf{x}\hat{\mathbf{e}}_\mathbf{x}$, pelo que, de (A.4), se podem obter as seguintes relações [57, 73]:

$$\begin{bmatrix} d\bar{b}_\rho^{(n)} \\ d\bar{b}_\gamma^{(n)} \\ d\bar{b}_\mathbf{x}^{(n)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \gamma_1 & \sin \gamma_1 & 0 \\ -\sin \gamma_1 & \cos \gamma_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\bar{b}_\mathbf{y}^{(n)} \\ d\bar{b}_\mathbf{z}^{(n)} \\ d\bar{b}_\mathbf{x}^{(n)} \end{bmatrix} \quad (\text{A.11})$$

em que, relativamente ao feixe de condutores de índice \mathbf{n} , $d\bar{b}_\rho^{(n)}$ é a componente elementar da indução magnética segundo o eixo ρ , $d\bar{b}_\gamma^{(n)}$ a componente elementar da indução magnética segundo o eixo γ , e $d\bar{b}_\mathbf{x}^{(n)}$ a componente segundo o eixo \mathbf{x} , cujo resultado da integração é igual ao da expressão (A.7). Assim a componente $\bar{b}_\rho^{(n)}$ será dada por

$$\bar{b}_\rho^{(n)} = \frac{\mu \bar{i} \rho}{4\pi} \int_0^{2\pi k_x} \frac{(x_1 - k_h \gamma) \cos(\gamma_1 + n\gamma_2 - \gamma) - k_h \sin(\gamma_1 + n\gamma_2 - \gamma)}{[\rho^2 + \rho_1^2 - 2\rho\rho_1 \cos(\gamma_1 + n\gamma_2 - \gamma) + (x_1 - k_h \gamma)^2]^{3/2}} d\gamma \quad (\text{A.12})$$

e a componente $\bar{b}_\gamma^{(n)}$ por

$$\bar{b}_\gamma^{(n)} = \frac{\mu \bar{i}}{4\pi} \int_0^{2\pi k_x} \frac{\rho[(k_h \gamma - x_1) \sin(\gamma_1 + n\gamma_2 - \gamma) - k_h \cos(\gamma_1 + n\gamma_2 - \gamma)] + \rho_1 k_h}{[\rho^2 + \rho_1^2 - 2\rho\rho_1 \cos(\gamma_1 + n\gamma_2 - \gamma) + (x_1 - k_h \gamma)^2]^{3/2}} d\gamma \quad (\text{A.13})$$

Para $\mathbf{n} = 0$, a Figura A.9 apresenta as componentes da indução magnética, em valores $\rho, \mathbf{u.}$, segundo o eixo ρ - Figura A.1, para valores de $\rho_1 = 0,1 \rho$ (na vizinhança do eixo \mathbf{x}) e de $\rho_1 = 0,5 \rho$ (igual distância entre o eixo \mathbf{x} e o feixe de condutores), e ainda para valores de $\gamma_1 = 0, \pi/2, \pi$ e $3\pi/2$.

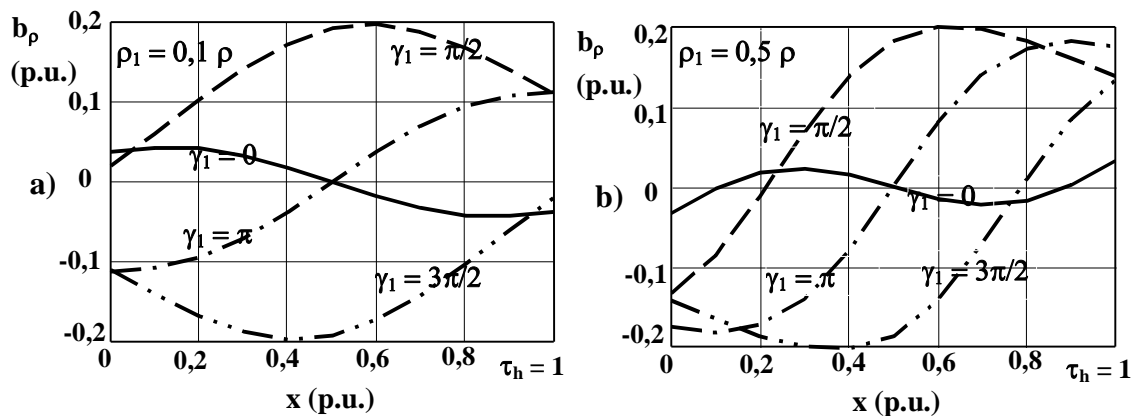


Figura A.9 - Componentes da indução magnética segundo o eixo ρ , para $n = 0$ e para valores de γ_1 iguais a 0 , $\pi/2$, π e $3\pi/2$. a) $\rho_1 = 0,1 \rho$; b) $\rho_1 = 0,5 \rho$.

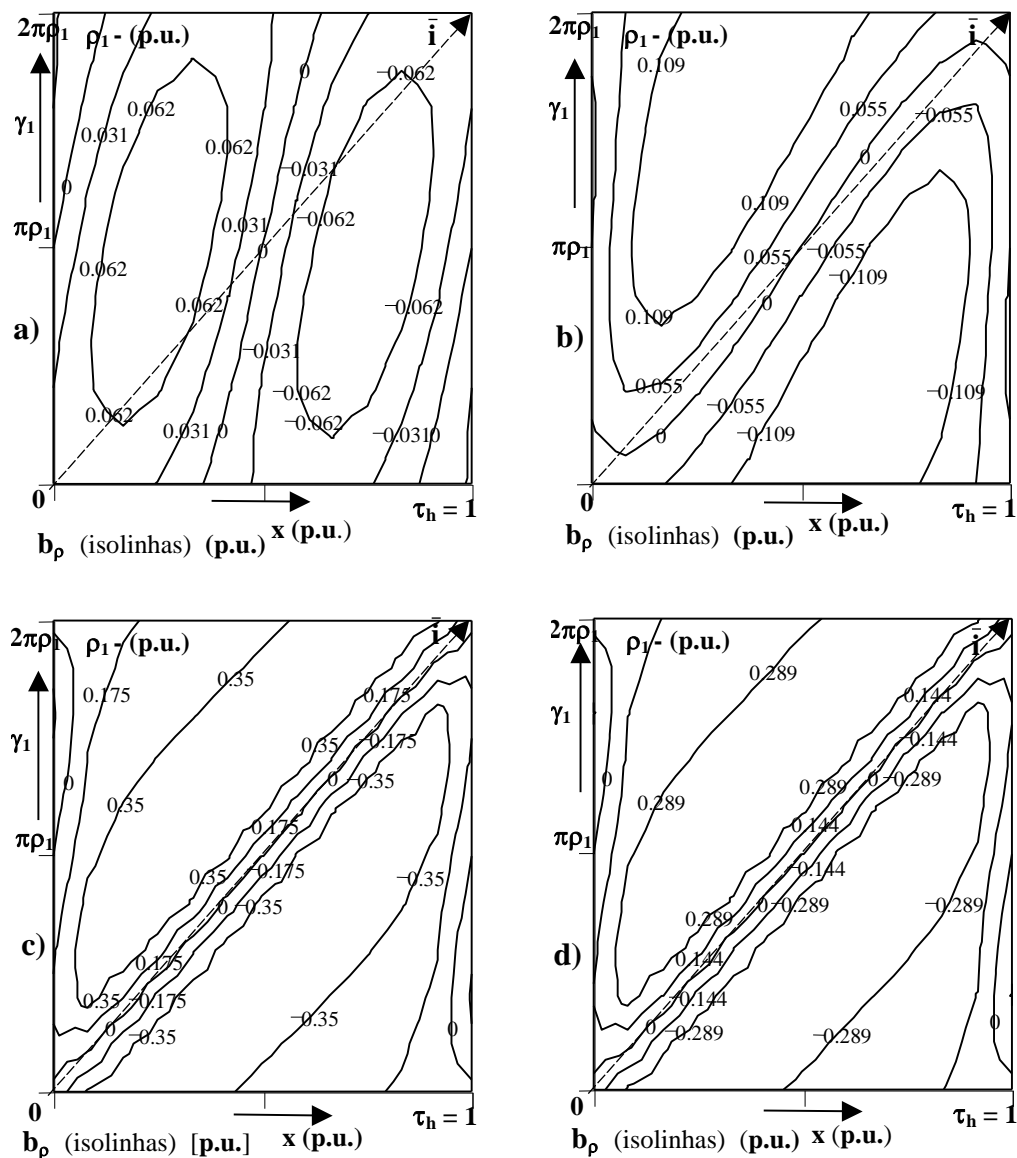


Figura A.10 - Isolinhas da indução magnética, segundo o eixo ρ , para $n = 0$. a) $\rho_1 = 0,01 \rho$; b) $\rho_1 = 0,4 \rho$; c) $\rho_1 = 0,8 \rho$; d) $\rho_1 = 1,2 \rho$.

A Figura A.10 apresenta isolinhas da indução magnética, em **p.u.** e para **n = 0**, segundo o eixo ρ - Figura A.1, através de uma superfície cilíndrica planificada de raio ρ_1 e de comprimento $l_p = \tau_h$ (neste caso considera-se que as grandezas resultantes da planificação são observadas do lado interior, isto é, na vizinhança do eixo **x**), para valores de $\rho_1 = 0,01 \rho$ (na vizinhança do eixo longitudinal **x**), $\rho_1 = 0,4 \rho$, $\rho_1 = 0,8 \rho$ e $\rho_1 = 1,2 \rho$ (fora dos condutores). Notar que \bar{i} representa a corrente através do feixe de condutores helicoidais.

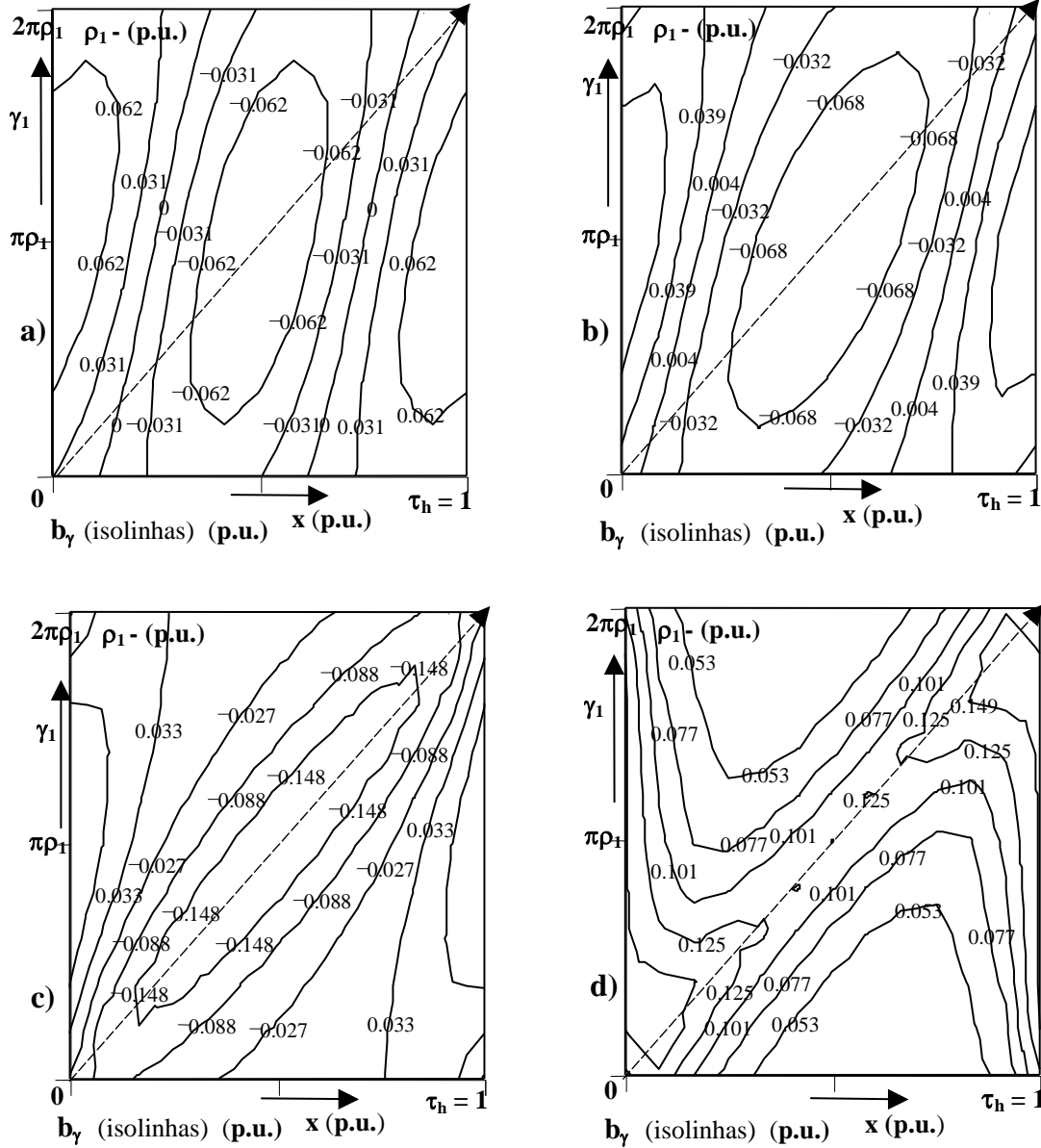


Figura A.11 - Isolinhas da indução magnética, segundo o eixo γ e para $n = 0$.

a) $\rho_1 = 0,01 \rho$; b) $\rho_1 = 0,4 \rho$; c) $\rho_1 = 0,8 \rho$; d) $\rho_1 = 1,2 \rho$.

A Figura A.11 apresenta isolinhas da indução magnética, em **p.u.** e para **n = 0**, segundo o eixo γ - Figura A.1, através de uma superfície cilíndrica planificada de raio ρ_1 e de comprimento $l_p = \tau_h$ (neste caso também se considera que as grandezas resultantes da planificação são observadas do lado interior, isto é, na vizinhança do eixo **x**), para valores de $\rho_1 = 0,01 \rho$ (na vizinhança do eixo **x**), $\rho_1 = 0,4 \rho$, $\rho_1 = 0,8 \rho$ e $\rho_1 = 1,2 \rho$ (fora do feixe de condutores helicoidais).

Por observação das Figuras A.10 e A.11, verifica-se que, na vizinhança do feixe de condutores helicoidais, os valores máximos das componentes das induções magnéticas, segundo ρ e segundo γ , tendem a ficar alinhadas com os próprios condutores.

A Figura A.12 apresenta isolinhas da indução magnética, em valores **p.u.**, segundo o eixo x - Figura A.1, através de uma superfície cilíndrica planificada de raio ρ_1 e de comprimento $l_p = \tau_h$, para valores de $\rho_1 = 0,01 \rho$ (na vizinhança do eixo x), $\rho_1 = 0,4 \rho$, $\rho_1 = 0,8 \rho$ e $\rho_1 = 1,2 \rho$ (fora do feixe de condutores helicoidais).

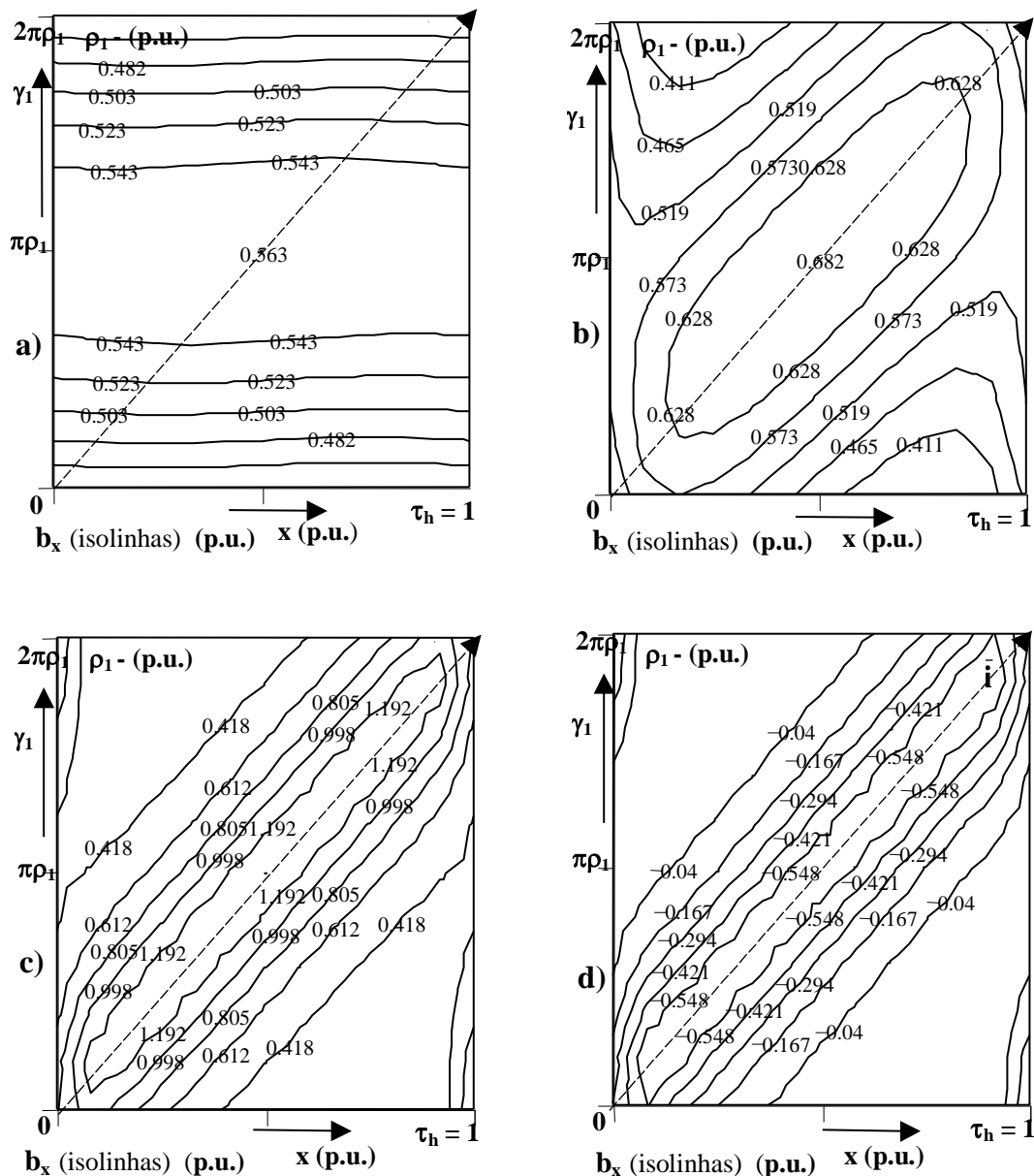


Figura A.12 - Isolinhas da indução magnética segundo o eixo x e para $n = 0$.
a) $\rho_1 = 0,01 \rho$; b) $\rho_1 = 0,4 \rho$; c) $\rho_1 = 0,8 \rho$; d) $\rho_1 = 1,2 \rho$.

Da Figura A.12, verifica-se que, na vizinhança do feixe de condutores helicoidais, os valores máximos das componentes das induções magnéticas, segundo x , também tendem a ficar alinhadas com os próprios condutores.

Para $n = 0$, da expressão (A.12), a Figura A.13 apresenta as componentes da indução magnética, em **p.u.**, segundo o eixo ρ - Figura A.1, através de uma superfície cilíndrica planificada de raio ρ_1 e de comprimento $l_p = 4\tau_h$, para valores de $\rho_1 = 0,2 \rho$ (na vizinhança do eixo x), $\rho_1 = 0,5 \rho$ e $\rho_1 = 0,8 \rho$ (na vizinhança do feixe de condutores), e para valores de γ_1 iguais a 0 , $\pi/2$, π e a $3\pi/2$.

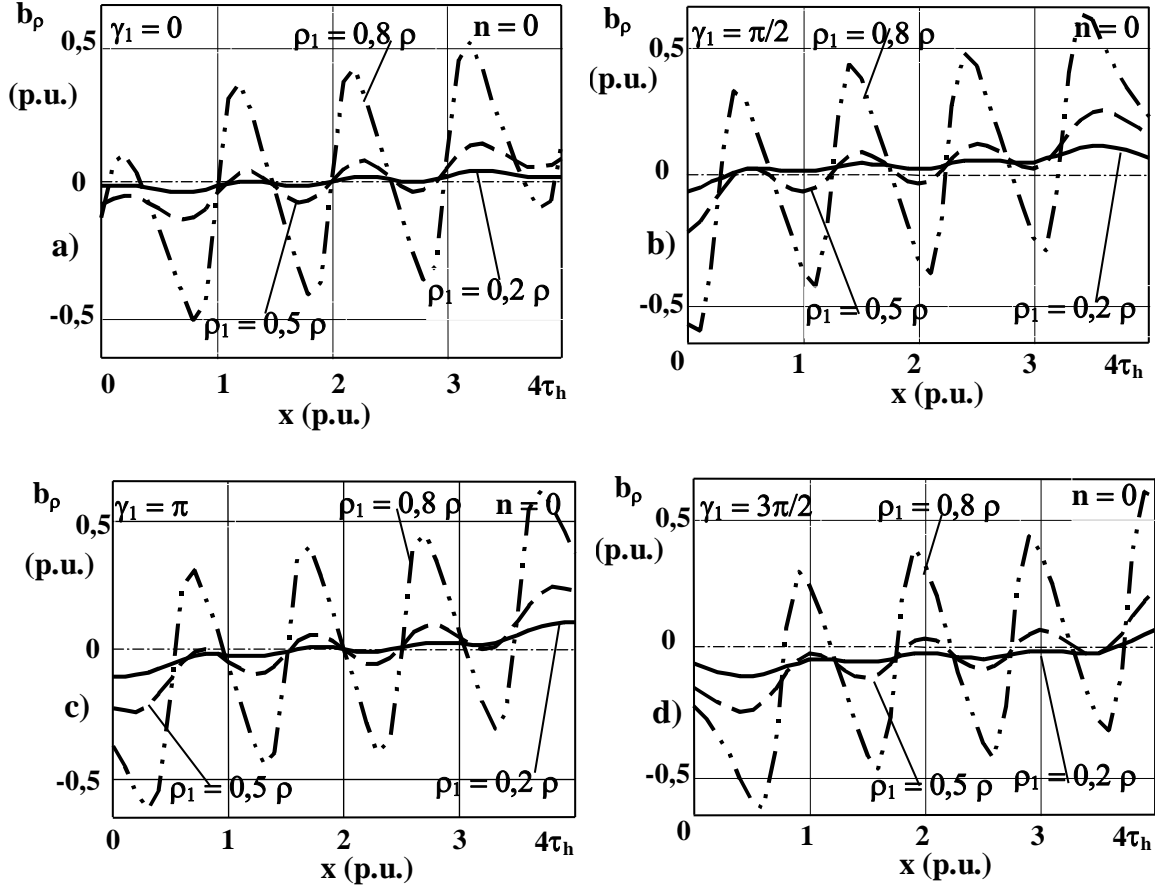


Figura A.13 - Componentes da indução magnética segundo o eixo ρ , para $n = 0$, $l_p = 4\tau_h$, e para $\rho_1 = 0,2 \rho$, $\rho_1 = 0,5 \rho$ e $\rho_1 = 0,8 \rho$. **a)** $\gamma_1 = 0$; **b)** $\gamma_1 = \pi/2$; **c)** $\gamma_1 = \pi$; **d)** $\gamma_1 = 3\pi/2$.

Da expressão (A.13), para $n = 0$, a Figura A.14 apresenta as componentes da indução magnética, em **p.u.**, segundo o eixo γ - Figura A.1, através de uma superfície cilíndrica planificada de raio ρ_1 e de comprimento $l_p = 4\tau_h$, para valores de $\rho_1 = 0,2 \rho$ (na vizinhança do eixo x), $\rho_1 = 0,5 \rho$ e $\rho_1 = 0,8 \rho$, e para valores de γ_1 iguais a 0 , $\pi/2$, π e a $3\pi/2$.

Da expressão (A.7), também para $n = 0$, a Figura A.15 apresenta as componentes da indução magnética, em **p.u.**, segundo o eixo x - Figura A.1, através de uma superfície cilíndrica planificada de raio ρ_1 e de comprimento $l_p = 4\tau_h$, para valores de $\rho_1 = 0,2 \rho$, $\rho_1 = 0,5 \rho$ e $\rho_1 = 0,8 \rho$, e para valores de γ_1 iguais a 0 , $\pi/2$, π e a $3\pi/2$.

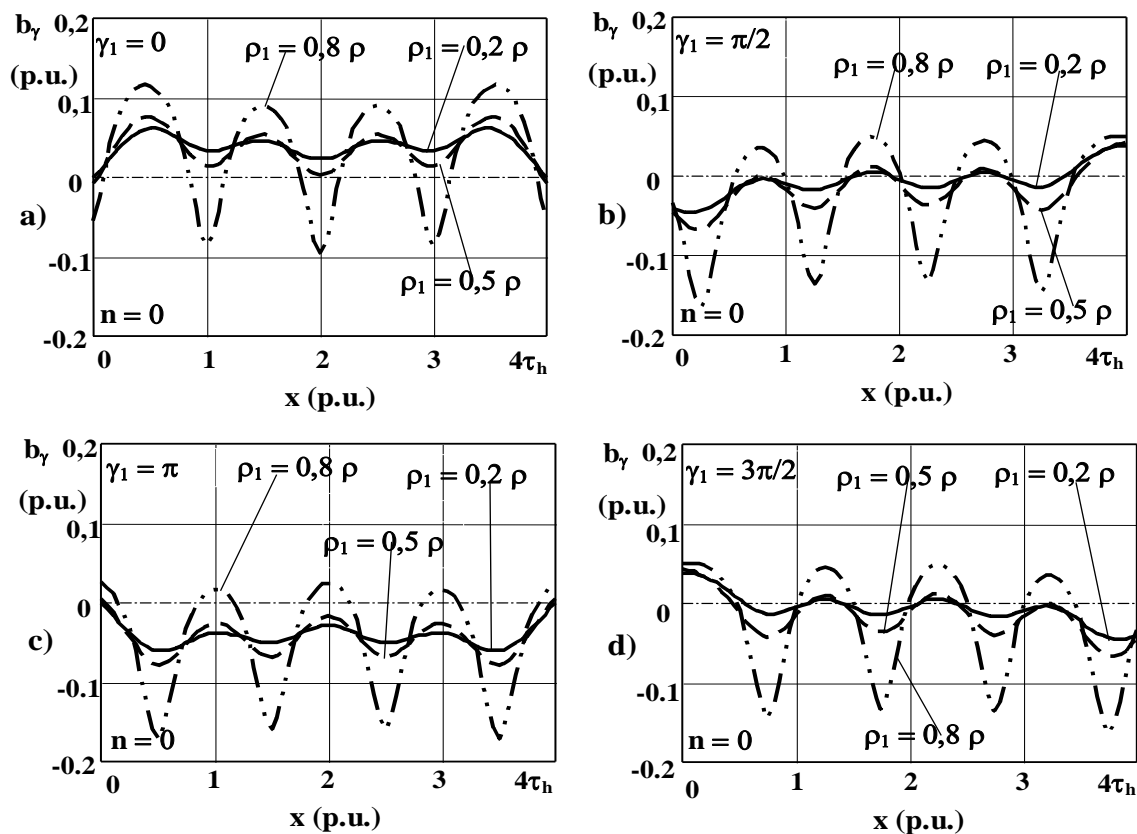


Figura A.14 - Componentes da indução magnética segundo o eixo γ . **a)** $\gamma_1 = 0$; **b)** $\gamma_1 = \pi/2$; **c)** $\gamma_1 = \pi$; **d)** $\gamma_1 = 3\pi/2$.

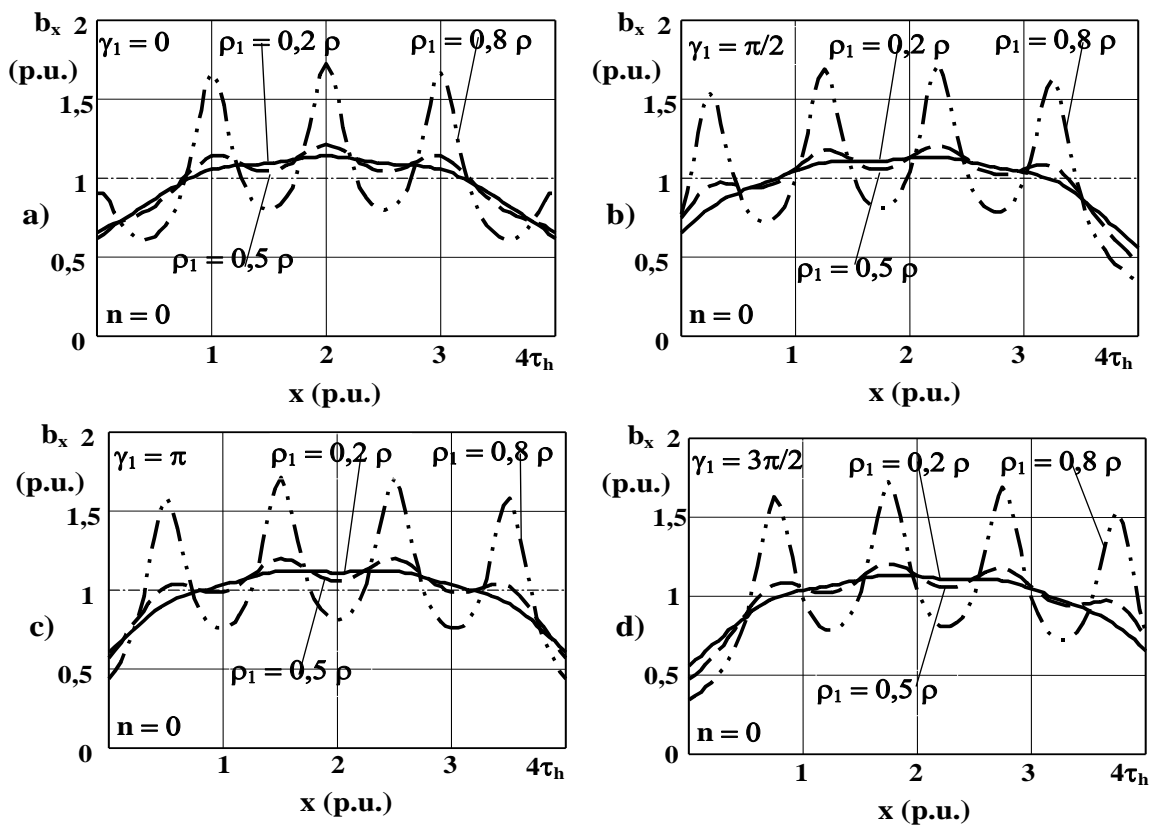


Figura A.15 - Componentes da indução magnética segundo o eixo x . **a)** $\gamma_1 = 0$; **b)** $\gamma_1 = \pi/2$; **c)** $\gamma_1 = \pi$; **d)** $\gamma_1 = 3\pi/2$.

Das Figuras A.13, A.14 e A.15 verifica-se que as amplitudes das ondas das componentes da indução magnética têm menores amplitudes na zona central devido ao efeito negativo das induções mútuas provocadas pelas partes do feixe de condutores helicoidais que se encontram na proximidade da zona em estudo.

Dado que, até ao momento, apenas se considerou a análise respeitante a um feixe de condutores enrolados em hélice, todos os campos de indução magnética, apresentados desde a Figura A.5 até à Figura A.15, são pulsantes.

• Para se estudar a indução magnética correspondente a um número par de feixes de condutores enrolados em hélice, o que corresponde a soluções de maior interesse prático, pois inclui todos os condutores de ida e de retorno, cujo esboço é particularizado a partir da Figura A.2 (para $n = 0$ e 1 - que corresponde a $n\gamma_2 = 0$ e a $\pi - \gamma_2 = \pi$, isto é, à soma das grandezas instantâneas das induções $\vec{b}^{(0)}$, percorrida por uma corrente \vec{i} , e $\vec{b}^{(1)}$ percorrida pela mesma corrente em sentido contrário), a Figura A.16 apresenta as componentes da indução magnética, em p.u., segundo o eixo ρ , através de uma superfície cilíndrica planificada de raio ρ_1 e de comprimento $l_p = 2\tau_h$, para valores de $\rho_1 = 0,2 \rho$, $\rho_1 = 0,5 \rho$ e $\rho_1 = 0,8 \rho$, e para valores de γ_1 iguais a 0 , $\pi/2$, π e a $3\pi/2$.

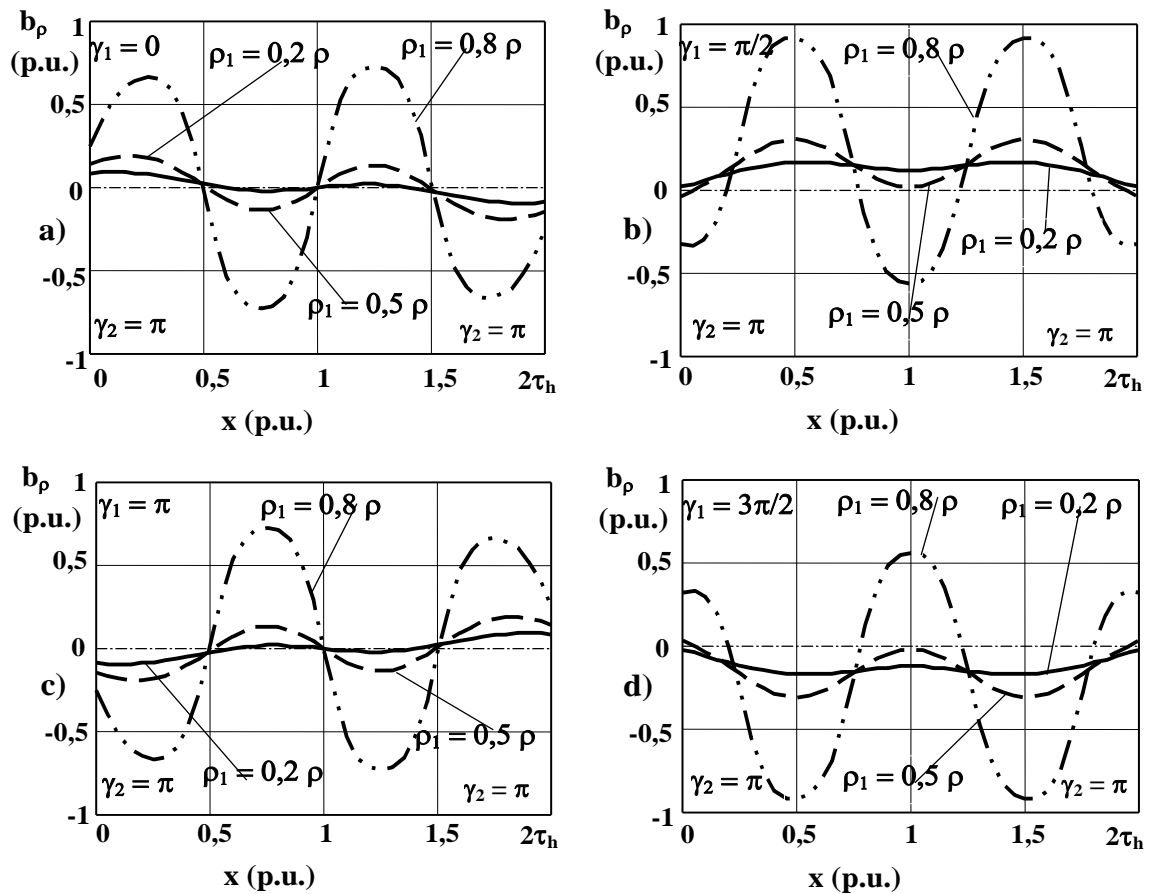


Figura A.16 - Componentes da indução magnética segundo o eixo ρ , de 2 feixes de condutores diametralmente opostos, para $l_p = 2\tau_h$, $\gamma_2 = \pi$, e para valores de $\rho_1 = 0,2 \rho$, $\rho_1 = 0,5 \rho$ e $\rho_1 = 0,8 \rho$. a) $\gamma_1 = 0$; b) $\gamma_1 = \pi/2$; c) $\gamma_1 = \pi$; d) $\gamma_1 = 3\pi/2$.

Por observação da Figura A.16, verifica-se que a componente da indução magnética, segundo o eixo ρ , correspondente a um par de feixes de condutores enrolados em hélice, diametralmente opostos, sofre pequenas flutuações em torno do eixo x .

A Figura A.17 apresenta as componentes da indução magnética, em **p.u.**, segundo o eixo γ , correspondente a dois feixes de condutores diametralmente opostos e percorridos por correntes iguais e em sentidos inversos, através de uma superfície cilíndrica planificada de raio ρ_1 e de comprimento $l_p = 2\tau_h$, para valores de $\rho_1 = 0,2 \rho$, $\rho_1 = 0,5 \rho$ e $\rho_1 = 0,8 \rho$, e para valores de γ_1 iguais a 0 , $\pi/2$, π e a $3\pi/2$.

Do mesmo modo, a Figura A.18 apresenta as componentes da indução magnética, em **p.u.**, segundo o eixo x , correspondente a dois feixes de condutores diametralmente opostos, através de uma superfície cilíndrica planificada de raio ρ_1 e de comprimento $l_p = 2\tau_h$, para valores de $\rho_1 = 0,2 \rho$, $\rho_1 = 0,5 \rho$ e $\rho_1 = 0,8 \rho$, e para valores de γ_1 iguais a 0 , $\pi/2$, π e a $3\pi/2$.

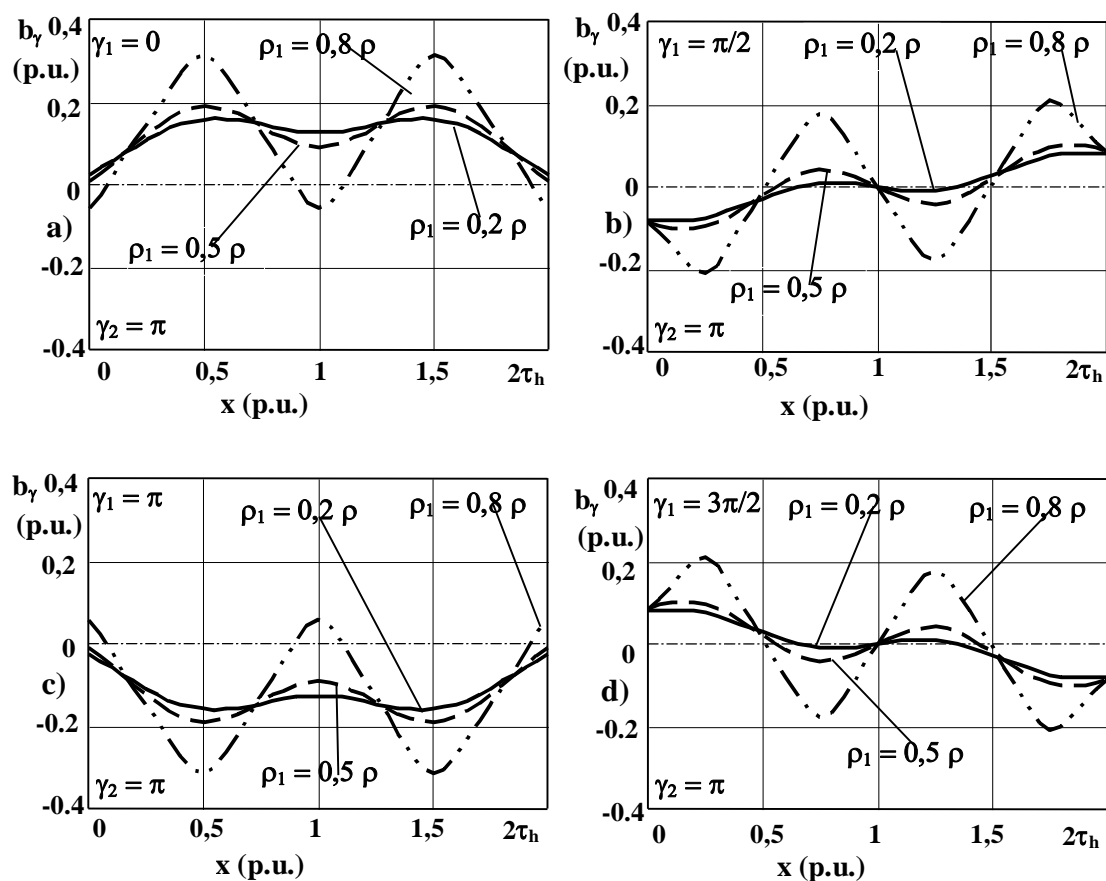


Figura A.17 - Componentes da indução magnética segundo o eixo γ , de 2 feixes de condutores diametralmente opostos ($\gamma_2 = \pi$);
a) $\gamma_1 = 0$; **b)** $\gamma_1 = \pi/2$; **c)** $\gamma_1 = \pi$; **d)** $\gamma_1 = 3\pi/2$.

Para efeitos de comparação, a Figura A.19 apresenta as componentes da indução, segundo os eixos ρ , γ e x , para valores de $\rho_1 = 0,9 \rho$ (vizinhança interior do feixe de condutores) e de $\rho_1 = 1,1 \rho$ (vizinhança exterior do feixe de condutores), e para valores de γ_1 iguais a 0 e a $\pi/2$.

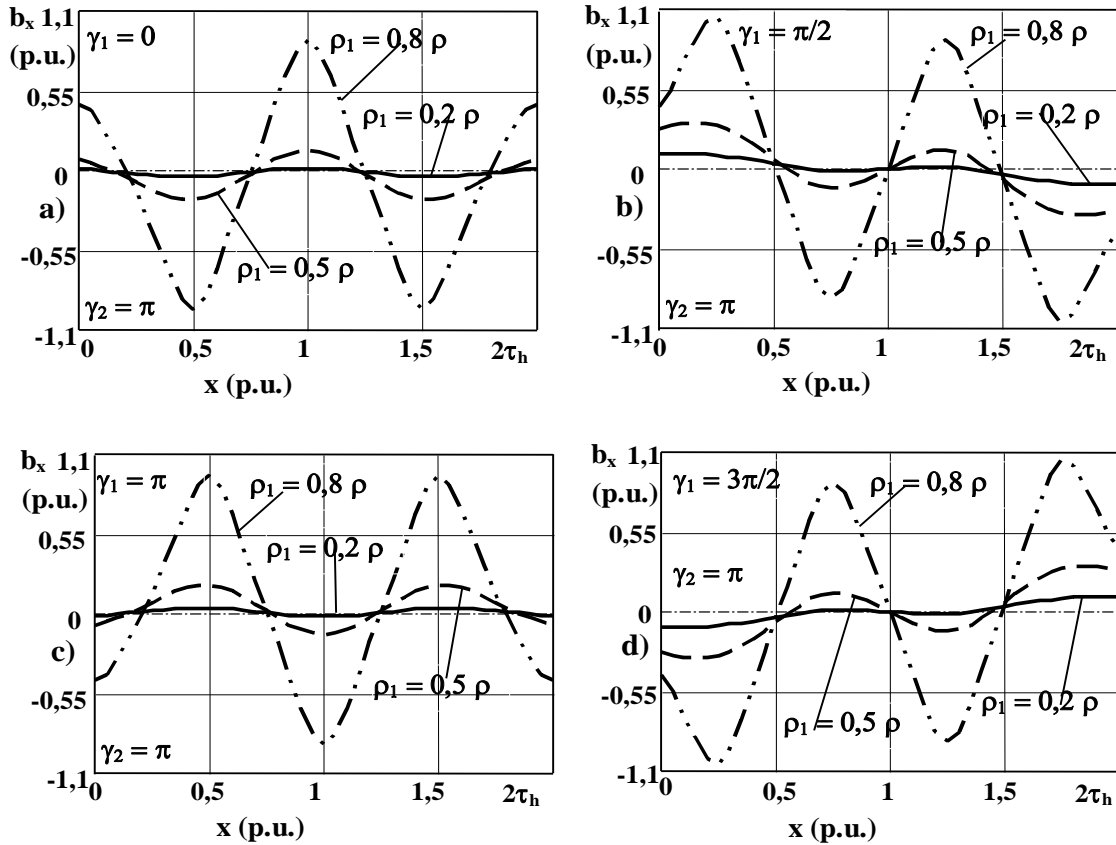


Figura A.18 - Componentes da indução magnética segundo o eixo x , de 2 feixes de condutores diametralmente opostos ($\gamma_2 = \pi$).
a) $\gamma_1 = 0$; **b)** $\gamma_1 = \pi/2$; **c)** $\gamma_1 = \pi$; **d)** $\gamma_1 = 3\pi/2$.

Da Figura A.19 verifica-se que as componentes da indução magnética segundo os eixos ρ e x , para valores de $\rho_1 = 0,9 \rho$ e de $\rho_1 = 1,1 \rho$, embora de aspectos sensivelmente diferentes, apresentam amplitudes próximas com os valores significativos das grandezas correspondentes às harmónicas de ordem superior à primeira. No entanto, as componentes da indução magnética, segundo o eixo γ , apresentam amplitudes bastante inferiores às anteriores.

Do mesmo modo, perante a análise efectuada a um par de feixes de condutores diametralmente opostos, percorridos pela mesma corrente, embora em sentidos contrários, apresentados nas Figuras A.16, A.17, A.18 e A.19, verifica-se que campos de indução magnética também são pulsantes.

- Para se estudar a indução magnética correspondente a dois pares de feixes de condutores enrolados em hélice, o que pode corresponder, por exemplo, a um ALIT helicoidal bifásico, de fases **R** e **S**, representado, em parte, na Figura A.2 (para $n = 0, 1, 2$ e 3 , ou seja, $n\gamma_2 = 0, \pi/2, \pi$ e $3\pi/2$ - $\gamma_2 = 2\pi/n_h$ - $n_h = 4$, o que corresponde a $\gamma_2 = \pi/2$, isto é, pode-se considerar um ALIT com quatro cavas rasgadas em hélice e igualmente distanciadas umas das outras), determina-se a soma vectorial das induções $\vec{b}^{(0)}$, $\vec{b}^{(2)}$ (percorridas pelas correntes $+i_1 \equiv +\text{Im}\{\vec{i}_1\} = +\sqrt{2} I \sin \omega t$ e $-i_1 \equiv -\sqrt{2} I \sin \omega t$, respectivamente - fase **R**), $\vec{b}^{(1)}$ e $\vec{b}^{(3)}$ (percorridas pelas correntes $+i_2 \equiv +\text{Im}\{\vec{i}_2\} = +\sqrt{2} I \sin(\omega t - 2\pi/3)$ e $-i_2 \equiv -\sqrt{2} I \sin(\omega t - 2\pi/3)$, respectivamente -

fase S). A Figura A.20 apresenta a soma das partes imaginárias das quatro componentes da indução magnética segundo o eixo ρ , $\bar{b}_\rho^{(0)}$, $\bar{b}_\rho^{(1)}$, $\bar{b}_\rho^{(2)}$ e $\bar{b}_\rho^{(3)}$, em p.u., através de uma superfície cilíndrica planificada de raio ρ_1 e de comprimento $l_p = 2\tau_h$, para valores de $\rho_1 = 0,5 \rho$ (um valor intermédio entre o eixo x e o raio das espiras helicoidais), γ_1 compreendido entre 0 e 2π , e para $\omega t = 0$ e $\omega t = \pi/2$.

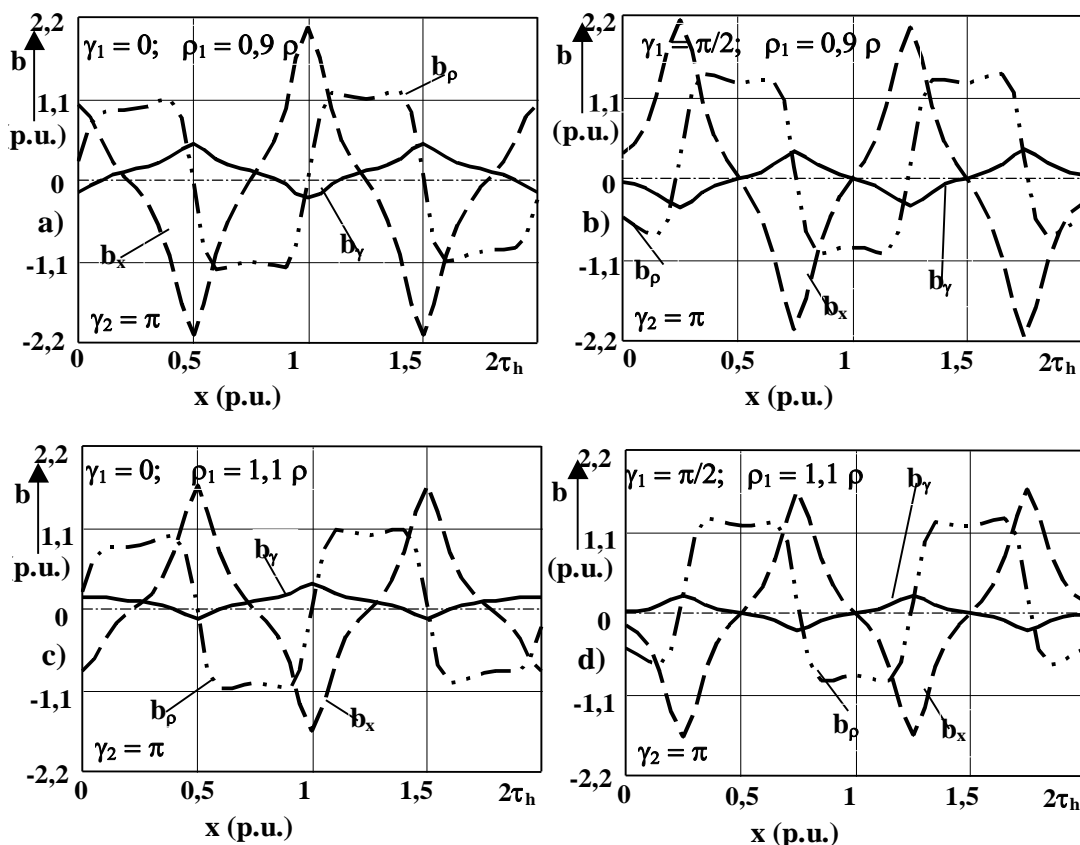


Figura A.19 - Componentes da indução magnética segundo os eixos ρ , γ e x , de 2 feixes de condutores diametralmente opostos ($\gamma_2 = \pi$).

a) $\gamma_1 = 0$ e $\rho_1 = 0,9 \rho$; b) $\gamma_1 = \pi/2$ e $\rho_1 = 0,9 \rho$;
c) $\gamma_1 = 0$ e $\rho_1 = 1,1 \rho$; d) $\gamma_1 = \pi/2$ e $\rho_1 = 1,1 \rho$.

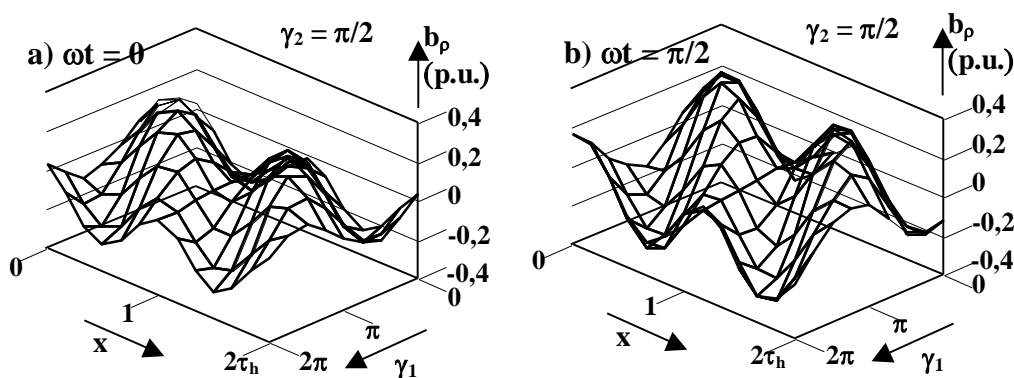


Figura A.20 - Componentes da indução magnética, segundo o eixo ρ , de 4 feixes de condutores, para $\rho_1 = 0,5 \rho$, $\gamma_2 = \pi/2$, $0 \leq \gamma_1 \leq 2\pi$ e $0 \leq x \leq 2\tau_h$.

a) $\omega t = 0$; b) $\omega t = \pi/2$.

Por observação da Figura A.20 verifica-se a existência de um campo viajante, de componentes segundo o eixo ρ , no sentido do eixo x .

Do mesmo modo, para um ALIT helicoidal bifásico, de fases **R** e **S**, a Figura A.21 apresenta as componentes da indução magnética, segundo o eixo ρ , em função de γ_1 , para uma solução mais simples, em que se considera $l_p = \tau_h$ e γ_1 compreendido entre 0 e 2π . Na Figura A.21, o arco γ_1 é planificado.

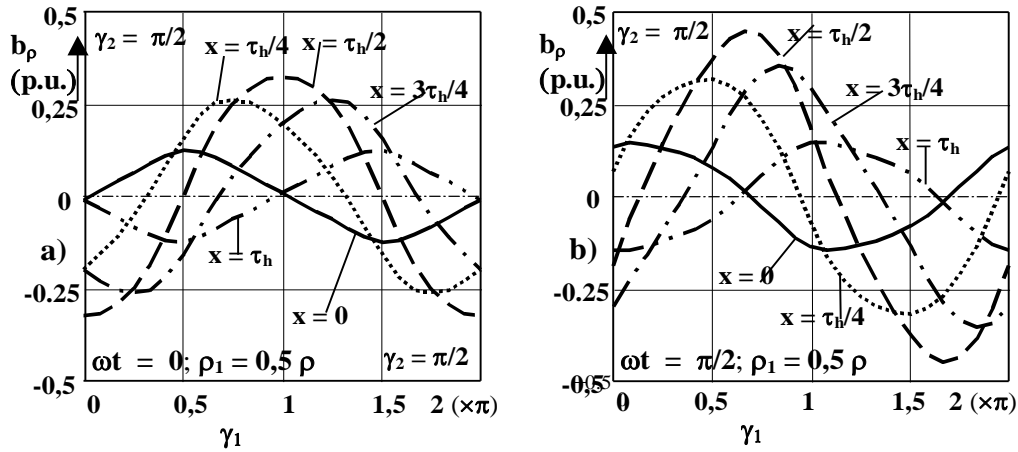


Figura A.21 - Componentes da indução magnética, segundo o eixo ρ , em função de $0 \leq \gamma_1 \leq 2\pi$, de 4 feixes de condutores, para $\rho_1 = 0,5 \rho$, $\gamma_2 = \pi/2$, e $x = 0, \tau_h/4, \tau_h/2, 3\tau_h/4$ e τ_h . a) $\omega t = 0$; b) $\omega t = \pi/2$.

Por observação da Figura A.21, para $\omega t = 0$ e para $\omega t = \pi/2$, as componentes da indução magnética segundo o eixo γ , de amplitudes variáveis no tempo e que se apresenta planificado, verifica-se a existência de um campo girante (rotativo), de componentes segundo o eixo ρ que, perante um determinado ALIT helicoidal planificado, será da direita para a esquerda.

A Figura A.22 apresenta as componentes da indução magnética segundo o eixo γ , soma das partes imaginárias de $\bar{b}_\gamma^{(0)}$, $\bar{b}_\gamma^{(1)}$, $\bar{b}_\gamma^{(2)}$ e de $\bar{b}_\gamma^{(3)}$, através de uma superfície cilíndrica planificada de raio ρ_1 e de comprimento $l_p = 2\tau_h$, para valores de $\rho_1 = 0,5 \rho$, $\gamma_2 = \pi/2$, γ_1 iguais a $0, \pi/2, \pi$ e a $3\pi/2$, e para $\omega t = 0$ e $\omega t = \pi/2$.

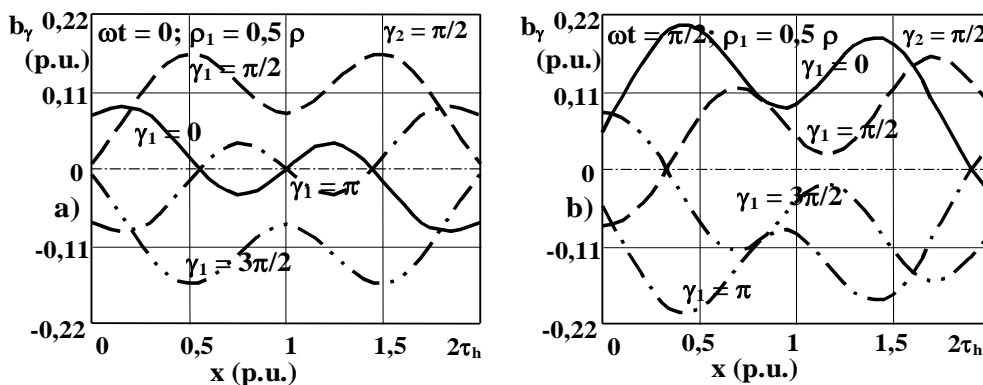


Figura A.22 - Componentes da indução magnética, segundo o eixo γ , de 4 feixes de condutores, para $\rho_1 = 0,5 \rho$, $\gamma_2 = \pi/2$, $0 \leq x \leq 2\tau_h$, e $\gamma_1 = 0, \pi/2, \pi$ e $3\pi/2$. a) $\omega t = 0$; b) $\omega t = \pi/2$.

A Figura A.23 apresenta as componentes da indução magnética segundo o eixo x , soma das partes imaginárias de $\bar{b}_x^{(0)}$, $\bar{b}_x^{(1)}$, $\bar{b}_x^{(2)}$ e de $\bar{b}_x^{(3)}$, através de uma superfície cilíndrica planificada de raio ρ_1 e de comprimento $x_1 = 2\tau_h$, para valores de $\rho_1 = 0,5 \rho$, $\gamma_2 = \pi/2$, γ_1 iguais a 0 , $\pi/2$, π e a $3\pi/2$, e para $\omega t = 0$ e $\omega t = \pi/2$.

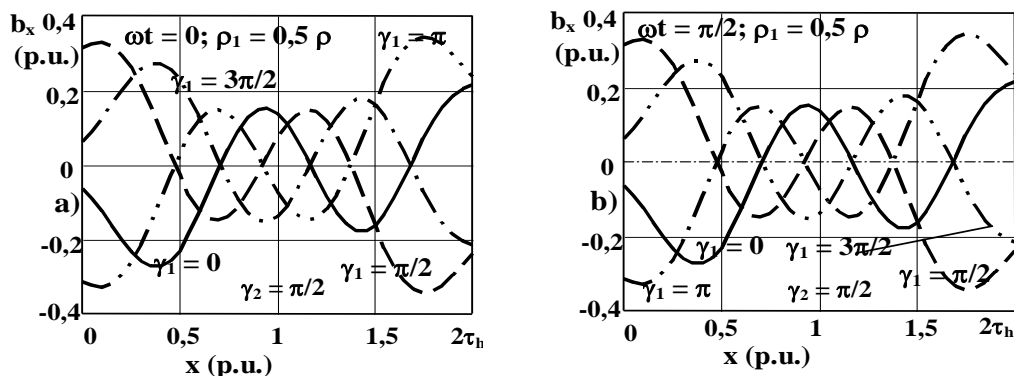


Figura A.23 - Componentes da indução magnética, segundo o eixo x , de 4 feixes de condutores, para $\rho_1 = 0,5 \rho$, $\gamma_2 = \pi/2$, $0 \leq x \leq 2\tau_h$, e $\gamma_1 = 0$, $\pi/2$, π e $3\pi/2$. a) $\omega t = 0$; b) $\omega t = \pi/2$.

• Para se estudar a indução magnética correspondente a três pares de feixes de condutores enrolados em hélice, o que pode corresponder a um ALIT helicoidal trifásico, de fases **R**, **S** e **T**, representado na Figura A.2 (para $n = 0, 1, 2, 3, 4$ e 5 , ou seja, $n\gamma_2 = 0, \pi/3, 2\pi/3, \pi, 4\pi/3$ e $5\pi/3$ - $\gamma_2 = 2\pi/n_h$ - $n_h = 6$, o que corresponde a $\gamma_2 = \pi/3$, isto é, pode-se considerar um ALIT com seis cavas rasgadas em hélice e igualmente distanciadas umas das outras), determina-se a soma vectorial das induções $\bar{b}^{(0)}$, $\bar{b}^{(3)}$ (percorridas pelas correntes $+\sqrt{2} I \sin \omega t$ e $-\sqrt{2} I \sin \omega t$, respectivamente - fase **R**), $\bar{b}^{(1)}$, $\bar{b}^{(4)}$ (percorridas pelas correntes $-i_3 = -\sqrt{2} I \sin(\omega t - 4\pi/3)$ e $+i_3 = +\sqrt{2} I \sin(\omega t - 4\pi/3)$, respectivamente - fase **T**) $\bar{b}^{(2)}$ e $\bar{b}^{(5)}$ (percorridas pelas correntes $+i_2 = +\sqrt{2} I \sin(\omega t - 2\pi/3)$ e $-i_3 = -\sqrt{2} I \sin(\omega t - 2\pi/3)$, respectivamente - fase **S**). A Figura A.24 apresenta a soma das seis componentes imaginárias da indução magnética segundo o eixo ρ , $\bar{b}_\rho^{(0)}$, $\bar{b}_\rho^{(1)}$, $\bar{b}_\rho^{(2)}$, $\bar{b}_\rho^{(3)}$, $\bar{b}_\rho^{(4)}$ e $\bar{b}_\rho^{(5)}$, em **p.u.**, através de uma superfície cilíndrica planificada de raio ρ_1 e de comprimento $l_p = \tau_h$, para valores de $\rho_1 = 0,5 \rho$, $x \in [0, \tau_h]$, γ_1 iguais a 0 , $\pi/2$, π e a $3\pi/2$, e para $\omega t = 0$ e $\omega t = \pi/2$.

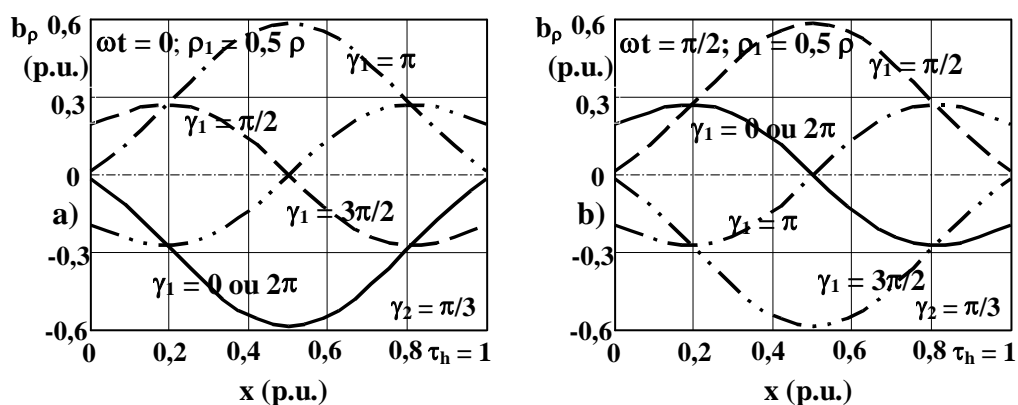


Figura A.24 - Componentes da indução magnética, segundo o eixo ρ , de 6 feixes de condutores, para $\rho_1 = 0,5 \rho$, $\gamma_2 = \pi/3$, $\gamma_1 = 0$, $\pi/2$, π e $3\pi/2$, e

$$0 \leq x \leq \tau_h. \text{ a) } \omega t = 0; \text{ b) } \omega t = \pi/2.$$

A partir dos principais dados representados na Figura A.24, a Figura A.25 apresenta as componentes da indução magnética, segundo o eixo ρ , em função de γ_1 , para $\gamma_2 = \pi/3$ e $I_p = 2\tau_h$,

Ainda para um ALIT helicoidal trifásico, de fases **R**, **S** e **T**, a Figura A.26 apresenta as componentes da indução magnética, segundo o eixo ρ , em função de γ_1 , para uma solução mais simples, em que se considera $I_p = \tau_h$, $\gamma_2 = \pi/3$ e γ_1 compreendido entre 0 e 2π . Na Figura A.26, o arco γ_1 é planificado

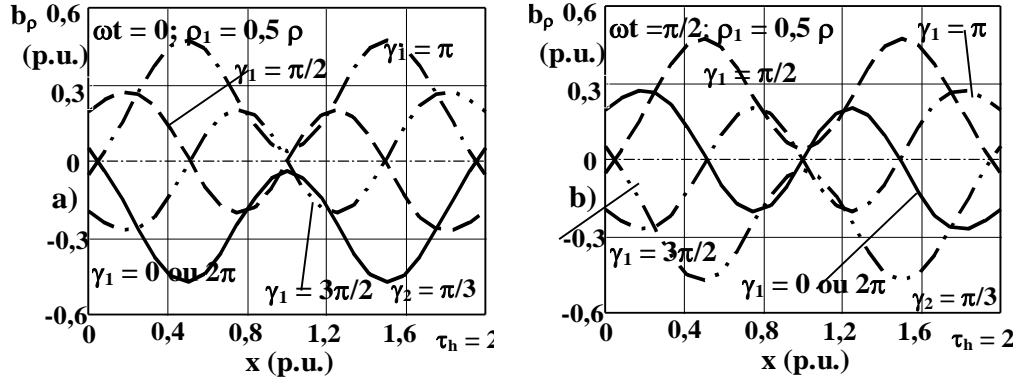


Figura A.25 - Componentes da indução magnética, segundo o eixo ρ , de 6 feixes de condutores, para $\rho_1 = 0,5 \rho$, $\gamma_2 = \pi/3$, $\gamma_1 = 0, \pi/2, \pi$ e $3\pi/2$, e $0 \leq x \leq 2\tau_h$. a) $\omega t = 0$; b) $\omega t = \pi/2$.

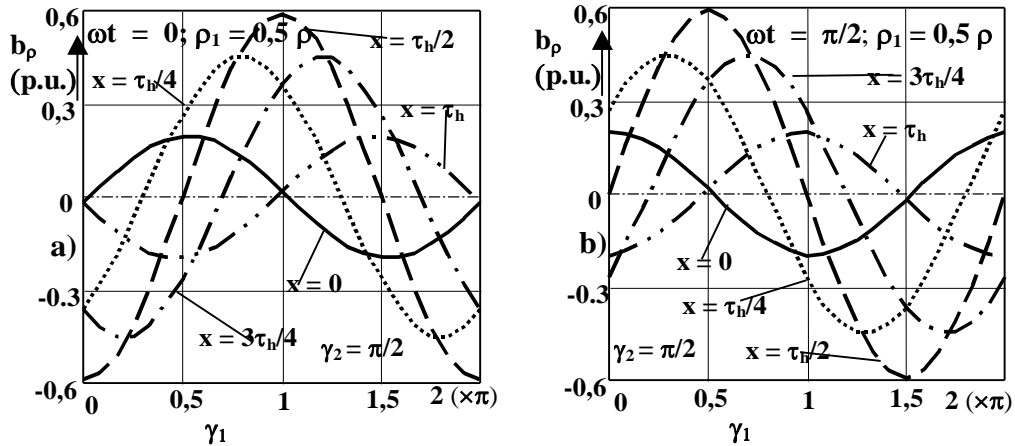


Figura A.26 - Componentes da indução magnética, segundo o eixo ρ , em função de $0 \leq \gamma_1 \leq 2\pi$, de 6 feixes de condutores, para $\rho_1 = 0,5 \rho$, $\gamma_2 = \pi/3$, $x = 0, \tau_h/4, \tau_h/2, 3\tau_h/4$ e τ_h . a) $\omega t = 0$; b) $\omega t = \pi/2$.

A Figura A.27 apresenta as componentes da indução magnética segundo o eixo γ , soma das partes imaginárias de $\bar{b}_\gamma^{(0)}$, $\bar{b}_\gamma^{(1)}$, $\bar{b}_\gamma^{(2)}$, $\bar{b}_\gamma^{(3)}$, $\bar{b}_\gamma^{(4)}$ e de $\bar{b}_\gamma^{(5)}$, através de uma superfície cilíndrica planificada de raio ρ_1 e de comprimento $I_p = 3\tau_h$, para valores de $\rho_1 = 0,5 \rho$, $\gamma_2 = \pi/3$, γ_1 iguais a $0, \pi/2, \pi$ e a $3\pi/2$, e para $\omega t = 0$ e $\omega t = \pi/2$.

A Figura A.28 apresenta as componentes da indução magnética segundo o eixo x , soma das partes imaginárias de $\bar{b}_x^{(0)}$, $\bar{b}_x^{(1)}$, $\bar{b}_x^{(2)}$, $\bar{b}_x^{(3)}$, $\bar{b}_x^{(4)}$ e de $\bar{b}_x^{(5)}$, através de uma

superfície cilíndrica planificada de raio ρ_1 e de comprimento $x_1 = 3\tau_h$, para valores de $\rho_1 = 0,5 \rho$, $\gamma_2 = \pi/3$, γ_1 iguais a 0 , $\pi/2$, π e a $3\pi/2$, e para $\omega t = 0$ e $\omega t = \pi/2$.

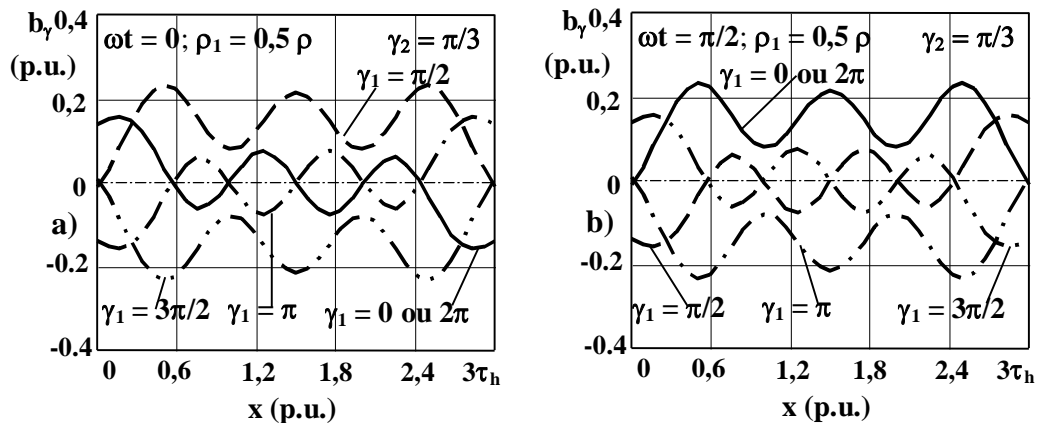


Figura A.27 - Componentes da indução magnética, segundo o eixo γ , de 6 feixes de condutores, para $\rho_1 = 0,5 \rho$, $\gamma_2 = \pi/3$, $\gamma_1 = 0, \pi/2, \pi$ e $3\pi/2$, e $0 \leq x \leq 2\tau_h$. a) $\omega t = 0$; b) $\omega t = \pi/2$.

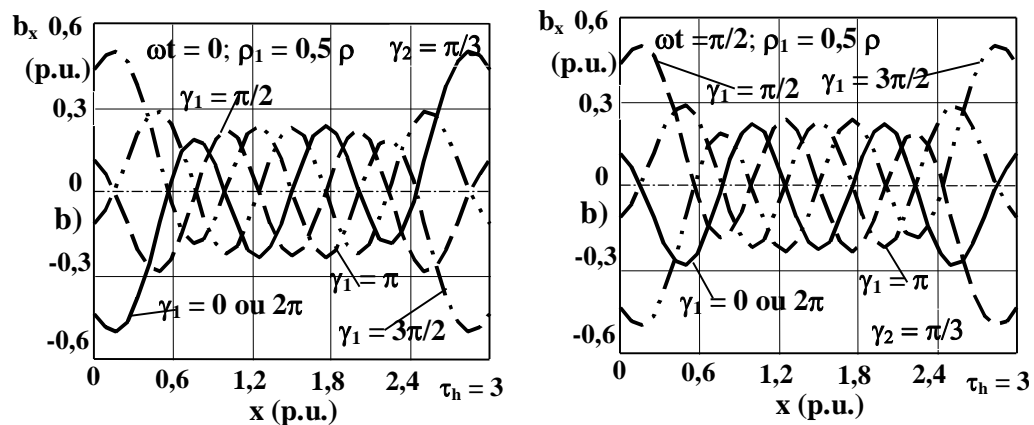


Figura A.28 - Componentes da indução magnética, segundo o eixo x , de 6 feixes de condutores, para $\rho_1 = 0,5 \rho$, $\gamma_2 = \pi/3$, $\gamma_1 = 0, \pi/2, \pi$ e $3\pi/2$, e $0 \leq x \leq 2\tau_h$. a) $\omega t = 0$; b) $\omega t = \pi/2$.

Das Figuras A.22 e A.27 (componentes da indução magnética segundo o eixo γ), e Figuras A.23 e A.28 (componentes da indução magnética segundo o eixo x), verifica-se que sensivelmente a meio do ALIT helicoidal ($\cong I_p/2$), as densidades de fluxo apresentam valores de amplitude inferiores aos das extremidades, que são devidas aos fenómenos de induções mútuas mais relevantes na zona central.

Do mesmo modo, por comparação entre as Figuras A.24 ($I_p = \tau$) e A.25 ($I_p = 2\tau$), também se verifica que devido a fenómenos de induções mútuas entre condutores, as componentes da indução, segundo o eixo ρ , apresentam maiores variações para $I_p = \tau$.

Os resultados das variáveis apresentadas nos gráficos das Figuras A.5 a A.28, em p.u., obtiveram-se a partir de determinadas bases de valores, que se mantiveram sempre constantes. Dado que as induções magnéticas estudadas apresentaram sempre três

componentes distintas, por exemplo, \mathbf{b}_ρ , \mathbf{b}_γ e \mathbf{b}_x , ou \mathbf{b}_y , \mathbf{b}_z e \mathbf{b}_x , um estudo mais completo será baseado num modelo tridimensional.

- No caso de ALITs helicoidais trifásicos com mais do que uma cava bobinada por pólo e por fase ($q > 1$), os resultados são idênticos aos apresentados, desde a Figura A.24 à Figura A.28, desde que se tenha em consideração a introdução de alguns factores correcção.

- A Tabela A.I apresenta um resumo da forças em jogo num ALIT helicoidal.

ALIT helicoidal (coordenadas cilíndricas)			
Componentes da corrente no primário	Componentes da indução no primário	Componentes da força ($\vec{f} = I_1 \vec{l} \times \vec{b}_{12}$)	Observações:
γ	ρ	$-\mathbf{x}$	força longitudinal
	γ	$\mathbf{0}$	
	\mathbf{x}	ρ	força axial
\mathbf{x}	ρ	γ	força de rotação
	γ	$-\rho$	força axial
	\mathbf{x}	$\mathbf{0}$	

Tabela A.I - Possíveis componentes das forças num ALIT helicoidal

Da Tabela A.I verifica-se que quando os campos de indução magnética são viajantes e girantes, no tempo, originam-se forças, segundo os eixos ρ , γ e \mathbf{x} , axiais, de rotação e longitudinais, respectivamente. Quanto às forças axiais, dadas as características helicoidais dos ALITs criam-se alguns binários de flexão internos que serão compensados para um maior número de passos helicoidais.

O sinal $-\mathbf{x}$, representado na Tabela A.I, é secundário para se determinar o sentido da força, pois basta, por exemplo num ALIT helicoidal trifásico, trocarem-se duas fases para alterar o movimento relativo entre o primário e o secundário.

Naturalmente que, por exemplo, a interacção entre as induções resultantes das correntes induzidas no secundário e as próprias correntes do primário origina forças segundo diversos sentidos. Nos ALITs helicoidais, dada a existência de campos magnéticos indutores variáveis no tempo, no secundário, pela lei de Lenz (análoga ao princípio da acção e da reacção da mecânica), originam-se correntes induzidas, que por sua vez contribuem com campos que se opõem aos gerados pelo primário. Com toda a lógica, apenas com alguns atrasos no tempo, que dependem das constantes de tempo do circuito secundário ($\mathbf{L}_2 / \mathbf{R}_2$), estes campos gerados têm os mesmos sentidos daqueles que os originaram. Ora nestas circunstâncias se o primário estiver fixo, movimenta-se o secundário, e vice-versa.

Assim pode-se concluir que, num ALIT helicoidal, as bobinas enroladas em hélice, percorridas por correntes segundo uma determinada sequência, originam forças também helicoidais.

- Para o cálculo analítico da resistência dos condutores helicoidais, partindo do princípio que as linhas de corrente acompanham os eixos dos condutores, ao comprimento total de cada condutor de ida com o respectivo condutor de retorno, terá que ser adicionado duas vezes o diâmetro médio do primário, ao nível dos condutores enrolados em hélice. No entanto para se determinar o comprimento total de cada condutor, enrolado em hélice, é necessário planificá-lo como se indica na Figura A.29 [62].

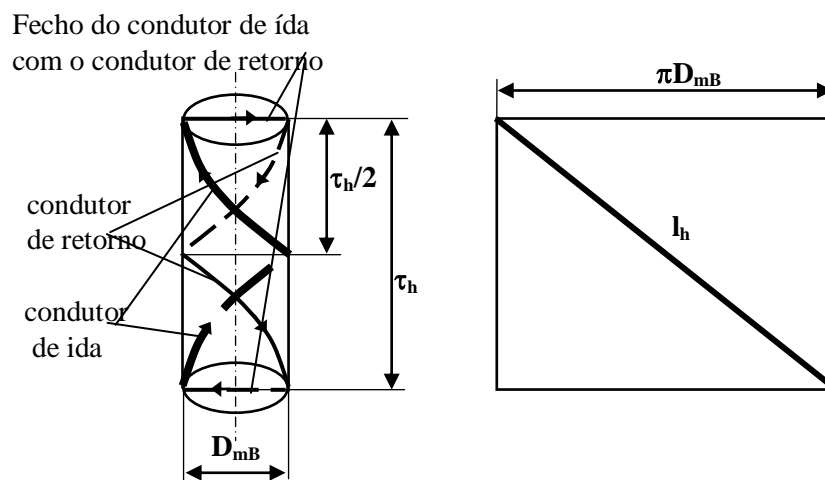


Figura A.29 - Planificação de um ALIT helicoidal.

Da Figura A.29, D_{mB} representa o diâmetro médio de cada bobina do primário de um ALIT helicoidal, e l_h o comprimento de cada condutor de ida ou de retorno, que é dado por

$$l_h = \sqrt{(\pi D_{mB})^2 + (k_x \tau_h)^2} \quad (A.14)$$

em que $k_x \in \mathbf{R}^+$ representa o número, inteiro ou não, de passos helicoidais (τ_h) de cada condutor de ida ou de retorno. Assim o comprimento total de cada conjunto de condutores de ida, de retorno e, ainda, os 2 diâmetros que correspondem ao fecho nas extremidades, será dado por

$$l_{ht} = 2(l_h + D_{mB}) \quad (A.15)$$

o que corresponde ao comprimento total de cada espira helicoidal.

B COMPONENTES DIRECTAS, INVERSAS E HOMOPOLARES PARA O ESTUDO DE CAMPOS MAGNÉTICOS TRIFÁSICOS

Para o estudo do campo magnético girante (ou viajante) no primário de uma máquina trifásica de indução, e para uma situação mais ampla de serem consideradas correntes trifásicas de amplitudes e/ou defasagens diferentes, começa-se por considerar a existência do condutor de neutro. Neste caso, a relação entre as correntes nas fases, incluindo todas as harmónicas e uma componente **d.c.** ($\nu = 0$) nula ou não ($\nu = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$), será dada por

$$\sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \bar{i}_{1\nu} + \bar{i}_{2\nu} + \bar{i}_{3\nu} \neq 0 \quad (\text{B.1})$$

em que $\bar{i}_{i\nu}$ é a intensidade de corrente correspondente à fase de índice i ($i = 1, 2, 3$) e à harmónica de índice ν .

Considerando que as relações entre as induções e as respectivas correntes são constantes, para qualquer posição inicial, de acordo com o Capítulo 3, $\mathbf{m}_1 = 3$, e $\Theta = 0$ ou $\Theta \neq 0$ (posição angular de um referencial que seja igual ou diferente do eixo real), a partir de (3.18) obtém-se

$$\bar{b}_{\Theta, \theta} = B_{IM} \sum_{i=1}^3 \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \chi_{i\nu} \cos(\nu\theta + \varphi_{i\nu}) e^{j \left[\frac{2\pi(i-1)}{3} - \Theta \right]} \quad (\text{B.2})$$

Desenvolvendo (B.2), para $\mathbf{m}_1 = 3$, resulta

$$\bar{b}_{\Theta, \theta} = B_{IM} e^{-j\Theta} \cdot \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \left[\chi_{1\nu} \cos(\nu\theta + \varphi_{1\nu}) + \chi_{2\nu} \cos(\nu\theta + \varphi_{2\nu}) e^{j\frac{2\pi}{3}} + \chi_{3\nu} \cos(\nu\theta + \varphi_{3\nu}) e^{j\frac{4\pi}{3}} \right] \quad (\text{B.3})$$

em que $\bar{b}_{\Theta, \theta}$ é a indução magnética relativa a uma posição angular de um referencial que seja diferente do eixo real ($\Theta \neq 0$) e em função do tempo ($\theta = \omega t$), e se $\Theta = 0$, \bar{b}_{θ} será a indução magnética, apenas variável no tempo, relativa ao eixo real, e $\chi_{i\nu}$ representa as amplitudes das diversas harmónicas face à onda fundamental, isto é, relativamente à unidade expressa por $\chi_{11} = 1$. Por outro lado, $\varphi_{1\nu}$, $\varphi_{2\nu}$ e $\varphi_{3\nu}$ representam as defasagens de todas as harmónicas das correntes trifásicas em relação à origem dos tempos (geralmente considera-se que $\varphi_{11} = 0$, $\varphi_{21} = -2\pi/3$, e $\varphi_{31} = -4\pi/3$, no caso de sistemas equilibrados). No caso particular de serem consideradas apenas as harmónicas fundamentais ($\nu = 1$), a expressão (B.3) será substituída por

$$\bar{b}_{\Theta, \theta} = B_{IM} e^{-j\Theta} \left[\cos \theta + \chi_{21} \cos(\theta + \varphi_{21}) e^{j\frac{2\pi}{3}} + \chi_{31} \cos(\theta + \varphi_{31}) e^{j\frac{4\pi}{3}} \right] \quad (\text{B.4})$$

Se o sistema for equilibrado, em que $\varphi_{11} = 0$, $\varphi_{21} = -2\pi/3$, $\varphi_{31} = -4\pi/3$ e $\chi_{11} = \chi_{21} = \chi_{31} = 1$, de (B.4), virá

$$\bar{b}_{\Theta,\theta} = B_{1M} e^{-j\Theta} \left[\cos \theta + \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) e^{j\frac{2\pi}{3}} + \cos \left(\theta - \frac{4\pi}{3} \right) e^{j\frac{4\pi}{3}} \right] \quad (B.5)$$

ou seja,

$$\bar{b}_{\Theta,\theta} = \frac{B_{1M} e^{-j\Theta}}{2} \left[3e^{j\theta} + e^{-j\theta} + e^{-j(\theta-\frac{4\pi}{3})} + e^{-j(\theta-\frac{2\pi}{3})} \right] = \frac{3B_{1M} e^{j(\theta-\Theta)}}{2} \quad (B.6)$$

Assim se verifica que a expressão (B.6) é idêntica à expressão (3.24), para $\mathbf{m}_1 = \mathbf{3}$.

• No caso de não haver condutor de neutro, isto é, mesmo na presença de um sistema trifásico desequilibrado, a relação entre as correntes nas fases serão dadas por

$$\sum_{v=-\infty}^{\infty} \bar{i}_{1v} + \bar{i}_{2v} + \bar{i}_{3v} = 0 \quad (B.7)$$

Considerando novamente que as relações entre as induções e as respectivas intensidades de corrente são constantes, a partir de (3.18) e de (B.7), em que se considera, por exemplo, relativamente a quaisquer índices de harmónicas, $\bar{i}_{3v} = -(\bar{i}_{1v} + \bar{i}_{2v})$, ou seja $\bar{b}_1 \approx \bar{i}_{1v}$, $\bar{b}_2 \approx \bar{i}_{2v}$ e $\bar{b}_3 \approx -(\bar{i}_{1v} + \bar{i}_{2v})$, pelo que se obtém

$$\begin{aligned} \bar{b}_{\Theta,\theta} = B_{1M} e^{-j\Theta} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \left\{ \chi_{1v} \cos(v\theta + \varphi_{1v}) + \chi_{2v} \cos(v\theta + \alpha_{2v}) e^{j\frac{2\pi}{3}} - \right. \\ \left. - [\chi_{1v} \cos(v\theta + \varphi_{1v}) + \chi_{2v} \cos(v\theta + \varphi_{2v})] e^{j\frac{4\pi}{3}} \right\} \end{aligned} \quad (B.8)$$

Simplificando (B.8), obtém-se

$$\begin{aligned} \bar{b}_{\Theta,\theta} = B_{1M} e^{-j\Theta} \cdot \sum_{v=-\infty}^{\infty} \left[\chi_{1v} \cos(v\theta + \varphi_{1v}) (1 - e^{j\frac{4\pi}{3}}) + \chi_{2v} \cos(v\theta + \varphi_{2v}) (e^{j\frac{2\pi}{3}} - e^{j\frac{4\pi}{3}}) \right] \end{aligned} \quad (B.9)$$

ou seja,

$$\bar{b}_{\Theta,\theta} = B_{IM} e^{-j\Theta} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \left[-2j\chi_{1v} e^{j\frac{2\pi}{3}} \cos(v\theta + \varphi_{1v}) \frac{e^{j\frac{2\pi}{3}} - e^{-j\frac{2\pi}{3}}}{2j} - \right. \\ \left. - 2je^{j\pi}\chi_{2v} \cos(v\theta + \varphi_{2v}) \frac{e^{j\frac{\pi}{3}} - e^{-j\frac{\pi}{3}}}{2j} \right] \quad (B.10)$$

ou ainda, após algumas simplificações matemáticas, resultará

$$\bar{b}_{\Theta,\theta} = \sqrt{3} B_{IM} e^{-j\Theta} \sum_{v=1}^{\infty} \left[\chi_{1v} e^{j\frac{\pi}{6}} \cos(v\theta + \varphi_{1v}) + j\chi_{2v} \cos(v\theta + \varphi_{2v}) \right] \quad (B.11)$$

Para $v=1$ e $\varphi_{11} = 0$, de (B.11), obtém-se

$$\bar{b}_{\Theta,\theta} = \sqrt{3} B_{IM} e^{-j\Theta} \left[e^{j\frac{\pi}{6}} \cos \theta + j\chi_{21} \cos(\theta + \varphi_{21}) \right] \quad (B.12)$$

Se $\chi_{21} = 1$, (B.12) será simplificado por $\bar{b}_{\Theta,\theta} = \sqrt{3} B_{IM} e^{-j\Theta} \left[e^{j\frac{\pi}{6}} \cos \theta + j \cos(\theta + \varphi_{21}) \right]$, e finalmente, se $\varphi_{21} = -2\pi/3$, após algumas simplificações, resultará

$$\bar{b}_{\Theta,\theta} = \sqrt{3} B_{IM} e^{-j\Theta} \left[e^{j\frac{\pi}{6}} \cos \theta + j \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \right] = \frac{3B_{IM}}{2} e^{j(\theta-\Theta)} \quad (B.13)$$

Assim se verifica que a expressão (B.13) é idêntica à expressão (B.6).

• Em termos de componentes directas, inversas e homopolares, para o estudo do campo magnético girante, este pode ser determinado a partir de qualquer sistema desequilibrado de induções \bar{b}_1 , \bar{b}_2 e \bar{b}_3 (que correspondem respectivamente às fases L_1 , L_2 e L_3), pode ser substituído por três subsistemas; um directo de componentes \bar{b}_{D1} , \bar{b}_{D2} e \bar{b}_{D3} , outro inverso de componentes \bar{b}_{I1} , \bar{b}_{I2} e \bar{b}_{I3} , e, finalmente, outro homopolar de componentes, todas iguais, $\bar{b}_{H1} = \bar{b}_{H2} = \bar{b}_{H3}$; sendo o operador $\bar{\alpha}$ dado por

$$\bar{\alpha} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} = e^{j\frac{2\pi}{3}} \quad (B.14)$$

A relação de transformação entre as componentes \bar{b}_{D1} , \bar{b}_{I1} e \bar{b}_{H1} e as componentes \bar{b}_1 , \bar{b}_2 e \bar{b}_3 é dada por [75]

$$\begin{bmatrix} \bar{b}_{D1} \\ \bar{b}_{I1} \\ \bar{b}_{H1} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \bar{\alpha} & \bar{\alpha}^2 \\ 1 & \bar{\alpha}^2 & \bar{\alpha} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{b}_1 \\ \bar{b}_2 \\ \bar{b}_3 \end{bmatrix} \quad (\text{B.15})$$

As componentes \bar{b}_{D2} e \bar{b}_{D3} estão relacionadas com \bar{b}_{D1} , por $\bar{b}_{D2} = \bar{b}_{D1} e^{-j\frac{2\pi}{3}}$ e por $\bar{b}_{D3} = \bar{b}_{D1} e^{-j\frac{4\pi}{3}}$, e as componentes \bar{b}_{I2} e \bar{b}_{I3} estão relacionadas com \bar{b}_{I1} , por $\bar{b}_{I2} = \bar{b}_{I1} e^{j\frac{2\pi}{3}}$ e por $\bar{b}_{I3} = \bar{b}_{I1} e^{j\frac{4\pi}{3}}$.

De (B.15) e de (3.11), $\bar{b}_i = B_{IM} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{iv} e^{j(v\theta + \varphi_{iv})}$ ($i = 1, 2, 3$), para um sistema trifásico, de induções \bar{b}_1 , \bar{b}_2 e \bar{b}_3 , em que, por simplificação, se considera $\Theta = 0$, obtém-se

$$\begin{bmatrix} \bar{b}_{D1} \\ \bar{b}_{I1} \\ \bar{b}_{H1} \end{bmatrix} = \frac{B_{IM}}{3} \begin{bmatrix} 1 & \bar{\alpha} & \bar{\alpha}^2 \\ 1 & \bar{\alpha}^2 & \bar{\alpha} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{1v} e^{j(v\theta + \varphi_{1v})} \\ \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{2v} e^{j(v\theta + \varphi_{2v})} \\ \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{3v} e^{j(v\theta + \varphi_{3v})} \end{bmatrix} \quad (\text{B.16})$$

ou seja

$$\begin{bmatrix} \bar{b}_{D1} \\ \bar{b}_{I1} \\ \bar{b}_{H1} \end{bmatrix} = \frac{B_{IM}}{3} \sum_{v=-\infty}^{\infty} e^{jv\theta} \begin{bmatrix} 1 & \bar{\alpha} & \bar{\alpha}^2 \\ 1 & \bar{\alpha}^2 & \bar{\alpha} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \chi_{1v} e^{j\varphi_{1v}} \\ \chi_{2v} e^{j\varphi_{2v}} \\ \chi_{3v} e^{j\varphi_{3v}} \end{bmatrix} \quad (\text{B.17})$$

ou ainda

$$\begin{bmatrix} \bar{b}_{D1} \\ \bar{b}_{I1} \\ \bar{b}_{H1} \end{bmatrix} = \frac{B_{IM}}{3} \sum_{v=-\infty}^{\infty} e^{jv\theta} \begin{bmatrix} \chi_{1v} e^{j\varphi_{1v}} + \chi_{2v} e^{j(\varphi_{2v} + \frac{2\pi}{3})} + \chi_{3v} e^{j(\varphi_{3v} + \frac{4\pi}{3})} \\ \chi_{1v} e^{j\varphi_{1v}} + \chi_{2v} e^{j(\varphi_{2v} + \frac{4\pi}{3})} + \chi_{3v} e^{j(\varphi_{3v} + \frac{2\pi}{3})} \\ \chi_{1v} e^{j\varphi_{1v}} + \chi_{2v} e^{j\varphi_{2v}} + \chi_{3v} e^{j\varphi_{3v}} \end{bmatrix} \quad (\text{B.18})$$

Por outro lado, admitindo que

$$\begin{bmatrix} \chi_{Dv} e^{j\varphi_{Dv}} \\ \chi_{Iv} e^{j\varphi_{Iv}} \\ \chi_{Hv} e^{j\varphi_{Hv}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \chi_{1v} e^{j\varphi_{1v}} + \chi_{2v} e^{j(\varphi_{2v} + \frac{2\pi}{3})} + \chi_{3v} e^{j(\varphi_{3v} + \frac{4\pi}{3})} \\ \chi_{1v} e^{j\varphi_{1v}} + \chi_{2v} e^{j(\varphi_{2v} + \frac{4\pi}{3})} + \chi_{3v} e^{j(\varphi_{3v} + \frac{2\pi}{3})} \\ \chi_{1v} e^{j\varphi_{1v}} + \chi_{2v} e^{j\varphi_{2v}} + \chi_{3v} e^{j\varphi_{3v}} \end{bmatrix} \quad (\text{B.19})$$

em que quaisquer dos factores χ_{Dv} , χ_{Iv} e χ_{Hv} estão sempre compreendidos entre os limites **0** e **3**. Assim, a expressão (B.18) poderá vir a ser substituída por

$$\begin{bmatrix} \bar{b}_{D1} \\ \bar{b}_{I1} \\ \bar{b}_{H1} \end{bmatrix} = \frac{B_{IM}}{3} \sum_{v=-\infty}^{\infty} e^{jv\theta} \begin{bmatrix} \chi_{Dv} e^{j\varphi_{Dv}} \\ \chi_{Iv} e^{j\varphi_{Iv}} \\ \chi_{Hv} e^{j\varphi_{Hv}} \end{bmatrix} \quad (\text{B.20})$$

De (B.20), as grandezas \bar{b}_{D1} , \bar{b}_{D2} e \bar{b}_{D3} estão relacionadas por

$$\begin{bmatrix} \bar{b}_{D1} \\ \bar{b}_{D2} \\ \bar{b}_{D3} \end{bmatrix} = \frac{B_{IM}}{3} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{Dv} e^{j(v\theta + \varphi_{Dv})} \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j\frac{2\pi}{3}} \\ e^{-j\frac{4\pi}{3}} \end{bmatrix} \quad (\text{B.21})$$

Portanto, de (B.21) e de (3.19), para $\Theta = \mathbf{0}$ e $\mathbf{m}_1 = \mathbf{3}$, o campo viajante, devido apenas às componentes directas, será dado por

$$\begin{aligned} \bar{b}_{D\theta} = \frac{B_{IM}}{3} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{Dv} & \left[\cos(v\theta + \varphi_{Dv}) + \cos(v\theta + \varphi_{Dv} - \frac{2\pi}{3}) e^{j\frac{2\pi}{3}} + \right. \\ & \left. + \cos(v\theta + \varphi_{Dv} - \frac{4\pi}{3}) e^{j\frac{4\pi}{3}} \right] \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

Por simplificação de (B.22), obtém-se

$$\bar{b}_{D\theta} = \frac{B_{IM}}{2} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{Dv} e^{j(v\theta + \varphi_{Dv})} \quad (\text{B.23})$$

No caso de se considerarem apenas as ondas fundamentais ($v = \mathbf{1}$), de (B.23) obtém-se

$$\bar{b}_{D\theta} = \frac{\chi_{D1} B_{IM}}{2} e^{j(\theta + \varphi_{D1})} \quad (\text{B.24})$$

No caso particular de se considerar um sistema equilibrado, ou seja, para $\varphi_{11} = \mathbf{0}$, $\varphi_{21} = -2\pi/3$, $\varphi_{31} = -4\pi/3$, e $\chi_{11} = \chi_{21} = \chi_{31} = \mathbf{1}$, de (B.19) obter-se-á

$$\begin{bmatrix} \chi_{D1} e^{j\varphi_{D1}} \\ \chi_{I1} e^{j\varphi_{I1}} \\ \chi_{H1} e^{j\varphi_{H1}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.25})$$

Substituindo $\chi_{D1} = 3$ e $\varphi_{D1} = 0$ em (B.24), resultará

$$\bar{b}_{D0} = \frac{3B_{1M}}{2} e^{j0} \quad (\text{B.26})$$

o que significa portanto que num sistema trifásico, de correntes equilibradas, só existe campo girante no sentido directo.

• Por outro lado, de (B.20), para $\Theta = 0$, as grandezas \bar{b}_{I1} , \bar{b}_{I2} e \bar{b}_{I3} estão relacionadas por

$$\begin{bmatrix} \bar{b}_{I1} \\ \bar{b}_{I2} \\ \bar{b}_{I3} \end{bmatrix} = \frac{B_{1M}}{3} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \chi_{I\nu} e^{j(\nu\theta + \varphi_{I\nu})} \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j\frac{2\pi}{3}} \\ e^{j\frac{4\pi}{3}} \end{bmatrix} \quad (\text{B.27})$$

Assim, de acordo com (3.19) e (B.27), \bar{b}_{I0} será dado por

$$\begin{aligned} \bar{b}_{I0} = \frac{B_{1M}}{3} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \chi_{I\nu} & \left[\cos(\nu\theta + \varphi_{I\nu}) + \cos(\nu\theta + \varphi_{I\nu} + \frac{2\pi}{3}) e^{j\frac{2\pi}{3}} + \right. \\ & \left. + \cos(\nu\theta + \varphi_{I\nu} + \frac{4\pi}{3}) e^{j\frac{4\pi}{3}} \right] \end{aligned} \quad (\text{B.28})$$

Pelo que, por simplificação, obtém-se

$$\bar{b}_{I0} = \frac{B_{1M}}{2} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \chi_{I\nu} e^{-j(\nu\theta + \varphi_{I\nu})} \quad (\text{B.29})$$

De (B.25) e de (B.29), verifica-se que para um sistema equilibrado de correntes não existe campo girante no sentido inverso ($\chi_{I\nu} = 0$).

No caso de se considerarem apenas as ondas fundamentais ($\nu = 1$), de (B.29), virá

$$\bar{b}_{I0} = \frac{\chi_{I1} B_{1M}}{2} e^{-j(\theta + \varphi_{I1})} \quad (\text{B.30})$$

• Ainda de acordo com (3.19) e (B.20), para $\Theta = 0$, sabendo-se que as componentes homopolares são todas iguais, \bar{b}_{H0} será dado por

$$\bar{b}_{H0} = \frac{B_{IM}}{3} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{Hv} \cos(v\theta + \varphi_{Hv}) \left[1 + e^{j\frac{2\pi}{3}} + e^{j\frac{4\pi}{3}} \right] = 0 \quad (B.31)$$

Portanto pode-se concluir que, em qualquer circunstância, o campo magnético girante criado pelas componentes homopolares é sempre nulo. Assim, num sistema trifásico desequilibrado, o campo magnético girante, de forma elíptica, resulta da sobreposição de dois campos circulares, um rodando no sentido directo e o outro no sentido inverso (sentido dos ponteiros do relógio).

• Para o caso de não haver condutor de neutro, (B.15) transforma-se em

$$\begin{bmatrix} \bar{b}_{DI} \\ \bar{b}_{II} \\ \bar{b}_{HI} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \bar{\alpha} & \bar{\alpha}^2 \\ 1 & \bar{\alpha}^2 & \bar{\alpha} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{b}_1 \\ \bar{b}_2 \\ -\bar{b}_1 - \bar{b}_2 \end{bmatrix} \quad (B.32)$$

Assim de (B.15) e de (3.11), para um sistema trifásico sem neutro, obtém-se

$$\begin{bmatrix} \bar{b}_{DI} \\ \bar{b}_{II} \\ \bar{b}_{HI} \end{bmatrix} = \frac{B_{IM}}{3} \begin{bmatrix} 1 & \bar{\alpha} & \bar{\alpha}^2 \\ 1 & \bar{\alpha}^2 & \bar{\alpha} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{1v} e^{j(v\theta + \varphi_{1v})} \\ \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{2v} e^{j(v\theta + \varphi_{2v})} \\ -\sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{1v} e^{j(v\theta + \varphi_{1v})} - \sum_{v=-\infty}^{\infty} \chi_{2v} e^{j(v\theta + \varphi_{2v})} \end{bmatrix} \quad (B.33)$$

ou seja,

$$\begin{bmatrix} \bar{b}_{DI} \\ \bar{b}_{II} \\ \bar{b}_{HI} \end{bmatrix} = \frac{B_{IM}}{3} \sum_{v=-\infty}^{\infty} e^{jv\theta} \begin{bmatrix} \chi_{1v} e^{j\varphi_{1v}} (1 - e^{j\frac{4\pi}{3}}) + \chi_{2v} e^{j\varphi_{2v}} (e^{j\frac{2\pi}{3}} - e^{j\frac{4\pi}{3}}) \\ \chi_{1v} e^{j\varphi_{1v}} (1 - e^{j\frac{2\pi}{3}}) + \chi_{2v} e^{j\varphi_{2v}} (e^{j\frac{4\pi}{3}} - e^{j\frac{2\pi}{3}}) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (B.34)$$

ou ainda

$$\begin{bmatrix} \bar{b}_{DI} \\ \bar{b}_{II} \\ \bar{b}_{HI} \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{3}B_{IM}}{3} \sum_{v=-\infty}^{\infty} e^{jv\theta} \begin{bmatrix} \chi_{1v} e^{j(\varphi_{1v} + \frac{\pi}{6})} + j\chi_{2v} e^{j\varphi_{2v}} \\ \chi_{1v} e^{j(\varphi_{1v} - \frac{\pi}{6})} - j\chi_{2v} e^{j\varphi_{2v}} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (B.35)$$

Se se considerar que

$$\begin{bmatrix} \chi_{Dv} e^{j\varphi_{Dv}} \\ \chi_{Iv} e^{j\varphi_{Iv}} \\ \chi_{Hv} e^{j\varphi_{Hv}} \end{bmatrix} = \sqrt{3} \begin{bmatrix} \chi_{1v} e^{j(\varphi_{1v} + \frac{\pi}{6})} + j\chi_{2v} e^{j\varphi_{2v}} \\ \chi_{1v} e^{j(\varphi_{1v} - \frac{\pi}{6})} - j\chi_{2v} e^{j\varphi_{2v}} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.36})$$

A expressão (B.35) pode ser substituída por

$$\begin{bmatrix} \bar{b}_{D1} \\ \bar{b}_{I1} \\ \bar{b}_{H1} \end{bmatrix} = \frac{B_{IM}}{3} \sum_{v=1}^{\infty} e^{jv\theta} \begin{bmatrix} \chi_{Dv} e^{j\varphi_{Dv}} \\ \chi_{Iv} e^{j\varphi_{Iv}} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.37})$$

em que os factores χ_{Dv} e χ_{Iv} estão sempre compreendidos entre os limites **0** e **3**, e o factor χ_{Hv} é nulo.

De acordo com (3.19), para $\Theta = \mathbf{0}$, e com as relações entre \bar{b}_{D1} , \bar{b}_{D2} e \bar{b}_{D3} , e entre \bar{b}_{I1} , \bar{b}_{I2} e \bar{b}_{I3} , as componentes do campo girante, no sentido directo, inverso e homopolar, serão dadas por

$$\begin{bmatrix} \bar{b}_{D\theta} \\ \bar{b}_{I\theta} \\ \bar{b}_{H\theta} \end{bmatrix} = \frac{B_{IM}}{3} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \begin{bmatrix} \chi_{Dv} \sum_{i=1}^3 \cos(v\theta + \varphi_{Dv} - 2\pi \frac{i-1}{3}) e^{j2\pi \frac{i-1}{3}} \\ \chi_{Iv} \sum_{i=1}^3 \cos(v\theta + \varphi_{Iv} + 2\pi \frac{i-1}{3}) e^{j2\pi \frac{i-1}{3}} \\ \chi_{Hv} \sum_{i=1}^3 \cos(v\theta + \varphi_{Hv}) e^{j2\pi \frac{i-1}{3}} \equiv 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.38})$$

que se simplifica por

$$\begin{bmatrix} \bar{b}_{D\theta} \\ \bar{b}_{I\theta} \\ \bar{b}_{H\theta} \end{bmatrix} = \frac{B_{IM}}{2} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \begin{bmatrix} \chi_{Dv} e^{j(v\theta + \varphi_{Dv})} \\ \chi_{Iv} e^{-j(v\theta + \varphi_{Iv})} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.39})$$

Verifica-se que os resultados de (B.39) são idênticos aos de (B.23), (B.29), e (B.31). De (B.39), considerando apenas as harmónicas fundamentais ($v = 1$), obtém-se

$$\begin{bmatrix} \bar{b}_{D\theta} \\ \bar{b}_{I\theta} \\ \bar{b}_{H\theta} \end{bmatrix} = \frac{B_{IM}}{2} \begin{bmatrix} \chi_{D1} e^{j(\theta + \varphi_{D1})} \\ \chi_{I1} e^{-j(\theta + \varphi_{I1})} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.40})$$

Do que foi apresentado, pode-se concluir que em sistemas trifásicos, com ou sem neutro, só existe unicamente campo magnético girante no sentido directo desde que as correntes estejam equilibradas. No caso de correntes desequilibradas, sem neutro, só existem componentes directas e inversas. E no caso de correntes desequilibradas, com neutro, passam a existir componentes directas, inversas e homopolares.

Portanto pode-se concluir que, em qualquer circunstância, o campo magnético girante, originado pelas componentes homopolares, é axial, ou seja, apenas tem componentes pulsantes, tal como a máquina monofásica, e cujo esboço das l.f.c.m. é apresentado na Figura B.1.

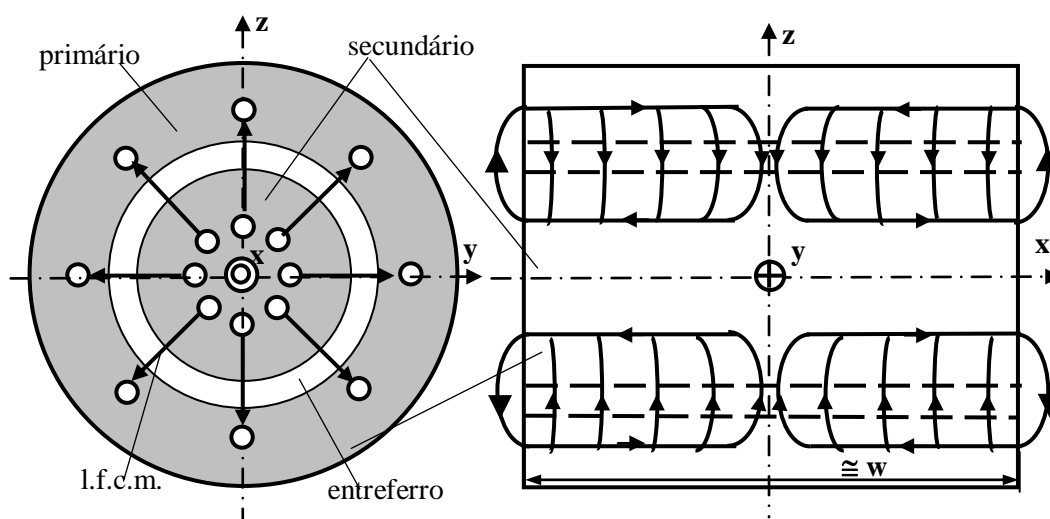


Figura B.1 - Esboço de l.f.c.m. homopolares numa máquina eléctrica.

C FACTOR DE QUALIDADE

Como se sabe, todas as máquinas eléctricas possuem circuitos eléctricos e magnéticos interligados. Se, para uma máquina eléctrica de indução, considerarem-se apenas um circuito eléctrico no primário, um outro circuito eléctrico no secundário e, finalmente, um circuito magnético que interligue os anteriores, obtém-se uma estrutura apresentada na Figura C.1-a.

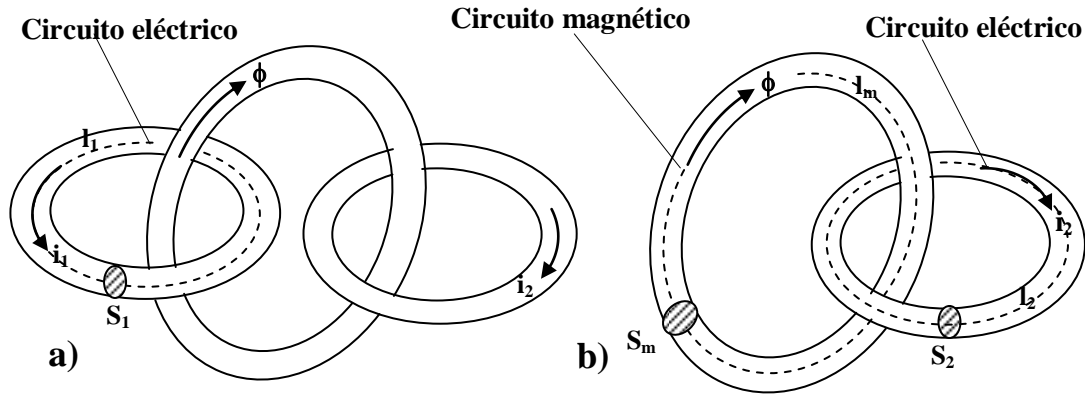


Figura C.1 - Circuitos eléctricos e magnéticos interligados.
 a) Dois circuitos eléctricos e um circuito magnético;
 b) Um circuito eléctrico e um circuito magnético.

Por vezes é suficiente a análise do circuito magnético de ligação e apenas o circuito eléctrico do secundário, como se indica na Figura C.1-b.

Considerando todas as grandezas apenas relacionadas com as ondas fundamentais (1^{as} harmónicas), o objectivo de uma máquina eléctrica é de converter potência eléctrica em potência mecânica ou vice-versa. A força de rotação produzida é proporcional ao fluxo magnético instantâneo, originado pelo primário $\phi_1(x,t) \equiv \phi_1(x,t)$ no entreferro e à corrente instantânea no secundário $i_2(x,t) \equiv i_2(x,t)$, ambas as grandezas são funções do espaço x e do tempo t . Portanto uma máquina eléctrica de boas performances deve apresentar um grande fluxo mesmo para pequenos valores da f.m.m. e uma grande corrente no secundário para uma determinada tensão aplicada.

De acordo com a Figura C.1-b, a partir da lei de Ohm para os circuitos eléctricos, verifica-se que a f.e.m. no secundário é dada pelo produto da respectiva corrente pela resistência desse circuito, ou seja [11, 58]

$$e_2 = R_2 i_2 = i_2 \frac{1}{\sigma_2} \frac{l_2}{S_2} \quad (C.1)$$

em que σ_2 é a condutividade eléctrica da chapa condutora do secundário, R_2 a resistência eléctrica do secundário, e l_2 e S_2 o comprimento e a secção transversal do circuito eléctrico do secundário, respectivamente.

Dado que a corrente $i_2(x,t)$ e o fluxo $\phi(x,t)$ (que corresponde ao fluxo resultante da soma algébrica dos fluxos originados pelo primário e pelo secundário), variam sinusoidalmente, entre um máximo e um mínimo, num espaço correspondente a um

duplo passo polar (2τ), como se indica na Figura C.2, verifica-se que os valores das resistências no secundário e das relutâncias no entreferro devem ser corrigidas.

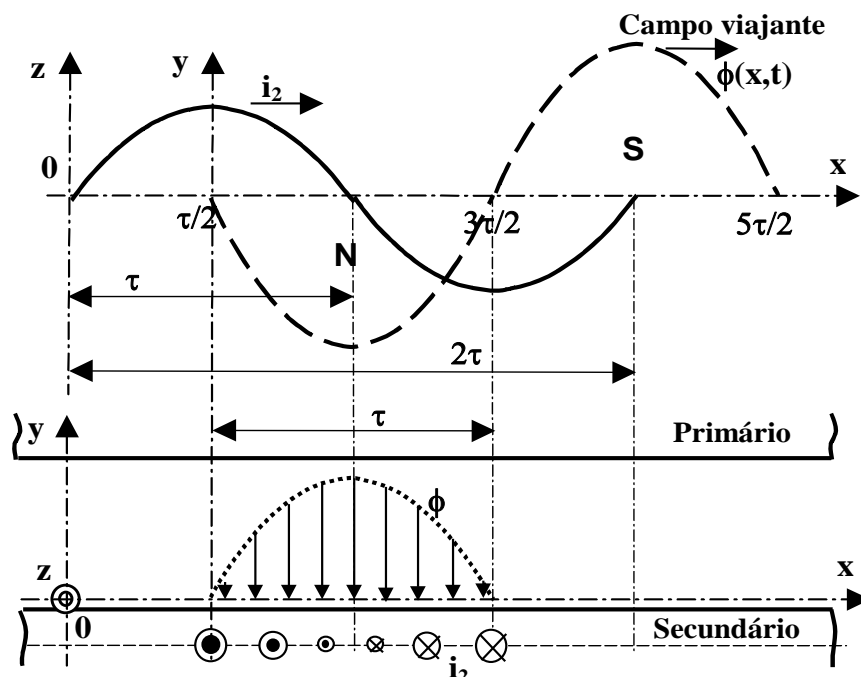


Figura C.2 - Distribuição do campo no entreferro e da corrente na chapa secundária.

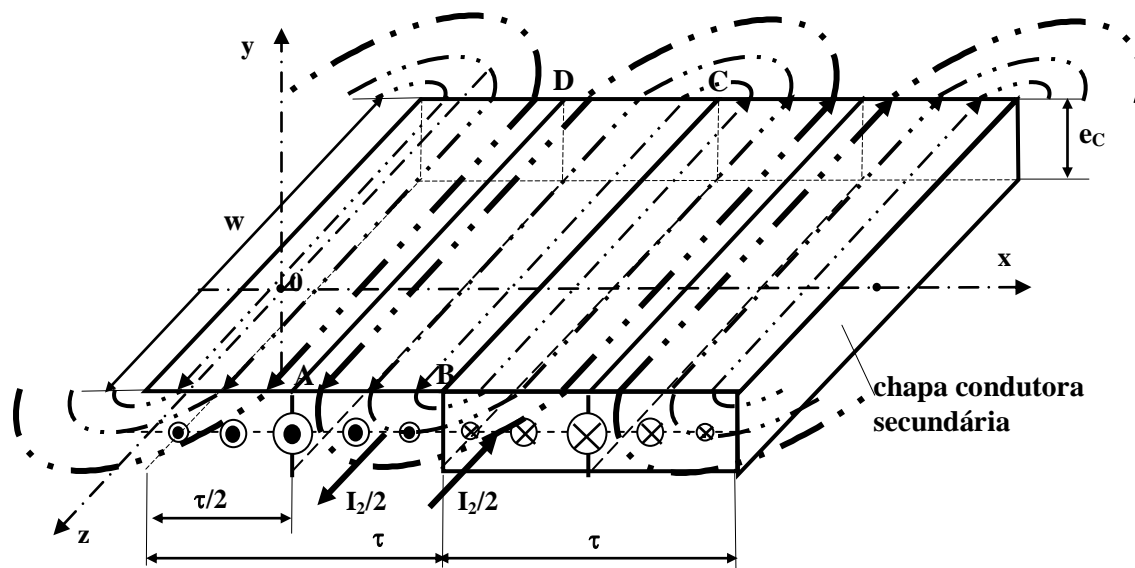


Figura C.3 - Variação da corrente na chapa secundária.

Como a corrente varia sinusoidalmente ao longo da chapa secundária, é necessário determinar, por exemplo, o valor da resistência equivalente num intervalo correspondente a meio passo polar ($\tau/2$), como se indica na Figura C.3. As grandezas w e e_c representam a largura e a espessura da chapa condutora do secundário - ALIP (ou πD_{mc} e e_c representam o perímetro e a espessura do tubo condutor do secundário - ALIT), respectivamente. Da Figura C.3, considerando, por exemplo, no troço de chapa secundária de comprimento $\tau/2$ e assinalado por **ABCD**, a extremidade **AD** é percorrida

por uma maior densidade de corrente que a da extremidade **BC**, daí que as linhas de corrente se tornem circuitos fechados com densidades de corrente variáveis. É como se considerasse um conjunto de circuitos fechados, independentes uns dos outros, percorridos por correntes diferentes.

A Figura C.4 representa o valor máximo da corrente num troço da chapa secundária correspondente a um passo polar τ . Considerando que este troço da chapa secundária, num dado instante, é percorrido pelo valor máximo da corrente I_{2M} , começa-se por determinar a resistência equivalente desse troço $R_2'' \equiv R_2''_1$ ($k = 1$) (o índice $k = 1$ significa que o referido estudo corresponde apenas à 1ª harmónica).

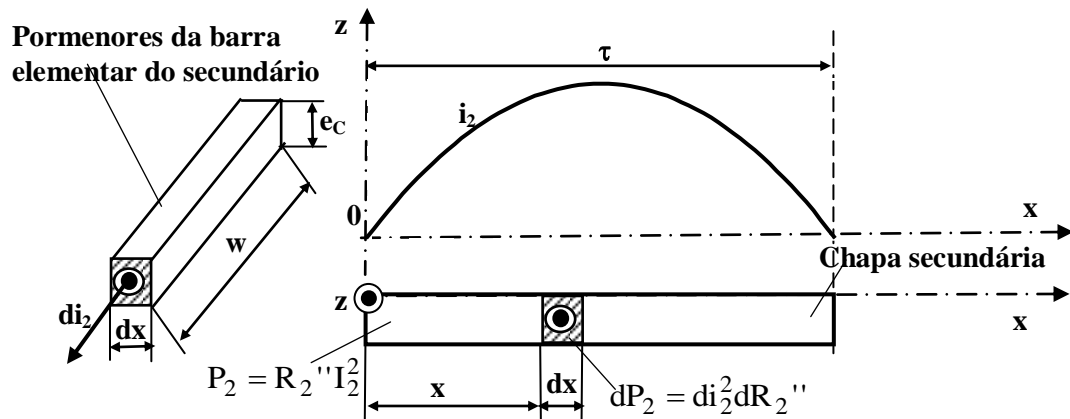


Figura C.4 - Potência posta em jogo no troço de chapa secundária.

Sendo o valor eficaz da corrente no secundário dado por I_2 , começa-se por considerar que a potência posta em jogo no troço da chapa condutora do secundário, correspondente a um passo polar τ , é dada por

$$P_2 = R_2'' I_2^2 \quad (C.2)$$

Por outro lado, da Figura C.4, a potência posta em jogo na barra elementar da chapa condutora do secundário, de comprimento dx , será dada por

$$dP_2 = di_2^2 dR_2'' = J_{2M}^2 \sin^2 \frac{\pi x}{\tau} dx^2 \frac{w}{\sigma_2 e_C dx} = \frac{w J_{2M}^2}{\sigma_2 e_C} \sin^2 \frac{\pi x}{\tau} dx \quad (C.3)$$

em que o valor da corrente máxima I_{2M} está relacionada com a densidade linear máxima de corrente, J_{2M} , por

$$I_{2M} = \int_0^\tau J_{2M} \sin \frac{\pi x}{\tau} dx = \frac{2\tau}{\pi} J_{2M} \rightarrow J_{2M} = \frac{\pi}{2\tau} I_{2M} \quad (C.4)$$

Substituindo (C.4) em (C.3) e integrando entre os limites 0 e τ , resultará

$$P_2 = \frac{\pi w I_{2M}^2}{8\tau \sigma_2 e_C} = \frac{\pi w I_2^2}{4\sigma_2 \tau e_C} \quad (C.5)$$

Comparando (C.2) com (C.5), obtém-se

$$R''_2 = \begin{cases} \frac{\pi w}{4\sigma_2 \tau e_C} & (\text{ALIP}) \\ \frac{\pi^2 D_{mC}}{4\sigma_2 \tau e_C} & (\text{ALIT}) \end{cases} \quad (\text{C.6})$$

Da expressão (C.6) pode-se concluir que esta resistência equivalente corresponde a uma porção da chapa secundária de comprimento igual a um passo polar τ . Face à expressão (C.1), verifica-se que $\tau e_C \equiv S_2$ e que $w \equiv l_2$ (do mesmo modo, relativamente aos ALITs, constata-se que $\tau e_C \equiv S_2$ e que $\pi D_{me} \equiv l_2$).

Naturalmente que a resistência da porção da chapa secundária R'_2 , correspondente a $\tau/2$, virá dada por

$$R'_2 = 2R''_2 = \begin{cases} \frac{\pi w}{2\sigma_2 \tau e_C} & (\text{ALIP}) \\ \frac{\pi^2 D_{me}}{2\sigma_2 \tau e_C} & (\text{ALIT}) \end{cases} \quad (\text{C.7})$$

Dado que a chapa secundária de retorno à corrente $I_2/2$ (Figura C.3), possui as mesmas características, e as duas partes se encontram em série, a resistência equivalente total, R'_{2t} , será dada por

$$R'_{2t} = 2R'_2 = \frac{\pi w}{\sigma_2 \tau e_C} \quad (\text{apenas para o caso de ALIPs}) \quad (\text{C.8})$$

• Do mesmo modo, a lei de Hopkinson para os circuitos magnéticos, cuja f.m.m. F resulta do produto do fluxo no entreferro pela relutância do respectivo circuito magnético que, de acordo com a Figura C.1-b, é igual a

$$F = R\Phi = \Phi \frac{1}{\mu} \frac{l_m}{S_m} \quad (\text{C.9})$$

Em que μ é a permeabilidade magnética do meio, e l_m e S_m representam o comprimento e a secção transversal do circuito magnético, respectivamente, sendo Φ e F grandezas instantâneas.

Como se indica na Figura C.2, o fluxo é variável. A Figura C.5 representa as linhas de força do campo magnético (**l.f.c.m**) e o valor máximo do fluxo, no entreferro, correspondente a um passo polar τ .

Da Figura C.5, Φ_{ef} representa o valor eficaz do fluxo resultante, das contribuições do primário e do secundário, no entreferro. Considerando que o entreferro de comprimento igual a um passo polar, num dado instante, é atravessado pelo fluxo máximo $\Phi_{máx}$, começa-se por determinar a relutância equivalente desse entreferro R'' .

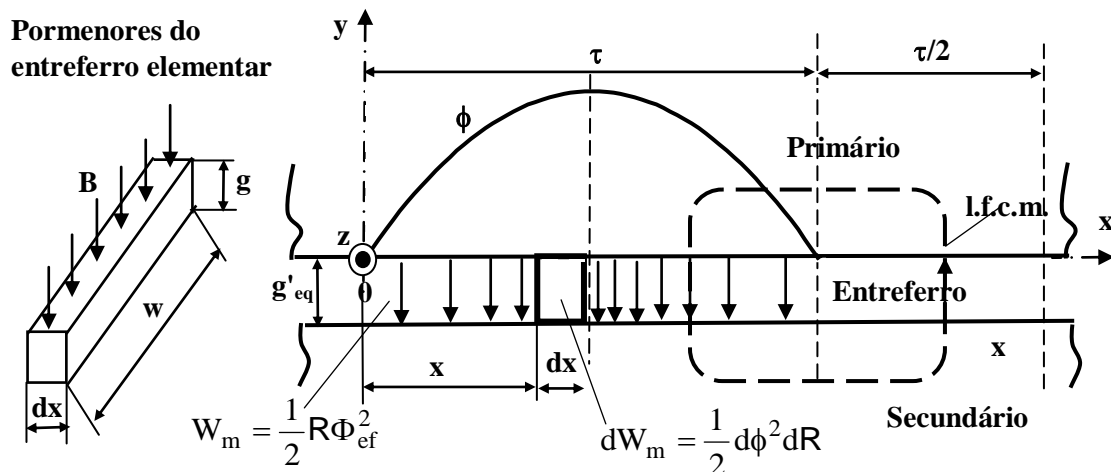


Figura C.5 - Energia magnética no entreferro (W_m).

Sendo o valor eficaz do fluxo no entreferro dado por Φ_{ef} , começa-se por considerar que a energia magnética no entreferro (W_{mag}), de comprimento igual a um passo polar, é dada por

$$W_{mag} = \frac{1}{2} R'' \Phi_{ef}^2 \quad (C.10)$$

Por outro lado, da Figura C.5, a energia magnética no entreferro elementar ($\mu = \mu_0$), de comprimento dx , será igual a

$$dW_{mag} = \frac{1}{2} d\phi^2 dR'' = \frac{1}{2} w^2 B_{máx}^2 \sin^2 \frac{\pi x}{\tau} dx^2 \frac{g'_{eq}}{\mu_0 w dx} = \frac{1}{2} \frac{w g'_{eq} B_{máx}^2}{\mu_0} \sin^2 \frac{\pi x}{\tau} dx \quad (C.11)$$

em que o valor da indução máxima $B_{máx}$ está relacionada com o fluxo máximo $\Phi_{máx}$, no intervalo correspondente a τ (Figura C.5), por

$$\Phi_{máx} = \int_0^\tau B_{máx} w \sin \frac{\pi x}{\tau} dx = \frac{2w\tau}{\pi} B_{máx} \rightarrow B_{máx} = \frac{\pi}{2w\tau} \Phi_{máx} \quad (C.12)$$

Substituindo (C.12) em (C.11), e voltando a integrar entre os limites 0 e τ , resulta

$$W_{mag} = \frac{1}{2} \frac{\pi g'_{eq} \Phi_M^2}{8\mu_0 w \tau} = \frac{1}{2} \frac{\pi g'_{eq} \Phi_{ef}^2}{4\mu_0 w \tau} \quad (C.13)$$

Comparando (C.10) com (C.13), obtém-se

$$R'' = \begin{cases} \frac{\pi g'_{eq}}{4\mu_0 w \tau} & (\text{ALIP}) \\ \frac{g'_{eq}}{4\mu_0 D_{me} \tau} & (\text{ALIT}) \end{cases} \quad (C.14)$$

em que D_{me} representa o diâmetro da circunferência média do entreferro (ALIT). Da expressão (C.6) pode-se concluir que esta relutância equivalente corresponde à de um entreferro de comprimento igual a τ . Face a (C.9) verifica-se que $\tau w \equiv S_m$ e que $g_{eq} \equiv l_m$.

Naturalmente que a relutância da porção do entreferro R' , correspondente a $\tau/2$, é dada por

$$R' = 2R'' = \begin{cases} \frac{\pi g'_{eq}}{2\mu_0 w \tau} & (\text{ALIP}) \\ \frac{g'_{eq}}{2\mu_0 D_{me} \tau} & (\text{ALIT}) \end{cases} \quad (\text{C.15})$$

Dado que o entreferro de retorno a $\Phi_{ef}/2$ (Figura C.5), possui as mesmas características, e as duas partes se encontram em série, a relutância equivalente total, R_t , virá dada por

$$R_t = 2R' = \begin{cases} \frac{\pi g'_{eq}}{\mu_0 w \tau} & (\text{ALIP}) \\ \frac{g'_{eq}}{\mu_0 D_{me} \tau} & (\text{ALIT}) \end{cases} \quad (\text{C.16})$$

Das expressões (C.8) e (C.16) pode-se concluir que, pelo facto da corrente secundária e do fluxo magnético não serem uniformes no espaço correspondente a um passo polar, as respectivas resistências e relutâncias equivalentes são afectadas de um factor igual a $\pi/2$, que corresponde a uma relação entre o comprimento de um arco de circunferência igual a $\pi\rho$ e o respectivo diâmetro igual a 2ρ .

Assim o factor de qualidade, como o nome indica, deve definir a qualidade da máquina eléctrica, e interessa exprimi-lo em função de parâmetros construtivos fundamentais da máquina, que são os seguintes:

τ - passo polar;

w - largura da chapa secundária, suposta igual à largura útil do primário;

e_c - espessura da chapa condutora do secundário;

g'_{eq} - entreferro equivalente total.

Ora, a área efectiva do circuito magnético é proporcional ao passo polar τ e à largura da chapa secundária w , e o seu comprimento aproximadamente igual a duas vezes a espessura do entreferro equivalente total g'_{eq} . Quanto ao circuito eléctrico secundário, o seu comprimento é igual a duas vezes w e a sua secção é proporcional ao produto de τ pela espessura da chapa, ou do tubo condutor, e_c (este raciocínio é idêntico para o caso de ALITs).

Assim, considerando k proporcional ao produto do valor eficaz da f.e.m. no secundário (E_2) pelo valor eficaz da f.m.m. (F_{ef}), o factor de qualidade Q é definido por

$$Q = k I_2 \Phi_{ef} = k \frac{1}{R'_{2t}} \frac{1}{R_t} = k \frac{\sigma_2 \tau e_C}{\pi w} \frac{\mu_0 \tau w}{\pi g'_{eq}} \quad (C.17)$$

Definindo a condutividade superficial da chapa secundária por $\rho_S = \frac{1}{\sigma_2 e_C}$, quer para ALIPs quer para ALITs, obtém-se

$$Q = k \frac{\mu_0 \tau^2}{\pi^2 \rho_S g'_{eq}} \quad (C.18)$$

Da expressão (C.17), o produto de $\left[\frac{1}{R_2} \frac{1}{R} \right] \equiv \left[\frac{1}{\Omega} \frac{Wb}{A} \right] \equiv \left[\frac{A}{V} \frac{Vs}{A} \right] \equiv [s]$ tem as dimensões do segundo (s). Para que o factor de qualidade **Q** seja adimensional, **k** deve ser substituído pela frequência angular $\omega = 2\pi f$ (sendo **f** a frequência da fonte), assim de (C.18) obtém-se [11, 58]

$$Q = \frac{2\mu_0 \tau^2 f}{\pi \rho_S g'_{eq}} \quad (C.19)$$

O valor de **Q** determinado em (C.19) não é totalmente exacto pelo facto de se ter desprezado a relutância no ferro, em que se considerou $\mu_{Fe} \gg \mu_0$, e os troços percorridos por corrente nas periferias laterais das chapas secundárias (no caso de ALIPs), em que se admitiu que $w \gg \tau$. Nos ALITs, dado que as correntes secundárias circulam em planos perpendiculares aos seus eixos, não é necessário ter em consideração a aproximação dada por $w \gg \tau$, em que neste caso $w \cong \pi D_{mc}$, sendo **D_{mc}** o diâmetro da circunferência média do tubo condutor do secundário.

Da expressão (C.19) resultam as seguintes conclusões sobre o factor de qualidade [11]:

- Depende do quadrado do passo polar τ , pois quanto maior for o passo polar maior será simultaneamente a área efectiva do circuito magnético e do circuito eléctrico da chapa secundária, ou seja maior será o fluxo e a corrente secundária e, consequentemente, a força longitudinal;
- Depende da frequência da fonte **f** como em qualquer outro tipo de máquina eléctrica;
- Varia inversamente com a resistividade superficial da chapa secundária ρ_S . Pois quanto menor for a resistividade do material condutor, maior será a intensidade na chapa secundária e, consequentemente, a força longitudinal;
- E finalmente, varia inversamente com o entreferro equivalente total g'_{eq} . Ora quanto menor for o entreferro equivalente, menor será a relutância do circuito magnético, ou seja para a mesma f.m.m., maior será o fluxo magnético.

• O factor de qualidade também pode, por exemplo, ser determinado a partir do produto de ω pelo coeficiente de auto-indução **L**, em que se considera um circuito eléctrico com **n = 1** espira que enlaça um circuito magnético de relutância **R**, que é dado por [11]

$$L = \frac{n^2}{R} = \frac{\mu_0 \tau w}{\pi g'_{eq}} \quad (C.20)$$

e do inverso da resistência do secundário R_2 , cujo resultado final será dado por [11]

$$Q = \frac{\omega L}{R'_2} = \omega \tau_t \quad (C.21)$$

onde τ_t é a constante de tempo eléctrica do circuito. A constante de proporcionalidade k bem como a expressão definitiva de Q , também poderão ser obtidas calculando a constante de tempo τ_t , que mais não é que a constante de tempo de extinção de um fluxo devido à corrente secundária, supondo que os enrolamentos do primário se encontram em aberto.

No caso de uma máquina eléctrica de indução, se se tiver em atenção o respectivo esquema equivalente, a corrente absorvida divide-se pelos seguintes ramos:

- Ramo constituído pela resistência equivalente das perdas no ferro R_m ;
- Ramo constituído pela reactância de magnetização X_m ;
- Ramo constituído pela resistência do secundário referida ao primário R'_2 , pela reactância de fugas do secundário referida ao primário X'_2 e pela resistência equivalente de carga $R'_2(1-s)/s$.

Deste modo, o circuito eléctrico que interessa considerar será o secundário e, desprezando a reactância X_2 (modelo unidimensional), como $\omega L \equiv X_m$, o factor de qualidade, que depende directamente da reactância de magnetização e inversamente da resistência da chapa secundária, será definido por

$$Q = \frac{X_m}{R'_2} \quad (C.22)$$

Portanto pode-se concluir que Q é uma grandeza adimensional. No estudo deste factor de qualidade só foram consideradas as ondas fundamentais.

No caso de se considerar um campo viajante com harmónicas, o factor de qualidade Q_k (k - índice da harmónica), respeitante a cada harmónica, será dado por

$$Q_k = \frac{X_{m_k}}{R'_{2k}} = \frac{2\mu_0 \tau_k^2 f}{\pi \rho_s g'_{eq}} = \frac{2\mu_0 \tau^2 f}{\pi k^2 \rho_s g'_{eq}} \quad (C.23)$$

em que τ_k representa o passo polar respeitante à harmónica de índice k , sendo $\tau_k = \tau/k$ e $\tau_1 \equiv \tau$. A expressão (C.23) pode ainda ser generalizada no caso de existirem harmónicas oriundas da rede e, nessas circunstâncias, Q_k será substituído por

$$Q_{kv} = \frac{2\mu_0 \tau_k^2 f_v}{\pi \rho_s g'_{eq}} = \frac{2v\mu_0 \tau^2 f}{\pi k^2 \rho_s g'_{eq}} \quad (C.24)$$

em que v representa o índice da harmónica das ondas oriundas da fonte de alimentação ao actuador, sendo $f_v = vf$ e $f_1 \equiv f$.

D INDUÇÃO MAGNÉTICA ORIGINADA POR ESPIRAS CIRCULARES

• INDUÇÃO MAGNÉTICA EM QUALQUER PONTO NA VIZINHANÇA DE UMA ÊSPIRA CIRCULAR

De acordo com a lei de Biot e Savart, a indução magnética num ponto não muito próximo do condutor de uma espira circular de raio $a \equiv \rho$, considerada assente no plano $x0y$ e centrada no ponto $O(0,0,0)$, percorrida por uma corrente I , pode ser calculada tendo em consideração a Figura D.1 [39, 40].

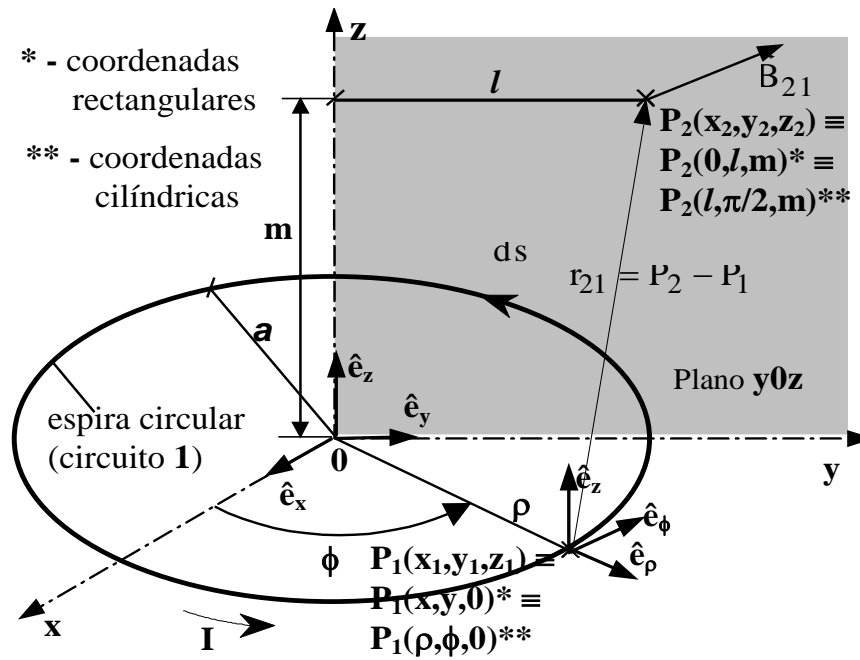


Figura D.1 - Representação da indução elementar $d\vec{B}_{21}$, num ponto $P_2(x_2, y_2, z_2)$ fora da vizinhança da espira circular, de raio $a \equiv \rho$, percorrida pela corrente I .

Da Figura D.1, l e m representam as coordenadas, segundo y e segundo z , respectivamente, do ponto onde se pretende calcular a indução. Ainda da Figura D.1, por simplificação, consideram-se as seguintes coordenadas rectangulares: $P_1(x_1, y_1, z_1) \rightarrow P_1(x, y, 0)$ e $P_2(x_2, y_2, z_2) \rightarrow P_2(0, l, m)$. Note-se que \hat{e}_x , \hat{e}_y e \hat{e}_z são versores segundo os eixos x , y e z , respectivamente, e $d\vec{s}$ o vector elementar tangente, em cada ponto, ao caminho fechado correspondente à espira circular segundo o sentido convencional da corrente I .

Do mesmo modo, da Figura D.1, podem-se considerar as seguintes coordenadas cilíndricas: $P_1(x_1, y_1, z_1) \rightarrow P_1(\rho, \phi, 0)$ e $P_2(x_2, y_2, z_2) \rightarrow P_2(l, \pi/2, m)$. Note-se que \hat{e}_ρ , \hat{e}_ϕ e \hat{e}_z são os novos versores relacionados com as coordenadas cilíndricas.

Sendo $x^2 + y^2 = a^2$ (a representa o raio da espira), a relação entre coordenadas rectangulares e coordenadas polares, e as respectivas derivadas poderão ser estudadas a partir da Figura D.2. Em outros capítulos e anexos, descritos anteriormente, para designação da posição angular, utilizou-se frequentemente o símbolo γ em vez de ϕ .

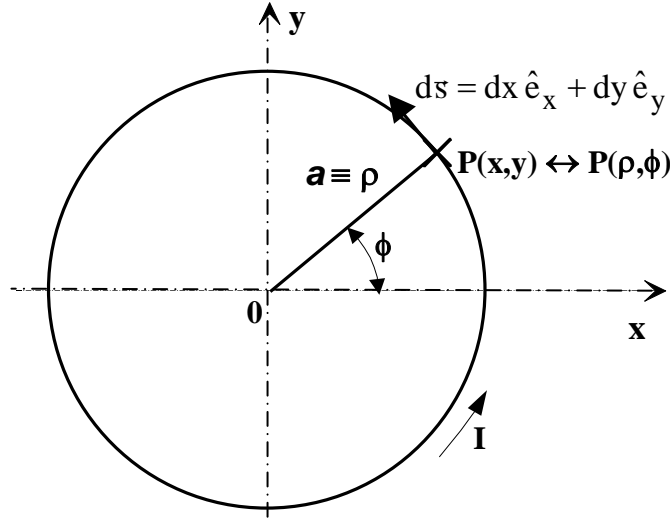


Figura D.2 - Representação da conversão de um ponto da circunferência de coordenadas $P(x,y)$ para coordenadas polares $P(a,\phi)$; em que $d\vec{s}$ representa o deslocamento elementar através da espira circular.

Relativamente à Figura D.2 podem-se obter as seguintes expressões:

$$\begin{cases} x = a \cos \phi \longrightarrow dx = -a \sin \phi d\phi \\ y = a \sin \phi \longrightarrow dy = a \cos \phi d\phi \end{cases} \quad (D.1)$$

e

$$d\vec{s} = dx \hat{e}_x + dy \hat{e}_y \quad (D.2)$$

Recorrendo às noções do "Cálculo Vectorial" e tendo em atenção a Figura D.1, em que, por simplificação, se considera o ponto P_2 no plano yOz , e que resultará

$$\vec{r}_{21} = P_2 - P_1 = (0, l, m) - (x, y, 0) = -x \hat{e}_x + (l - y) \hat{e}_y + m \hat{e}_z \quad (D.3)$$

cujo módulo será dado por

$$|\vec{r}_{21}| \equiv r_{21} = \sqrt{x^2 + (l - y)^2 + m^2} = \sqrt{a^2 + l^2 + m^2 - 2ly} \quad (D.4)$$

Recorrendo novamente à lei de Biot e Savart, com coordenadas rectangulares e baseando-se nas propriedades do produto externo de dois vectores, se pode escrever

$$d\vec{B}_{21} = \frac{\mu I}{4\pi} \frac{d\vec{s} \times \vec{r}_{21}}{r_{21}^3} = \frac{\mu I}{4\pi(a^2 + l^2 + m^2 - 2ly)^{3/2}} \begin{vmatrix} \hat{e}_x & \hat{e}_y & \hat{e}_z \\ dx & dy & 0 \\ -x & l-y & m \end{vmatrix} \quad (D.5)$$

Aplicando as regras do produto externo, obtém-se

$$d\vec{B}_{21} = \frac{\mu I}{4\pi} \frac{m dy \hat{e}_x - m dx \hat{e}_y + [(l-y)dx + x dy] \hat{e}_z}{(a^2 + l^2 + m^2 - 2ly)^{3/2}} \quad (D.6)$$

De acordo com (D.1), substituindo as variáveis \mathbf{x} , \mathbf{y} , $d\mathbf{x}$ e $d\mathbf{y}$ de (D.6), obtém-se [40]

$$d\vec{B}_{21} = \frac{\mu I a}{4\pi(a^2 + l^2 + m^2)^{3/2} \left(1 - \frac{2al \sin \phi}{a^2 + l^2 + m^2}\right)^{3/2}} \cdot \{m \cos \phi d\phi \hat{e}_x + m \sin \phi d\phi \hat{e}_y + [(a \sin \phi - l) \sin \phi + a \cos^2 \phi] d\phi \hat{e}_z\} \quad (D.7)$$

A expressão anterior pode ser simplificada, substituindo as grandezas \mathbf{K}_1 e \mathbf{K}_2 , respectivamente, por

$$K_1 = \frac{\mu I a}{4\pi(a^2 + l^2 + m^2)^{3/2}} \quad (D.8)$$

e por

$$K_2 = \frac{2al}{a^2 + l^2 + m^2} \quad (D.9)$$

Relativamente às expressões (D.7), (D.8) e (D.9), obtém-se as seguintes expressões parcelares, em que se consideram as grandezas vector indução magnética segundo os versores \hat{e}_x , \hat{e}_y e \hat{e}_z , dadas respectivamente por

$$d\vec{B}_{21(x)} = \frac{\mu I a}{4\pi} \frac{m \cos \phi d\phi}{(a^2 + l^2 + m^2 - 2al \sin \phi)^{3/2}} \hat{e}_x = K_1 \frac{m \cos \phi d\phi}{(1 - K_2 \sin \phi)^{3/2}} \hat{e}_x \quad (D.10)$$

$$d\vec{B}_{21(y)} = \frac{\mu I a}{4\pi} \frac{m \sin \phi d\phi}{(a^2 + l^2 + m^2 - 2al \sin \phi)^{3/2}} \hat{e}_y = K_1 \frac{m \sin \phi d\phi}{(1 - K_2 \sin \phi)^{3/2}} \hat{e}_y \quad (D.11)$$

e por

$$d\vec{B}_{2l(z)} = \frac{\mu I a}{4\pi} \frac{(a - l \sin \phi) d\phi}{(a^2 + l^2 + m^2 - 2al \sin \phi)^{3/2}} \hat{e}_z = K_1 \frac{(a - l \sin \phi) d\phi}{(1 - K_2 \sin \phi)^{3/2}} \hat{e}_z \quad (D.12)$$

Para o cálculo dos integrais das expressões (D.10), (D.11) e (D.12) recorre-se, por exemplo, ao desenvolvimento em séries de Mac-Laurin, em que o índice (**n**) significa a ordem da derivada, pelo que a função integranda **g(φ)** será dada por

$$g(\phi) = \frac{g(0)}{0!} \phi^0 + \frac{g'(0)}{1!} \phi^1 + \frac{g''(0)}{2!} \phi^2 + \frac{g'''(0)}{3!} \phi^3 + \dots + \frac{g^{(n)}(0)}{n!} \phi^n + \dots \quad (D.13)$$

De acordo com (D.13), integrando (D.10) ao longo de um troço do caminho fechado correspondente a parte de uma espira percorrida pela corrente **I** e considerando casos particulares em que **K₁** e **K₂** são constantes para cada ponto da indução magnética em estudo, após algumas manipulações matemáticas, obtém-se

$$B_{2l(x)} = K_1 m \int_0^{\phi_1} \left[1 + \sum_{k=1}^n K_2^k \sin^k \phi \prod_{i=1}^k \frac{2i+1}{2i} \right] \cos \phi d\phi \quad (D.14)$$

em que $0 < \phi_1 \leq 2\pi$. Assim o resultado da integração de (D.14) será dado por

$$B_{2l(x)} = K_1 m \left(\sin \phi_1 + \sum_{k=1}^n \frac{K_2^k \sin^{k+1} \phi_1}{k+1} \prod_{i=1}^k \frac{2i+1}{2i} \right) \quad (D.15)$$

No caso particular dos limites de integração estarem compreendidos entre **0** e **2π**, o que corresponde a uma espira circular completa percorrida pela corrente **I** ($\phi_1 = 2\pi$), (D.15) pode ser simplificada por

$$B_{2l(x)} = \oint d\vec{B}_{2l(x)} = K_1 m \int_0^{2\pi} \frac{\cos \phi d\phi}{(1 - K_2 \sin \phi)^{3/2}} = 0 \quad (D.16)$$

O resultado da expressão (D.16) é nulo porque, em relação à Figura (D.1), num ponto do plano **y0z**, a componente total da indução $\vec{B}_{2l(x)} \equiv \vec{B}_x$, segundo o versor \hat{e}_x , é igual a zero, pois para cada elemento **Id \vec{s}** existe sempre um oposto idêntico que anula o efeito do anterior.

Integrando (D.11) ao longo de um troço do caminho fechado correspondente a parte de uma espira percorrida pela corrente **I**, após algumas manipulações matemáticas, obtém-se

$$B_{2l(y)} = K_1 m \int_0^{\phi_1} \left(\sin \phi + \sum_{k=1}^n K_2^k \sin^{k+1} \phi \prod_{i=1}^k \frac{2i+1}{2i} \right) d\phi \quad (D.17)$$

Assim o resultado da integração de (D.17) virá dado por

$$B_{2l(y)} = K_1 m \left[1 - \cos \phi_1 + j \sum_{k=1}^n \frac{(k+1)! K_2^k}{(2j)^{k+1}} \sum_{\substack{i=0 \\ (i \neq \frac{k+1}{2})}}^{k+1} \frac{(-1)^i}{i!(k+1-i)!} \frac{1 - e^{j(k+1-2i)\phi_1}}{k+1-2i} \right. \\ \left. \cdot \prod_{i=1}^k \frac{2i+1}{2i} + \phi_1 \sum_{k=1}^{n/2} \frac{(2k)! K_2^{2k-1}}{(k!)^2 2^{2k}} \prod_{i=1}^{2k-1} \frac{2i+1}{2i} \right] \quad (D.18)$$

em que $j = \sqrt{-1}$. No caso particular dos limites de integração estarem compreendidos entre 0 e 2π ($\phi_1 = 2\pi$), o que corresponde a uma espira circular plena, para qualquer valor de n par, a expressão (D.18) pode ser simplificada por

$$B_{2l(y)} = K_1 m \int_0^{2\pi} \frac{\sin \phi d\phi}{(1 - K_2 \sin \phi)^{3/2}} \cong 2\pi K_1 m \sum_{k=1}^{n/2} \frac{(2k)! K_2^{2k-1}}{(k!)^2 2^{2k}} \prod_{i=1}^{2k-1} \frac{2i+1}{2i} \quad (D.19)$$

No caso particular de $l = 0$, o que corresponde a $K_2 = 0$, ou seja a um ponto do eixo da espira, a expressão (D.19) torna-se nula [$B_{2l(y)} \equiv B_y \equiv B_p = 0$], o que se comprova pela aplicação da lei de Biot e Savart a um ponto do eixo de uma espira circular percorrida por corrente, pois, nesse caso, a indução magnética apenas apresenta componentes segundo o eixo z . De (D.19) admite-se que o resultado da primeira expressão é considerado exacto e o da segunda aproximado.

Integrando (D.12) ao longo de um troço do caminho fechado correspondente a parte de uma espira percorrida pela corrente I , após algumas manipulações matemáticas, obtém-se

$$B_{2l(z)} = K_1 a \int_0^{\phi_1} \left[1 + \sum_{k=1}^n (K_2 \sin \phi)^k \prod_{i=1}^k \frac{2i+1}{2i} \right] d\phi - \\ - K_1 l \int_0^{\phi_1} \left(\sin \phi + \sum_{k=1}^n K_2^k \sin^{k+1} \phi \prod_{i=1}^k \frac{2i+1}{2i} \right) d\phi \quad (D.20)$$

Assim o resultado da integração de (D.20) será dado por

$$\begin{aligned}
 B_{2l(z)} = K_1 a \left[\phi_1 + j \sum_{k=1}^n \frac{k! M^k}{(2j)^k} \sum_{\substack{i=0 \\ (i \neq \frac{k}{2})}}^k \frac{(-1)^i}{i!(k-i)!} \frac{1 - e^{j(k-2i)\phi}}{k-2i} \prod_{i=1}^k \frac{2i+1}{2i} + \right. \\
 \left. + \phi_1 \sum_{k=1}^{n/2} \frac{(2k)! M^{2k}}{(k!)^2 2^{2k}} \prod_{i=1}^{2k} \frac{2i+1}{2i} \right] - K_1 l \left[1 - \cos \phi_1 + j \sum_{k=1}^n \frac{(k+1)! K_2^k}{(2j)^{k+1}} \cdot \right. \\
 \left. \cdot \sum_{\substack{i=0 \\ (i \neq \frac{k+1}{2})}}^{k+1} \frac{(-1)^i [1 - e^{j(k+1-2i)\phi}]}{i!(k+1-i)!(k+1-2i)} \prod_{i=1}^k \frac{2i+1}{2i} + \phi_1 \sum_{k=1}^{n/2} \frac{(2k)! K_2^{2k-1}}{(k!)^2 2^{2k}} \prod_{i=1}^{2k-1} \frac{2i+1}{2i} \right] \quad (D.21)
 \end{aligned}$$

No caso particular dos limites de integração estarem compreendidos entre 0 e 2π ($\phi_1 = 2\pi$), o que corresponde a uma espira circular plena, para qualquer valor de n par, a expressão (D.21) pode ser simplificada por

$$\begin{aligned}
 B_{2l(z)} = K_1 \int_0^{2\pi} \frac{(a - l \sin \phi) d\phi}{(1 - K_2 \sin \phi)^{3/2}} \cong \\
 \cong 2\pi K_1 \left\{ a \left[1 + \sum_{k=1}^{n/2} \frac{(2k)! K_2^{2k}}{(k!)^2 2^{2k}} \prod_{i=1}^{2k} \frac{2i+1}{2i} \right] - l \sum_{k=1}^{n/2} \frac{(2k)! K_2^{2k-1}}{(k!)^2 2^{2k}} \prod_{i=1}^{2k-1} \frac{2i+1}{2i} \right\} \quad (D.22)
 \end{aligned}$$

Também de (D.22) admite-se que o resultado da primeira expressão é considerado exacto e o da segunda aproximado. No caso particular de $l = 0$, o que corresponde a $K_2 = 0$, ou seja a um ponto do eixo da espira, a expressão (D.22), após substituição de K_1 representado em (D.8), torna-se igual a

$$B_{2l(z)} = \frac{\mu I a^2}{2(a^2 + m^2)^{3/2}} \quad (D.23)$$

o que se comprova, pela aplicação da lei de Biot e Savart, a um ponto do eixo de uma espira percorrida por corrente, pois apenas apresenta componentes segundo o eixo z , em que se considera $B_{2l(z)} \equiv B_z$.

Relativamente à espira circular, para melhor validação dos modelos apresentados considere-se o dipolo magnético ($\mathbf{r} \gg \mathbf{a}$) representado na Figura D.3 [73].

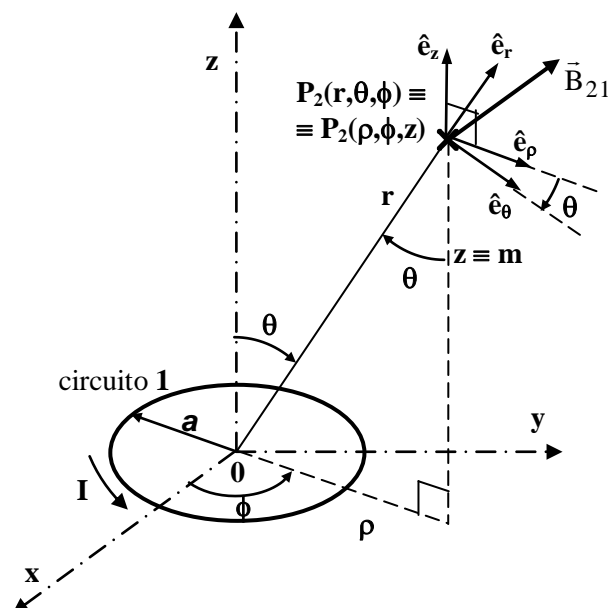


Figura D.3 - Indução magnética, em coordenadas esféricas, no ponto $P_2(r, \theta, \phi)$ devida à corrente I na espira circular assente no plano xOy .

De acordo com a Figura D.3, sendo $\hat{e}_r = \cos\theta\hat{e}_z + \sin\theta\hat{e}_\rho$ e $\hat{e}_\theta = -\sin\theta\hat{e}_z + \cos\theta\hat{e}_\rho$, a indução magnética no ponto $\mathbf{P}_2(\mathbf{r},\theta,\phi) \equiv \mathbf{P}_2(\boldsymbol{\rho},\phi,\mathbf{z})$ será dada, em coordenadas esféricas e em coordenadas cilíndricas, respectivamente, por

$$\vec{B}_{21} = \frac{\mu I \pi a^2}{4\pi r^3} (2 \cos \theta \hat{e}_r + \sin \theta \hat{e}_\theta) = \frac{\mu I a^2}{4r^3} \left[\frac{3}{2} \sin 2\theta \hat{e}_\rho + (3 \cos^2 \theta - 1) \hat{e}_z \right] \quad (D.24)$$

em que, de acordo com a Figura D.1, $\hat{\mathbf{e}}_p \equiv \hat{\mathbf{e}}_y$. Considerando que \mathbf{D}_f representa o diâmetro do fio de cobre da espira circular, em que se admite que $\mathbf{D}_f = 1 \text{ mm}$, para uma relação de $\mathbf{a}/\mathbf{D}_f = 5$ e 20 , e de $\mathbf{r} = 2\mathbf{D}_f$ e $10\mathbf{D}_f$, sendo $l/m = 0,5$ ($\theta = 26,565^\circ$), 1 ($\theta = 45^\circ$), e 2 ($\theta = 63,435^\circ$), em que $\mathbf{r}^2 = l^2 + m^2$ - Figura D.3, a relação entre os valores de $\mathbf{B}_{21(y)}$, admitindo o segundo termo da expressão (D.19) exacto e o terceiro termo, igualmente de (D.19), aproximado, para diversos valores de \mathbf{n} par verifica-se que os erros obtidos, em percentagem, tomam os valores indicados na Tabela D.I.

Considerando que os resultados obtidos a partir do segundo termo de (D.19) são exactos, da Tabela D.I verifica-se que os valores das componentes da indução magnética segundo a normal ao eixo \mathbf{z} , resultantes do terceiro termo de (D.19), serão tanto mais aproximados dos anteriores, quanto maior for o número de iterações \mathbf{n} (par), e, para os mesmos valores de \mathbf{r} e de \mathbf{a}/\mathbf{D}_f , quanto menor for a relação l/\mathbf{m} . Quanto à componente segundo $\hat{\mathbf{e}}_p$ de (D.24), dipólo magnético, verifica-se que o resultado será tanto mais aproximado quanto maior for \mathbf{r} relativamente a \mathbf{a} .

		Erro (%) - ($B_{2l(y)}$ - $D_f = 1 \text{ mm}$)					
		n [número de iterações - 3º termo de (D.19)]					Expressão (D.24)
		2	4	6	10	20	segundo \hat{e}_ρ
$(a/D_f = 5)$ $r = 2D_f$	$l/m = 0,5$	10,341	1,013	0,098	0,001	0	$1,259 \cdot 10^4$
	$l/m = 1$	25,604	6,254	1,508	0,087	0	$1,043 \cdot 10^4$
	$l/m = 2$	40,541	15,796	6,086	0,893	0,007	$8,315 \cdot 10^3$
$(a/D_f = 5)$ $r = 10D_f$	$l/m = 0,5$	13,885	1,829	0,238	0,004	0	50,437
	$l/m = 1$	34,250	11,238	3,644	0,378	0,001	14,860
	$l/m = 2$	53,983	28,213	14,607	3,875	0,138	19,611
$(a/D_f = 20)$ $r = 2D_f$	$l/m = 0,5$	0,857	0,007	0	0	0	$1,016 \cdot 10^7$
	$l/m = 1$	2,148	0,043	0,001	0	0	$1,003 \cdot 10^7$
	$l/m = 2$	3,424	0,111	0,004	0	0	$9,901 \cdot 10^6$
$(a/D_f = 20)$ $r = 10D_f$	$l/m = 0,5$	13,885	1,829	0,238	0,004	0	$4,714 \cdot 10^3$
	$l/m = 1$	34,250	11,238	3,644	0,378	0,001	$3,576 \cdot 10^3$
	$l/m = 2$	53,983	28,213	14,607	3,875	0,138	$2,472 \cdot 10^3$

Tabela D.I - Erros de cálculo de $B_{2l(y)}$ para diversas relações de a/D_f e de l/m , relativos às expressões (D.19) e (D.24), segundo \hat{e}_ρ

A Tabela D.II apresenta os erros obtidos por comparação da expressão exacta com a expressão aproximada de (D.22), bem como por comparação com a componente segundo \hat{e}_z de (D.24), para diversas relações de r/a e de l/m .

Da Tabela D.II pode-se concluir também que quanto maior for o valor de n par no terceiro termo de (D.22), mais exacto se torna o resultado face ao do segundo termo. Quanto à componente segundo \hat{e}_z de (D.24), verifica-se que os resultados são mais aproximados que os apresentados na Tabela D.I.

Na verdade o resultado de (D.22) converge tanto mais rapidamente quanto menor for o valor de K_2 ($0 \leq K_2 \leq 1$). Por observação de (D.9) verifica-se que K_2 pode tomar o valor unitário se $m = 0$ e $a = l$, pois nestas circunstâncias quaisquer das expressões (D.10), (D.11) e (D.12) torna-se impossível de resolver.

Na realidade o fio condutor da espira tem um determinado diâmetro D_f e nessas circunstâncias a indução tende para zero em pontos na vizinhança do eixo do condutor como se poderá observar na Figura D.4 (lei de Ampère).

		Erro (%) - (B _{2l(z)} - D _f = 1 mm)					
		n [número de iterações - 3º termo de (D.22)]					Expressão (D.24)
		2	4	6	10	20	
(a/D _f = 5) r = 2D _f	l/m = 0,5	0,423	0,038	0,003	0	0	1,199·10 ³
	l/m = 1	2,842	0,647	0,150	0,008	0	323,549
	l/m = 2	7,894	2,889	1,075	0,152	0,001	401,885
(a/D _f = 5) r = 10D _f	l/m = 0,5	2,489	0,337	0,044	0,001	0	13,936
	l/m = 1	33,069	11,112	3,647	0,383	0,001	33,582
	l/m = 2	560,327	298,578	156,186	41,888	1,507	147,434
(a/D _f = 20) r = 2D _f	l/m = 0,5	0,003	0	0	0	0	7,064·10 ⁴
	l/m = 1	0,020	0	0	0	0	2,500·10 ⁴
	l/m = 2	0,051	0,002	0	0	0	2,004·10 ⁴
(a/D _f = 20) r = 10D _f	l/m = 0,5	0,716	0,087	0,011	0	0	633,035
	l/m = 1	4,994	1,525	0,475	0,047	0	130,912
	l/m = 2	14,581	7,174	3,590	0,917	0,031	254,034

Tabela D.II - Erros para diversas relações de r/a e de l/m relativos às expressões (D.22) e (D.24) segundo \hat{e}_z .

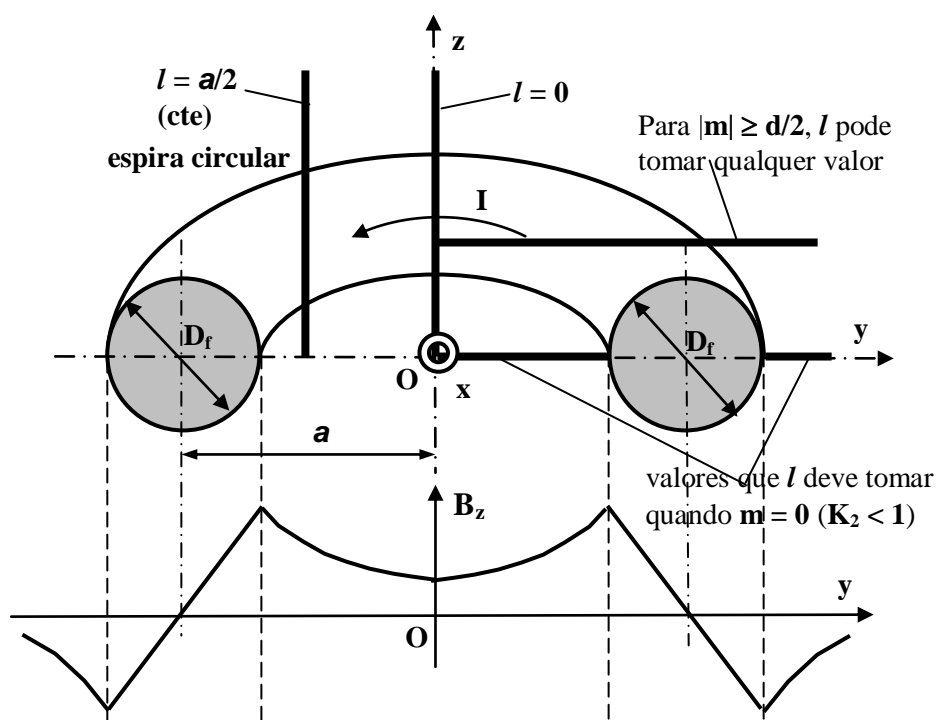


Figura D.4 - Esboço da variação, numa espira circular, da indução magnética B_z segundo o eixo y .

Supondo $\mu = \mu_0$, para uma relação a/D_f constante e igual a **20**, de acordo com a Figura D.4, a Figura D.5 apresenta valores da indução magnética numa espira circular, segundo o eixo z , para $I = 1 \text{ A}$, $m = 0$, l compreendido entre os limites **0** e **0,06 m**, e para $a = 0,02, 0,03, 0,04$ e **0,05 m**, segundo o valor considerado exacto e o valor aproximado, para $n = 160$, da expressão (D.22).

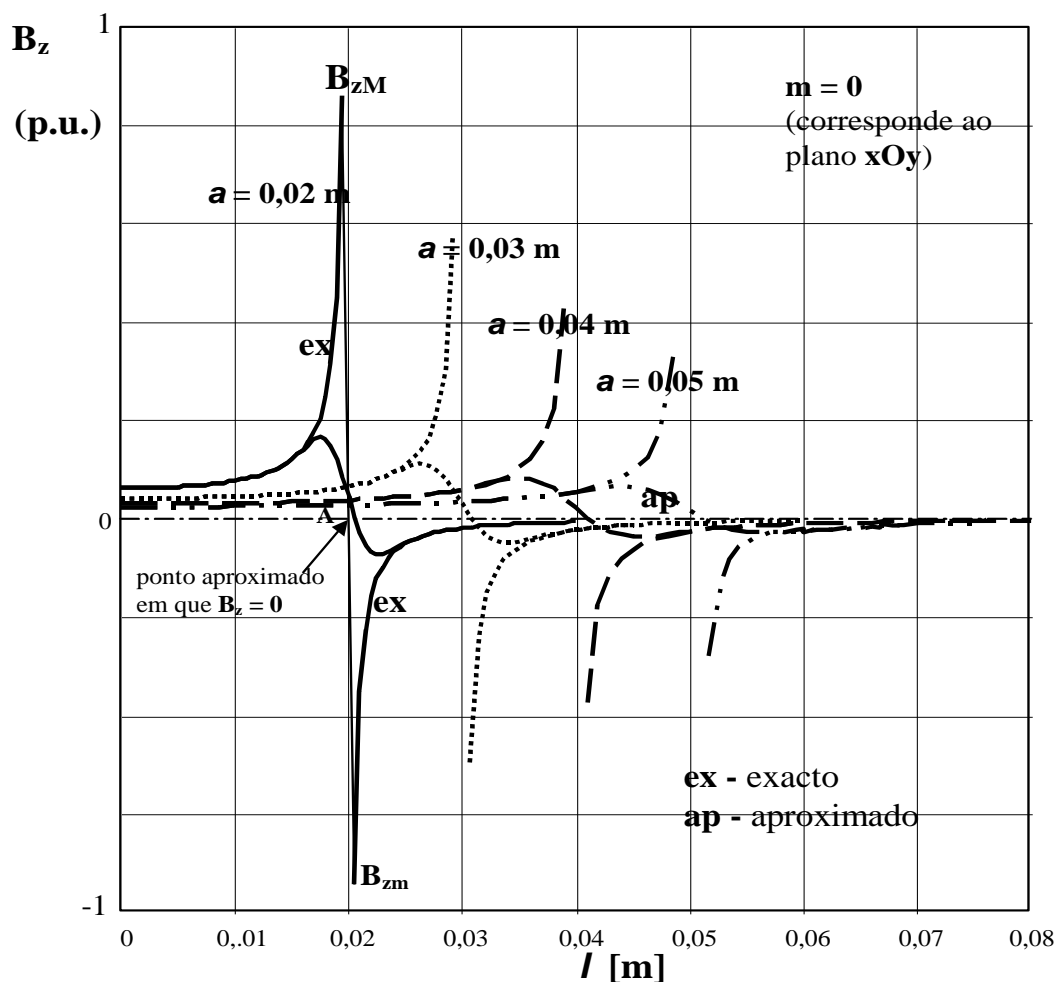


Figura D.5 - Esboço da variação, numa espira, da indução magnética B_z segundo o eixo y ou n (ex - valor considerado exacto; ap - valor aproximado).

Da Figura D.5 verifica-se teoricamente que a indução magnética B_z torna-se praticamente infinita se o diâmetro do condutor D_f tendesse para zero. Na verdade por aplicação da lei de Ampère constata-se que a indução é praticamente nula no centro do condutor, não considerando os efeitos secundários dos campos magnéticos pelo facto da espira ser circular, que necessita possuir um determinado diâmetro para que a densidade superficial de corrente (J) não seja infinita, daí ser necessário entrar em consideração com estes pormenores no cálculo da indução na vizinhança e no interior do condutor.

Para $\mathbf{m} = \mathbf{0}$, da Figura D.5, em que \mathbf{B}_{zM} (positivo) e \mathbf{B}_{zm} (negativo) representam os valores máximo e mínimo da indução na espira, segundo o eixo \mathbf{z} , respectivamente, o ponto onde aproximadamente a indução se anula, e que será dado por

$$\overline{0A} = a - r + \frac{2r B_{zM}}{B_{zM} - B_{zm}} \quad (\text{D.25})$$

Assim o fluxo através do interior da espira ϕ_e , em que se considera o raio útil $\overline{0A}$, será dado por

$$\phi_e \cong \frac{\mu I a}{2} \int_0^{a-r} \int_0^{2\pi} \frac{(a - y \sin \phi) y d\phi dy}{(a^2 + y^2 - 2 a y \sin \phi)^{3/2}} + \pi B_{zM} \left(a - r + \frac{2r B_{zM}}{B_{zM} - B_{zm}} \right) r \quad (\text{D.26})$$

Dado que o coeficiente de indução própria da espira (circuito 1) é dado pelo cociente entre o fluxo através desse circuito ϕ_{11} e a respectiva corrente \mathbf{I}_1 , ou seja

$$L_{11} = \frac{\phi_{11}}{I_1} \quad (\text{D.27})$$

Verifica-se que o resultado do coeficiente de indução própria ou de auto-indução da espira circular será dado pela expressão (D.23), para $\mathbf{I} = \mathbf{1 A}$.

A Figura D.6 representa os coeficientes de auto-indução de espiras circulares para valores de \mathbf{a} iguais a 1, 2, 3, 4, 5 e 6 cm, e para as relações de $\mathbf{a/d}$ iguais a 10, 20 e 40.

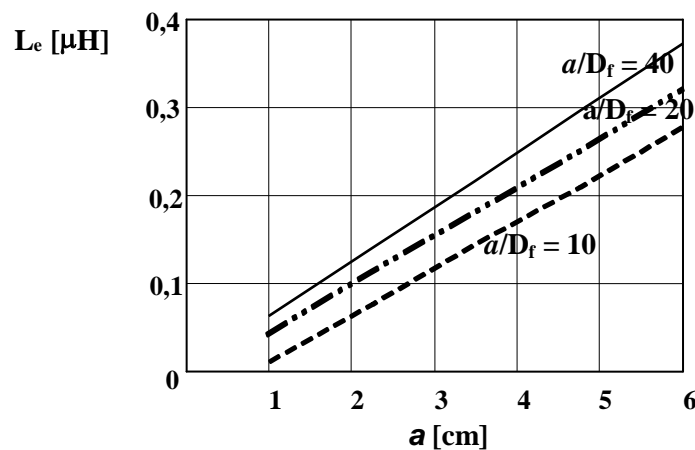


Figura D.6 - Coeficientes de auto-indução de espiras circulares.

Por observação da Figura D.6 verifica-se que para uma relação $\mathbf{a/D_f}$ constante, o coeficiente de indução própria aumenta linearmente com \mathbf{a} , e o para mesmo valor de \mathbf{a} ,

o coeficiente de auto-indução aumenta para espiras de fio condutor com menor diâmetro.

De acordo com a expressão aproximada de (D.19), a Figura D.7 apresenta um esboço de diversas linhas de força do campo magnético de iguais amplitudes (isolinhas), segundo a normal (\mathbf{n}) ao eixo z ($\mathbf{B}_y \equiv \mathbf{B}_n \equiv \mathbf{B}_p$), em que $\mathbf{I} = 1\text{A}$ e l está compreendido entre os limites $-2a$ e $2a$, e m entre os limites 0 e a , para $a = 0,02\text{ m}$ e $a/D_f = 20$.

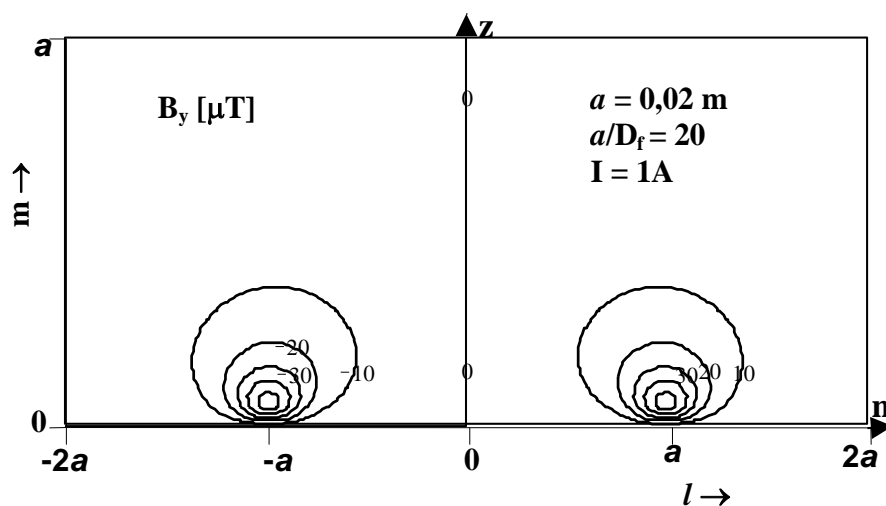


Figura D.7 - Isolinhas de B_n numa espira segundo a normal ao eixo z .

Os sinais negativos (-) do lado esquerdo da Figura D.7 significam que a indução, segundo \mathbf{n} , é dirigida para a esquerda. Da expressão aproximada de (D.22), a Figura D.8 apresenta um esboço de diversas l.f.c.m. de iguais amplitudes, segundo o eixo z (\mathbf{B}_z), em que l está compreendido entre os limites $-2a$ e $2a$, e m entre os limites 0 e a , para $a = 0,02\text{ m}$ e $a/D_f = 20$.

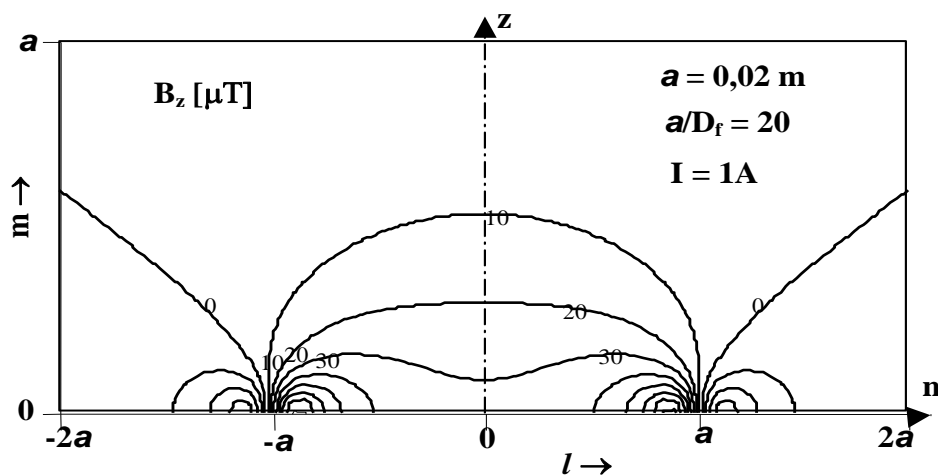


Figura D.8 - Isolinhas de B_z numa espira segundo o eixo z .

A Figura D.9 apresenta um esboço de diversas linhas de força do campo magnético de iguais amplitudes, em módulo ($B = \sqrt{B_y^2 + B_z^2}$), em que também l está compreendido entre os limites $-2a$ e $2a$, e m entre os limites 0 e a , para $a = 0,02$ m e $a/D_f = 20$.

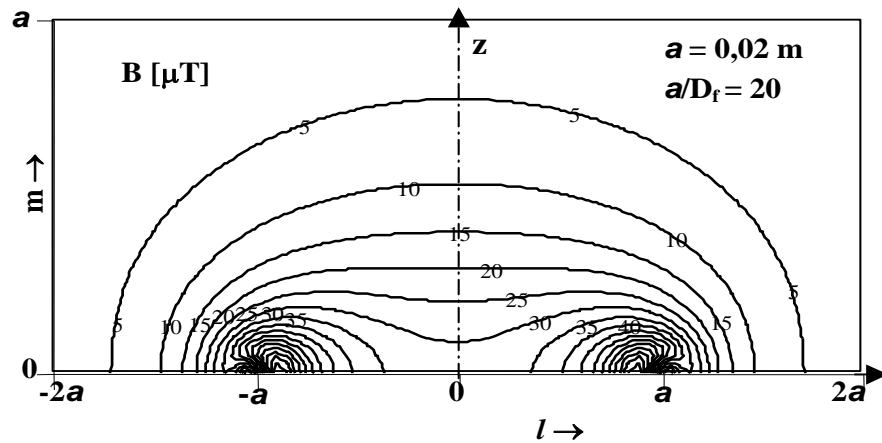


Figura D.9 - Isolinhas de B numa espira.

Dado que foi abordado anteriormente o coeficiente de auto-indução de uma espira circular, torna-se importante determinar o coeficiente de indução mútua entre duas espiras paralelas e centradas no mesmo eixo z , de condutores de diâmetros $D \equiv D_{f1}$ e D_{f2} e de raios a e l , respectivamente, como se pode observar na Figura D.10.

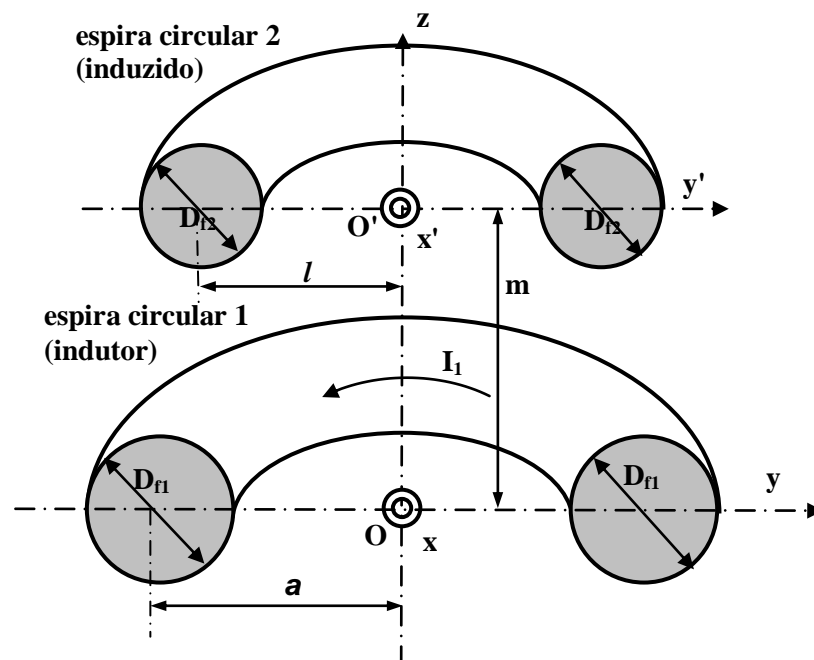


Figura D.10 - Posição relativa da espira 1, percorrida por corrente, e da espira 2 para determinação do coeficiente de indução mútua.

Relativamente à Figura D.10, ir-se-á apresentar o coeficiente de indução mútua entre a espira **2** e a espira **1**, para $\mathbf{m} = 0$ e l compreendido entre os limites **0** e $2\mathbf{a}$. Para $l = \mathbf{a}$ e $\mathbf{m} = 0$, embora fisicamente impossível de se sobreporem ambos os eixos das duas espiras, o valor do coeficiente de indução mútua será teoricamente igual ao valor do coeficiente de auto-indução. Considerando o valor de \mathbf{I}_1 unitário, o fluxo ϕ_{21} (fluxo no circuito **2** devido à corrente no circuito **1**) terá um resultado idêntico a $\mathbf{L}_{21} \equiv \mathbf{M}_{21}$ (coeficiente de indução mútua do circuito **2** devido ao circuito **1**). Assim o fluxo ϕ_{21} , para qualquer valor de \mathbf{m} , de acordo com (D.26), será dado por

$$\phi_{21} \cong \frac{\mu \mathbf{I} \mathbf{a}}{2} \int_0^l \int_0^{2\pi} \frac{(\mathbf{a} - y \sin \phi) y d\phi dy}{(\mathbf{a}^2 + y^2 + \mathbf{m}^2 - 2 \mathbf{a} y \sin \phi)^{3/2}} \quad (\text{D.28})$$

Notar que para valores de l , que representam o raio da espira **2**, compreendidos entre os limites $\mathbf{a} - \mathbf{D}_{f1}$ e $\mathbf{a} + \mathbf{D}_{f1}$, deve ser considerada a expressão (D.26). Assim a Figura D.11 apresenta o coeficiente de indução mútua para $\mathbf{a} = 0,02\mathbf{m}$, $\mathbf{D}_{f1} = 1\mathbf{mm}$ e $\mathbf{m} = 0,01$ e $0,02 \mathbf{m}$, como indicado na Figura D.10.

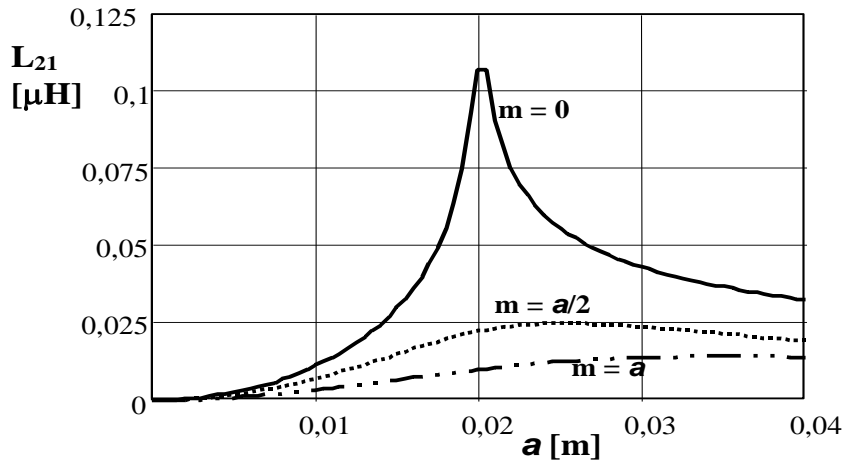


Figura D.11 - Variação do coeficiente de indução mútua entre a espira de raio \mathbf{a} e a espira de raio $0 \leq l \leq 2\mathbf{a}$ para valores $\mathbf{m} = 0, 0,01$ e $0,02 \mathbf{m}$.

Por observação da Figura D.11, verifica-se que os coeficientes de indução mútua diminuem com o aumento de \mathbf{m} (distância entre os eixos das espiras - ver Figura D.10), e que tomam os valores máximos para $\mathbf{D}_{f1} \cong \mathbf{a}$.

A Figura D.12 apresenta o coeficiente de indução mútua para $\mathbf{a} = 0,02\mathbf{m}$, $\mathbf{D}_{f1} = 1\mathbf{mm}$, $l = \mathbf{a}/2$, \mathbf{a} e $2\mathbf{a}$, e para \mathbf{m} compreendido entre os limites **0** e $2\mathbf{a}$.

Por observação da Figura D.12 verifica-se que os coeficientes de indução mútua tornam-se iguais aos coeficientes de auto-indução para $\mathbf{d} \cong \mathbf{a}$ e $\mathbf{m} \cong 0$. Para valores de \mathbf{m} (Figura D.9), próximos de $\mathbf{a}/2$, os coeficientes de indução mútua tornam-se praticamente iguais aos já verificados para $l = \mathbf{a}$ e para $l = 2\mathbf{a}$.

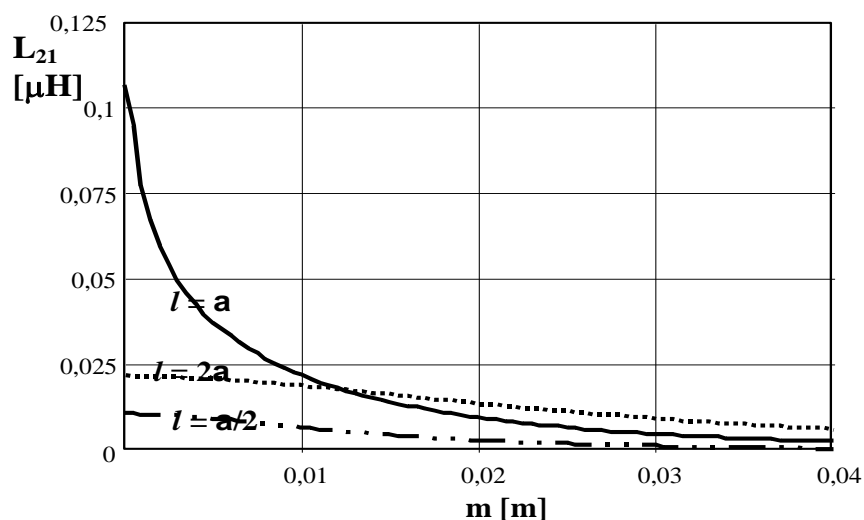


Figura D.12 - Variação do coeficiente de indução mútua entre uma espira de raio a e uma espira de raio $0 \leq l \leq 2a$, para valores $m = 0, 0,01$ e $0,02$ m.

• BOBINA CIRCULAR PLANA

Considera-se que a bobina circular plana será constituída por um conjunto de N_c espiras circulares (em que N_c representa o número de camadas), concêntricas e unidas entre si, de diâmetro interior D_{IB} (raio interior $a_1 = D_{IB}/2$) e de diâmetro exterior D_{eB} (raio exterior $a_2 = D_{eB}/2$), como se pode observar na Figura D.13.

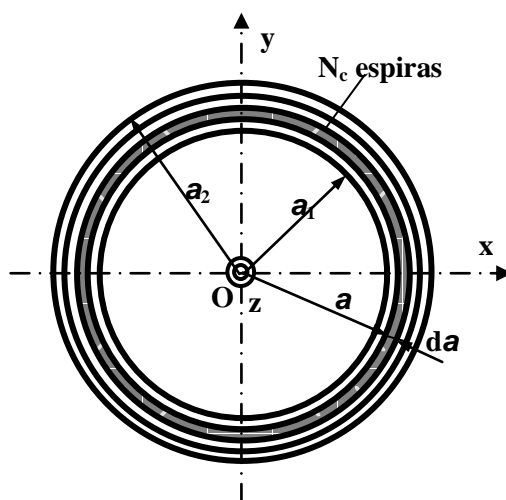


Figura D.13 - Esboço de uma bobina circular plana.

Da Figura D.13, considerando que cada espira é percorrida pela corrente I , as N_c espiras serão percorridas por uma corrente total igual a $N_c I$. Ora se se considerar que na espessura elementar da , à distância a do centro da bobina circular ($a_1 \leq a \leq a_2$ - Figura D.13) existe uma corrente também elementar de valor dI , que será dada por

$$\begin{cases} d\mathbf{I} \leftrightarrow d\mathbf{a} \\ N_c \mathbf{I} \leftrightarrow \mathbf{a}_2 - \mathbf{a}_1 \end{cases} \rightarrow d\mathbf{I} = \frac{N_c I d\mathbf{a}}{h} \quad (\text{D.29})$$

em que se considera que $\mathbf{h} = \mathbf{a}_2 - \mathbf{a}_1$ (\mathbf{h} , neste caso, tem o significado de espessura da espira circular). Como se sabe, a indução magnética no centro de uma espira circular (\mathbf{B}_{eO}), de raio \mathbf{a} , percorrida por corrente, sendo μ a permeabilidade magnética do meio, é dada por

$$B_{eO} = \frac{\mu I}{2a} \quad (\text{D.30})$$

Assim a indução magnética no centro de uma bobina circular plana (\mathbf{B}_{bcO}), de raio interior \mathbf{a}_1 e de raio exterior \mathbf{a}_2 , com N_c espiras percorridas pela corrente \mathbf{I} , que de acordo com (D.29) e (D.30) será dada por

$$B_{bcO} = \frac{\mu N_c I}{2h} \ln \frac{a_2}{a_1} \quad (\text{D.31})$$

Para pontos quaisquer na vizinhança da bobina circular plana, a indução magnética, segundo o eixo \mathbf{z} e segundo uma normal a esse eixo (\mathbf{n} ou \mathbf{p}), pode ser determinada a partir do somatório das contribuições das N_c espiras, que de acordo com (D.19), $\mathbf{B}_{21(y)} \equiv \mathbf{B}_y \equiv \mathbf{B}_p$ será dado por

$$\begin{aligned} B_y \equiv B_p &= \frac{\mu N_c I m}{4\pi h} \int_{a_1}^{a_2} \int_0^{2\pi} \frac{a \sin \phi \, d\phi \, da}{(a^2 + l^2 + m^2 - 2l a \sin \phi)^{3/2}} \cong \\ &\cong \frac{\mu I m}{4\pi} \sum_{j=0}^{N_c-1} \int_0^{2\pi} \frac{a_j \sin \phi \, d\phi}{(a_j^2 + l^2 + m^2 - 2l a_j \sin \phi)^{3/2}} \cong \\ &\cong \frac{\mu I m}{4} \sum_{j=0}^{N_c-1} \sum_{k=1}^{n/2} \frac{(2k)! l^{2k-1} a_j^{2k}}{(k!)^2 (a_j^2 + l^2 + m^2)^{2k+1/2}} \prod_{i=1}^{2k-1} \frac{2i+1}{2i} \end{aligned} \quad (\text{D.32})$$

em que \mathbf{a}_j representa o raio da espira de índice \mathbf{j} ($\mathbf{j} = 0, 1, \dots, N_c - 1$). De acordo com (D.22), $\mathbf{B}_{21(z)} \equiv \mathbf{B}_z$ será dado por

$$\begin{aligned}
B_z &= \frac{\mu N_c I}{4\pi h} \int_{a_1}^{a_2} \int_0^{2\pi} \frac{a(a-l\sin\phi) d\phi da}{(a^2 + l^2 + m^2 - 2al\sin\phi)^{3/2}} \cong \\
&\cong \frac{\mu I}{4\pi} \sum_{s=0}^{N_c-1} \int_0^{2\pi} \frac{a_s(a_s - l\sin\phi) d\phi}{(a_s^2 + l^2 + m^2 - 2a_s l\sin\phi)^{3/2}} \cong \\
&\cong \frac{\mu I}{2} \sum_{s=0}^{N_c-1} \left\{ \left[\frac{a_s^2}{(a_s^2 + l^2 + m^2)^{3/2}} + \sum_{k=1}^{n/2} \frac{(2k)! a_s^{2k+2} l^{2k}}{(k!)^2 (a_s^2 + l^2 + m^2)^{2k+3/2}} \prod_{i=1}^{2k} \frac{2i+1}{2i} \right] - \right. \\
&\quad \left. - \frac{l}{2} \sum_{k=1}^{n/2} \frac{(2k)! a_s^{2k} l^{2k-1}}{(k!)^2 (a_s^2 + l^2 + m^2)^{2k+1/2}} \prod_{i=1}^{2k-1} \frac{2i+1}{2i} \right\}
\end{aligned} \tag{D.33}$$

As primeiras expressões de (D.32) e de (D.33), consideradas exactas, são obtidas admitindo que a corrente total, uniformemente distribuída entre \mathbf{a}_1 e \mathbf{a}_2 , é de $N_c \mathbf{I}$. As segundas, também consideradas exactas, e as terceiras expressões, consideradas aproximadas, de (D.32) e de (D.33), resultam das contribuições discretas das N_c espiras, em que cada espira contribui com a corrente \mathbf{I} .

De acordo com a primeira expressão exacta de (D.32), para uma corrente de $1\mathbf{A}$, a Figura D.14 apresenta um esboço de diversas linhas de força do campo magnético de iguais amplitudes, segundo a normal (\mathbf{n}) ao eixo \mathbf{z} ($\mathbf{B}_y \equiv \mathbf{B}_n \equiv \mathbf{B}_p$), em que l está compreendido entre os limites $-2\mathbf{a}_1$ e $2\mathbf{a}_1$, e m entre os limites 0 e \mathbf{a}_1 , para uma bobina circular plana de raio interior $\mathbf{a}_1 = 0,02 \text{ m}$ e de raio exterior $\mathbf{a}_2 = 0,03 \text{ m}$, e em que o diâmetro do fio condutor é de $\mathbf{D} = 1 \text{ mm}$, o que corresponde a $N_c = 10$ espiras.

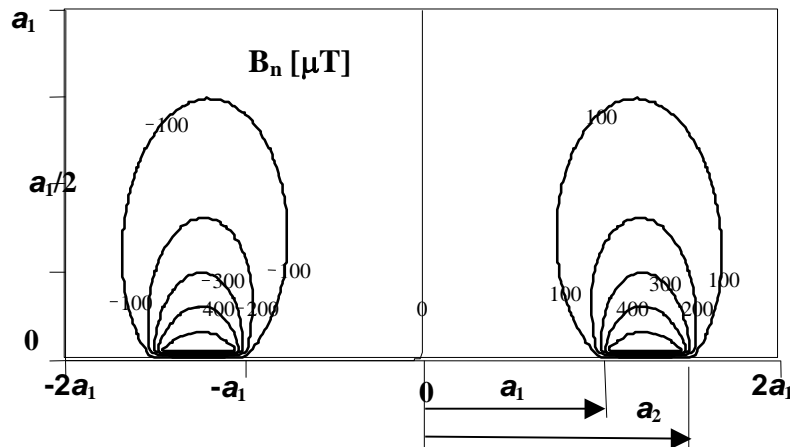


Figura D.13 - Isolinhas de B_n numa bobina circular plana segundo a normal ao eixo \mathbf{z} .

Da terceira expressão aproximada de (D.33), também para uma corrente de $1\mathbf{A}$, a Figura D.14 apresenta um esboço de diversas linhas de força do campo magnético de iguais amplitudes de uma bobina circular plana, segundo o eixo \mathbf{z} (\mathbf{B}_z), em que l está

compreendido entre os limites $-2a_1$ e $2a_1$, e m entre os limites 0 e a_1 , para $a_1 = 0,02$ m, $a_2 = 0,03$ m e $D_f = 1$ mm, o que também corresponde a $N_c = 10$ espiras.

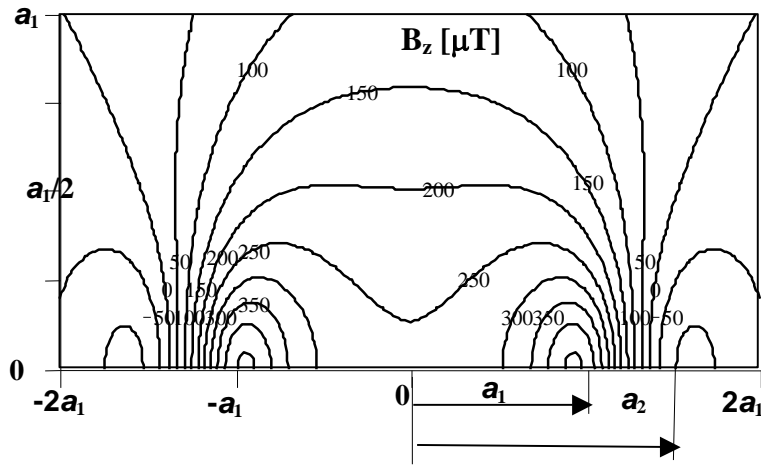


Figura D.14 - Isolinas de B_z numa bobina circular plana segundo o eixo z .

A Figura D.15 apresenta um esboço de diversas linhas de força do campo magnético de iguais amplitudes, em módulo ($B = \sqrt{B_y^2 + B_z^2}$), cujas componentes são apresentadas nas Figuras D.13 e D.14.

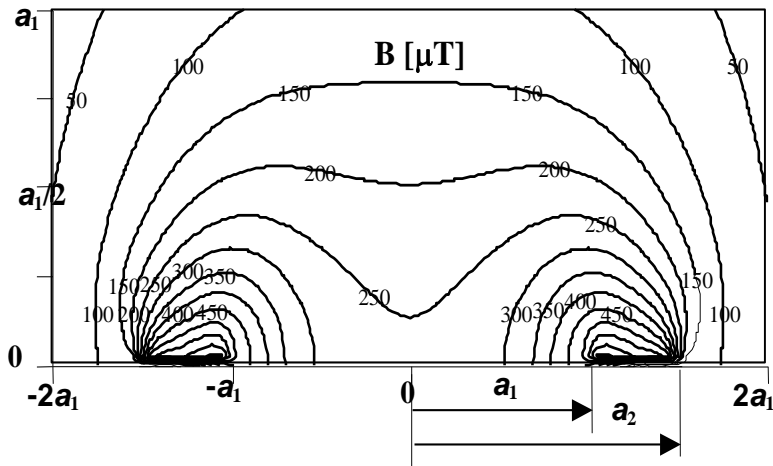


Figura D.15 - Isolinas de B numa bobina circular plana.

Da segunda expressão de (D.32), a Figura D.16 apresenta a variação da indução $B_y \equiv B_p$ da bobina circular plana de 10 espiras, em função de l compreendido entre os limites 0 e $0,05$ m, para $a_1 = 0,02$ m, $a_2 = 0,03$ m, e $m = D_f, 2D_f, 5D_f$ e $10D_f$ ($D_f = 1$ mm), e para $I = 1$ A.

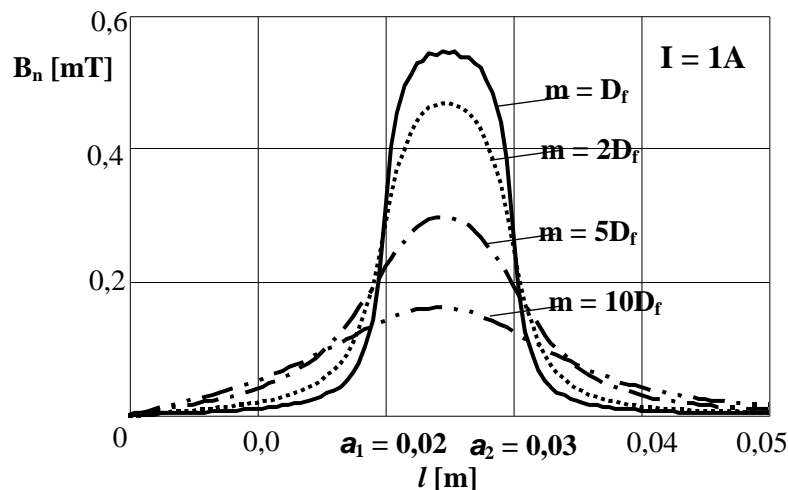


Figura D.16 - Variação da indução magnética B_n de uma bobina circular plana, para diversos valores de m .

Da segunda expressão de (D.33), a Figura D.17 apresenta a variação da indução B_z da bobina circular plana de 10 espiras, em função de l compreendido entre os limites 0 e 0,05 m, para $a_1 = 0,0025$ m e $a_2 = 0,0125$ m (gráfico 1), $a_1 = 0,01$ m e $a_2 = 0,02$ m (gráfico 2), $a_1 = 0,02$ m e $a_2 = 0,03$ m (gráfico 3), e para $a_1 = 0,04$ m e $a_2 = 0,05$ m (gráfico 4), em que $m = 0$.

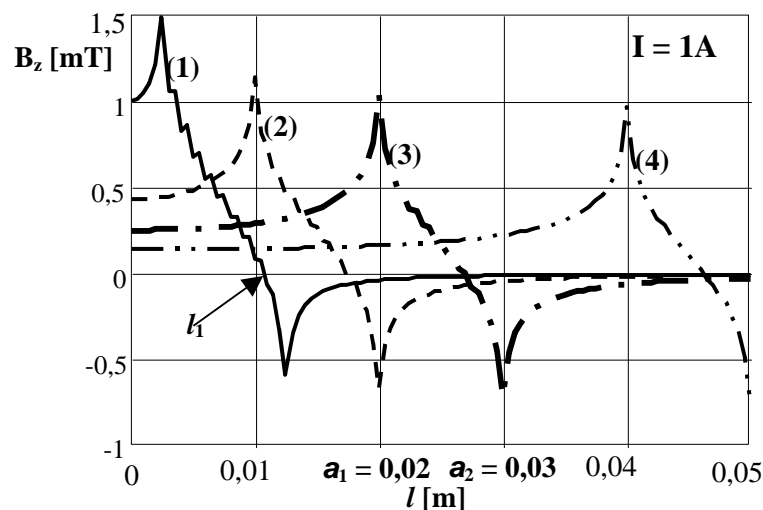


Figura D.17 - Variação da indução magnética B_z de uma bobina circular plana, para diversos valores de a_1 , mantendo-se $a_2 - a_1$ sempre constante.

Por observação da Figura D.17, para $l = m = 0$ verifica-se que o cálculo de B_z por intermédio de (D.30) é igual ao resultado obtido por (D.33). Face ao estudo em relação à espira circular, pode-se observar que, em termos aproximados, a variação da indução B_z apresenta características idênticas à da bobina circular plana desde que a largura das suas espiras ($a_2 - a_1$) seja idêntica ao diâmetro de um hipotético condutor da própria espira circular.

Na Figura D.17 também se verifica que a indução magnética, segundo o eixo \mathbf{z} , anula-se para $l_1 \cong 0,0108 \text{ m}$ (gráfico 1), $l_1 \cong 0,0174$ (gráfico 2), $l_1 \cong 0,0270 \text{ m}$ (gráfico 3) e $l_1 \cong 0,0462 \text{ m}$ (gráfico 4). Assim o fluxo máximo que atravessa a bobina circular plana, segundo o eixo \mathbf{z} ($\mathbf{m} = \mathbf{0}$), compreendido entre os limites $-l$ e l , (1), (2), (3) e (4), será dado aproximadamente por

$$\Phi_{z_{\text{máx}}} = \frac{\mu N_c I}{2(a_2 - a_1)} \int_0^{l_1} \int_{a_1}^{a_2} \int_0^{2\pi} \frac{al(a - l \sin \phi) d\phi da dl}{(a^2 + l^2 + m^2 - 2al \sin \phi)^{3/2}} \cong \quad (D.34)$$

$$\cong \pi D_f \sum_{k=0}^{n_1} B_{z_k} \left(l_k + \frac{D_f}{4} \right)$$

em que o primeiro termo de (D.34) é considerado exacto, sendo l_1 um valor compreendido entre os limites a_1 e a_2 de modo a que o fluxo, segundo o eixo \mathbf{z} , daí resultante seja máximo, como se indica na Figura D.17. Quanto ao segundo termo de (D.34), admitido aproximado, considera-se que cada iteração corresponde a um intervalo igual ao raio do condutor da bobina ($\mathbf{r} = \mathbf{D}_f/2$), representando \mathbf{k} o índice de iteração, sendo n_2 o número total de iterações, aproximadamente igual a l/r , e n_1 o correspondente valor numérico inteiro para o qual a indução \mathbf{B}_z se anula.

Ainda da Figura D.17, para $\mathbf{m} = \mathbf{0}$, o fluxo (ϕ_z) e o respectivo coeficiente de auto-indução (\mathbf{L}_c - coeficiente de auto-indução de um conjunto de espiras), originado pelas N_c espiras compreendidas entre a_1 e a_2 , serão dados por

$$\phi_z \cong \pi D_f \sum_{k=0}^{N_c-1} \sum_{i=0}^{a_1^* + D_f^* k} B_{z_i} \left(l_i + \frac{D_f}{4} \right) \rightarrow L_c = \frac{\phi_z}{I} \quad (D.35)$$

em que a_1^* e D_f^* representam o número de iterações correspondentes ao comprimento de a_1 e de D_f , respectivamente.

A Figura D.18 apresenta o fluxo máximo que atravessa cada bobina circular plana de 10 espiras, de fio de 1 mm de diâmetro, para os casos (1), (2), (3) e (4), apresentados na Figura D.17, e para $I = 1 \text{ A}$. Para as mesmas situações, (1), (2), (3) e (4), a Figura D.18 também apresenta os respectivos coeficientes de auto-indução (\mathbf{L}_c), cujos valores são numericamente iguais a ϕ_z , para $I = 1 \text{ A}$ (apenas 1 espira).

Da Figura D.18, verifica-se que os fluxos máximos ($\Phi_{z_{\text{máx}}}$) correspondem a distâncias, do eixo \mathbf{z} , superiores a $(a_2 + a_1)/2$. No entanto, também se observa que quanto maior for a_1 , face a $a_2 - a_1$, mais o fluxo máximo corresponde, aproximadamente, ao fluxo da área do círculo de raio $(a_2 + a_1)/2$.

Também da Figura D.18, verifica-se que os valores de \mathbf{L}_c indicados em (1), (2), (3) e (4), não são dez vezes superiores aos respectivos resultados de $\Phi_{z_{\text{máx}}}$, para $I = 1 \text{ A}$, por

isso pode-se convencionar um factor de indução respeitante à bobina circular plana, representado por K_{iBc} (adimensional), que será dado por

$$K_{iBc} = \frac{\phi_z}{N_c \Phi_{z\text{máx}}} \quad (D.36)$$

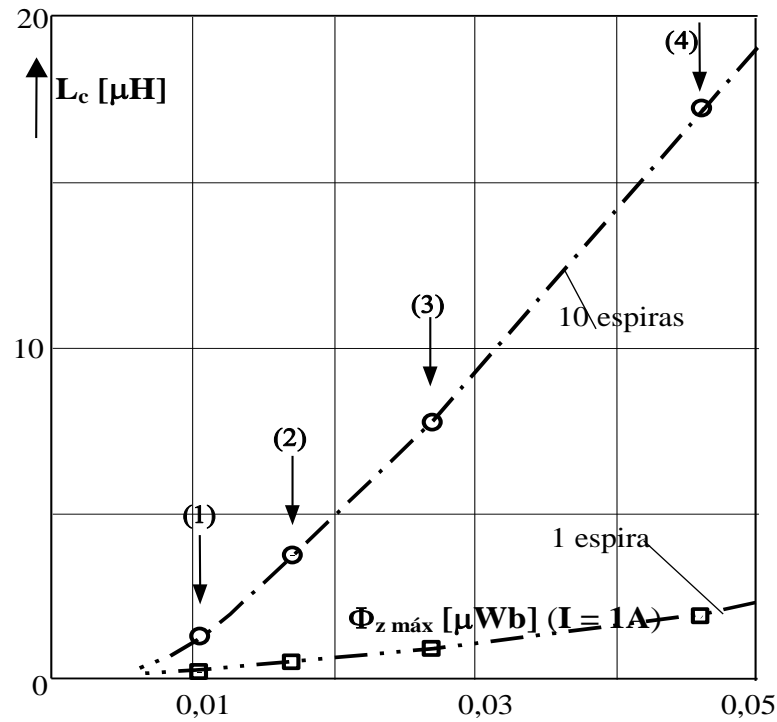


Figura D.18 - Coeficientes de auto-indução em espiras e em bobinas de 10 espiras.

A Figura D.19 apresenta os valores de K_{iBc} respeitantes aos casos (1), (2), (3) e (4), representados na Figura D.17.

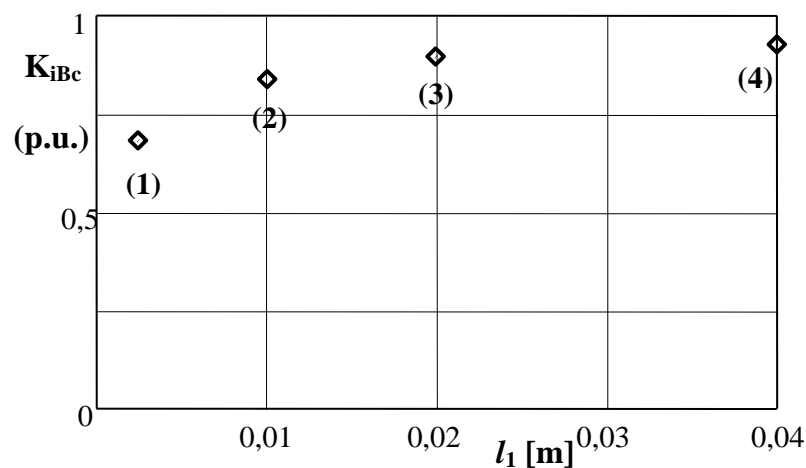


Figura D.19 - Valores de K_{iBc} para as situações, (1), (2), (3) e (4), Figura D.17.

Da Figura D.19 verifica-se que os valores de K_{IBc} tendem para um quando a relação $(a_2 - a_1)/a_1$ tende para zero, caso em que, sob o ponto de vista de dimensões relativas, se torna análogo à espira circular.

Relativamente ao protótipo do ALIT apresentado neste trabalho, o diâmetro interior das bobinas, com cerca de 100 espiras cada, é aproximadamente de $D_{IB} \cong 31 \text{ mm}$ ($a_1 \cong 15 \text{ mm}$) e a altura útil de $h \cong 21 \text{ mm}$ ($a_2 - a_1 \cong 21 \text{ mm}$), o que corresponde em média a $N_c \cong 14$ ou 15 (N_c - número de camadas), e a $N_e \cong 7$ (N_e - número de espiras por camada), o que perfaz cerca de 98 espiras (considerando $N_c \cong 14$). Assim, quanto ao número de camadas, devido a dificuldades de bobinagem e à espessura do isolante de cada condutor, admite-se que o diâmetro D_f virá a ser corrigido para $21/14 = 1,5 \text{ mm}$. Portanto, da segunda expressão de (D.33), a Figura D.20 apresenta a variação da indução B_z da bobina circular plana de 14 espiras, em função de l compreendido entre os limites 0 e 0,06 m, para $a_1 \cong 0,015 \text{ m}$ e $a_2 \cong 0,036 \text{ m}$, em que $m = 0, 0,013, 0,026$ e $0,039 \text{ m}$, o que corresponde a algumas distâncias relativas do protótipo utilizado neste trabalho.

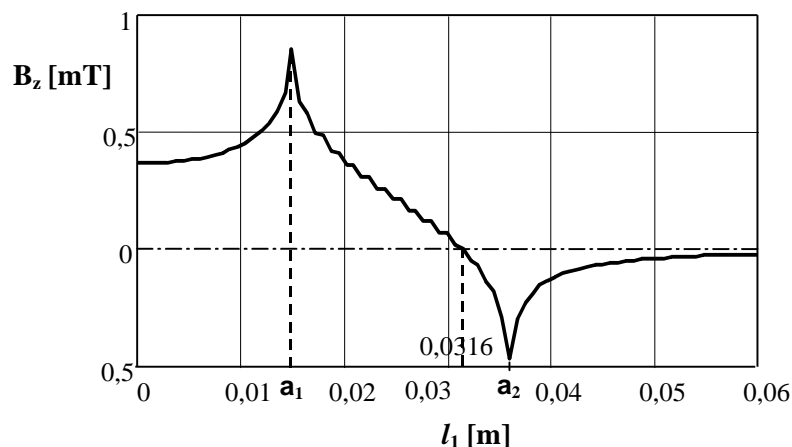


Figura D.20 - Variação segundo z da indução de uma bobina circular plana com dimensões aproximadas à do ALIT implementado.

Assim, o coeficiente de auto-indução correspondente a uma bobina apenas circular plana, de acordo com (D.35), e considerando que $\mu = \mu_0$ em todo o meio circundante, será igual a $L_c \cong 11,2 \mu\text{H}$, sendo $K_{IBc} = 0,801$.

• Dado que foi abordado anteriormente o coeficiente de auto-indução de uma bobina circular plana, torna-se importante determinar o coeficiente de indução mútua entre duas bobinas paralelas e centradas no mesmo eixo z , de condutores de diâmetros interiores D_{f1} e D_{f2} , de raios interiores a_1 e l_1 , de raios exteriores a_2 e l_2 , e de números de espiras N_{c1} e N_{c2} , respectivamente, como se pode observar na Figura D.21.

O método de determinação do coeficiente de indução mútua, como se pode observar da Figura D.21, irá resultar da sobreposição dos coeficientes de indução mútua entre, por exemplo, cada espira do indutor e todas as outras do induzido, pelo que as equações anteriormente apresentadas têm de ser utilizadas várias vezes, e em cada uma delas devem ser implementados os parâmetros geométricos correspondentes.

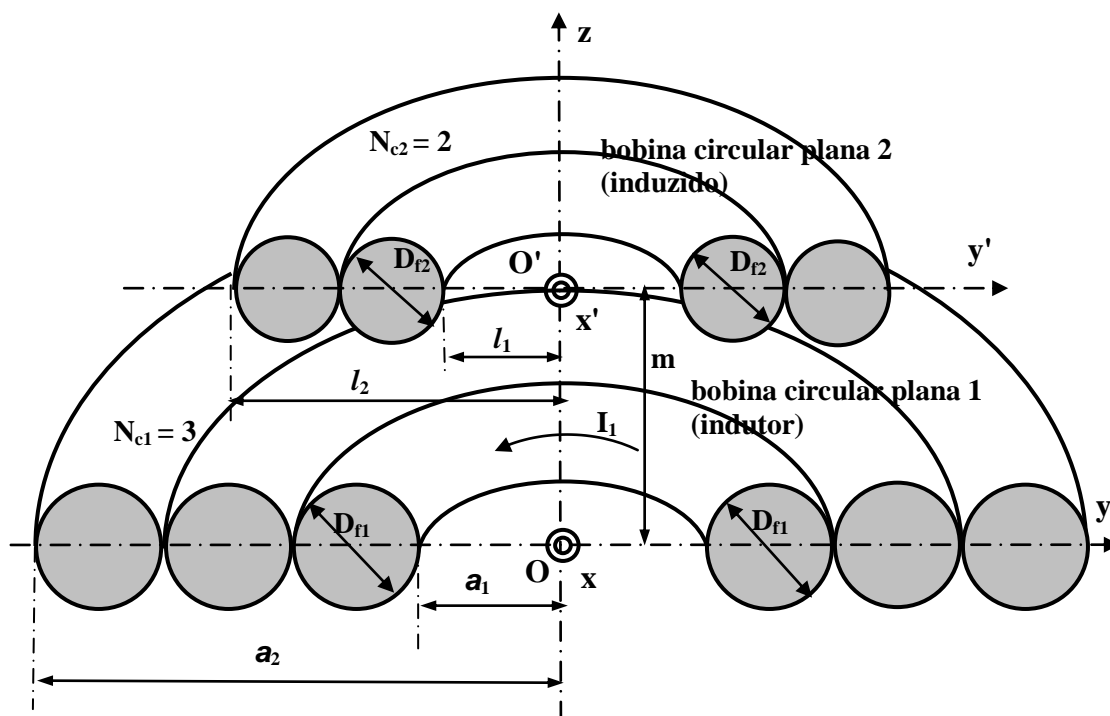


Figura D.21 - Posição relativa da bobina 1, percorrida por corrente, e da bobina 2 para determinação do coeficiente de indução mútua.

• BOBINA CILÍNDRICA PLANA DE SIMPLES CAMADA

Considera-se que a bobina cilíndrica plana de uma camada, ou de simples camada, será constituída por um conjunto de N_b espiras circulares de eixo comum e de iguais diâmetros (d), unidas entre si, como se pode observar na Figura D.22.

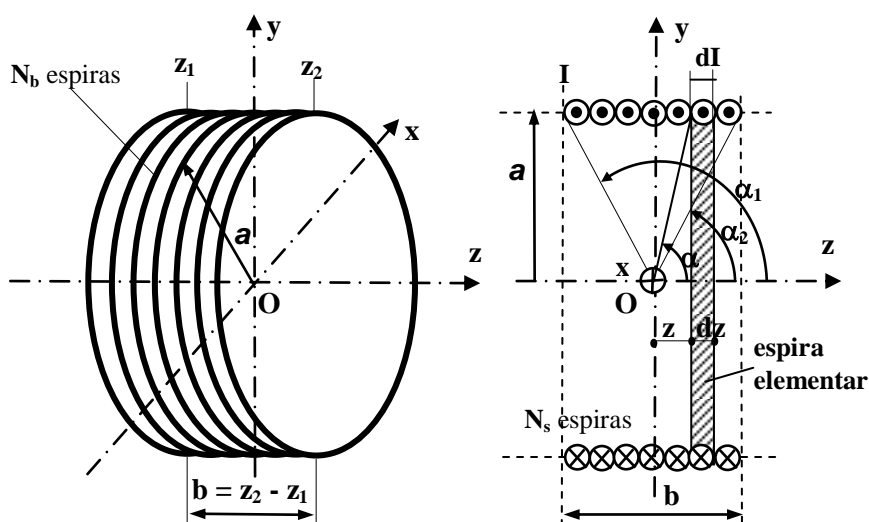


Figura D.22 - Bobina cilíndrica plana de simples camada (em perspectiva e em alçado).

Da Figura D.22, dado que $\mathbf{b} < \mathbf{a}$, pode-se considerar que se está em presença de uma bobina curta. Assim considerando que cada espira é percorrida pela corrente \mathbf{I} , as $\mathbf{N_b}$ espiras serão percorridas por uma corrente total igual a $\mathbf{N_b I}$. Ora sendo o comprimento da bobina igual a \mathbf{b} , pode-se considerar que existe uma corrente também elementar de valor \mathbf{dI} através de uma espira também de espessura elementar \mathbf{dz} , que será dada por

$$\begin{cases} dI \leftrightarrow dz \\ N_b I \leftrightarrow b \end{cases} \rightarrow dI = \frac{N_b I dz}{b} \quad (\text{D.37})$$

Como a indução magnética no eixo de uma espira de espessura elementar ($\mathbf{dB_z}$), de raio \mathbf{a} , percorrida por corrente, sendo μ a permeabilidade magnética do meio, é dada por

$$dB_z = \frac{\mu a^2 dI}{2(a^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{\mu I N_b a^2 dz}{2m(a^2 + z^2)^{3/2}} \quad (\text{D.38})$$

Assim a contribuição total de todas as espiras elementares, entre $\mathbf{z_1}$ e $\mathbf{z_2}$ (Figura D.21), será dada por

$$B_z = \frac{\mu N_b I}{2m} (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1) \quad (\text{D.39})$$

A Figura D.23 representa uma bobina cilíndrica de uma camada, de comprimento \mathbf{b} , com o objectivo de serem determinadas as induções magnéticas, segundo o eixo \mathbf{z} e segundo o eixo normal (\mathbf{n}), em qualquer ponto próximo. Para esse efeito, por simplificação, considera-se o ponto $\mathbf{P_2(0,l,m)}$, no plano \mathbf{yOz} , e o ponto $\mathbf{P_1(x,y,z)}$ pertencente a uma espira elementar de espessura \mathbf{dz} , à distância \mathbf{z} do plano \mathbf{xOy} , e percorrida por um elemento de corrente \mathbf{dI} como também é indicado na Figura D.22. Também se admite que todas as espiras, de raios iguais a \mathbf{a} , se encontram à mesma distância do eixo \mathbf{z} .

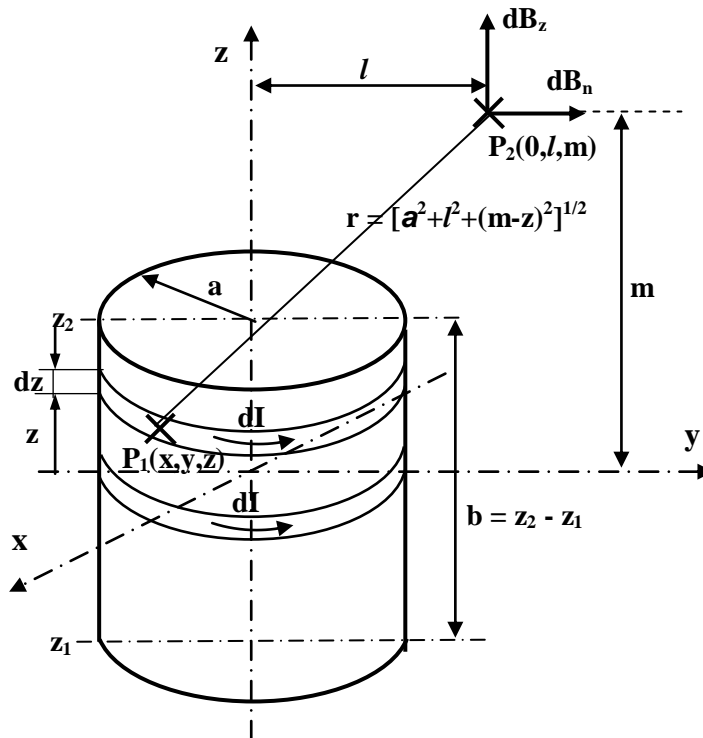


Figura D.23 - Bobina cilíndrica plana de simples camada, em perspectiva, e representação das componentes dB_n e dB_z .

Ora de (D.8), (D.9), e de (D.19), verifica-se que com a contribuição da espira elementar, à distância z do plano xOy , determina-se o valor de $d\mathbf{B}_n$. Portanto para pontos quaisquer na vizinhança da bobina cilíndrica plana de uma camada, a indução magnética, segundo o eixo z e segundo uma normal a esse eixo (\mathbf{n} ou \mathbf{p}), pode ser determinada a partir do somatório das contribuições das N_b espiras. Assim, a partir de (D.37), \mathbf{B}_n será dado por

$$\begin{aligned}
 B_n &= \frac{\mu N_b I a}{4\pi b} \int_{z_1}^{z_2} \int_0^{2\pi} \frac{(m-z) \sin\phi \, d\phi \, dz}{[a^2 + l^2 + (m-z)^2 - 2la \sin\phi]^{3/2}} \cong \\
 &\cong \frac{\mu N_b I a}{4b} \int_{z_1}^{z_2} \sum_{k=1}^{n/2} \frac{(2k)!(m-z)(la)^{2k-1} \, dz}{(k!)^2 [a^2 + l^2 + (m-z)^2]^{2k+1/2}} \prod_{i=1}^{2k-1} \frac{2i+1}{2i} \cong \\
 &\cong \frac{\mu I a}{4} \sum_{j=0}^{N_b-1} \sum_{k=1}^{n/2} \frac{(2k)!(m-m_j)(la)^{2k-1}}{(k!)^2 [a^2 + l^2 + (m-m_j)^2]^{2k+1/2}} \prod_{i=1}^{2k-1} \frac{2i+1}{2i}
 \end{aligned} \tag{D.40}$$

em que m_j representa a distância relativa, segundo o eixo z , ao plano xOy e j o número de iterações ($j = 0, 1, \dots, N_b - 1$). De acordo com (D.8), (D.9) e (D.22), \mathbf{B}_z será dado por

$$\begin{aligned}
 B_z &= \frac{\mu N_b I a}{4\pi b} \int_{z_1}^{z_2} \int_0^{2\pi} \frac{(a - l \sin\phi) d\phi dz}{[a^2 + l^2 + (m - z)^2 - 2la \sin\phi]^{3/2}} \cong \\
 &\cong \frac{\mu N_b I a}{2b} \int_{z_1}^{z_2} \left\{ a \left[\frac{1}{[a^2 + l^2 + (m - z)^2]^{3/2}} + \sum_{k=1}^{n/2} \frac{(2k)!(la)^{2k} \prod_{i=1}^{2k} \frac{2i+1}{2i}}{(k!)^2 [a^2 + l^2 + (m - z)^2]^{2k+3/2}} \right] - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{l}{2} \sum_{k=1}^{n/2} \frac{(2k)!(la)^{2k-1}}{(k!)^2 [a^2 + l^2 + (m - z)^2]^{2k+1/2}} \prod_{i=1}^{2k-1} \frac{2i+1}{2i} \right\} dz \cong \\
 &\cong \frac{\mu I a}{2} \sum_{j=0}^{N_b-1} \left\{ a \left[\frac{1}{[a^2 + l^2 + (m - m_j)^2]^{3/2}} + \sum_{k=1}^{n/2} \frac{(2k)!(la)^{2k} \prod_{i=1}^{2k} \frac{2i+1}{2i}}{(k!)^2 [a_s^2 + l^2 + (m - m_j)^2]^{2k+3/2}} \right] - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{l}{2} \sum_{k=1}^{n/2} \frac{(2k)!(la)^{2k-1}}{(k!)^2 [a^2 + l^2 + (m - m_j)^2]^{2k+1/2}} \prod_{i=1}^{2k-1} \frac{2i+1}{2i} \right\}
 \end{aligned} \tag{D.41}$$

As primeiras expressões de (D.40) e de (D.41), consideradas exactas, são obtidas pressupondo que a corrente total $N_b I$ é uniformemente distribuída entre z_1 e z_2 . As segundas expressões, consideradas aproximadas, contêm somatórios resultantes do desenvolvimento em séries de potências equivalentes aos integrais elípticos referentes às primeiras expressões, e as terceiras, consideradas também aproximadas, contêm ainda somatórios respeitantes ao número de espiras da bobina cilíndrica plana, em que cada espira contribui com a corrente I . Naturalmente que o fluxo no interior da bobina cilíndrica plana de simples camada obtém-se por integração de (D.41) tendo em atenção o número total de espiras.

• BOBINA CILÍNDRICA PLANA DE VÁRIAS CAMADAS

Este tipo de bobina é o utilizado no protótipo do ALIT estudado neste trabalho. Assim o número total de espiras de cada bobina, considerada pertencente ao primário, é dado por $N_{B1} \equiv n_c (n_c - \text{número total de condutores por cava do primário})$, que é igual produto do número de espiras por camada N_{e1} pelo número de camadas N_{c1} ($N_{B1} = N_{e1} \cdot N_{c1}$), como se apresenta em corte na Figura D.24, em que, como exemplo, se considera $N_b = 7$, $N_c = 3$ e, portanto, $N_{B1} = 21$.

Da Figura D.24, verifica-se que a corrente total através da área bh é N_B , assim a corrente elementar dI através da área $dadz$ será dada por

$$\begin{cases} dI \leftrightarrow da dz \\ N_B I \leftrightarrow bh \end{cases} \rightarrow dI = \frac{N_B I da dz}{bh} \quad (D.42)$$

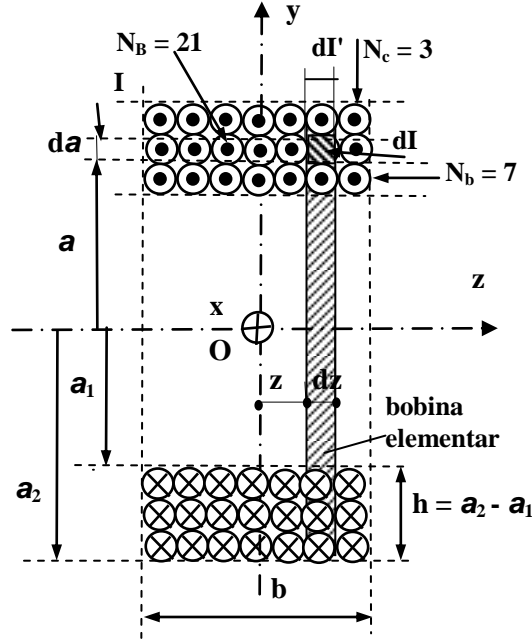


Figura D.24 - Bobina cilíndrica plana de múltiplas camadas (em corte).

De acordo com a Figura D.24, a contribuição total da indução magnética \mathbf{B}_n de todas as espiras elementares, compreendidas entre a_1 e a_2 ($h = a_2 - a_1$) e entre z_1 e z_2 ($b = z_2 - z_1$), será igual a

$$\begin{aligned} B_n &= \frac{\mu N_B I}{4\pi b h} \int_{a_1}^{a_2} \int_{z_1}^{z_2} \int_0^{2\pi} \frac{a(m-z) \sin\phi \, d\phi \, dz \, da}{[a^2 + l^2 + (m-z)^2 - 2la \sin\phi]^{3/2}} \cong \\ &\cong \frac{\mu I}{4} \sum_{s=0}^{N_c-1} \sum_{j=0}^{N_b-1} \sum_{k=1}^{n/2} \frac{(2k)!(m-m_j) l^{2k-1} a_s^{2k}}{(k!)^2 [a_s^2 + l^2 + (m-m_j)^2]^{2k+1/2}} \prod_{i=1}^{2k-1} \frac{2i+1}{2i} \end{aligned} \quad (D.43)$$

em que a_s representa a distância radial entre o eixo e a espira de índice s ($s = 0, 1, \dots, N_c - 1$), m_j representa a distância relativa, segundo o eixo z , ao plano xOy , e j o número de iterações ($j = 0, 1, \dots, N_b - 1$). Do mesmo modo a indução magnética \mathbf{B}_z será dado por

$$\begin{aligned}
 B_z = & \frac{\mu N_B I}{4\pi b h} \int_{a_1}^{a_2} \int_{z_1}^{z_2} \int_0^{2\pi} \frac{a(a-l\sin\phi) d\phi dz da}{[a^2 + l^2 + (m-z)^2 - 2la\sin\phi]^{3/2}} \cong \\
 & \frac{\mu I}{2} \sum_{s=0}^{N_c-1} \sum_{j=0}^{N_b-1} \left\{ a_s^2 \left[\frac{1}{[a_s^2 + l^2 + (m-z)^2]^{3/2}} + \sum_{k=1}^{n/2} \frac{(2k)!(l a_s)^{2k} \prod_{i=1}^{2k} \frac{2i+1}{2i}}{(k!)^2 [a_s^2 + l^2 + (m-z)^2]^{2k+3/2}} \right] - \right. \\
 & \left. - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n/2} \frac{(2k)!(l a_s)^{2k}}{(k!)^2 [a_s^2 + l^2 + (m-z)^2]^{2k+1/2}} \prod_{i=1}^{2k-1} \frac{2i+1}{2i} \right\} \quad (D.44)
 \end{aligned}$$

Naturalmente que o fluxo no interior da bobina cilíndrica plana de simples camada obtém-se por integração de (D.44), tendo em atenção o número total de espiras.